

Вдв
Решение дз №4

Евгений Турчанин

Вопрос 1

$$\int \frac{1}{\cos x} dx$$

Решение:

$$\int \frac{1}{\cos x} dx = \int \frac{\cos x}{\cos^2 x} dx = - \int \frac{1}{1 - \sin^2 x} d \sin x = \frac{\ln \sin(x+1)}{2} - \frac{\ln \sin(x-1)}{2}$$

Вопрос 2

$$\int \frac{1}{e^x - 1} dx$$

Решение:

$$\int \frac{1}{e^x - 1} dx = \int \frac{e^x}{e^{2x} - e^x} dx = \int \frac{1}{e^{2x} - e^x} de^x = \ln(e^x - 1) - \ln(e^x)$$

Вопрос 3

$$\int \frac{1}{\sin x - 1} dx$$

Решение:

$$\int \frac{1}{\cos(\frac{\pi}{2} + x) - 1} d(\frac{\pi}{2} + x) = 2 \int \frac{1}{2 \cos^2(\frac{\pi}{4} + \frac{x}{2}) - 2} d(\frac{\pi}{4} + \frac{x}{2}) = - \int \frac{1}{\sin^2(\frac{\pi}{4} + \frac{x}{2})} d(\frac{\pi}{4} + \frac{x}{2}) = \operatorname{ctg}(\frac{\pi}{4} + \frac{x}{2})$$

Вопрос 4

$$\int \frac{1}{x^3 + x} dx$$

Решение:

$$\int \frac{1}{x^3 + x} dx = \int \frac{1}{x(x^2 + 1)} dx = \int \frac{1}{x} dx - \int \frac{x}{x^2 + 1} dx = \ln x - \frac{1}{2} \int \frac{1}{x^2 + 1} dx^2 = \ln x - \frac{1}{2} \ln(x^2 + 1)$$

Вопрос 5

$$\int \frac{x^3}{x^3 + x} dx$$

Решение:

$$\int \frac{x^3}{x^3 + x} dx = \int \frac{x^2}{x^2 + 1} dx = \int 1 - \frac{1}{x^2 + 1} dx = x - \operatorname{arctg} x$$

Ответ

1. $\frac{\ln \sin(x+1)}{2} - \frac{\ln \sin(x-1)}{2}$
2. $\ln(e^x - 1) - \ln(e^x)$

3. $\operatorname{ctg}(\frac{\pi}{4} + \frac{x}{2})$

4. $\ln x - \frac{1}{2} \ln(x^2 + 1)$

5. $x - \operatorname{arctg} x$