

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №1.04

"Маятник Обербека. Исследование равноускоренного вращательного движения"

Группа: Z3144

Студент: Евгений Турчанин

1 Цели работы

1. Проверка основного закона динамики вращения.
2. Проверка зависимости момента инерции от положения масс относительно оси вращения.

2 Задачи

1. Измерение времени падения груза при разной массе груза и разном положении утяжелителей на крестовине.
2. Расчёт ускорения груза, углового ускорения крестовины и момента силы натяжения нити.
3. Расчёт момента инерции крестовины с утяжелителями и момента силы трения.
4. Исследование зависимости момента силы натяжения нити от углового ускорения. Проверка основного закона динамики вращения.
5. Исследование зависимости момента инерции от положения масс относительно оси вращения. Проверка теоремы Штейнера.

3 Введение

Груз m (см. Рис. 1) подвешен на нити, которая перекинута через неподвижный блок Бл и намотана на ступицу Ст крестовины Кр. В ступице закреплены четыре спицы Сп, на каждой из которых размещен груз-утяжелитель $m_{\text{ут}}$. Расстояние R утяжелителей от оси вращения крестовины одинаково для всех утяжелителей. Это расстояние можно изменять, изменяя тем самым момент инерции крестовины с утяжелителями.

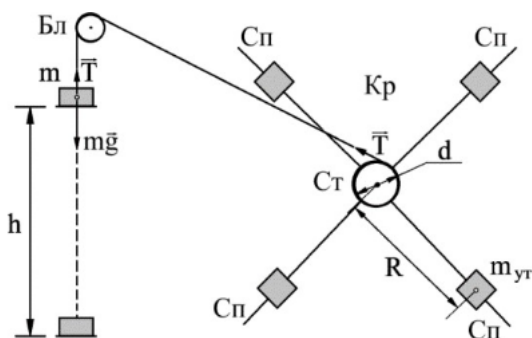


Рис. 1: Схема измерительного стенда

Груз m , опускаясь, раскручивает крестовину. Если пренебречь силой сопротивления воздуха, то груз движется равноускоренно под действием силы тяжести mg и силы натяжения T нити. Ускорение груза a определяется вторым законом Ньютона:

$$ma = mg - T \quad (1)$$

Это ускорение можно вычислить по формуле:

$$a = \frac{2h}{t^2} \quad (2)$$

где h - расстояние, пройденное грузом за время t от начала движения. Угловое ускорение крестовины ε связано с линейным ускорением груза следующим образом:

$$\varepsilon = \frac{2a}{d} \quad (3)$$

где d - диаметр ступицы.

Используя уравнение (1) выразим силу натяжения нити:

$$T = m(g - a) \quad (4)$$

и найдём момент этой силы

$$M = \frac{md}{2}(g - a) \quad (5)$$

Предполагая, что кроме момента силы натяжения на раскручивание крестовины влияет тормозящий момент силы трения, запишем основной закон динамики вращения для крестовины:

$$I\varepsilon = M - M_{\text{тр}} \quad (6)$$

Здесь I — момент инерции крестовины с утяжелителями.

В соответствии с теоремой Штейнера момент инерции крестовины зависит от расстояния между центрами грузов и осью вращения по формуле:

$$I = I_0 + 4m_{\text{ут}}R^2 \quad (7)$$

где I_0 — сумма моментов инерции стержней крестовины, момента инерции ступицы и собственных центральных моментов инерции утяжелителей.

4 Экспериментальная установка

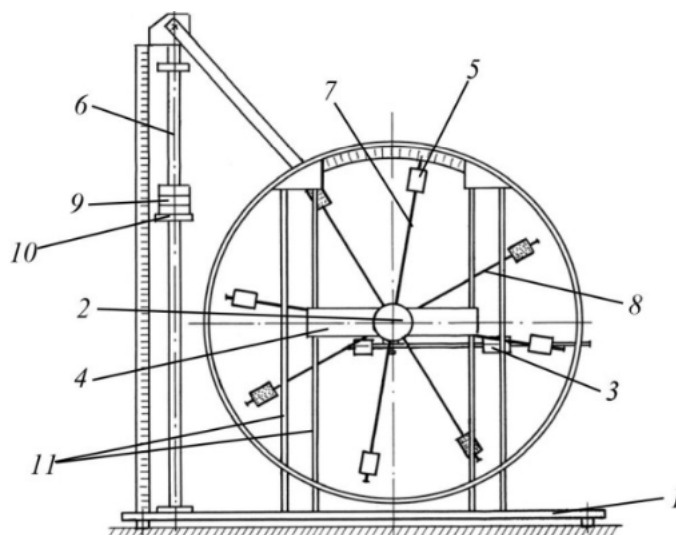


Рис. 2: Стенд лаборатории механики (общий вид)

Экспериментальная установка представлена на Рис. 2. Основные компоненты:

1. Основание
2. Рукоятка сцепления крестовин

3. Устройства принудительного трения
4. Поперечина
5. Груз крестовины
6. Трубочатая направляющая
7. Передняя крестовина
8. Задняя крестовина
9. Шайбы каретки
10. Каретка
11. Система передних стоек

5 Полученные данные

(t, c) $h = 700 \text{ мм.}$

	1	2	3	4	5	6
μ_1	4,156	5,50	6,28	7,31	8,48	9,97
μ_2	4,147	5,38	6,28	7,41	8,58	10,01
μ_3	4,147	5,35	6,37	7,49	8,50	9,82
μ_4	4,153	5,50	6,32	7,40	8,58	9,94
μ_5	3,23	3,97	4,48	5,35	6,06	6,76
μ_6	3,25	3,94	4,53	5,41	6,09	6,88
μ_7	3,31	3,94	4,57	5,34	6,12	6,84
μ_8	3,32	3,81	4,53	5,35	6,09	6,71
μ_9	2,50	3,06	3,62	4,43	5,16	5,57
μ_{10}	2,56	3,15	3,65	4,49	5,16	5,60
μ_{11}	2,50	3,13	3,59	4,37	5,07	5,56
μ_{12}	2,63	3,07	3,66	4,38	5,13	5,54
μ_{13}	2,32	2,75	3,31	3,72	4,22	4,78
μ_{14}	2,32	2,75	3,29	3,61	4,19	4,75
μ_{15}	2,29	2,72	3,32	3,81	4,25	4,72
μ_{16}	2,32	2,84	3,55	3,83	4,24	4,76

1. Горбушкин 2. Знач.

2. Турканин

28.09.2024

Рис. 3: Погрешности масс - 0.5г, погрешности расстояний - 0.5мм

6 Результаты

Используя формулы приведенные выше и питон, производим расчеты для полученных данных:

Погрешности и соответствующие доверительные интервалы: Для первых значений a , ϵ и M .

Доверительный интервал для a : 0.0694 ± 0.0061

Доверительный интервал для ϵ : 3.0193 ± 0.2713

Доверительный интервал для M : 0.0598 ± 0.0052

Доверительный интервал для I : 1.5979 ± 0.0680

Доверительный интервал для $M_{\text{тр}}$: 0.0126 ± 0.0017

Четверть погрешности углового коэффициента : 0.0170

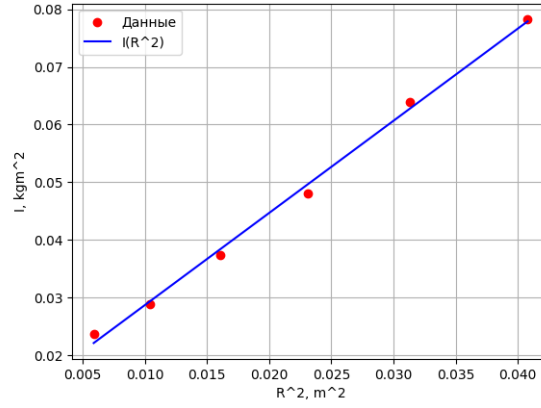


Рис. 4: Результаты

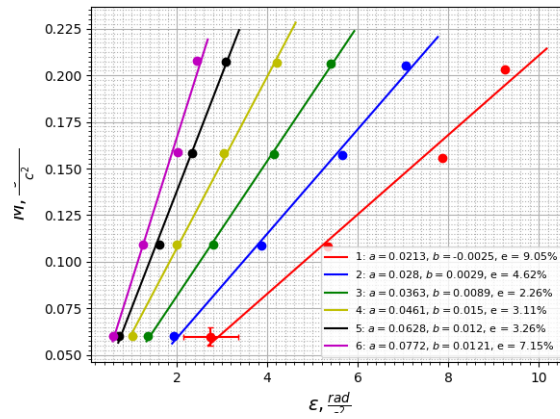
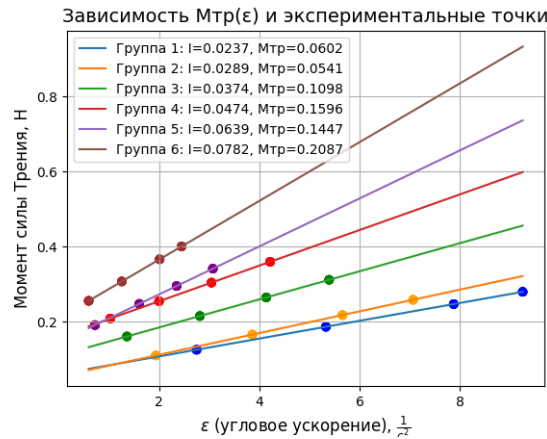


Рис. 5: Результаты



7 Заключение

Из приведенных выше графиков можно сделать выводы, что основной закон динамики верен, зависимость момента инерции от положения масс тоже соответствует реальности.

Погрешности могут быть связаны с несколькими причинами:

1. Недостаточность измерений, на конкретную массу и конкретное положение утяжелителя, приходится по 3 измерения.
2. Скорость реакции человека может внести существенные изменения в погрешности измерений, так как погрешности приборов приблизительно 4-й порядок, а средняя скорость реакции человека 0.2с, поэтому этот параметр может вносить серьезные изменения.
3. На установке элемент 9 соприкасается с рейкой, из-за этого возникает дополнительная сила трения.

8 Доп вопросы

1. Условие не проскальзывания - $F_{тр}$ - сила трения покоя, тогда поступательное ускорение выражается как $a = \epsilon R$, где ϵ - угловое ускорение. Рассмотрим крит. случай когда проскальзывание только началось, тогда из Th о движении центра масс:

$$\begin{cases} ma = mg \sin \alpha - F_{тр} \\ N - mg \cos \alpha = 0 \\ F_{тр} = N\mu - \text{в крит. случае сила трения покоя равна силе трения движения} \end{cases}$$

Где m - масса шара

Из уравнения моментов отн. центра шара:

$$I\epsilon = F_{тр}R$$

Для шара момент инерции равен $I = \frac{2}{5}mR^2$, тогда:

$$\frac{2}{5}mR^2 \cdot \frac{a}{R} = F_{тр}R \Rightarrow a = \frac{5F_{тр}}{2m}$$

Объединяя полученные выше уравнения получим:

$$\alpha = \arctg \frac{7}{2}\mu$$

Тк мы рассматривали крит. случай, то конечное выражение для α выглядит так:

$$\alpha \leq \arctg \frac{7}{2}\mu$$

2. Понятно что, max значение кин. энергии достигается при max скорости, а max скорость в свою очередь достигается при max массе падающих грузов и min S , где S - расстояние от муфт до центра мельницы Тогда кин. энергию крестовины можно посчитать по из ЗСЭ:

$$W_{\text{пот каретки}} = W_{\text{кин каретки}} + W_{\text{кин крестовины}} + W_{\text{кин муфты}}$$

Вся конструкция вращается с одним угловым ускорением ϵ , тк в ином случае нитка либо провисала бы, либо рвалась бы, найдем его: Ускорение a и ϵ связаны уравнением:

$$a = \epsilon R$$

a находится через формулу:

$$a = \frac{2h}{t^2} \Rightarrow \epsilon = \frac{2h}{Rt^2}$$

Тогда скорость каждой муфты — $v = \epsilon Rt = \frac{2h}{t}$ Тогда выражение для энергий принимает вид:

$$Mgh = \frac{M \left(\frac{2h}{t} \right)^2}{2} + W_{\text{кин крестовины}} + \frac{12mh^2}{t^2}$$

$$W_{\text{кин крестовины}} = \frac{12mh^2}{t^2} + \frac{2Mh^2}{t^2} - Mgh$$

3. Отношение энергий -

$$\frac{\frac{12mh^2}{t^2} + \frac{2Mh^2}{t^2} - Mgh}{\frac{2Mh^2}{t^2}}$$