Матан
Решение дз №4

Евгений Турчанин

Вопрос 1

1. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n^2}{n+1}-\dfrac{n^3}{n^2+1}\right)$
2. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{(n+1)^4-(n-1)^4}{(n+1)^3+(n-1)^3}$
3. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\sqrt[3]{n^3+2n^2+1}-n\right)$
4. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{\sqrt{n^2+1}-\sqrt{n^2-1}}{\sqrt{n^2+1}-n-1}$
5. $\lim\limits_{n\to\infty}\sum\limits_{k=1}^{n}\dfrac{1}{k(k+1)}$

1. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n^2}{n+1}-\dfrac{n^3}{n^2+1}\right)=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2-n^3}{n^3+n^2+n+1}=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{\cancel{n^3}(\frac{1}{n}-1)}{\cancel{n^3}\left(1+\frac{1}{n}+\frac{1}{n^2}+\frac{1}{n^3}\right)}=-1$
2. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{(n+1)^4-(n-1)^4}{(n+1)^3+(n-1)^3}=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{8n^3+8n}{2n^3+6n}=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{\cancel{n^3}(8+8/n^2)}{\cancel{n^3}(2+6/n^2)}=4$
3. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\sqrt[3]{n^3+2n^2+1}-n\right)=\dfrac{(\sqrt[3]{n^3+2n^2+1}-n)(\sqrt[3]{(n^3+2n^2+1)^2}+\sqrt[3]{(n^6+2n^5+n^3)}+n^2)}{\sqrt[3]{(n^3+2n^2+1)^2}+\sqrt[3]{(n^6+2n^5+n^3)}+n^2}=$
$\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^3+2n^2+1-n^3}{\sqrt[3]{(n^3+2n^2+1)^2}+\sqrt[3]{(n^6+2n^5+n^3)}+n^2}=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{(2+1/n^2)}{\underbrace{(\sqrt[3]{1+\ldots}+\sqrt[3]{1+\ldots}+1)}_{\text{очев что эта скобра стремится к 3}}}=\dfrac{2}{3}$
4. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{\sqrt{n^2+1}-\sqrt{n^2-1}}{\sqrt{n^2+1}-n-1}$