
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №1.03
"Изучение центрального соударения двух тел"

Группа: Z3144
Студент: Евгений Турчанин

1 Цели

1. Исследование упругого и неупругого центрального соударения тел на примере тележек, движущихся с малым трением.
2. Исследование зависимости ускорения тележки от приложенной силы и массы тележки.

2 Теоретическое введение

Часть 1

Рассмотрим абсолютно упругое центральное соударение двух тел массами m_1 и m_2 . При таком соударении в замкнутой системе из двух тел выполняются законы сохранения импульса и энергии. Пусть до соударения движется только первое тело, тогда уравнения законов имеют вид

$$\begin{cases} m_1 \vec{v}_{10} = m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 \\ \frac{m_1 v_{10}^2}{2} = \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} \end{cases} \quad (1)$$

где \vec{v}_{10} – скорость первого тела до удара, \vec{v}_1 и \vec{v}_2 – соответственно, скорости первого и второго тел после удара. Считая скорость \vec{v}_{10} известной, найдем скорости обоих тел после удара. Пусть условия соударения таковы, что после удара оба тела продолжают двигаться параллельно той прямой, по которой двигалось первое тело до удара.

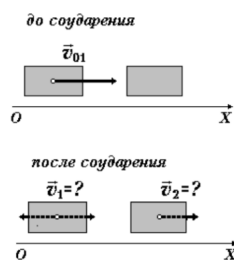


Рис. 1: Тела до соударения и после

Введем координатную ось OX , сонаправленную с вектором v_{10} (см. Рис. 1). Для проекций скоростей v_{1x} , v_{2x} из уравнений (1) получим систему двух уравнений:

$$\begin{cases} m_1 v_{10} = m_1 v_{1x} + m_2 v_{2x} \\ \frac{m_1 v_{10}^2}{2} = \frac{m_1 v_{1x}^2}{2} + \frac{m_2 v_{2x}^2}{2} \end{cases} \quad (2)$$

Умножим все слагаемые второго уравнения на два, и перенесем налево в обоих уравнениях слагаемые, характеризующие импульс и энергию первого тела:

$$\begin{cases} m_1(v_{10} - v_{1x}) = m_2v_{2x} \\ m_1(v_{10}^2 - v_{1x}^2) = m_2v_{2x}^2 \end{cases} \quad (3)$$

После удара скорость первого тела должна измениться. Поэтому содержимое скобок в левых частях уравнений (3) отлично от нуля, и для упрощения системы можно поделить левые и правые части нижнего уравнения на соответствующие части верхнего уравнения. Результат деления сделаем вторым уравнением системы:

$$\begin{cases} m_1(v_{10} - v_{1x}) = m_2v_{2x} \\ v_{10} + v_{1x} = v_{2x} \end{cases} \quad (4)$$

Отсюда нетрудно найти окончательные выражения для скоростей

$$\begin{cases} v_{1x} = \frac{(m_1 - m_2)v_{10}}{m_1 + m_2} \\ v_{2x} = \frac{2m_1v_{10}}{m_1 + m_2} \end{cases} \quad (5)$$

Из первого уравнения (5) следует, что в зависимости от соотношения масс первое тело после соударения может:

- а) продолжить движение вперед ($m_1 > m_2, v_{1x} > 0$);
- б) остановится ($m_1 = m_2, v_{1x} = 0$);
- в) поменять направление движения на противоположное ($m_1 < m_2, v_{1x} < 0$).

При абсолютно неупругом соударении рассмотренных выше тел, оба тела после удара движутся как одно целое с суммарной массой. В этом случае законы сохранения импульса и энергии принимают вид:

$$\begin{cases} m_1\vec{v}_{10} = (m_1 + m_2)\vec{v} \\ \frac{m_1v_{10}^2}{2} = \frac{(m_1 + m_2)v^2}{2} + W_{\text{пот}} \end{cases} \quad (6)$$

Здесь \vec{v} – скорость тел после соударения, $W_{\text{пот}}$ – потери механической энергии при соударении. В первом уравнении (6) равенство векторов означает равенство их модулей, и для модуля скорости тел после соударения из этого уравнения находим:

$$v = \frac{m_1v_{10}}{m_1 + m_2} \quad (7)$$

Подставив во второе уравнение системы (6) вместо скорости v правую часть уравнения (7), получим следующее выражение для потерь механической энергии при соударении:

$$W_{\text{пот}} = \frac{m_1m_2v_{10}^2}{2(m_1 + m_2)} \quad (8)$$

Относительные потери механической энергии при неупругом соударении вычисляются по формуле:

$$\frac{W_{\text{пот}}}{\frac{m_1v_{10}^2}{2}} = \frac{m_2}{m_1 + m_2} \quad (9)$$

В качестве соударяющихся тел в лабораторной работе выступают две тележки, скользящие с малым трением по горизонтальному рельсу.

Часть 2

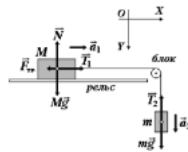


Рис. 2: Система из тележки и гирьки, соединенных нитью

Рассмотрим систему, состоящую из тележки М и гирьки м, соединенных невесомой нерастяжимой нитью (см. Рис. 2). Тележка с небольшим трением скользит по горизонтальному рельсу. Масса блока,

через который перекинута нить, пренебрежимо мала.

Уравнения второго закона Ньютона для тележки и гирьки, соответственно, имеют вид:

$$M\vec{a}_1 = M\vec{g} + \vec{N} + \vec{T}_1 + \vec{F}_{\text{тр}}m\vec{a}_2 = m\vec{g} + \vec{T}_2 \quad (10)$$

Здесь \vec{a}_1, \vec{a}_2 – ускорения тележки и гирьки; \vec{N} – сила реакции опоры, \vec{T}_1, \vec{T}_2 – силы натяжения нити, $\vec{F}_{\text{тр}}$ – сила трения. Из-за нерастяжимости нити модули обоих ускорений равны друг другу, обозначим их одной буквой: $a_1 = a_2 = a$. Из-за невесомости нити и блока можно также принять, что силы натяжения с обеих сторон блока равны друг другу: $T_1 = T_2 = T$. Для проекций векторов на координатные оси из уравнения (10) получаем:

$$\begin{cases} OY : N = Mg \\ OX : Ma = T - F_{\text{тр}} \end{cases} \quad (11)$$

из уравнения (11):

$$OY : ma = mg - T \quad (12)$$

Из второго уравнения системы (12) следует, что сила натяжения нити и ускорение тележки связаны соотношением:

$$T = Ma + F_{\text{тр}} \quad (13)$$

Если сила трения не изменяется во время эксперимента, то из соотношения (14) зависимость $T(a)$ является линейной. Угловый коэффициент этой зависимости равен массе M тележки, а значение силы натяжения при нулевом ускорении равно силе трения $F_{\text{тр}}$.

Формулы для вычисления различных величин:

$$p_{10x} = m_1 \cdot v_{10x}, \quad p_{1x} = m_1 \cdot v_{1x}, \quad p_{2x} = m_2 \cdot v_{2x} \quad (14)$$

$$\delta_p = \Delta p_x / p_{10x} = \frac{(p_{1x} + p_{2x})}{p_{10x}} - 1 \quad (15)$$

$$\delta_W = \Delta W_k / W_{k0} = \frac{m_1 v_{1x}^2 + m_2 v_{2x}^2}{m_1 v_{10x}^2} - 1 \quad (16)$$

Где δ_p – относительное изменение импульса, ΔW – относительное изменение энергии.

$$\delta p_{\text{cp}} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \delta p_i \quad (17)$$

$$\delta W_{\text{cp}} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \delta W_i \quad (18)$$

$$\Delta \overline{\delta p} = t_{\alpha \text{ дов}, N} \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (\delta p_i - \delta p_{\text{cp}})^2}{N(N-1)}}, \quad (19)$$

$$\Delta \overline{\delta W} = t_{\alpha \text{ дов}, N} \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (\delta W_i - \delta W_{\text{cp}})^2}{N(N-1)}}. \quad (20)$$

$$\delta_W^{(T)} = -\frac{W_{\text{пот}}}{\frac{m_1 v_{10}^2}{2}} = -\frac{m_2}{m_1 + m_2} \quad (21)$$

$$a = \frac{(v_2^2 - v_1^2)}{2(x_2 - x_1)}, T = m(g - a) \quad (22)$$

3 Схема работы

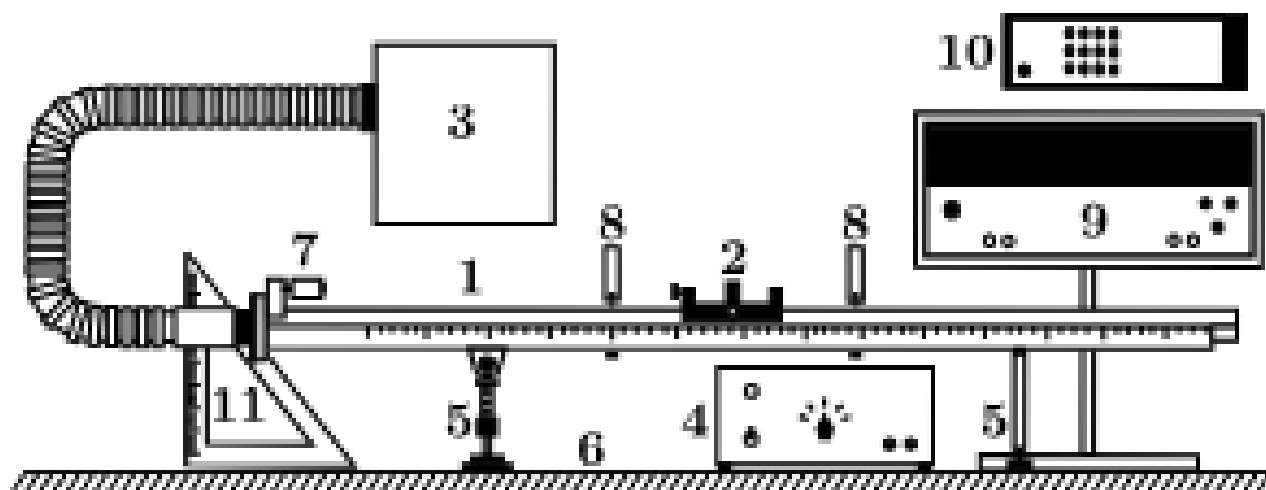


Рис. 3: Общий вид экспериментальной установки

Общий вид экспериментальной установки для первой части работы изображен на Рис. 3. В состав установки входят:

1. Рельс с сантиметровой шкалой на лицевой стороне
2. Сталкивающиеся тележки
3. Воздушный насос
4. Источник питания насоса ВС 4-12
5. Опоры рельса
6. Опорная плоскость (поверхность стола)
7. Фиксирующий электромагнит
8. Оптические ворота
9. Цифровой измерительный прибор ПКЦ-3
10. Пульт дистанционного управления прибором ПКЦ-3