

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №1.03  
"Изучение центрального соударения двух тел"

Группа: Z3144

Студент: Евгений Турчанин

## 1 Цели

1. Исследование упругого и неупругого центрального соударения тел на примере тележек, движущихся с малым трением.
2. Исследование зависимости ускорения тележки от приложенной силы и массы тележки.

## 2 Теоретическое введение

### Часть 1

Рассмотрим абсолютно упругое центральное соударение двух тел массами  $m_1$  и  $m_2$ . При таком соударении в замкнутой системе двух тел выполняются законы сохранения импульса и энергии. Пусть до соударения движется только первое тело, тогда уравнения законов имеют вид

$$\begin{cases} m_1 \vec{v}_{10} = m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 \\ \frac{m_1 v_{10}^2}{2} = \frac{m_1 v_1^2 + m_2 v_2^2}{2} \end{cases} \quad (1)$$

где  $\vec{v}_{10}$  – скорость первого тела до удара,  $\vec{v}_1$  и  $\vec{v}_2$  – соответственно, скорости первого и второго тел после удара. Считая скорость  $\vec{v}_{10}$  известной, найдем скорости обоих тел после удара. Пусть условия соударения таковы, что после удара оба тела продолжают двигаться параллельно той прямой, по которой двигалось первое тело до удара.

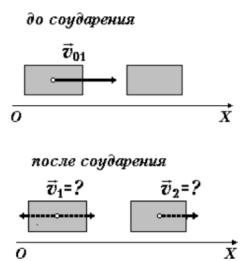


Рис. 1: Тела до соударения и после

Введем координатную ось  $OX$ , сонаправленную с вектором  $v_{10}$  (см. Рис. 1). Для проекций скоростей  $v_{1x}$ ,  $v_{2x}$  из уравнений (1) получим систему двух уравнений:

$$\begin{cases} m_1 v_{10} = m_1 v_{1x} + m_2 v_{2x} \\ \frac{m_1 v_{10}^2}{2} = \frac{m_1 v_{1x}^2 + m_2 v_{2x}^2}{2} \end{cases} \quad (2)$$

Умножим все слагаемые второго уравнения на два, и перенесем налево в обоих уравнениях слагаемые, характеризующие импульс и энергию первого тела:

$$\begin{cases} m_1(v_{10} - v_{1x}) = m_2 v_{2x} \\ m_1(v_{10}^2 - v_{1x}^2) = m_2 v_{2x}^2 \end{cases} \quad (3)$$

После удара скорость первого тела должна изменится. Поэтому содержимое скобок в левых частях уравнений (3) отлично от нуля, и для упрощения системы можно поделить левые и правые части нижнего уравнения на соответствующие части верхнего уравнения. Результат деления сделаем вторым уравнением системы:

$$\begin{cases} m_1(v_{10} - v_{1x}) = m_2 v_{2x} \\ v_{10} + v_{1x} = v_{2x} \end{cases} \quad (4)$$

Отсюда нетрудно найти окончательные выражения для скоростей

$$\begin{cases} v_{1x} = \frac{(m_1 - m_2)v_{10}}{m_1 + m_2} \\ v_{2x} = \frac{2m_1 v_{10}}{m_1 + m_2} \end{cases} \quad (5)$$

Из первого уравнения (5) следует, что в зависимости от соотношения масс первое тело после соударения может:

- а) продолжить движение вперед ( $m_1 > m_2, v_{1x} > 0$ );
- б) остановится ( $m_1 = m_2, v_{1x} = 0$ );
- в) поменять направление движение на противоположное ( $m_1 < m_2, v_{1x} < 0$ ).

При абсолютно неупругом соударении рассмотренных выше тел, оба тела после удара двигаются как одно целое с суммарной массой. В этом случае законы сохранения импульса и энергии принимают вид:

$$\begin{cases} m_1 \vec{v}_{10} = (m_1 + m_2) \vec{v} \\ \frac{m_1 v_{10}^2}{2} = \frac{(m_1 + m_2) v^2}{2} + W_{\text{пот}} \end{cases} \quad (6)$$

Здесь  $\vec{v}$  – скорость тел после соударения,  $W_{\text{пот}}$  – потери механической энергии при соударении.

В первом уравнении (6) равенство векторов означает равенство их модулей, и для модуля скорости тел после соударения из этого уравнения находим:

$$v = \frac{m_1 v_{10}}{m_1 + m_2} \quad (7)$$

Подставив во второе уравнение системы (6) вместо скорости  $v$  правую часть уравнения (7), получим следующее выражение для потерь механической энергии при соударении:

$$W_{\text{пот}} = \frac{m_1 m_2 v_{10}^2}{2(m_1 + m_2)} \quad (8)$$

Относительные потери механической энергии при неупругом соударении вычисляются по формуле:

$$\frac{W_{\text{пот}}}{m_1 v_{10}^2} = \frac{m_2}{m_1 + m_2} \quad (9)$$

В качестве соударяющихся тел в лабораторной работе выступают две тележки, скользящие с малым трением по горизонтальному рельсу.

## Часть 2

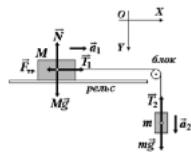


Рис. 2: Система из тележки и гирьки, соединенных нитью

Рассмотрим систему, состоящую из тележки  $M$  и гирьки  $m$ , соединенных невесомой нерастяжимой нитью (см. Рис. 2). Тележка с небольшим трением скользит по горизонтальному рельсу. Масса блока,

через который перекинута нить, пренебрежимо мала.

Уравнения второго закона Ньютона для тележки и гирьки, соответственно, имеют вид:

$$M\vec{a}_1 = M\vec{g} + \vec{N} + \vec{T}_1 + \vec{F}_{\text{тр}} m\vec{a}_2 = m\vec{g} + \vec{T}_2 \quad (10)$$

Здесь  $\vec{a}_1, \vec{a}_2$  – ускорения тележки и гирьки;  $\vec{N}$  – сила реакции опоры,  $\vec{T}_1, \vec{T}_2$  – силы натяжения нити,  $\vec{F}_{\text{тр}}$  – сила трения. Из-за нерастяжимости нити модули обоих ускорений равны друг другу, обозначим их одной буквой:  $a_1 = a_2 = a$ . Из-за невесомости нити и блока можно также принять, что силы натяжения с обеих сторон блока равны друг другу:  $T_1 = T_2 = T$ . Для проекций векторов на координатные оси из уравнения (10) получаем:

$$\begin{cases} OY : N = Mg \\ OX : Ma = T - F_{\text{тр}} \end{cases} \quad (11)$$

из уравнения (11):

$$OY : ma = mg - T \quad (12)$$

Из второго уравнения системы (12) следует, что сила натяжения нити и ускорение тележки связаны соотношением:

$$T = Ma + F_{\text{тр}} \quad (13)$$

Если сила трения не изменяется во время эксперимента, то из соотношения (14) зависимость  $T(a)$  является линейной. Угловой коэффициент этой зависимости равен массе  $M$  тележки, а значение силы натяжения при нулевом ускорении равно силе трения  $F_{\text{тр}}$ .

Формулы для вычисления различных величин:

$$p_{10x} = m_1 \cdot v_{10x}, \quad p_{1x} = m_1 \cdot v_{1x}, \quad p_{2x} = m_2 \cdot v_{2x} \quad (14)$$

$$\delta_p = \Delta p_x / p_{10x} = \frac{(p_{1x} + p_{2x})}{p_{10x}} - 1 \quad (15)$$

$$\delta_W = \Delta W_k / W_{k0} = \frac{m_1 v_{1x}^2 + m_2 v_{2x}^2}{m_1 v_{10x}^2} - 1 \quad (16)$$

Где  $\delta_p$  – относительное изменение импульса,  $\delta_W$  – относительное изменение энергии.

$$\delta p_{\text{cp}} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \delta p_i \quad (17)$$

$$\delta W_{\text{cp}} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \delta W_i \quad (18)$$

$$\Delta \bar{p} = t_{\alpha \text{дов}, N} \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (\delta p_i - \delta p_{\text{cp}})^2}{N(N-1)}}, \quad (19)$$

$$\Delta \bar{W} = t_{\alpha \text{дов}, N} \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (\delta W_i - \delta W_{\text{cp}})^2}{N(N-1)}}. \quad (20)$$

$$\delta_W^{(T)} = - \frac{W_{\text{поп}}}{\frac{m_1 v_{10}^2}{2}} = - \frac{m_2}{m_1 + m_2} \quad (21)$$

$$a = \frac{(v_2^2 - v_1^2)}{2(x_2 - x_1)}, T = m(g - a) \quad (22)$$

### 3 Схема работы

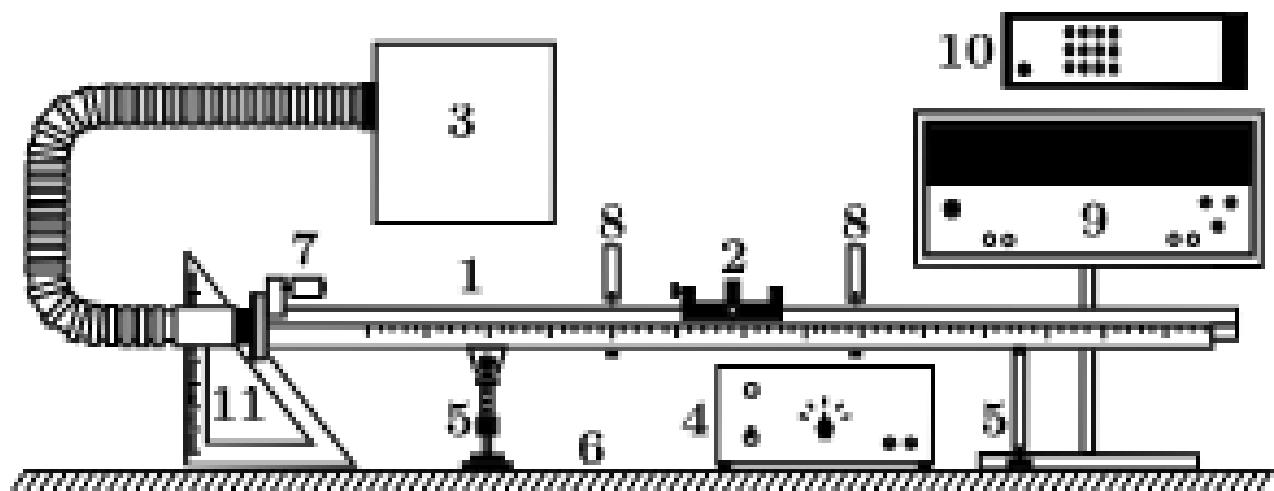


Рис. 3: Общий вид экспериментальной установки

Общий вид экспериментальной установки для первой части работы изображен на Рис. 3. В состав установки входят:

- 1. Рельс с сантиметровой шкалой на лицевой стороне
- 2. Столкивающиеся тележки
- 3. Воздушный насос
- 4. Источник питания насоса ВС 4-12
- 5. Опоры рельса
- 6. Опорная плоскость (поверхность стола)
- 7. Фиксирующий электромагнит
- 8. Оптические ворота
- 9. Цифровой измерительный прибор ПКЦ-3
- 10. Пульт дистанционного управления прибором ПКЦ-3

#### 4 Данные

1Р № 1.03					
	$M_{1,2}$	$M_{2,2}$	$V_{10x, \text{м}}$	$V_{1x, \text{м}}$	$V_{2x, \text{м}}$
1	49,16у	49,1у	0,52	0,06	0,46
2			0,49	0,06	0,44
3			0,52	0,06	0,47
4			0,51	0,02	0,46
5			0,51	0,02	0,46
6			0,51	0,02	0,46
0,01					

Т1.2.					
	$M_{1,2}$	$M_{2,2}$	$V_{10x}$	$V_{1x}$	$V_{2x}$
1	49,16у	100,30	0,53	-0,05	0,20у
2		0,53	-0,05	0,131	
3		0,51	-0,05	0,130	
4		0,53	-0,05	0,128	
5		0,52	-0,05	0,131	
6		0,52	-0,07	0,127	

Рис. 4: Данные

N 2.1.

N	V <sub>10</sub>	V <sub>12</sub>
1	0,49	0,19
2	0,49	0,19
3	0,50	0,21
4	0,49	0,21
5	0,50	0,20
6	0,49	0,19

$$m_1 = 52,60$$

$$m_2 = 52,08$$

Рабочий 2.2

N	V <sub>10</sub>	V <sub>12</sub>
1	0,49	0,19
2	0,50	0,11
3	0,50	0,12
4	0,50	0,16
5	0,50	0,11
6	0,49	0,09

$$m_1 = 52,60$$

$$m_2 = 18$$

$T^3$

$$m_0 = 48,032$$

$N$	$m_2$	$v_{1, \frac{m}{c}}$	$v_{2, \frac{m}{c}}$
1.1	1.1	0,26	0,55
	1.2	1,82	0,187
1.2	2.1	1,76	0,34
	2.2	2,76	0,34
2.3	3.1	3,52	0,40
	3.2	3,52	0,40
4	4.1	7,43	0,45
	4.2	7,43	0,44
5	5.1	5,08	0,49
	5.2	5,08	0,48
6	6.1	6,04	0,52
	6.2	6,04	0,52
7	7.1	6,98	0,55
	7.2	6,98	0,55
$V$			14
$V$			$m_0' = 99,282$

$N$	$m_2$	$v_{1, \frac{m}{c}}$	$v_{2, \frac{m}{c}}$
9	1.1	0,14	0,26
	1.2	0,11	0,25
10	2.1	0,17	0,56
	2.2	0,17	0,56
11	3.1	0,21	0,46
	3.2	0,21	0,40
12	4.1	0,26	0,57
	4.2	0,25	0,55
13	5.1	0,31	0,69
	5.2	0,30	0,67
14	6.1	0,30	0,69
	6.2	0,30	0,67
15	7.1	0,33	0,79
	7.2	0,38	0,80
$V$			0,85
$V$			0,84

Рис. 6: Данные

	0,21	0,43	
0	<u>0,19</u>	0,46	
1	0,8	0,46	
	0,28	0,50	
2	0,29	0,61	
	0,29	0,66	
3	0,33	0,74	
	0,152	0,74	
4	0,55	0,81	
	0,55	0,81	
5	0,38	0,74	
	0,35	0,74	
6	0,41	0,92	
	0,38	0,85	
7R			
4			

1. Родники | 28/44  
2. Гургазы |  
05.10.24

*[Signature]*

Рис. 7: Данные

## 5 Результаты прямых измерений и их обратоки

При упругом соударении:

Доверительный интервал для  $\delta_p : -0.038 \pm 0.013$

Доверительный интервал для  $\delta_W : -0.164 \pm 0.006$

Доверительный интервал для  $\delta_p : -0.826 \pm 0.0389$

Доверительный интервал для  $\delta_W : -0.814 \pm 0.0205$

Теоретическое отклонение энергии  $\delta_W^{(T)} : -0.549$

При неупругом соударении:

Доверительный интервал для  $\delta_p : -0.190 \pm 0.046$

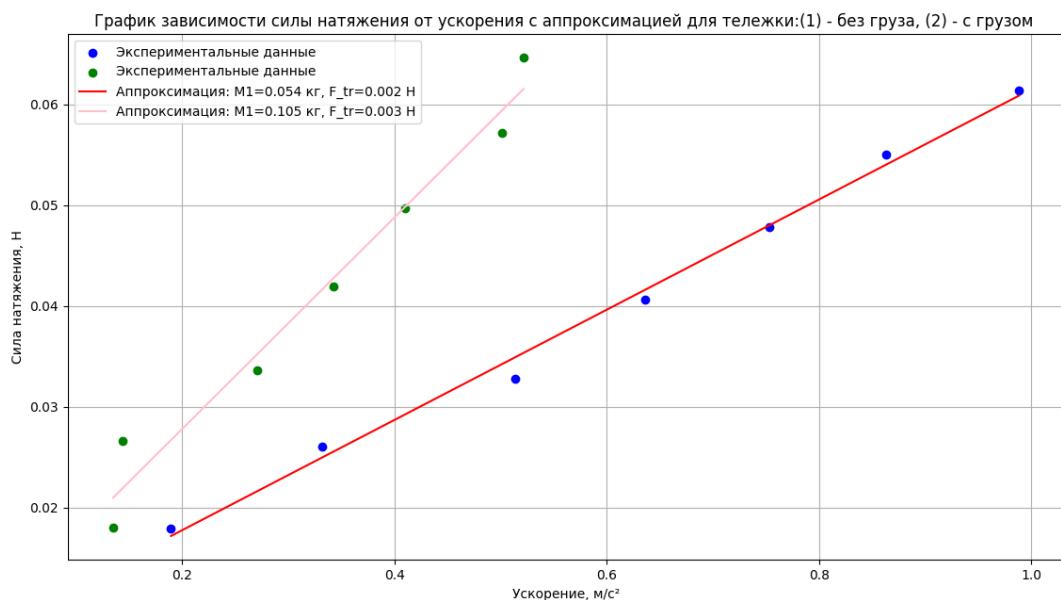
Доверительный интервал для  $\delta_W : -0.673 \pm 0.037$

Доверительный интервал для  $\delta_p : -0.383 \pm 0.077$

Доверительный интервал для  $\delta_W : -0.86 \pm 0.033$

Теоретическое отклонение энергии  $\delta_W^{(T)} : -0.655$

График зависимости силы натяжения от ускорения для легкой и утяжеленной тележки:



Теоретические значения масс тележки и тележки с грузом:

Доверительный интервал для  $M_1 : 0.055 \pm 0.003$

Доверительный интервал для  $M_2 : 0.105 \pm 0.008$

Массы измеренные на весах:

Доверительный интервал для  $M_1 : 0.052$

Доверительный интервал для  $M_2 : 0.104$

## 6 Выводы

- Из выше приведенных данных можно сделать выводы, что эксперимент не расходится с теорией
- Погрешность может быть вызвана несколькими факторами:
  1. Плохой работой насоса, из-за перегрева источника питания мог работать не на полную, вследствие чего сила трения была большей чем это требует эксперимент
  2. Изогнутость рельсы, из-за чего тележка могла терять часть скорости
  3. Из-за достаточно малого трения/изогнутости рельсы, тележку нельзя поставить без начальной скорости