

Матан Лаба

Павел Андреев, Григорий Горбушкин, Евгений Турчанин

### Вопрос 1

Объяснить, почему разность назад  $f_{-}(x_0)$  – разумное приближение производной в точке  $x_0$ .

По определению

$$f_{-}(x_0) = \frac{f(x_0) - f(x_0 - h)}{h}, \quad (1)$$

$$f(x_0 - h) = f(x_0) - hf'(x_0) + \frac{h^2}{2}f''\xi, \quad (2)$$

где  $\xi \in [x_0 - h, x_0]$ , тогда, подставляя 2 в 1

$$|f'(x_0) - f_{-}(x_0)| \leq \frac{M_2 h}{2} \quad (3)$$

### Вопрос 2

Формально показать, как получаются формулы для оценки погрешности в случае приближения производной первой (односторонней) разностью.

### Вопрос 3

Объяснить, почему центральная разность  $f_{\cdot 1}(x_0)$  – разумное приближение производной в точке  $x_0$ .

### Вопрос 4

Формально показать, как получаются формулы для оценки погрешности в случае приближения производной центральной разностью.

### Вопрос 5

Узнать, как хранятся числа, скажем, в python. Узнать, что такое машинная точность. Объяснить, почему в python  $0.1+0.2 \neq 0.3$ .

### Вопрос 6

1. Выбрать любую дважды дифференцируемую функцию  $f$ .
2. Аппроксимировать производную с помощью разностей  $f_{\pm}(x_0)$ ,  $f_{\circ 1}(x_0)$ .
3. Построить график зависимости  $\Delta(x, \varepsilon)$  от  $h$ ,  $h \in (10^{-20}, 1)$ ,

$$\Delta(x, h) = |f'(x) - f_{\pm, \circ 1}|,$$

при разных  $x$  (шкала по оси  $y$  – логарифмическая!).