

Homework 7 Simulation Taichi

华南理工大学 曾亚军

一 实验目的

- 理解和学习 mls-mpm88.cpp 中的代码。
- 构建不同的模拟场景。
- 探究参数空间：通过调整不同的参数设置体会不同参数对仿真结果的影响。
- 探究其他算法和模型：通过改变物理模型、改变模拟算法实现新的模拟结果。

二 算法理解

MPM（物质点法）是一种粒子与网格混合使用的模拟方法。其主要步骤如下：

- 初始化。
- 从粒子插值格点。
- 更新格点信息。
- 从格点插值粒子。
- 更新粒子信息。

在 mls-mpm88.cpp 中，核心部分是 advance(real dt) 函数，该函数实现了粒子信息的更新，其中包含从粒子插值格点 (Particle to Grid)，更新格点信息 (Update Grid)，并从格点插值粒子 (Grid to Particle)，再进一步更新粒子信息 (Update Particle) 这四个主要部分。核心部分在于如何从粒子插值格点信息 (P2G) 和如何从格点插值回粒子的信息 (G2P)

2.1 P2G(Particle to Grid)

在从粒子插值格点这一步，格点的质量通过如下方式插值：

$$m_i^n = \sum_p \omega_{ip}^n m_p^0,$$

其中 m_p^0 代表粒子 p 的质量， m_i^n 代表格点 i 的质量， ω_{ip}^n 为归一化权重。

格点的速度通过动量插值实现：

$$m_i^n v_i^n = \sum_p \omega_{ip}^n m_p^0 (v_p^n + C_p^{n+1} (x_i^n - x_i^p))$$

其中 $C_p = B_p D_p^{-1}$, $B_p = \sum_i \omega_{ip} v_i (x_i - x_p)^T$, $D_p = \sum_i \omega_{ip} v_i (x_i - x_p)(x_i - x_p)^T$.

2.2 G2P(Grid to Particle)

逐粒子进行更新速度:

$$v_p^{n+1} = \sum_i \omega_{ip}^n v_i^{n+1}$$

三 实验结果

3.1 搭建不同物理场景

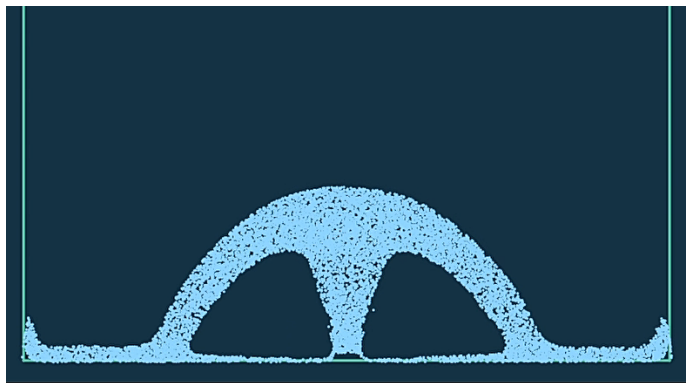


图 1: 单喷泉

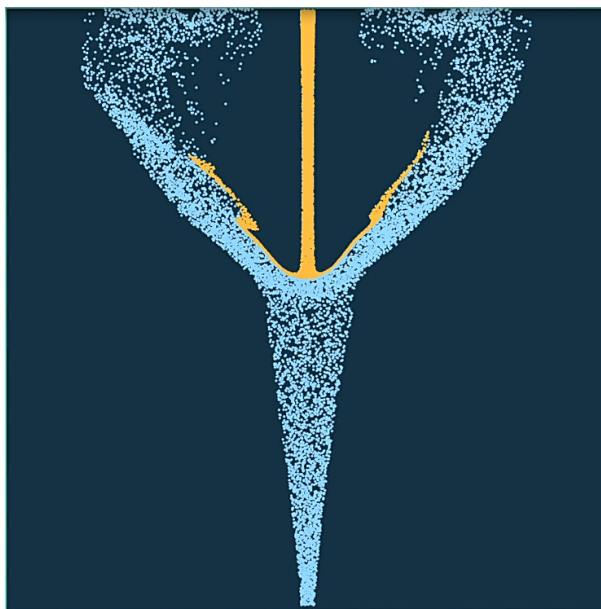


图 2: 双喷泉

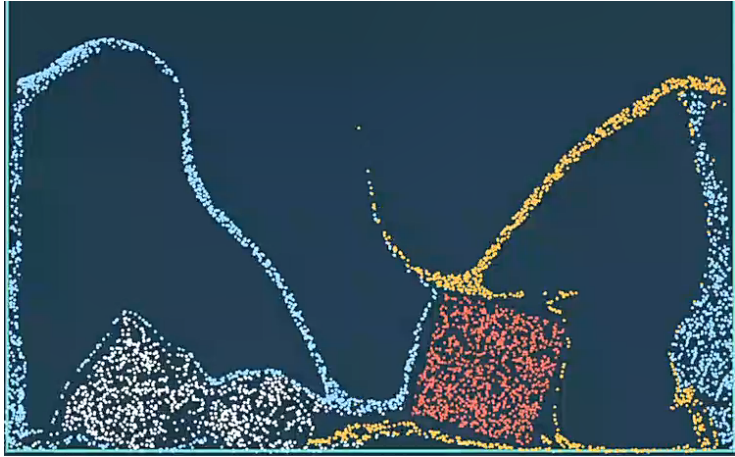


图 3: 双喷泉 + 雪方块 + 果冻方块 + 水方块

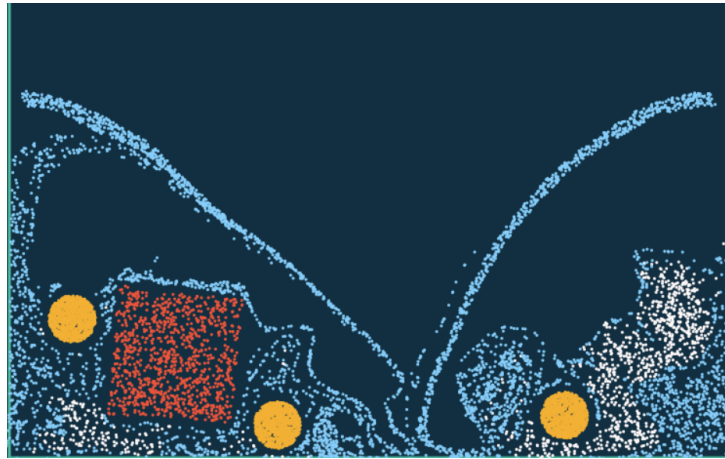
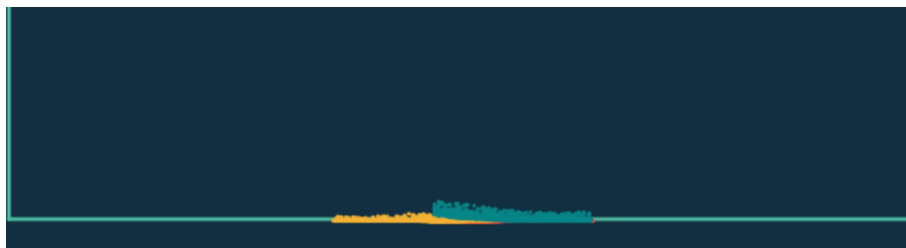


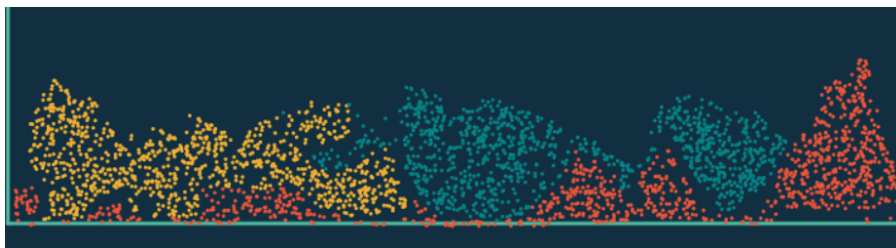
图 4: 双喷泉 + 雪方块 + 果冻方块 + 水方块 + 果冻球碰撞

3.2 参数测试

3.2.1 杨氏模量



(a) 三个雪方块，杨氏模量 $E = 1E2$



(b) 三个雪方块，杨氏模量 $E = 1E4$



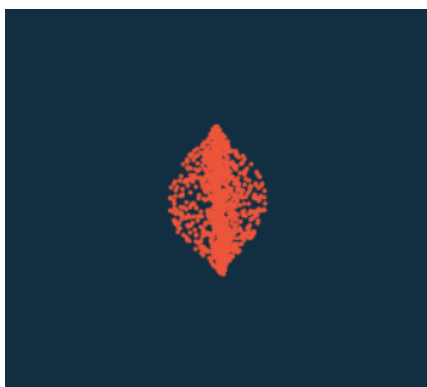
(c) 三个雪方块，杨氏模量 $E = 4E5$



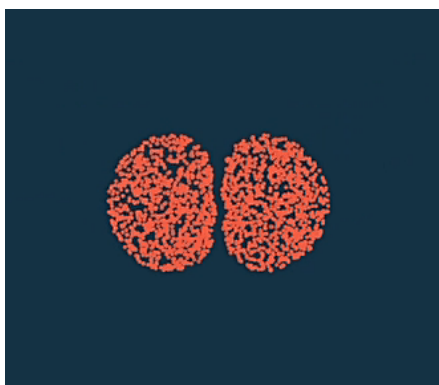
(d) 三个雪方块，杨氏模量 $E = 1E5$

图 5: 不同杨氏模量下雪方块相撞

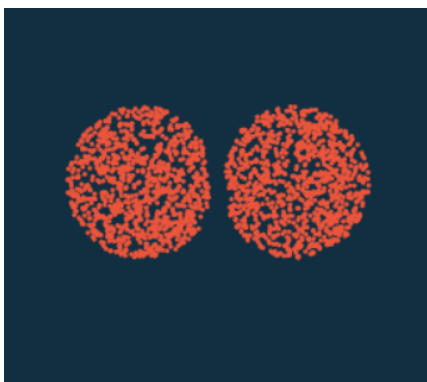
杨氏模量 E 反应了固体材料抵抗形变能力能力。当杨氏模量越小，像上方 $E = 1E2$ 时，可以看见三个雪方块最终被压缩得很厉害，形变程度很大。随着杨氏模量不断变大，三个方块受到外力后的形变程度也逐渐减少。当 $E = 1E5$ 时，三个雪方块从高空落下并相撞，只造成了局部的破裂。



(a) 两个果冻碰撞，杨氏模量 $E = 1E2$



(b) 两个果冻碰撞，杨氏模量 $E = 1E4$



(c) 两个果冻碰撞，杨氏模量 $E = 1E5$

图 6: 不同杨氏模量下果冻相撞

同样的，上图还测试了不同杨氏模量下果冻相撞的实验。当 $E = 1E2$ 时，果冻相撞后形变程度很大，随着杨氏模量不断变大，形变程度减少，当 $E = 1E5$ 时，形变程度已经非常小了。

四 其他思考

- 当测试杨氏模量的影响时，不能简单地放大杨氏模量，否则可能会造成物体直接爆开，或者程序闪退。后来发现，这个可能是因为步长的原因，杨氏模量变大后，当前步长下求解不稳定。

- mls-mpm88.cpp 中对边界做了特殊处理，我在尝试新的物理场景时，发现当设置的物体在边界 0.05 范围以内，会发生异常仿真结果。原因是因为在迭代过程中对边界格点受力做了特殊处理。

五 收获和感悟

在这次的作业里面，接触到了很多材料的参数。除了杨氏模量核心几个参数外，很多参数其实我还是一知半解。但代码很短，框架里面给出的几个例子给出的注释也很详细，这使得掌握这个代码非常轻松。而本次的作业也确实变成了玩，玩物理场景，玩物理模型。我认为这是一件非常不错的事情。

本次作业了解了 MPM（物质点法）和 MLS-MPM（移动最小二乘物质点法）的基本流程。但其实其他的很多方法都还没有了解，有待继续深入学习。