

Группа: Z3144
Студент: Евгений Турчанин

1 Цели работы

Изучение режимов колебаний в простейшей системе двух связанных осцилляторов и сопоставление с элементарной теорией связанных осцилляторов.

2 Задачи

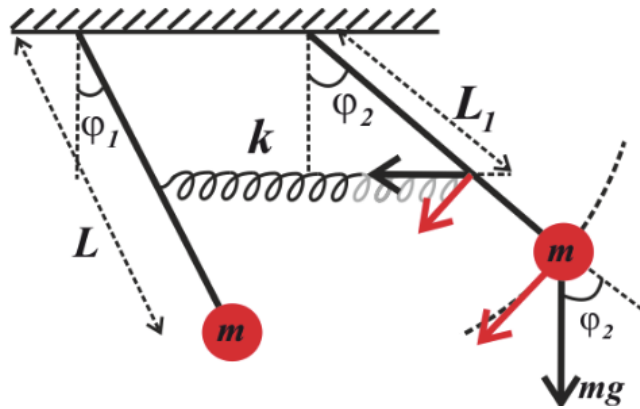
1. Измерение частоты синфазной колебательной моды системы.
2. Измерение частоты при колебаниях системы в противофазе. Измерение константы связи и коэффициента жёсткости пружины.
3. Измерение периода и частоты биений, возникающих при возбуждении двумодового колебательного процесса.

3 Теоретическое введение

Уравнения движения для связанных колебаний выглядят как:

$$\begin{cases} \ddot{\varphi}_1 + \omega_0^2 \varphi_1 - \kappa^2 (\varphi_2 - \varphi_1) = 0, \\ \ddot{\varphi}_2 + \omega_0^2 \varphi_2 - \kappa^2 (\varphi_1 - \varphi_2) = 0. \end{cases} \quad (1)$$

Где $\varphi_{1,2}$ — углы отклонения от вертикали 1-го и 2-го маятника соответственно, ω_0 — собственная частота колебаний без затухания, $\kappa^2 = \frac{kL_1^2}{mL_2^2}$, k — коэффициент жёсткости, $L_{1,2}$ — расстояние от крепления до пружины, m — масса груза.



Решением данной системы:

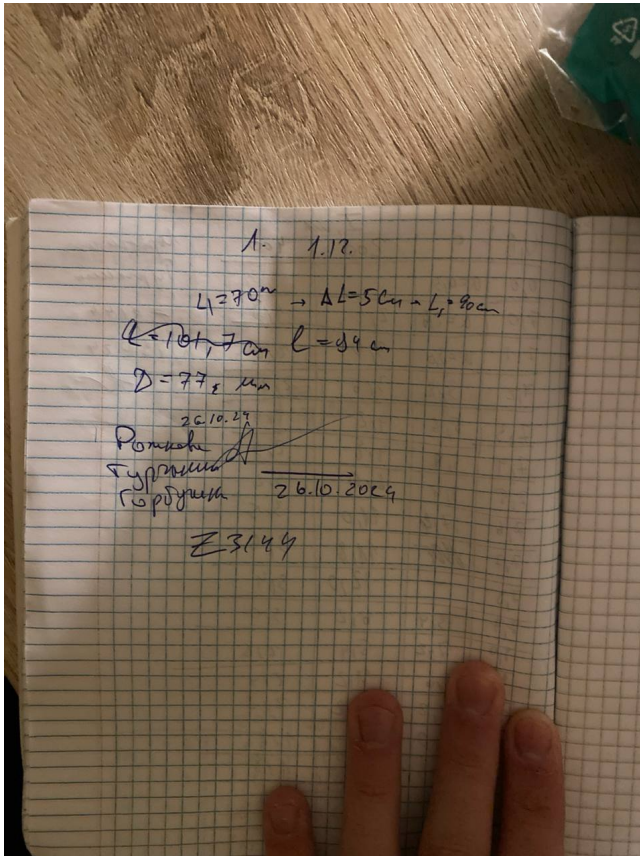
$$\begin{cases} \varphi_1 = \frac{1}{2}(\Phi_{01} \cos(\Omega_{n1} + \varphi_{01})) + \Phi_{02} \cos(\Omega_{n2} + \varphi_{02}), \\ \varphi_2 = \frac{1}{2}(\Phi_{01} \cos(\Omega_{n1} + \varphi_{01})) - \Phi_{02} \cos(\Omega_{n2} + \varphi_{02}). \end{cases} \quad (2)$$

Где $\Phi_{01,02}$ — амплитуды 1-го и 2-го соответственно, $\varphi_{01,02}$ — начальные фазы 1-го и 2-го соответственно,
 $\Omega_{n1} = \omega_0$, $\Omega_{n2} = \sqrt{\omega_0^2 + 2\kappa^2}$
 Так как κ^2/ω_0^2 — это малый параметр, то верно:

$$\Omega_{n2} = \sqrt{\omega_0^2 + 2\kappa^2} \approx \omega_0 \left(1 + \frac{\kappa^2}{\omega_0^2} \right) = \sqrt{\frac{g}{L}} + \frac{kL_1^2}{mg^{1/2}L^{3/2}}$$

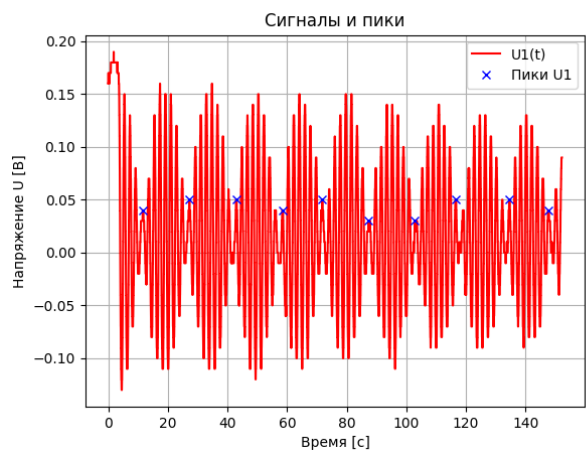
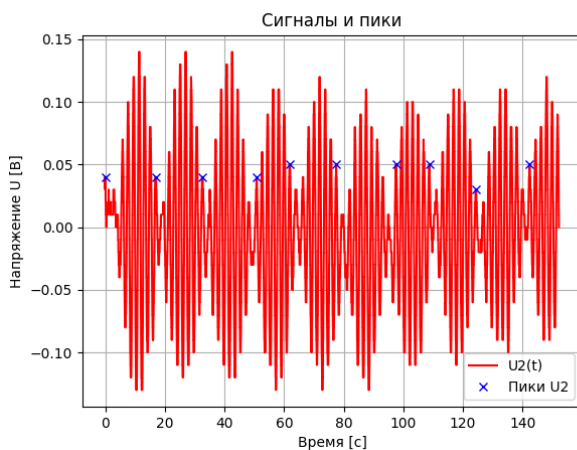
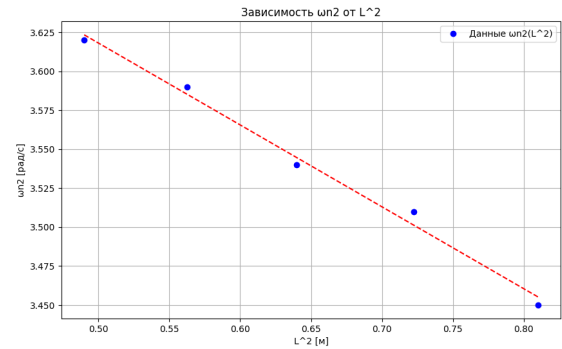
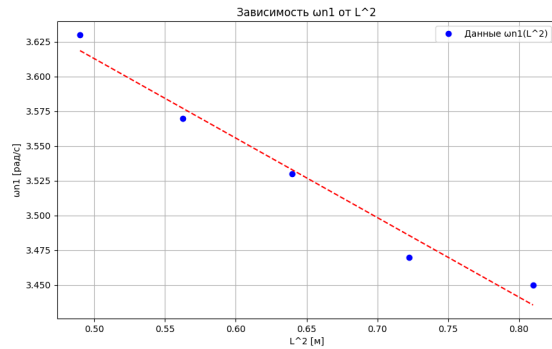
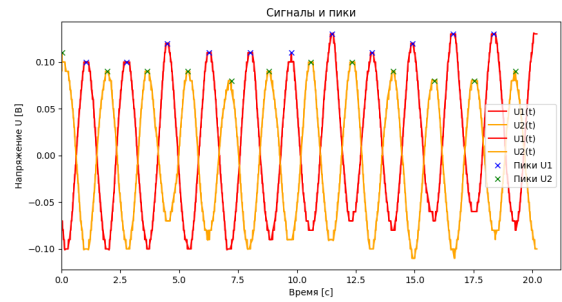
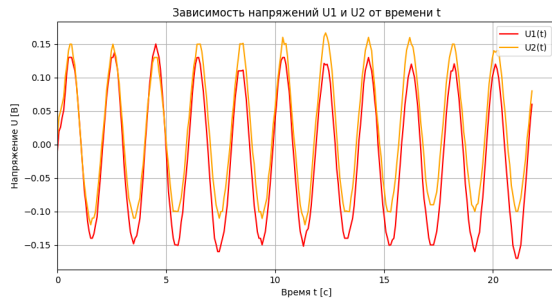
$$T_6 = \frac{2\pi}{\Omega_{n2} - \Omega_{n1}}$$

4 Данные



5 Результаты

Обработывая данные в python, получаем:



1. Из графика $\Omega_{n1} = 3.186, 3.172$
Теоретическое $\Omega_{n1} = 3.166$
2. Средний Ω_{12} : 3.63 с
Коэффициент жесткости k : $1.76 \pm 0.058 \text{ Н/м}$
Коэффициент k : -0.57 ± 0.058
3. Средний Ω_{22} : 3.59 с
Коэффициент k : -0.53 ± 0.029
Коэффициент жесткости k : 1.62 ± 0.029
4. Доверительный интервал частоты Ω_1 : 0.42 ± 0.084
Средний период 1 биений по графику: 15.12 секунд
Доверительный интервал частоты Ω_2 : 0.40 ± 0.150
Средний период 2 биений по графику: 15.80 секунд

6 Вывод

1. Коэффициент жесткости k получился ровно в два раза меньше, что может быть вызвано ошибкой в вычислениях или неправильной обработкой в python
2. Так же для частоты Ω_2 получился большой доверительный интервал, это может быть вызвано, тем что запуск маятника происходил путем простого отпускания рук, а из-за этого могли сильно отличаться начальные данные

3. В остальном, теория сходится с экспериментом