МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИМЕНИ М. В. ЛОМОНОСОВА
ФИЛИАЛ МОСКОВСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕРСИТЕТА
ИМЕНИ М.В. ЛОМОНОСОВА В ГОРОДЕ СЕВАСТОПОЛЕ

Факультет «Компьютерной математики»
Направление подготовки «Прикладная математика и информатика»
01.03.02 (бакалавр)

ОТЧЁТ

по вычислительной задаче №2

«Построение цепно-рекуррентного множества для отображения Жюлиа»

Работу выполнил:
Студент группы ПМ-401
Воронец Владимир Олегович

Руководитель: профессор
кафедры прикладной
математики и информатики
Осипенко Георгий Сергеевич

Севастополь, 2023

ОГЛАВЛЕНИЕ

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Построить цепно-рекуррентное множество для отображения Жюлиа:

$$x \to x^2 - y^2 + a$$

$$y \to 2xy + b$$

где $a = 0, b = -0.6$

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Вершина символического образа называется возвратной, если существует периодический путь, проходящий через нее. Две возвратные вершины *i* и *j* называются эквивалентными, если существует периодический допустимый путь, проходящий через вершины *i* и *j*.

Возвратные вершины однозначно определяются ненулевыми диагональными элементами матрицы переходов Π^m, $m \leq n$, где *n* есть число ячеек покрытия. Согласно определению, множество возвратных вершин разбивается на несколько классов эквивалентности. Ясно, что каждый периодический путь ξ находится в некотором классе, который однозначно определяется по ξ.

Обозначим через *P(d)* объединение ячеек *M(i)* для которых вершины *i* являются возвратными:

$$P(d) = \{M(i): i \text{ — возвратные}\}$$

Заметим, что множество *P(d),* вообще говоря, зависит от покрытия *C*, но в дальнейшем зависимость *P* от наибольшего диаметра *d* будет для нас более важной.

Множество *P(d)* является замкнутой окрестностью цепно-рекуррентного множества.

Цепно-рекуррентное множество *Q* совпадает с пересечением множеств *P(d)* для всех положительных *d*:

$$Q = d > 0P(d)$$

[1]

РЕШЕНИЕ ПОСТАВЛЕННОЙ ЗАДАЧИ

Решение данной задачи заключается в применении алгоритма:

1. Строим исходное покрытие C компакта M. Находим символический образ G данного отображения. Проверяем вхождение полученных номеров ячеек в файл, состоящий из номеров ячеек, принадлежащий рассматриваемой области (если таковой имеется).

2. Выделяем на графе G возвратные вершины $\{i_k\}$ с помощью алгоритма Тарьяна.

3. С помощью метода построения прямоугольников, строим возвратные ячейки на координатной плоскости.

4. Уменьшаем шаг h в два раза.

5. Производим дробление имеющихся вершин графа в соответствии с изменением шага. Заносим новые номера ячеек в файл.

6. Увеличиваем номер итерации.

Выполняем алгоритм до тех пор, пока номер итерации не будет равен данному.

КОМПЬЮТЕРНАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ

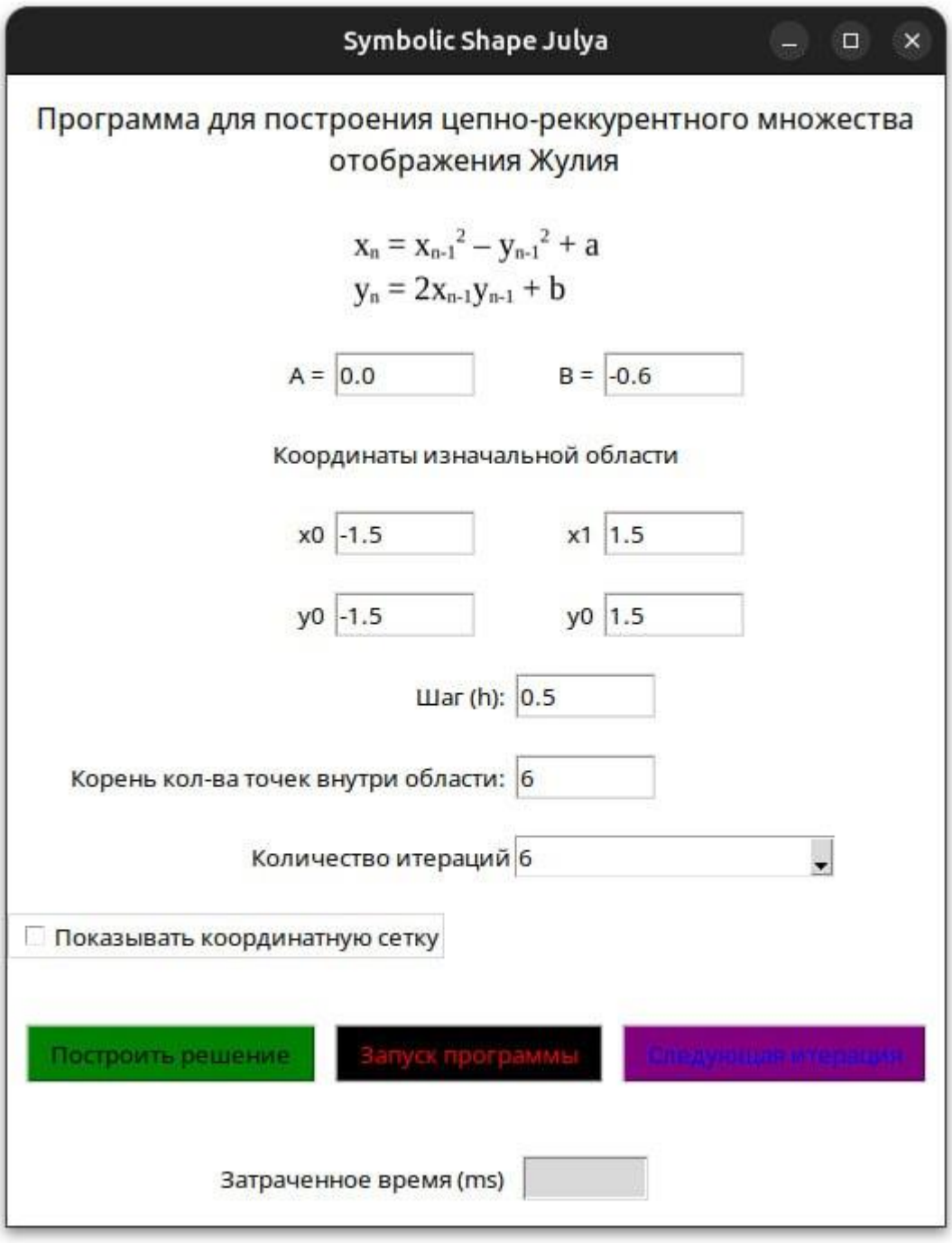

Рисунок 1: Пользовательский интерфейс программы

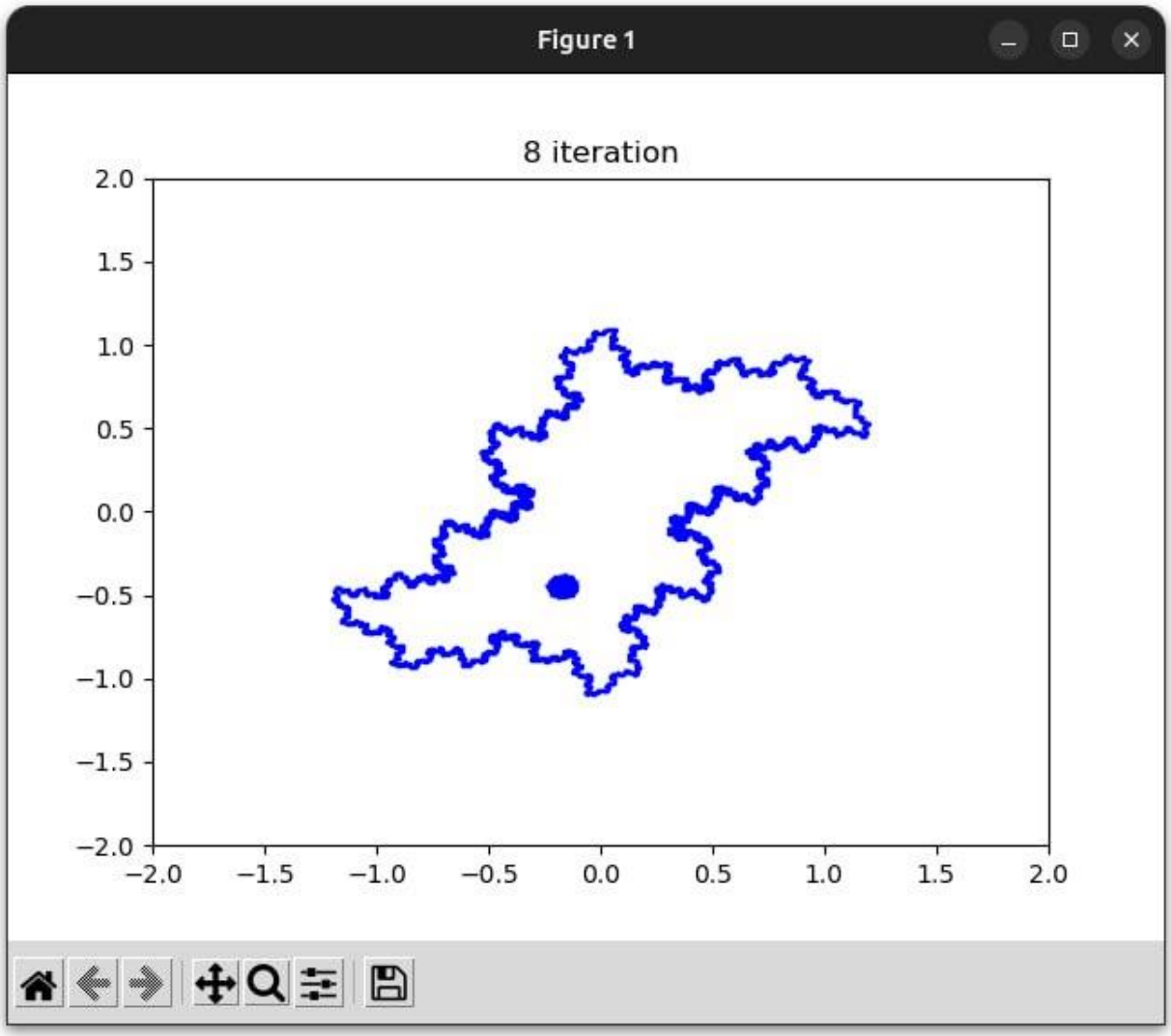

Рисунок 2: Пример отработки программы при восьми итерациях, области [-1.5; 1.5] x [-1.5; 1.5] *и шаге h=0.5.*

ХАРАКТЕРИСТИКА ПРОГРАММЫ

Время выполнения программы в приведенном примере: 33.65 секунд для подсчета ячеек и 8 секунд для графического отображения. Было обработано 4,160,656 ячеек.

Было использовано 1.2 гигабайта памяти компьютера при подсчете ячеек и около 80 мегабайт при графическом построении.

Нагрузка на процессор (AMD Ryzen 3 3200U) доходила до 90% при подсчете ячеек и около 50% при графическом отображении.

Программа была написана самостоятельно на двух языках программирования: Python3 [2] с использованием графической библиотеки Matplotlib [3] для графического отображения ячеек и библиотеки для создания оконных приложений Tkinter [4]; C++ использовался для выполнения операций алгоритма решения, что помогает нагрузить процессор на максимум и выполнять подсчет ячеек быстрее. Программа ориентирована на UNIX-подобные системы, имеются статические пути, которые необходимо изменить перед запуском программы. Также необходимо предварительно установить все вышеперечисленные библиотеки.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Осипенко Г.С., Ампилова Н.Б. Введение в символический анализ динамических систем: – СПб.: Издательство Санкт-Петербургского университета, 2004. 240 с.
2. https://www.python.org/doc/
3. https://matplotlib.org/
4. https://docs.python.org/3/library/tkinter.html#module-tkinter