

LÝ THUYẾT ĐỒ THỊ GRAPH THEORY

LÊ THỊ PHƯƠNG DUNG

NỘI DUNG

- 1. ĐẠI CƯƠNG VỀ ĐỒ THỊ**
- 2. TÍNH LIÊN THÔNG CỦA ĐỒ THỊ**
- 3. ĐƯỜNG ĐI NGẮN NHẤT TRÊN ĐỒ THỊ**
- 4. XẾP HẠNG ĐỒ THỊ**
- 5. CÂY VÀ CÂY CÓ HƯỚNG**
- 6. LUỒNG CỤC ĐẠI TRONG MẠNG**

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. TOÁN RỜI RẠC – *NGUYỄN TÔ THÀNH, NGUYỄN
ĐỨC NGHĨA*
 2. LÝ THUYẾT ĐỒ THỊ VÀ ỨNG DỤNG – *NGUYỄN
TUẤN ANH*
-

CHƯƠNG 5

XẾP HẠNG ĐỒ THỊ

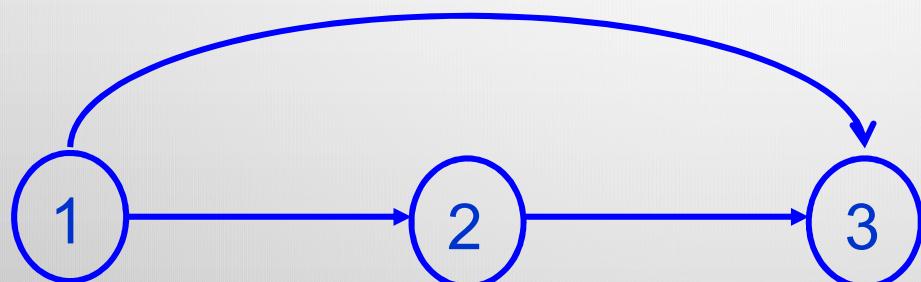
NỘI DUNG:

1. HẠNG CỦA ĐỈNH
2. GIẢI THUẬT XẾP HẠNG
3. BÀI TOÁN GANT

HẠNG CỦA ĐỈNH

Cho đồ thị có hướng $G=(X,U)$ không chứa chu trình và có gốc là s

Hạng của đỉnh i, ký hiệu $\text{rank}(i)$, là số cung trên đường đi có nhiều cung nhất từ đỉnh gốc r đến đỉnh i



Gốc 1

$\text{Rank}(1)=0$

$\text{Rank}(2)=1$

$\text{Rank}(3)=2$

GIẢI THUẬT XẾP HẠNG

Đồ thị có hướng $G=(X,U)$ không chứa chu trình và có gốc là s

Thuật toán xếp hạng: Xác định hạng của tất cả các đỉnh

Khởi tạo:

$d^-(i), \forall i \in X$ // Bán bậc trong của tất cả các đỉnh

$k=0; S_k = \{s\}$ // Các đỉnh thuộc S_k có hạng k

Bước lặp thứ k:

$S_{k+1} = \emptyset$

Với mỗi i $\in S_k$:

$\text{rank}(i) = k$

Với mỗi cung (i,j):

$d^-(j) = d^-(j) - 1$

Nếu $d^-(j) = 0$ thì gán $S_{k+1} = S_{k+1} \cup \{j\}$

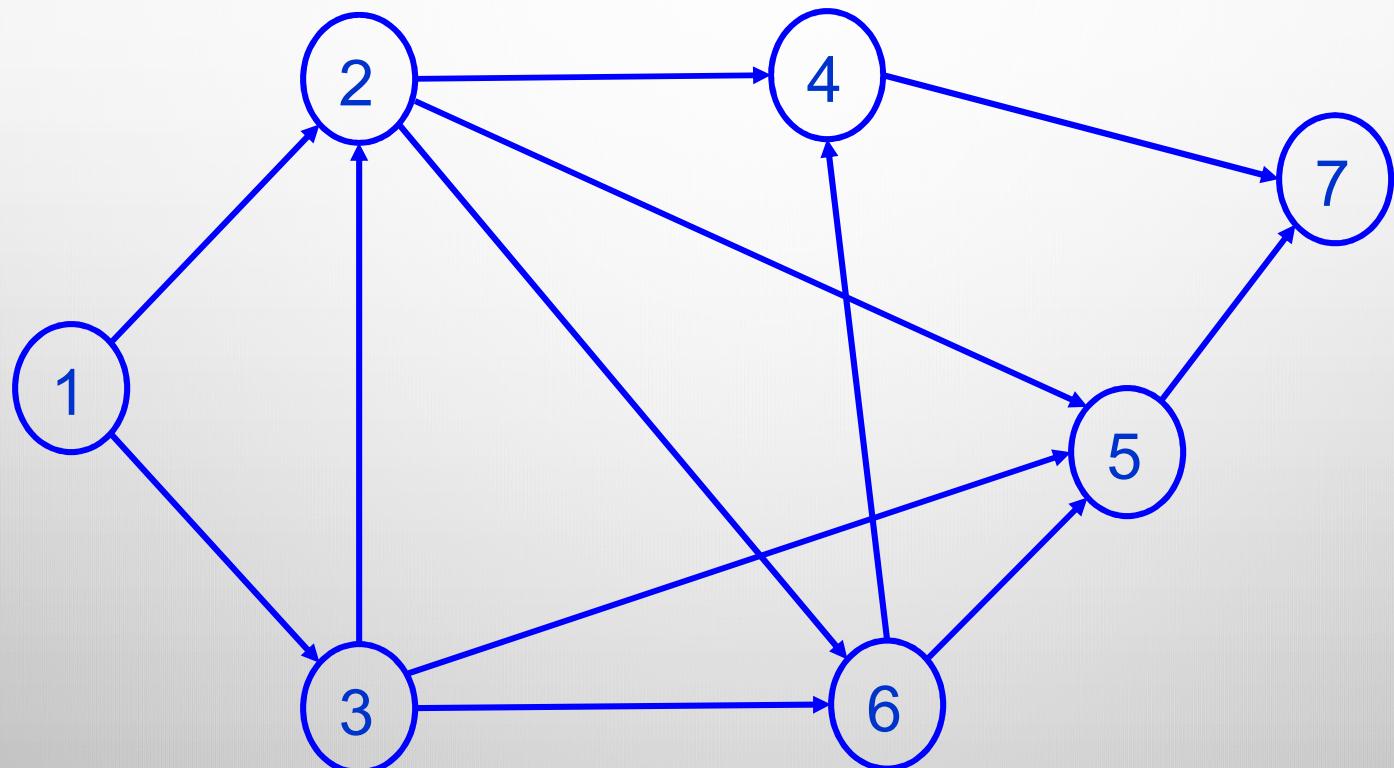
$k=k+1$

Nếu $S_k = \emptyset$ thì giải thuật kết thúc

Ngược lại, quay về bước lặp

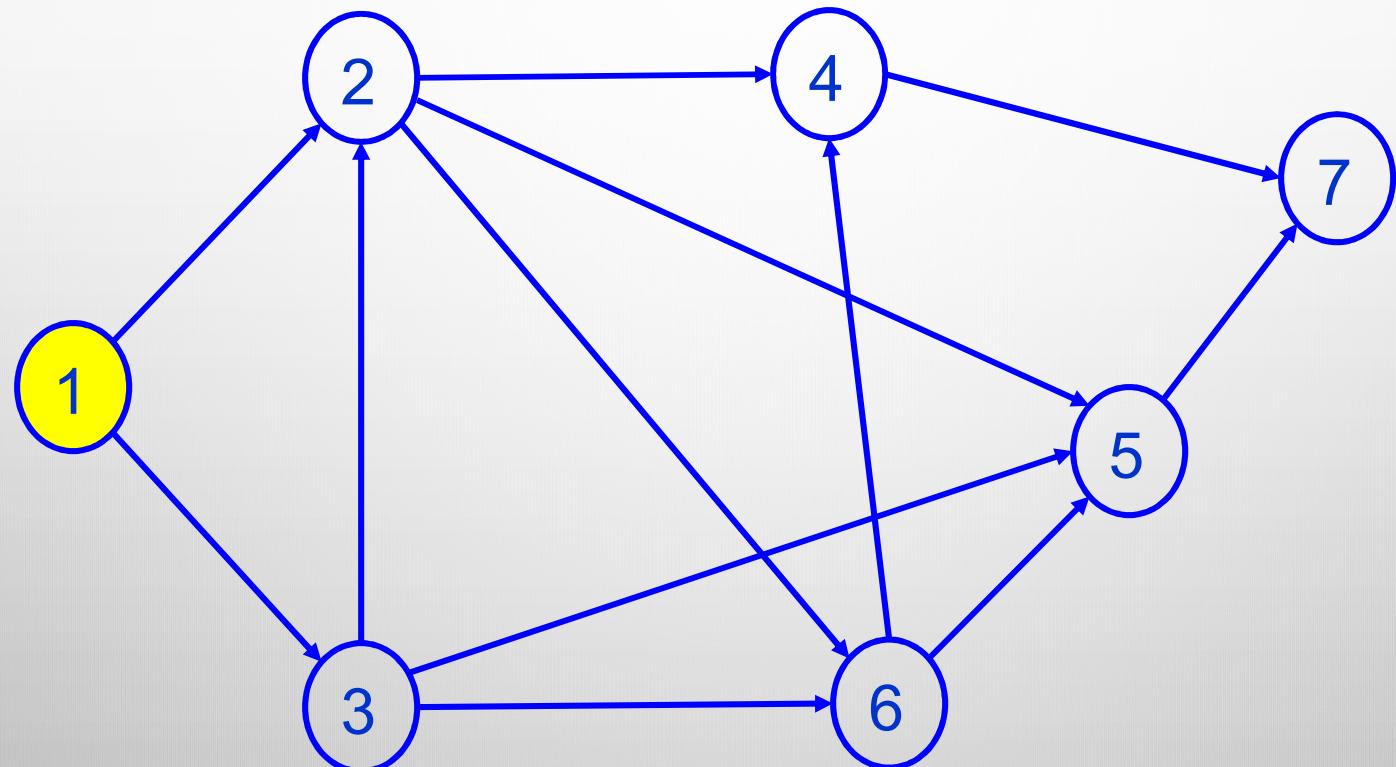
GIẢI THUẬT XẾP HẠNG

Xếp hạng của tất cả các đỉnh trên đồ thị sau



GIẢI THUẬT XẾP HẠNG

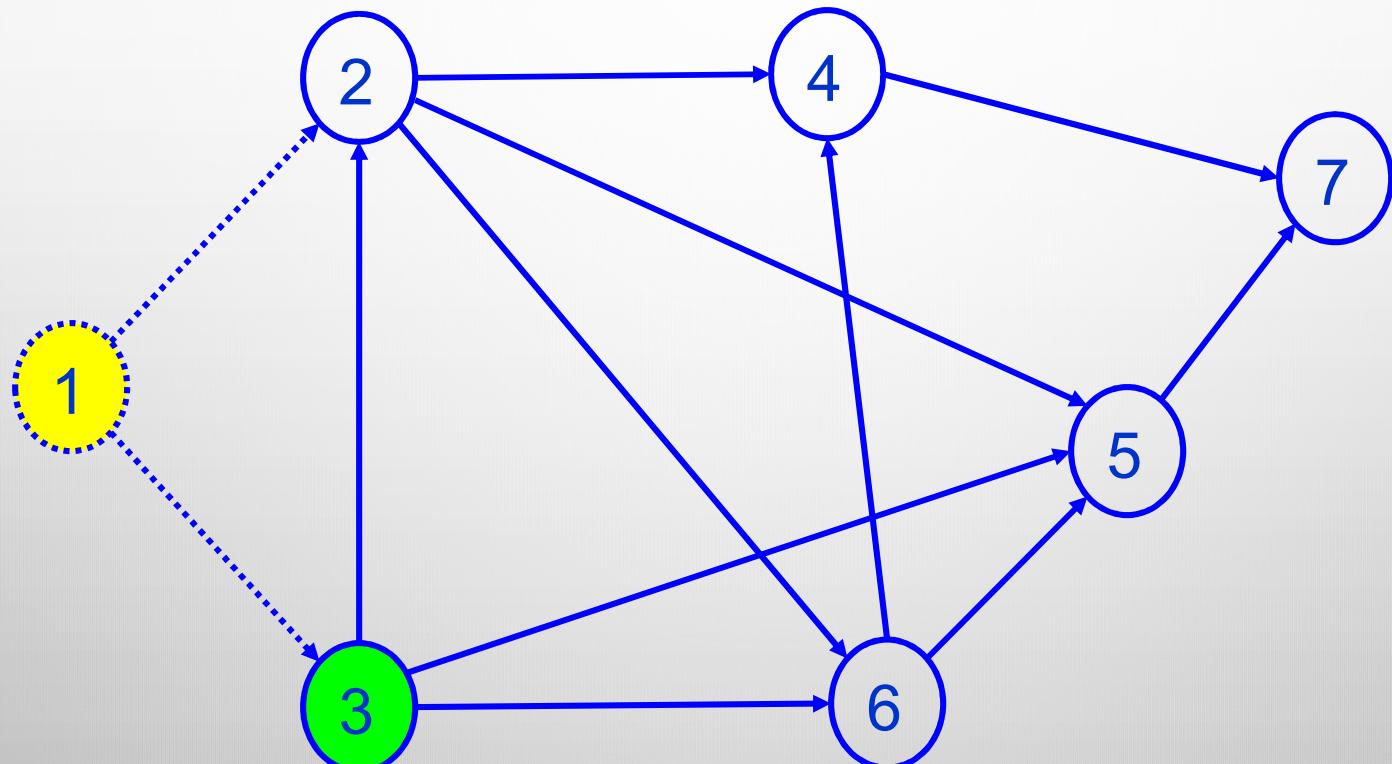
Xếp hạng của tất cả các đỉnh trên đồ thị sau



r	v
0	1

GIẢI THUẬT XẾP HẠNG

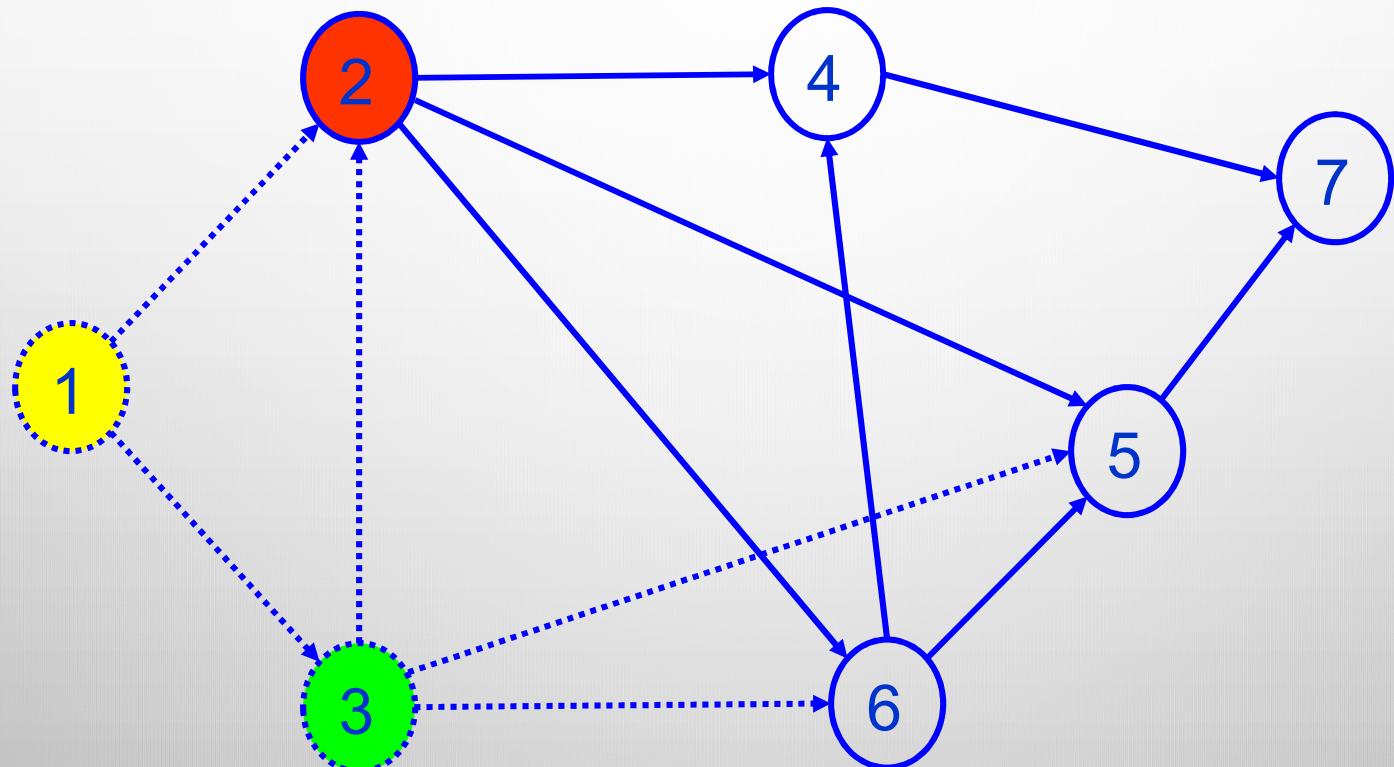
Xếp hạng của tất cả các đỉnh trên đồ thị sau



r	v
0	1
1	3

GIẢI THUẬT XẾP HẠNG

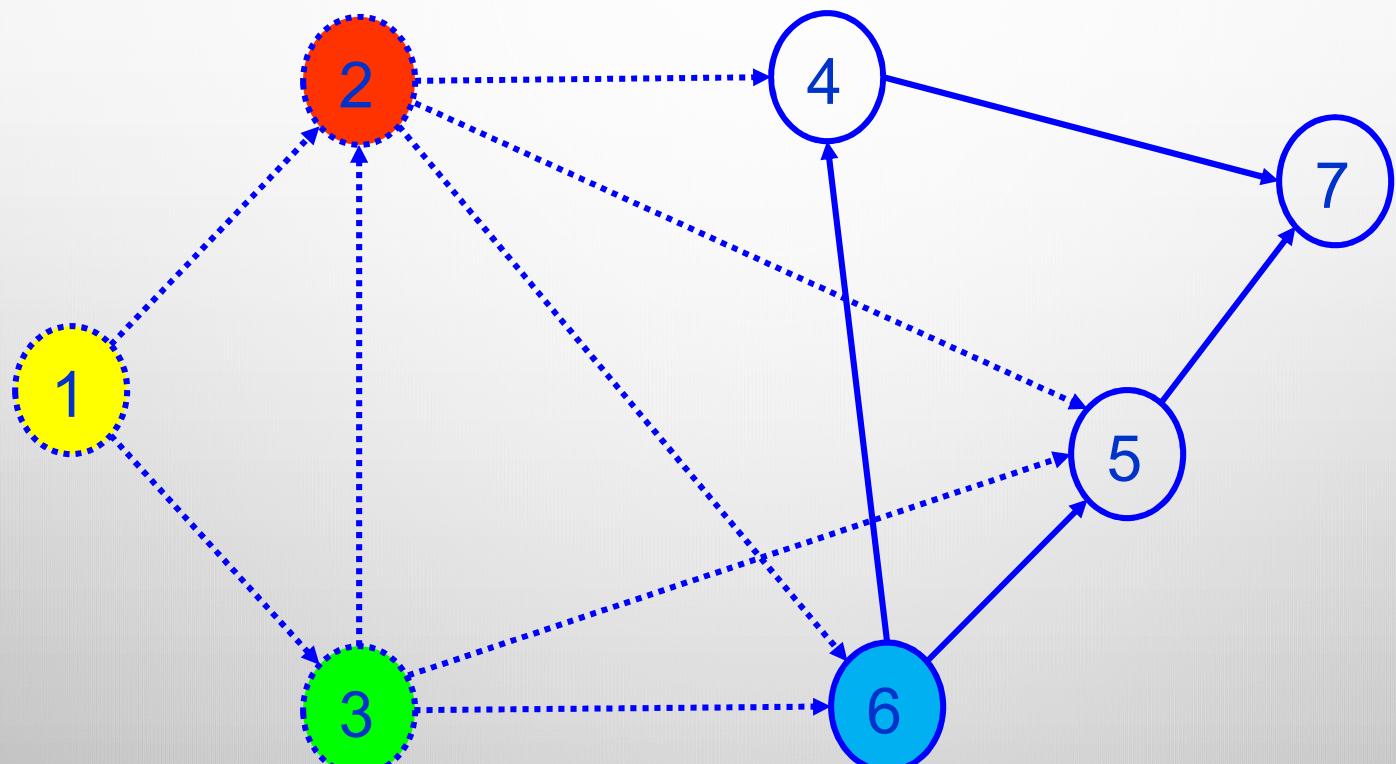
Xếp hạng của tất cả các đỉnh trên đồ thị sau



r	v
0	1
1	3
2	2

GIẢI THUẬT XẾP HẠNG

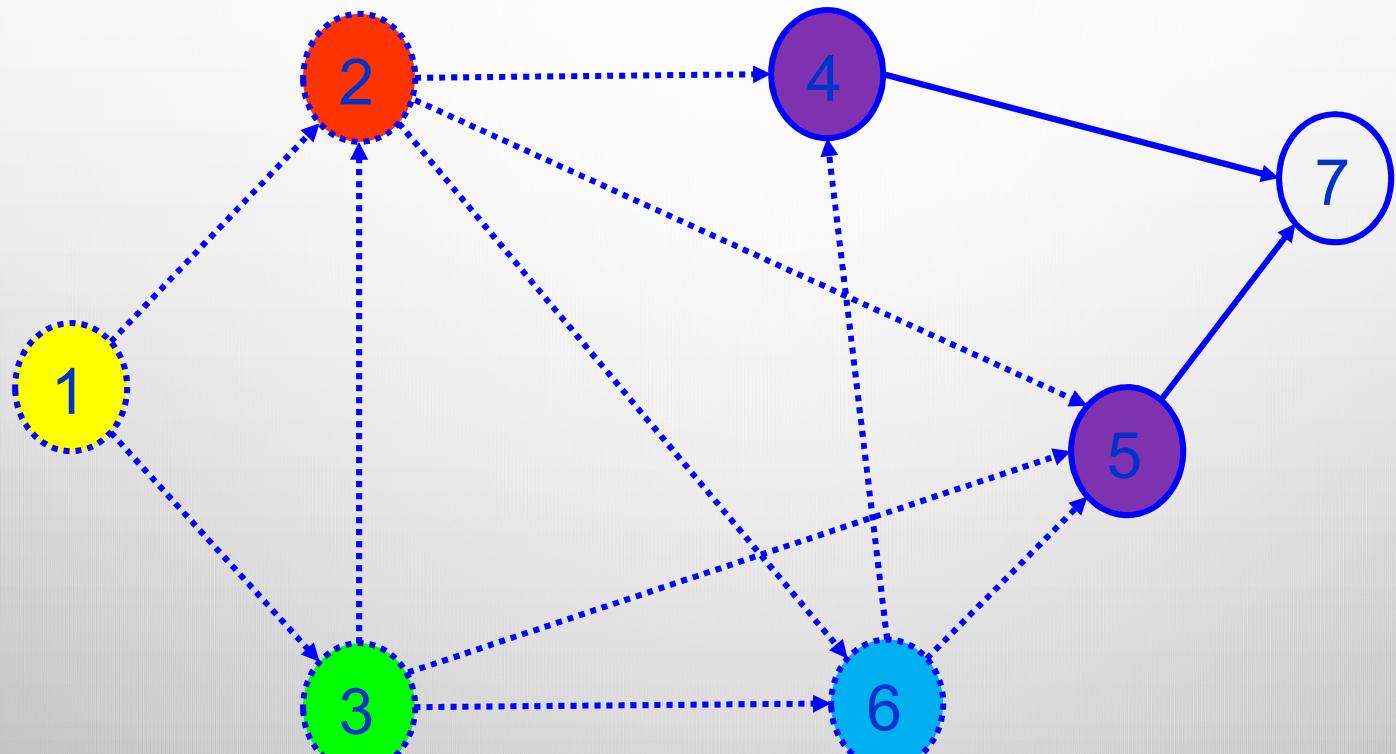
Xếp hạng của tất cả các đỉnh trên đồ thị sau



r	v
0	1
1	3
2	2
3	6

GIẢI THUẬT XẾP HẠNG

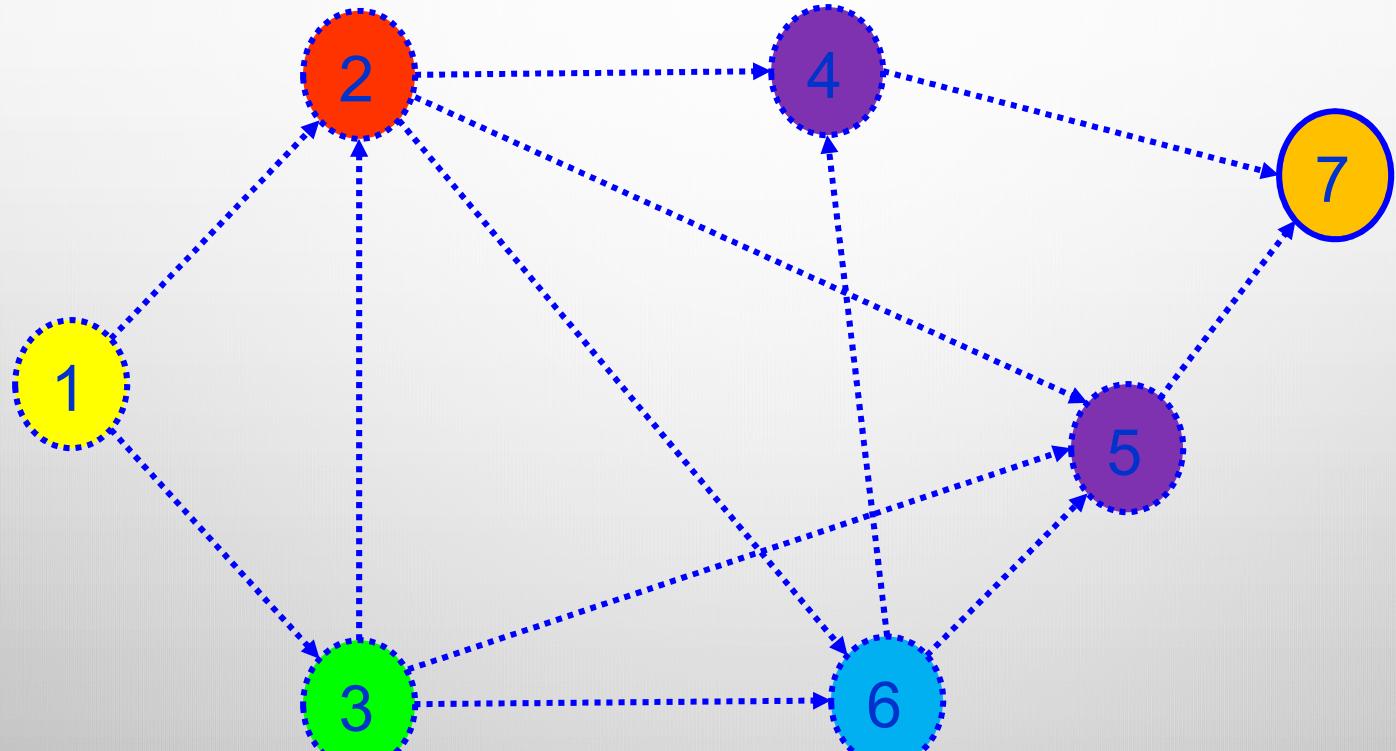
Xếp hạng của tất cả các đỉnh trên đồ thị sau



r	v
0	1
1	3
2	2
3	6
4	4, 5

GIẢI THUẬT XẾP HẠNG

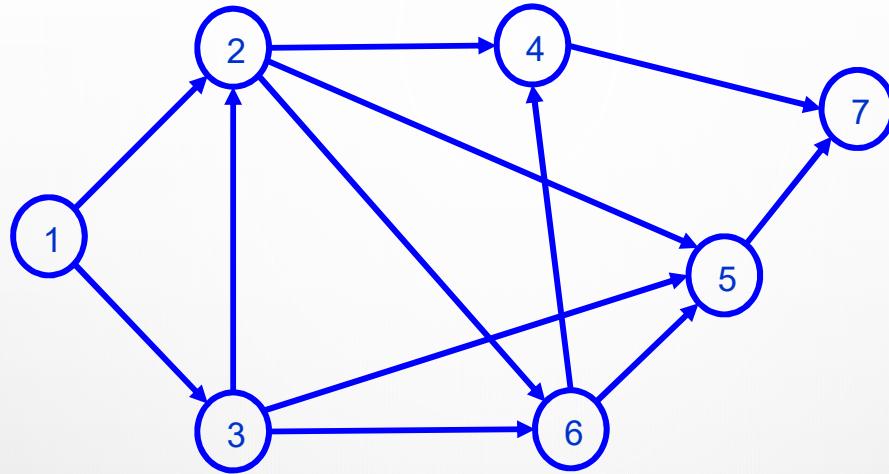
Xếp hạng của tất cả các đỉnh trên đồ thị sau



r	v
0	1
1	3
2	2
3	6
4	4, 5
5	7

GIẢI THUẬT XẾP HẠNG

Xếp hạng của tất cả các đỉnh trên đồ thị sau



BÀI TOÁN GANT

Bài toán tổ chức thi công: Một dự án bao gồm các công việc với những ràng buộc phải tuân thủ (VD: công việc này phải thực hiện trước công việc kia, thời gian thực hiện mỗi công việc...). Bài toán đặt ra là cần tổ chức thực hiện các công việc như thế nào để thỏa mãn ràng buộc và hoàn thành dự án đúng thời hạn

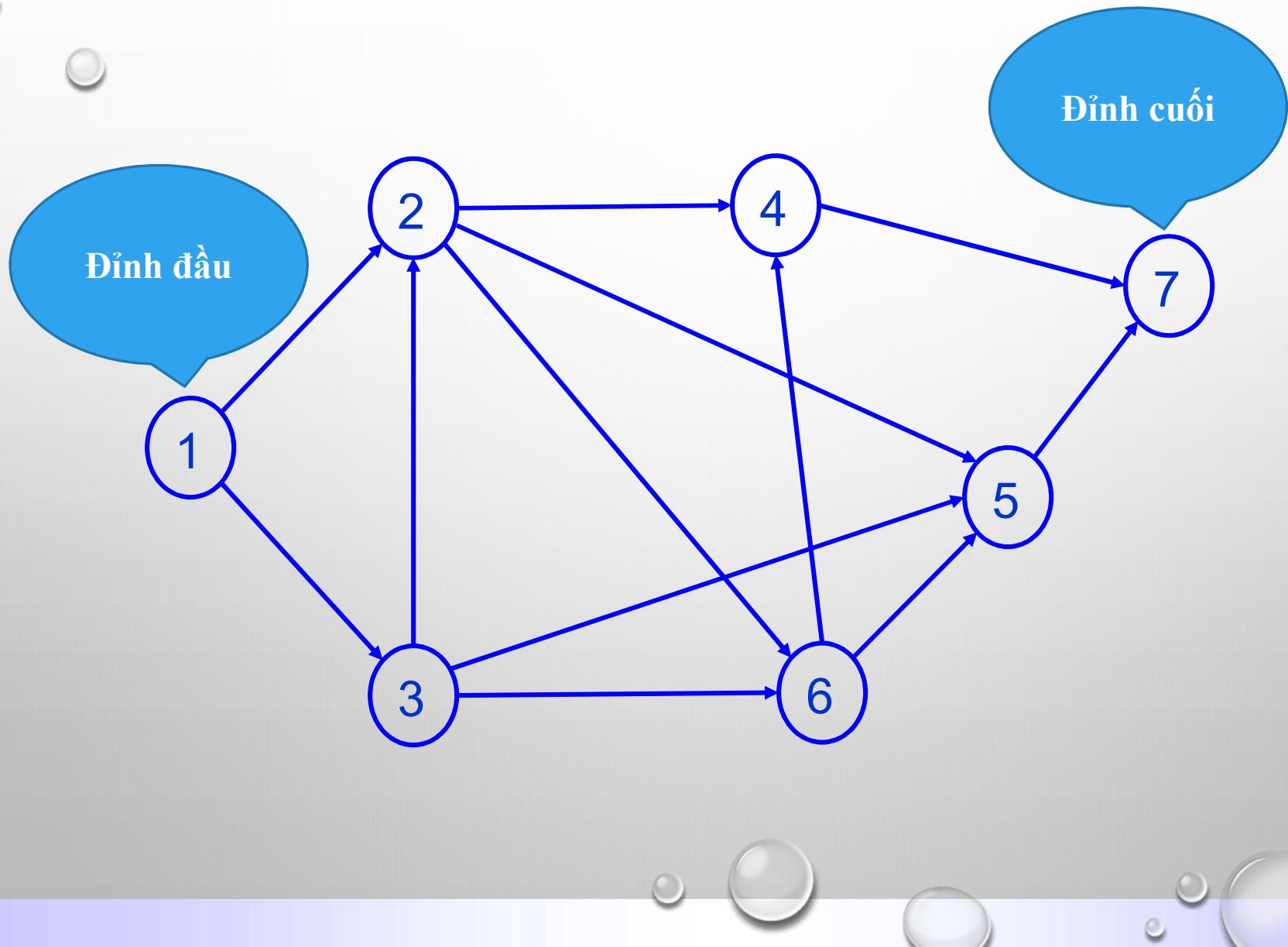
Biểu diễn dự án bằng đồ thị có hướng $G=(X,U)$:

- Tập đỉnh X là tập các **công việc**
- Tập cung U : với **cung $u=(i,j)$** cho biết **công việc i được thực hiện trước công việc j** . Trọng số cung u được ký hiệu là $d(i)$, là **thời gian hoàn thành công việc i**

Đồ thị có hướng G không chứa chu trình và tồn tại:

- **Đỉnh đầu:** Công việc mà trước nó không có công việc nào
- **Đỉnh cuối:** Công việc mà sau nó không có công việc nào

BÀI TOÁN GANT



BÀI TOÁN GANT

Tính thời gian hoàn thành dự án theo mô hình đồ thị GANT

- Vẽ đồ thị có hướng $G=(X,U)$ và **xếp hạng đồ thị**
- Tại mỗi đỉnh i của đồ thị xếp hạng, **gán nhãn** $(t(i), T(i))$ với
 - $t(i)$ là thời điểm sớm nhất để thực hiện công việc i được xác định:
 - $t(\alpha) = 0$
 - Xác định $t(i)$ bắt đầu từ công việc sau α theo hạng tăng dần
 - $t(i) = \max\{t(j) + d(j)\}, \forall (j, i) \in U$ hay j là công việc trước i
 - $T(i)$ là thời điểm trễ nhất để thực hiện công việc i được xác định:
 - $T(w) = t(w)$
 - Xác định $T(i)$ bắt đầu từ công việc trước w theo hạng giảm dần
 - $T(i) = \min\{T(j) - d(i)\}, \forall (i, j) \in U$ hay j là công việc sau i

BÀI TOÁN GANT

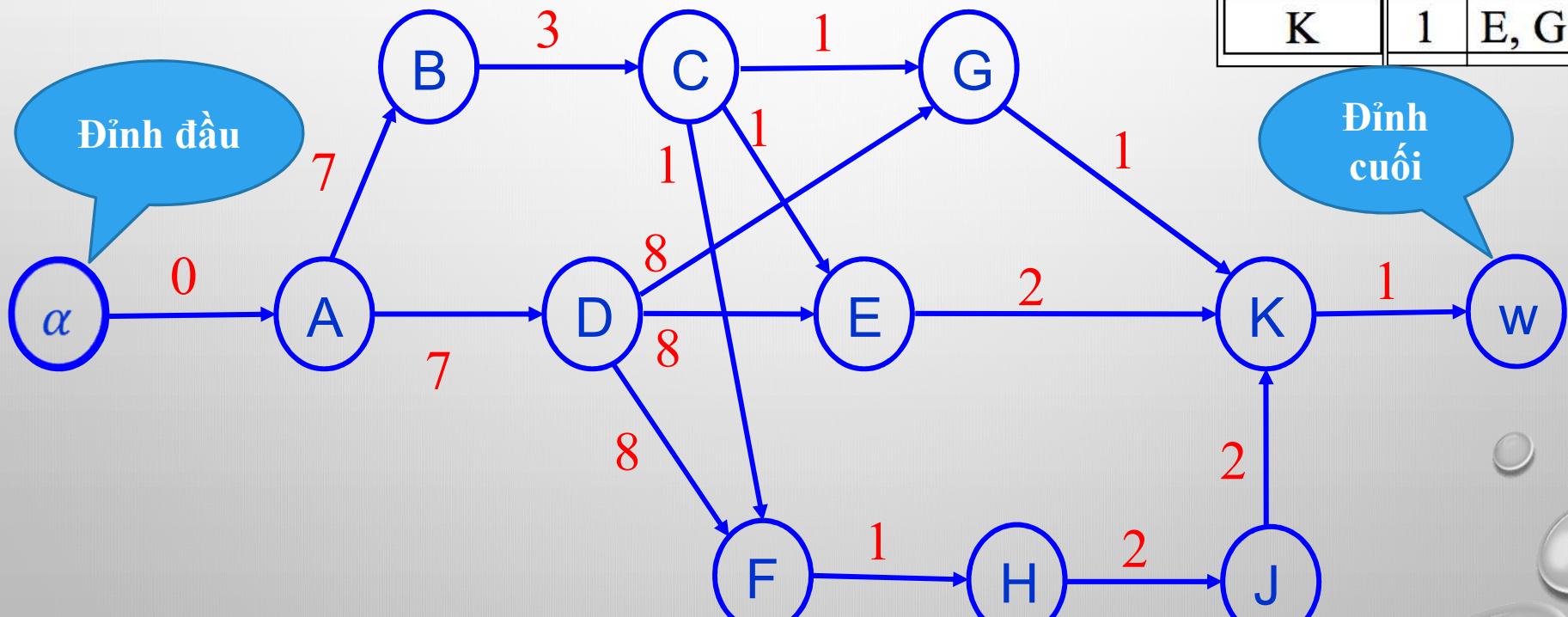
Tính thời gian hoàn thành dự án xây dựng sau đây

Công việc	Nội dung công việc	Thời gian thực hiện d(i) tính theo tuần	Công việc trước đó
A	Các công việc hồ (nề)	7	Ø
B	Dựng khung cho mái	3	A
C	Lợp mái	1	B
D	Lắp đặt hệ thống vệ sinh, chiếu sáng	8	A
E	Trang trí mặt tiền	2	C, D
F	Ráp cửa sổ	1	C, D
G	Trang hoàng vườn	1	C, D
H	Làm trần	2	F
J	Sơn phết	2	H
K	Chuyển nhà	1	E, G, J

BÀI TOÁN GANT

Giai đoạn 1: Vẽ đồ thị và xếp hạng

a) Vẽ đồ thi: Thêm vào đỉnh đầu α và đỉnh cuối w

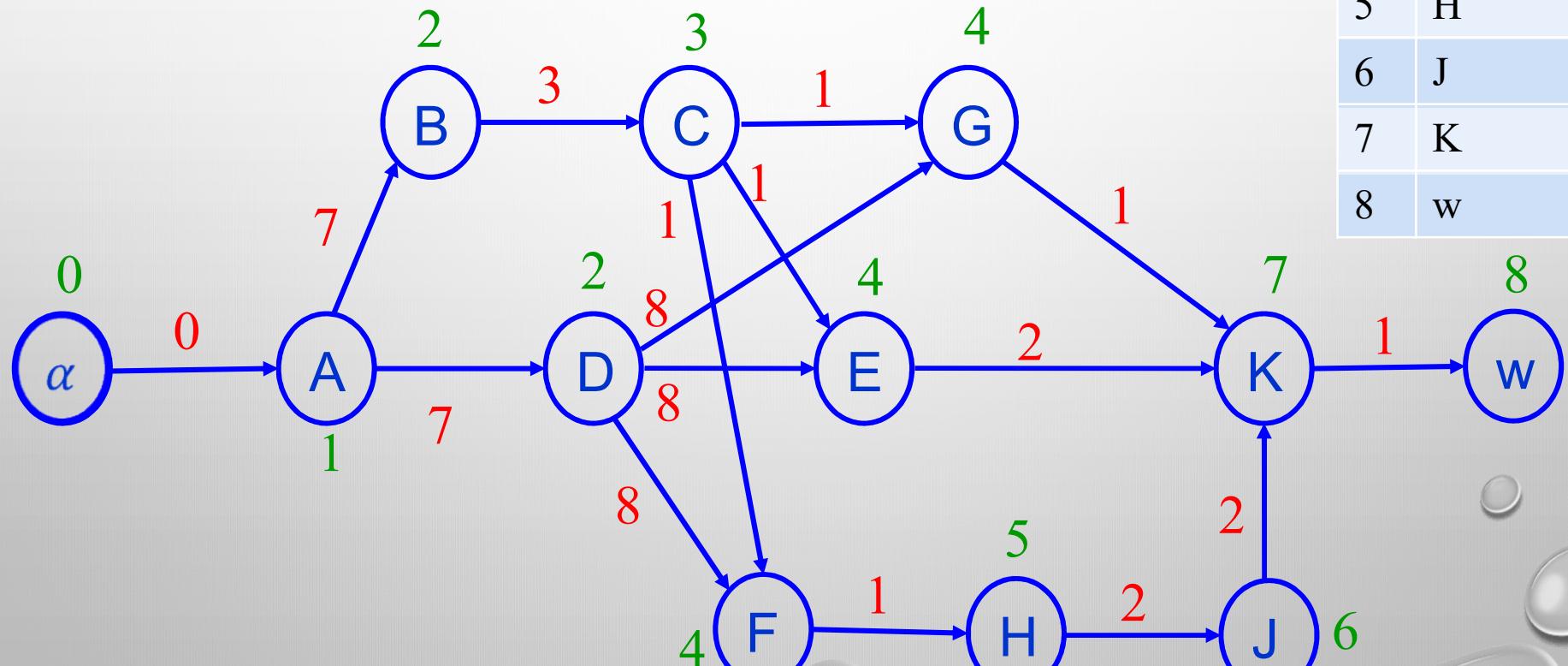


A	7	\emptyset
B	3	A
C	1	B
D	8	A
E	2	C, D
F	1	C, D
G	1	C, D
H	2	F
J	2	H
K	1	E, G, J

BÀI TOÁN GANT

Giai đoạn 1: Vẽ đồ thị và xếp hạng

b) Xếp hạng: Bài tập dành cho các em sinh viên!

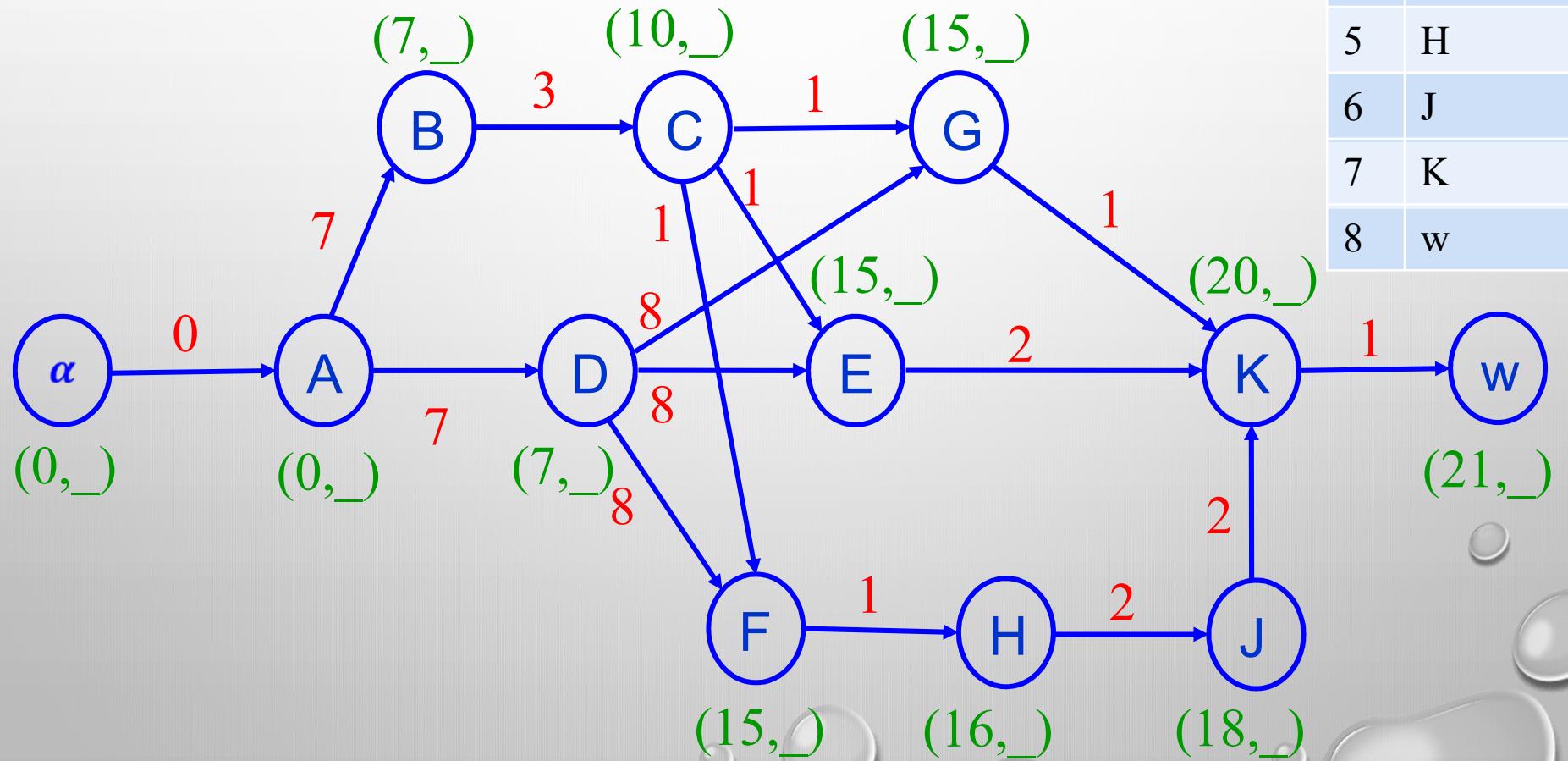


r	v
0	α
1	A
2	B, D
3	C
4	E, F, G
5	H
6	J
7	K
8	w

BÀI TOÁN GANT

Giai đoạn 2: Tính thời gian hoàn thành dự án

a) Thời gian sớm nhất $t(i)$: $\max(t(j)+d(j)), \forall (j, i) \in U$

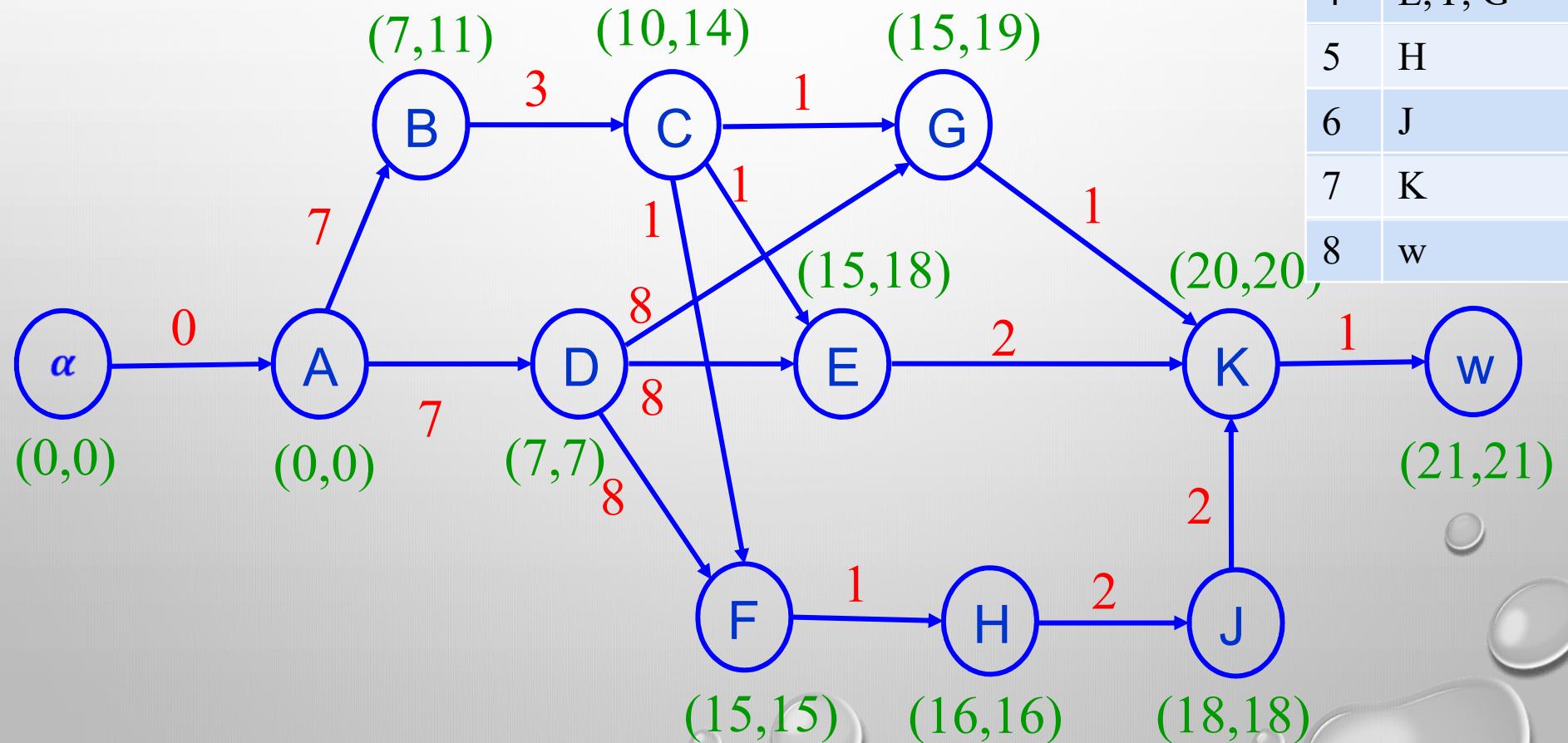


r	v
0	α
1	A
2	B, D
3	C
4	E, F, G
5	H
6	J
7	K
8	w

BÀI TOÁN GANT

Giai đoạn 2: Tính thời gian hoàn thành dự án

b) Thời gian trễ nhất $T(i)$: $\min(T(j)-d(i)), \forall (i, j) \in U$

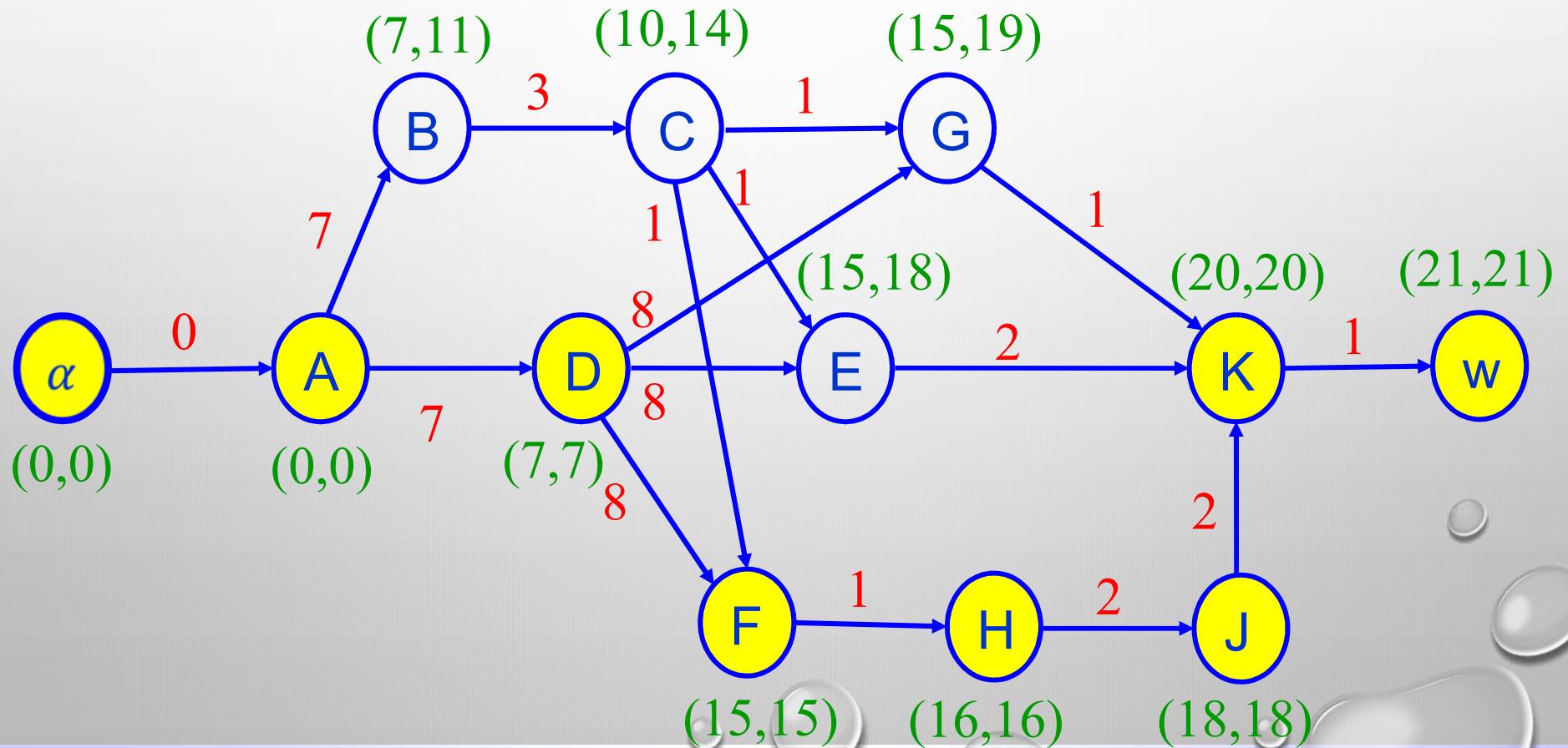


r	v
0	α
1	A
2	B, D
3	C
4	E, F, G
5	H
6	J
7	K
8	w

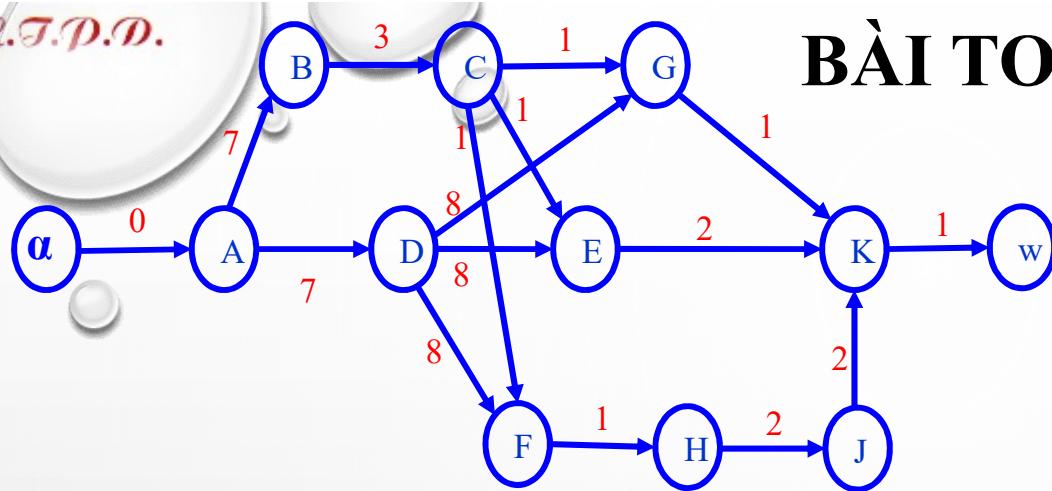
BÀI TOÁN GANT

Giai đoạn 2: Thời gian hoàn thành dự án là 21 tuần.

- Đường GANT: $\alpha \rightarrow A \rightarrow D \rightarrow F \rightarrow H \rightarrow J \rightarrow K \rightarrow w$
- Công việc then chốt: $\alpha, A, D, F, H, J, K, w$



L.T.P.D.



BÀI TOÁN GANT

A	7	\emptyset	0	α
B	3	A	1	A
C	1	B	2	B, D
D	8	A	3	C
E	2	C, D	4	E, F, G
F	1	C, D	5	H
G	1	C, D	6	J
H	2	F	7	K
J	2	H	8	w
K	1	E, G, J		

$t(i)$: $\max \{t(j) + d(j)\}$ với mọi (j,i) là cung của đồ thị:

$$t(\alpha) = 0;$$

$$t(A) = t(\alpha) + d(\alpha) = 0;$$

$$t(B) = t(A) + d(A) = 0 + 7 = 7;$$

$$t(D) = t(A) + d(A) = 0 + 7 = 7;$$

$$t(C) = t(B) + d(B) = 7 + 3 = 10;$$

$$t(E) = \max\{t(C) + d(C), t(D) + d(D)\} = \max\{11, 15\} = 15;$$

$$t(F) = \max\{t(C) + d(C), t(D) + d(D)\} = \max\{11, 15\} = 15;$$

$$t(G) = \max\{t(C) + d(C), t(D) + d(D)\} = \max\{11, 15\} = 15;$$

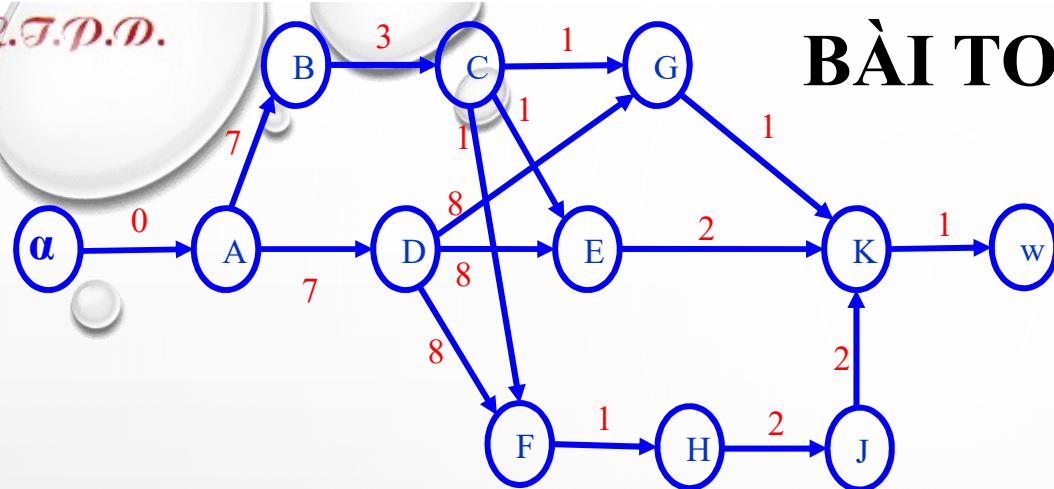
$$t(H) = t(F) + d(F) = 15 + 1 = 16;$$

$$t(J) = t(H) + d(H) = 16 + 2 = 18;$$

$$t(G) = \max\{t(E) + d(E), t(G) + d(G), t(J) + d(J)\} = \max\{17, 16, 20\} = 20;$$

$$t(w) = t(K) + d(K) = 20 + 1 = 21;$$

BÀI TOÁN GANT



A	7	\emptyset	0	α
B	3	A	1	A
C	1	B	2	B, D
D	8	A	3	C
E	2	C, D	4	E, F, G
F	1	C, D	5	H
G	1	C, D	6	J
H	2	F	7	K
J	2	H	8	w
K	1	E, G, J		

$T(i)$: $\min \{t(j)-d(i)\}$ với mọi (i,j) là cung của đồ thị:

$$T(w) = t(w) = 21;$$

$$T(K) = T(w) - d(K) = 21 - 1 = 20;$$

$$T(J) = T(K) - d(J) = 20 - 2 = 18;$$

$$T(H) = T(J) - d(H) = 18 - 2 = 16;$$

$$T(E) = T(K) - d(E) = 20 - 2 = 18;$$

$$T(G) = T(K) - d(G) = 20 - 1 = 19;$$

$$T(F) = T(H) - d(F) = 16 - 1 = 15;$$

$$T(C) = \min\{T(G) - d(C), T(E) - d(C), T(F) - d(C)\} = \min\{18, 17, 14\} = 14;$$

$$T(B) = T(C) - d(B) = 14 - 3 = 11;$$

$$T(D) = \min\{T(G) - d(D), T(E) - d(D), T(F) - d(D)\} = \min\{11, 10, 7\} = 7;$$

$$T(A) = \min\{T(B) - d(A), T(D) - d(A)\} = \min\{4, 0\} = 0;$$

$$T(\alpha) = T(A) - d(\alpha) = 0 - 0 = 0;$$

CHƯƠNG 6:

LUỒNG CỰC ĐẠI TRONG MẠNG

1. Mạng và luồng trong mạng
2. Lát cắt và sự tăng luồng
3. Tìm luồng cực đại trong mạng