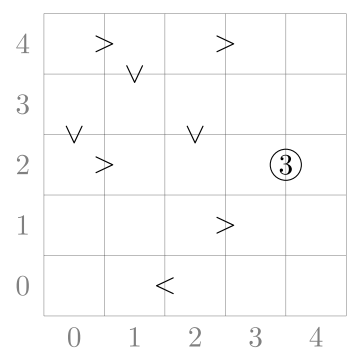
Prolog: Mainarizumu

NAAM: RICHTING:

In figuur 1 zie je een voorbeeld van een spelletje ‘mainarizumu’. Dit spelletje wordt gespeeld in een vierkant rooster.
De bedoeling van het spel is om het n bij n rooster zodanig in te vullen dat:

- Elk getal tussen 1 en n exact één keer voorkomt per rij en per kolom.
- De ongelijkheden aangegeven tussen verschillende vakjes gerespecteerd worden; e.g. als in het vakje links boven een 2 staat mag in het vakje daar onmiddellijk rechts van enkel een 1 staan.
- Bij vakjes die een omcirkeld getal x delen, moet de inhoud van die twee vakjes exact x schelen.

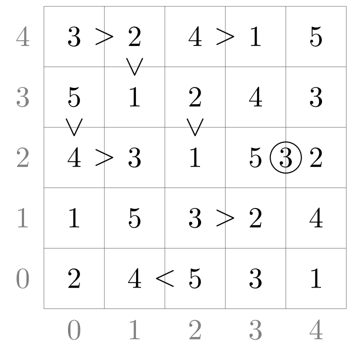
Uiteraard heeft een spelletje mainarizumu een unieke oplossing. Figuur 2 toont de oplossing voor het spelletje mainarizumu van Figuur 1.



Figuur 1: Een mogelijke startsituatie van het spelletje ‘mainarizumu’.

We stellen een spelletje ‘mainarizumu’ voor met behulp van de Prolog term `board(N, Constraints)`:

- `N` stelt de grootte van het vierkante rooster voor.
- `Constraints` stelt een lijst met de beperkingen in het rooster voor. Er zijn twee soorten beperkingen:



Figuur 2: De unieke oplossing van het spelletje 'mainarizumu' getoond in Figuur 1.

1. `gt((X1,Y1),(X2,Y2))` stelt voor dat er een > teken staat tussen het vakje op positie `(X1,Y1)` en het vakje op positie `(X2,Y2)`. Let op: het vakje linksonder wordt voorgesteld door positie `(0,0)`.
2. `differ((X1,Y1),(X2,Y2), V)` stelt voor dat voor dat het vakje `(X1,Y1)` en het vakje `(X2,Y2)` het omcirkelde getal `V` delen. Bijv. `differ((3,2),(4,2),3)` voor Fig. 1.

Opgelet: Alle voorbeeldqueries in dit document werken met het rooster uit Figuur 1, dat voorgesteld wordt door volgende term.

```
board(5,
    [gt((0,4),(1,4)),
    gt((1,4),(1,3)),
    gt((0,3),(0,2)),
    gt((0,2),(1,2)),
    gt((2,0),(1,0)),
    gt((2,3),(2,2)),
    gt((2,4),(3,4)),
    gt((2,1),(3,1)),
    differ((3,2),(4,2),3)])
```

1 Kettingen

Wanneer we van een reeks van **2 of meer** vakjes weten dat elk vakje in de reeks kleiner is dan het vorige omdat ze >-tekens delen, dan spreken we van een ketting. Bij kettingen van lengte n ligt de waarde van elk vakje volledig vast.

Mogelijke voorbeelden van kettingen uit Figuur 1 zijn `(1,4), (1,3)` en `(0,4), (1,4), (1,3)`. Zoals je kan zien is de eerste voorbeeldketting een **deel van** de tweede voorbeeldketting. Kettingen die zelf **geen** deel uitmaken van een grotere ketting noemen we **maximale** kettingen.

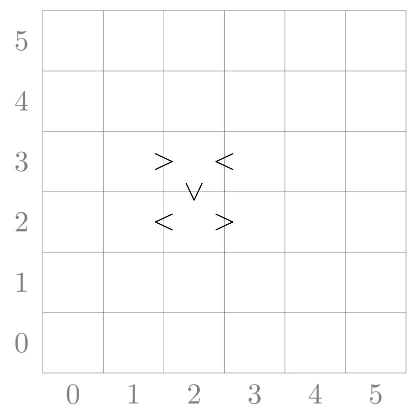
1.1 Maximale kettingen vinden

Schrijf een predicaat `maximalChains/1` dat alle maximale kettingen in een 'mainarizumu' puzzel gedefinieerd door de Prolog term `board(N, Constraints)` teruggeeft (houd **géén** rekening met `differ/3` beperkingen). Stel een ketting voor als een `chain(L)` term waarbij `L` een lijst van posities van vakjes is, waarbij de vakjes van groot naar klein gesorteerd staan. De maximale ketting `(0,4), (1,4), (1,3)` wordt bijvoorbeeld voorgesteld door `chain([(0,4), (1,4), (1,3)])`. De volgorde van de `chain/1` termen in de lijst speelt geen rol.

```
?- maximalChains(board(5,[gt((0,4),(1,4)), gt((1,4),(1,3)),
gt((0,3),(0,2)), gt((0,2),(1,2)), gt((2,0),(1,0)),
gt((2,3),(2,2)), gt((2,4),(3,4)), gt((2,1),(3,1)),
differ((3,2),(4,2),3)]), Ch).

Ch = [chain([(2, 4), (3, 4)]), chain([(2, 3), (2, 2)]),
chain([(2, 1), (3, 1)]), chain([(2, 0), (1, 0)]),
chain([(0, 4), (1, 4), (1, 3)]), chain([(0, 3), (0, 2),
(1, 2)])];
false.
```

Let op! Het is mogelijk dat maximale chains gedeeltelijk overlappen, volgende situatie is bijvoorbeeld mogelijk in een 6x6 rooster, zoals getoond in figuur 3. Hierbij zijn 4 maximale kettingen:



Figuur 3: Voorbeeld van maximale kettingen in een 6x6 rooster.

- `chain([(1,3),(2,3),(2,2),(1,2)])`
- `chain([(1,3),(2,3),(2,2),(3,2)])`
- `chain([(3,3),(2,3),(2,2),(1,2)])`
- `chain([(3,3),(2,3),(2,2),(3,2)])`

2 Mainarizumu

Schrijf een predicaat `mainarizumu(Board, Sol)` zodanig dat `Sol` een oplossing is van de mainarizumu puzzel gedefinieerd door de `Board` term.
Stel een oplossing voor als een lijst van `at/3` termen, waarbij `at(X,Y,V)` voorstelt dat op positie `(X,Y)` de waarde `V` moet staan. De volgorde van de `at/3` termen speelt geen rol.

```
?- mainarizumu(board(5,[gt((0,4),(1,4)), gt((1,4),(1,3)),
gt((0,3),(0,2)), gt((0,2),(1,2)), gt((2,0),(1,0)),
gt((2,3),(2,2)), gt((2,4),(3,4)), gt((2,1),(3,1)),
differ((3,2),(4,2),3)]), Sol).

Sol = [at(4, 4, 5), at(4, 3, 3), at(4, 2, 2), at(4, 1, 4),
```

```
at(4, 0, 1), at(3, 4, 1), at(3, 3, 4), at(3, 2, 5),
at(3, 1, 2), at(3, 0, 3), at(2, 4, 4), at(2, 3, 2),
at(2, 2, 1), at(2, 1, 3), at(2, 0, 5), at(1, 4, 2),
at(1, 3, 1), at(1, 2, 3), at(1, 1, 5), at(1, 0, 4),
at(0, 4, 3), at(0, 3, 5), at(0, 2, 4), at(0, 1, 1),
at(0, 0, 2)];
false.
```

3 Eilanden

Een aaneengesloten gebied van vakjes $v_1, \ldots, v_m$, noemen we een **eiland** wanneer het mogelijk is om tussen elk willekeurig paar van vakjes v_i en v_j een pad te vinden zodat:

- alleen vakjes van het eiland gebruikt worden, en
- voor elke overgang van een vakje v_a naar een vakje v_b geldt dat de waarde van v_a en v_b ten hoogste 1 verschillen.

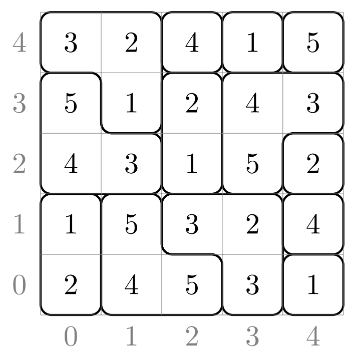
We stellen een eiland voor als een Prolog term `island(Pos)` waarbij `Pos` een **geordende** lijst is van posities. Bijv. `island([(0,0),(0,1)])`.

3.1 Eilanden vinden

Schrijf een predicaat `islands(SolvedPuzzle, (X,Y), Isle)` dat slaagt wanneer `Isle` het **grootste** eiland voorstelt dat de gegeven positie `(X,Y)` bevat op het opgeloste speelbord voorgesteld door `SolvedPuzzle`. Een opgelost speelbord wordt voorgesteld door een lijst van `at/3` feiten, zoals in sectie 2 wordt uitgelegd. Figuur 4 toont de eilanden op het speelbord van Figuur 2.

```
?- mainarizumu(Sol), island(Sol, (1,0), Isle).

Sol  = ... %see above,
Isle = island([(1,0),(1,1),(2,0)]);
false.
```



Figuur 4: De eilanden op het ‘mainarizumu’ veld getoond in Figuur 2.