

Матан  
Решение дз №4

Евгений Турчанин

# Вопрос 1

1.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{n^2}{n+1} - \frac{n^3}{n^2+1} \right)$
2.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+1)^4 - (n-1)^4}{(n+1)^3 + (n-1)^3}$
3.  $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt[3]{n^3 + 2n^2 + 1} - n)$
4.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^2+1} - \sqrt{n^2-1}}{\sqrt{n^2+1} - n - 1}$
5.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{1}{k(k+1)}$

$$1. \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{n^2}{n+1} - \frac{n^3}{n^2+1} \right) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 - n^3}{n^3 + n^2 + n + 1} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\mathcal{H}^{\mathcal{X}}(\frac{1}{n} - 1)}{\mathcal{H}^{\mathcal{X}}(1 + \frac{1}{n} + \frac{1}{n^2} + \frac{1}{n^3})} = -1$$

$$2. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+1)^4 - (n-1)^4}{(n+1)^3 + (n-1)^3} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{8n^3 + 8n}{2n^3 + 6n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\mathcal{H}^{\mathcal{X}}(8 + 8/n^2)}{\mathcal{H}^{\mathcal{X}}(2 + 6/n^2)} = 4$$

$$3. \lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt[3]{n^3 + 2n^2 + 1} - n) = \frac{(\sqrt[3]{n^3 + 2n^2 + 1} - n)(\sqrt[3]{(n^3 + 2n^2 + 1)^2} + \sqrt[3]{(n^6 + 2n^5 + n^3)} + n^2)}{\sqrt[3]{(n^3 + 2n^2 + 1)^2} + \sqrt[3]{(n^6 + 2n^5 + n^3)} + n^2} =$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^3 + 2n^2 + 1 - n^3}{\sqrt[3]{(n^3 + 2n^2 + 1)^2} + \sqrt[3]{(n^6 + 2n^5 + n^3)} + n^2} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(2 + 1/n^2)}{\underbrace{(\sqrt[3]{1 + \dots} + \sqrt[3]{1 + \dots} + 1)}} = \frac{2}{3}$$

очев что эта скобра стремится к 3

$$4. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^2+1} - \sqrt{n^2-1}}{\sqrt{n^2+1} - n - 1}$$