#### Физический факультет

#### ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №1.11

"Измерение ускорения свободного падения с помощью оборотного маятника"

Группа: Z3144

Студент: Евгений Турчанин

## 1 Цели работы

1. Экспериментальная проверка закономерностей движения физического маятника.

### 2 Задачи

- 1. Определение периода колебаний маятника при совпадении приведенной длины с расстоянием между призмами.
- 2. Определение ускорения свободного падения с абсолютной и относительной погрешностями.
- 3. Сравнение найденного ускорения свободного падения со справочным значением для широты лаборатории.

## 3 Теорическое введение

Физическим маятником называется твердое тело, имеющее возможность совершать колебания под действием силы тяжести вокруг неподвижной горизонтальной оси (рис. 1)

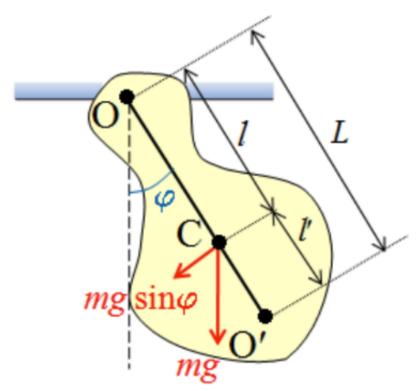


Рис. 1: Физический маятник. О - точка подвеса, С - центр инерции,<br/>  $\!O'$  - центр качания.

Обозначим расстояние от точки подвеса до центра инерции как l, возвращающий момент по-прежнему будет равен  $M=-mgl\varphi$  (при малых углах отклонения), но второй закон Ньютона теперь запишется в виде:

$$mgl\varphi = -I\ddot{\varphi} \tag{1}$$

где I – момент инерции маятника относительно оси подвеса, который зависит от распределения масс. Соответственно период малых колебаний физического маятника равен

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{mgl}} \tag{2}$$

Соотношение (2) удобно преобразовать, используя теорему Штейнера:

$$I = I_0 + ml^2 \tag{3}$$

где  $I_0$  — момент инерции маятника относительно оси, проходящей через его центр инерции параллельно оси подвеса. Тогда для периода колебаний получаем:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I_0 + ml^2}{mgl}} \tag{4}$$

Проанализируем зависимость T(l). График этой функции приведен на рис. 2.

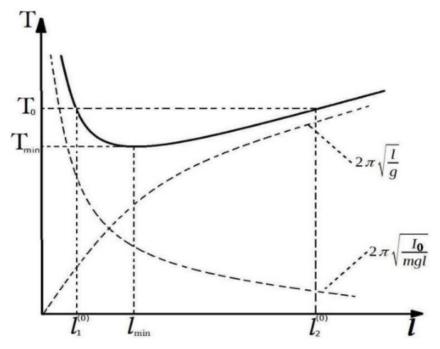


Рис. 2: Зависимость периода колебаний физического маятника от расстояния от оси подвеса до центра масс.

При малых l маятник близок к положению безразличного равновесия. В этом случае из (4) получаем:

$$T(l)_{l\to 0} = 2\pi \sqrt{\frac{I_0}{mgl}} \to \infty$$
 (5)

В отличие от математического маятника, период колебаний физического маятника при уменьшении длины тоже растет.

Взяв производную от правой части (4) и приравняв ее нулю, найдем, что минимальный период колебаний физического маятника получается при  $l_{min} = \sqrt{\frac{I_0}{m}}$  и равен:

$$T_{min} = 2\pi \sqrt{\frac{2}{q} \sqrt{\frac{I_0}{m}}} \tag{6}$$

Рассмотрим математический маятник, имеющий такой же период колебаний, как и физический. Очевидно, что его длина должна быть:

$$L = \frac{I}{ml} = \frac{I_0}{ml} + l \tag{7}$$

Величина L называется приведенной длиной физического маятника. Точка на прямой, соединяющей точку подвеса с центром инерции, лежащая на расстоянии L от точки подвеса, называется центром качания физического маятника (точка O' на рис. 1).

Из (7) видно, что L > l, следовательно, точка подвеса и центр качания лежат по разные стороны от центра инерции. Если перевернуть физический маятник и подвесить его в точке, совпадающей с центром качания, то новое расстояние до центра инерции будет равно l' = L - l (рис. 1).

Нетрудно доказать, что приведенная длина, а значит и период колебания при этом не изменятся. Следовательно, при переносе точки подвеса в центр качания прежняя точка подвеса становится новым центром качания

Графически это свойство иллюстрирует рис. 2. Из него следует, что один и тот же период колебаний физического маятника  $T_0$  реализуется при двух значениях  $l = l_{01}l' = l_{02}$ .

**Оборотный маятник** Рассмотренное свойство физического маятника можно использовать для измерения ускорения свободного падения. Заметим, что недостаточно просто измерить период колебания маятника, т.к. в расчетные формулы входят трудноопределимые величины момента инерции и расстояния до центра инерции. Поэтому используют специальный вариант физического маятника, называемый оборотным (рис. 3).

Маятник состоит из металлического стержня 1, на котором закреплены массивные грузы 4 и 5. Осями подвеса служат ребра двух призм 2, закрепленых вблизи концов стержня. Расстояние между призмами фиксировано. В рабочем положении призмы устанавливаются в V-образные опоры 3. Центр инерции маятника находится где-то между призмами. Регулируемым параметром является положение груза 4. Очевидно, что при перемещении этого груза в направлении призмы 2 центр инерции будет смещаться вниз, увеличивая расстояние l от точки подвеса. Если же маятник перевернуть, то такое же смещение регулировочного груза приведет к поднятию центра инерции и уменьшению l. В обоих случаях меняются периоды колебаний  $T_1$  и  $T_2$ . Если при каком-то положении регулировочного груза окажется, что  $T_1 = T_2 = T_0$ , то это будет означать, что вторая призма находится в центре качания, а расстояние между призмами (которое легко измерить) равно приведенной длине маятника. Измерив $T_0$ , находим ускорение свободного падения

$$g = \frac{4\pi^2 L}{T_0^2}$$

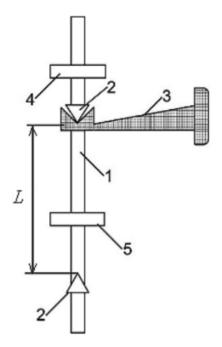


Рис. 3: Оборотный маятник.

# 4 Экспериментальная установка

Экспериментальная установка показана на рис. 4.



Рис. 4: Экспериментальная установка.

Основой установки служит оборотный маятник, схема которого приведена на рис. 3. Для измерения расстояния между призмами и положения регулировочного груза на стержне нанесены риски с шагом 1 см.

Измерение времени колебаний производится электронным секундомером. При нажатии клавиши «СБРОС» начинается отсчет времени с момента прохождения маятником положения равновесия. При нажатии клавиши «СТОП» секундомер выключается после завершения текущего периода колебаний, индикатор показывает целое число периодов колебаний N и время t, за которое маятник их совершил.

### 5 Полученные данные

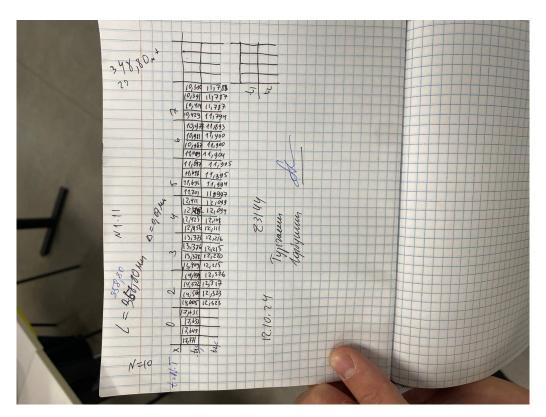


Рис. 5: Полученные данные.

## 6 Результаты

Используя python обрабатываем данные и получаем:

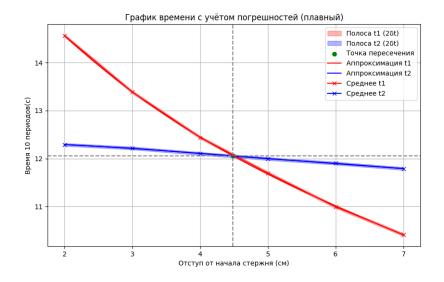


Рис. 6: Графики зависимостей  $T_1(x)$  и  $T_2(x)$ 

Период 10 колебаний  $T_0=12.058\mathrm{c}$  Ускорение свободного падения:  $g=9.8244\mathrm{m/c^2}$  Относительная погрешность: 0.002414 Абсолютная погрешность: 0.0237

Абсолютное и относительное отклонения измеренного ускорения свободного падения от справочного значения для широты лаборатории:

Относительная погрешность: 0.0005 Абсолютная погрешность: -0.0049

#### 7 Заключение

Из приведенных выше данных можно сделать вывод, что ускорение свободного падения соответствует действительности, те эксперимент подтвердил справедливость теоретических зависимостей для физического маятник. Небольшие отклонения могут быть вызваны неточностью приборов.