

Санкт-Петербургский Национально Исследовательский Университет
информационных технологий, механики и оптики
Кафедра систем управления и информатики

ОСНОВЫ автоматического управления

Отчет по лабораторной работе №2

Канонические формы представления динамических систем

Вариант №5

Работу

выполнили:

Зенкин А.М.

Карпов К.В.

Группа: Р3335

Преподаватель:

Чащина М.М.

Санкт-Петербург
2017

Содержание

1. Цель работы	2
2. Варианты параметров	2
3. Ход выполнения работы	2
3.1. Переход от модели вход-выход к модели вход-состояние-выход.	2
3.1.1. Математические вычисления:	2
3.1.2. Моделирование моделей вход-выход, вход-состояние-выход в канонической управляемой форме и вход-состояние-выход в канонической наблюдаемой форме при ступенчатом единичном входном воздействии и нулевых начальных условиях:	3
3.2. Переход от модели вход-состояние-выход к модели вход-выход.	4
3.2.1. Математические вычисления:	4
3.2.2. Моделирование исходной модели и полученных моделей вход-выход, вход-состояние-выход в канонической управляемой форме и вход-состояние-выход в канонической наблюдаемой форме, при ступенчатом единичном входном воздействии и нулевых начальных условиях:	4
3.2.3. Рассчёт матрицы преобразования исходной модели к каноническим формам:	5
3.3. Замена базиса в пространстве состояний:	6
3.3.1. Математические преобразования:	6
3.3.2. Моделирование исходной и преобразованной систем при ступенчатом единичном входном воздействии и нулевых начальных условиях.	6
4. Вывод	7

1. Цель работы

Ознакомление с методами взаимного перехода между моделями вход-выход и вход-состояние-выход, а также с каноническими формами представления моделей вход-состояние-выход.

2. Варианты параметров

$$n = 3, a_0 = 7, a_1 = 5, a_2 = 2, b_0 = 10, b_1 = 3, b_2 = 1.5$$

$$n = 2, A = \begin{bmatrix} 0.5 & -10 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, C^T = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$M = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ -2 & 0.5 \end{bmatrix}$$

3. Ход выполнения работы

3.1. Переход от модели вход-выход к модели вход-состояние-выход.

3.1.1. Математические вычисления:

3.1.1.1. Определение передаточной функции:

$$\begin{aligned} \ddot{y} + 2\dot{y} + 5y &= 1.5\ddot{u} + 3\dot{u} + 10u; \\ s^3y + 2s^2y + 5sy &= 1.5s^2u + 3su + 10u; \\ y &= \frac{1.5s^2 + 3s + 10}{s^3 + 2s^2 + 5s + 7}u; \\ W(s) &= \frac{1.5s^2 + 3s + 10}{s^3 + 2s^2 + 5s + 7}; \end{aligned} \tag{1}$$

3.1.1.2. Построение модели ВСВ в к.у.ф.:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -7 & -5 & -2 \end{bmatrix}; B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}; C = [10 \quad 3 \quad 1.5]; \tag{2}$$

3.1.1.3. Построение модели ВСВ в к.н.ф.:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -7 \\ 1 & 0 & -5 \\ 0 & 1 & -2 \end{bmatrix}; B = \begin{bmatrix} 10 \\ 3 \\ 1.5 \end{bmatrix}; C = [0 \quad 0 \quad 1]; \tag{3}$$

3.1.2. Моделирование моделей вход-выход, вход-состояние-выход в канонической управляемой форме и вход-состояние-выход в канонической наблюдаемой форме при ступенчатом единичном входном воздействии и нулевых начальных условиях:

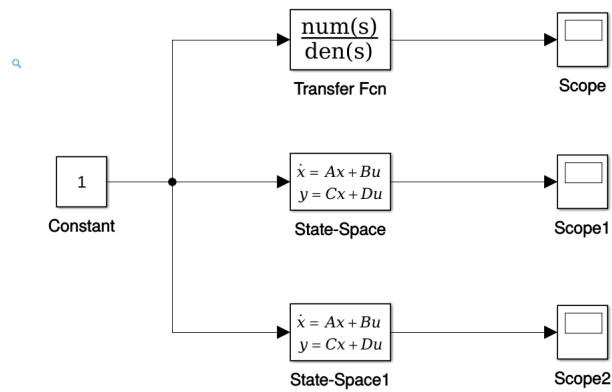


Рисунок 1. схема моделирования $u(t) = 1$

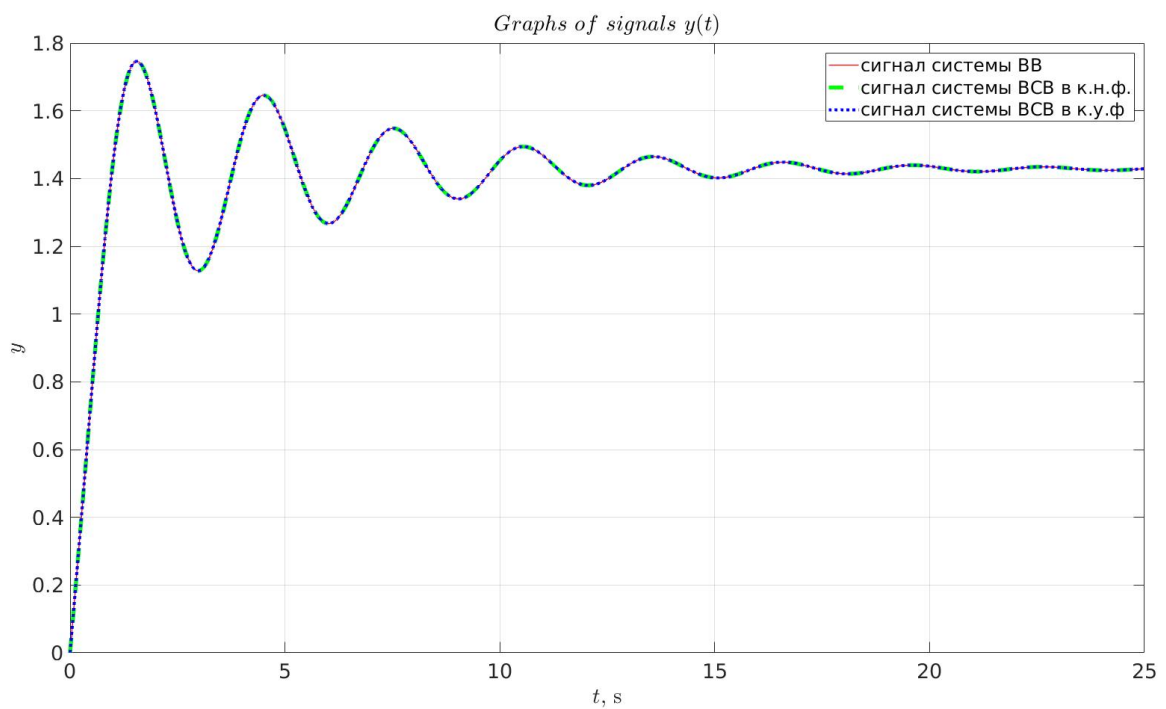


Рисунок 2. графики моделирования системы

3.2. Переход от модели вход-состояние-выход к модели вход-выход.

3.2.1. Математические вычисления:

3.2.1.1. Определение передаточной функции:

$$\begin{aligned}
 A &= \begin{bmatrix} 0.5 & -10 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, C^T = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \end{bmatrix}; \\
 W(s) &= C(SI - A)^{-1}B; \\
 W(s) &= [3 \quad 1] \left(\begin{bmatrix} s & 0 \\ 0 & s \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0.5 & -10 \\ 1 & -2 \end{bmatrix} \right)^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}; \\
 W(s) &= [3 \quad 1] \begin{bmatrix} \frac{s+2}{s^2+1.5s+9} & \frac{-10}{s^2+1.5s+9} \\ \frac{1}{s^2+1.5s+9} & \frac{s-0.5}{s^2+1.5s+9} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}; \\
 W(s) &= \frac{s - 30.5}{s^2 + 1.5s + 9};
 \end{aligned} \tag{4}$$

3.2.1.2. Модель вход-выход:

$$\ddot{y} + 1.5\dot{y} + 9y = \dot{u} - 30.5u; \tag{5}$$

3.2.1.3. Модель вход-состояние-выход в к.у.ф.:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -9 & -1.5 \end{bmatrix} B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} C = [-30.5 \quad 1] \tag{6}$$

3.2.1.4. Модель вход-состояние-выход в к.н.ф.:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -9 \\ 1 & -1.5 \end{bmatrix} B = \begin{bmatrix} -30.5 \\ 1 \end{bmatrix} C = [0 \quad 1] \tag{7}$$

3.2.2. Моделирование исходной модели и полученных моделей вход-выход, вход-состояние-выход в канонической управляемой форме и вход-состояние-выход в канонической наблюдаемой форме, при ступенчатом единичном входном воздействии и нулевых начальных условиях:

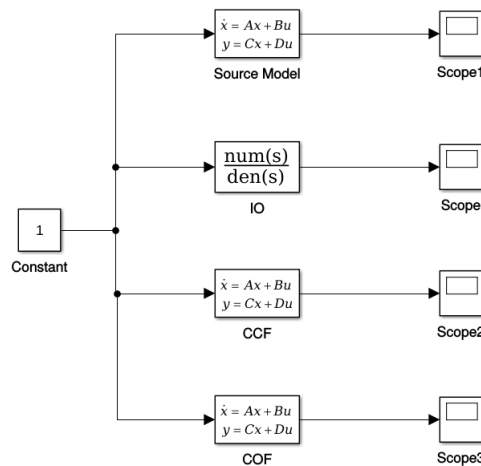


Рисунок 3. схема моделирования $u(t) = 1$

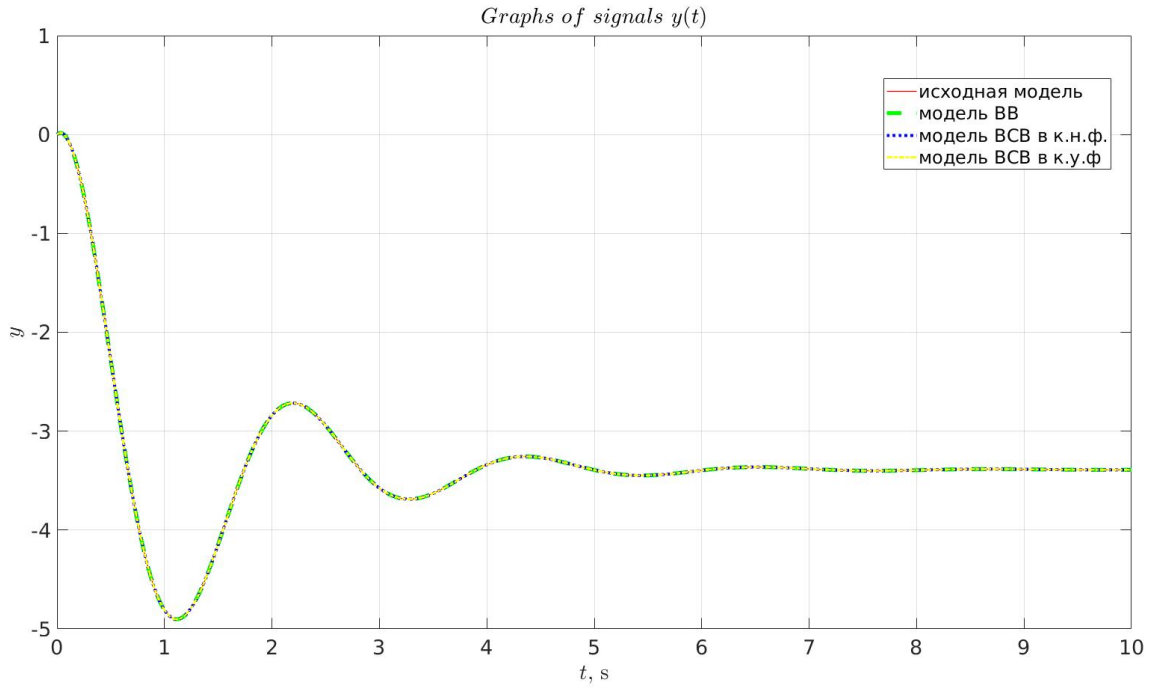


Рисунок 4. графики моделирования системы

3.2.3. Рассчёт матрицы преобразования исходной модели к каноническим формам:

3.2.3.1. Для модели ВСВ в к.у.ф.:

$$\begin{aligned}
 M &= N_y \hat{N}_y^{-1}, N_y = [B:AB], \hat{N}_y = [\hat{B}:\hat{A}\hat{B}]; \\
 N_y &= \begin{bmatrix} 0 & -10 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}, \hat{N}_y = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -1.5 \end{bmatrix}, \hat{N}_y^{-1} = \begin{bmatrix} 1.5 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}; \\
 M &= \begin{bmatrix} -10 & 0 \\ -0.5 & 1 \end{bmatrix};
 \end{aligned} \tag{8}$$

3.2.3.2. Для модели ВСВ в к.н.ф.:

$$\begin{aligned}
 M &= N_y \hat{N}_y^{-1}, N_y = [B:AB], \hat{N}_y = [\hat{B}:\hat{A}\hat{B}]; \\
 N_y &= \begin{bmatrix} 0 & -10 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}, \hat{N}_y = \begin{bmatrix} -30.5 & -9 \\ 1 & -32 \end{bmatrix}, \hat{N}_y^{-1} = \begin{bmatrix} -\frac{32}{985} & \frac{9}{985} \\ -\frac{1}{985} & -\frac{61}{1970} \end{bmatrix}; \\
 M &= \begin{bmatrix} \frac{2}{197} & \frac{61}{197} \\ -\frac{6}{197} & \frac{14}{197} \end{bmatrix};
 \end{aligned} \tag{9}$$

3.3. Замена базиса в пространстве состояний:

3.3.1. Математические преобразования:

$$\begin{aligned}
 M &= \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ -2 & 0.5 \end{bmatrix}, M^{-1} = \begin{bmatrix} 0.25 & 0 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}; \\
 \hat{A} &= M^{-1}AM = \begin{bmatrix} 0.25 & 0 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.5 & -10 \\ 1 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ -2 & 0.5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5.5 & -1.25 \\ 38 & -7 \end{bmatrix}; \\
 \hat{B} &= M^{-1}B = \begin{bmatrix} 0.25 & 0 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix}; \\
 \hat{C} &= CM = \begin{bmatrix} 3 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ -2 & 0.5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 & 0.5 \end{bmatrix};
 \end{aligned} \tag{10}$$

3.3.2. Моделирование исходной и преобразованной систем при ступенчатом единичном входном воздействии и нулевых начальных условиях.

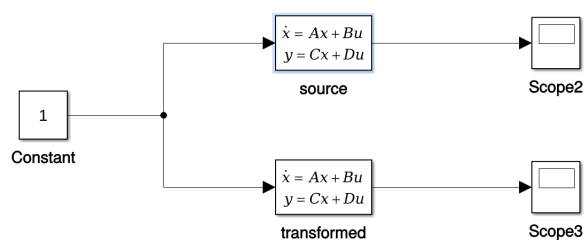


Рисунок 5. схема моделирования $u(t) = 1$

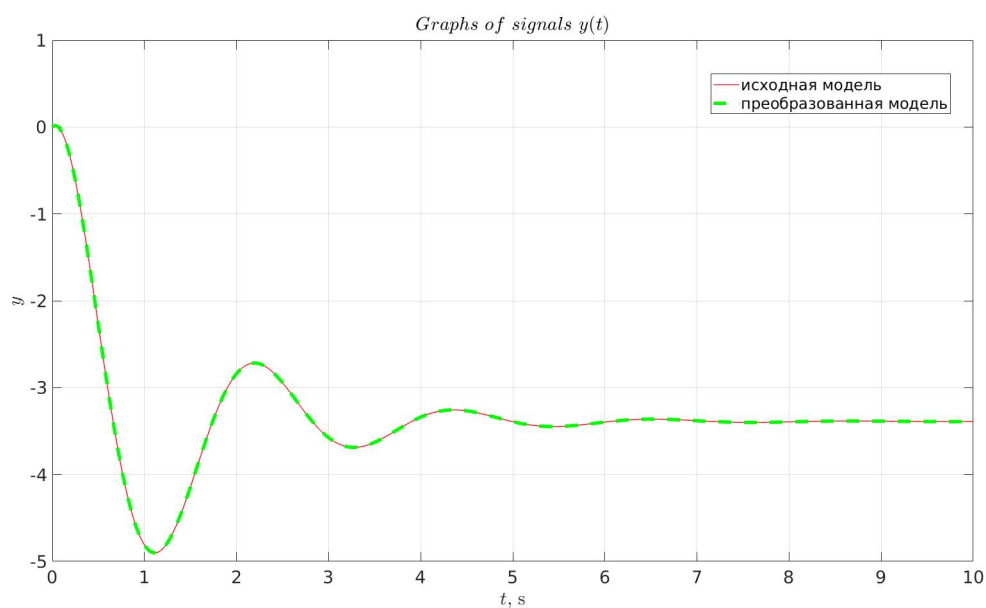


Рисунок 6. графики моделирования системы

4. Вывод

В данной лабораторной работе были приобретены навыки преобразования системы вход-выход в вход-состояние-выход и обратно. Также были получены навыки представления системы вход-состояние-выход в канонических формах. Одинаковые сигналы с графиков 2 и 4 говорят о том, что были правильно произведены математические преобразования над системами. Также было осуществлено преобразования вектора состояния, а одинаковые сигналы на графиках 6 говорят о том, что все математические действия верны.