

Физика  
Решение Овчинкина

Евгений Турчанин

**Дано 1: 2.6**

Найти ускорения  $a_1$  и  $a_2$  масс  $m_1$  и  $m_2$  и натяжение нити  $T$  в системе, изображенной на рис.17. Массой блоков и нитей пренебречь.

**Решение:** Не теряя общности пусть ускорение  $a_2$  направленно вниз, а ускорение  $a_1$  соответственно вверх. Введем ось  $y$  направленную вверх, тогда из 2 закона Ньютона на ось  $y$ :

$$\begin{cases} m_1 a_1 = T - m_1 g \\ -m_2 a_2 = 2T - m_2 g \end{cases} \quad (1)$$

Найдем кинематическую связь ускорений: Пусть  $m_1$  сместился на  $\Delta x$  вверх  $\Rightarrow m_2$  опустился на  $\Delta x/2$  вниз, продифференцируем по времени 2 раза и найдем что:

$$a_1 = -2a_2$$

Используя эти уравнения находим что:

$$a_1 = \frac{2(m_2 - 2m_1)}{4m_1 + m_2}g; a_2 = \frac{2(m_2 - 2m_1)}{4m_1 + m_2}g; T = \frac{3m_1 m_2 g}{4m_1 + m_2}$$

**Ответ:**

$$a_1 = \frac{2(m_2 - 2m_1)}{4m_1 + m_2}g; a_2 = \frac{2(m_2 - 2m_1)}{4m_1 + m_2}g; T = \frac{3m_1 m_2 g}{4m_1 + m_2}$$

**Дано 2: 2.8**

Три груза висят на блоках (рис. 19). Крайние блоки неподвижны, а средний может передвигаться. Считая заданными  $m_1$  и  $m_2$ , определить массу груза  $m_3$ , при которой средний блок будет оставаться неподвижным. Трением и массами блоков и веревки пренебречь.

**Решение:** Не теряя общности пусть ускорение  $a_1$  направленно вверх,  $a_2$  соответственно вниз. Введем ось  $y$  направленную вверх, тк 3-й груз не движется  $\Rightarrow a_1 = -a_2 = a$ , тогда из 2 закона Ньютона на ось  $y$ :

$$\begin{cases} m_1 a = T - m_1 g \\ -m_2 a = T - m_2 g \\ 0 = 2T - m_3 g \end{cases} \quad (2)$$

Из данной системы уравнений находим что  $m_3 = \frac{4m_1 m_2}{m_1 + m_2}$

**Ответ:**

$$m_3 = \frac{4m_1 m_2}{m_1 + m_2}$$

**Дано 3: 2.12**

Камень массой  $M$  лежит на горизонтальной плоскости на расстоянии  $L$  от края пропасти. К камню прикреплена веревка, перекинутая через гладкий уступ; по веревке лезет обезьяна массой  $m$ . С каким постоянным (относительно земли) ускорением она должна лезть, чтобы успеть подняться раньше, чем упадет камень? Начальное расстояние обезьяны от уступа равно  $H < (M/m)L$ . Коэффициент трения камня о плоскость равен  $k$ .

**Решение:** Пусть ускорение бруска равно  $a_1$ , а ускорение макаки  $a$ , тогда введем оси  $y$  и  $x$ , такие что ось  $y$  направлена вверх, а  $x \perp y$  и направлена вправо. Тогда система уравнений:

$$\begin{cases} Ma_1 = T - M g k & (\text{для бруска на ось } x) \\ T = m(g + a) & (\text{для примата на ось } y) \end{cases} \quad (3)$$

Из этих уравнений:  $a_1 = \frac{m(g + a) - M g k}{M}$

Запишем условие на то, что животное успеет подняться до уступа:

$$\begin{cases} L = a_1 t_1^2 / 2 \\ H = a t_2^2 / 2 \\ t_2 < t_1 \end{cases} \quad (4)$$

Тогда:

$$a > \frac{H}{L} a_1 \quad (5)$$

Подставляя  $a_1$  в это выражение и получаем что:

$$M L a > H m g + H m a - M g H k \Rightarrow a > \frac{H g (m - M k)}{M L - H m} \quad (6)$$

**Ответ:**  
 $a > \frac{H g (m - M k)}{M L - H m}$

P.S. Это ответ для  $a$  когда, оно ускорение ОТН веревки.

#### Дано 4: 2.18

На столе лежит доска массой  $M = 1$  кг, а на доске - груз массой  $m = 2$  кг. Какую силу  $F$  нужно приложить к доске, чтобы доска выскользнула из-под груза? Коэффициент трения между грузом и доской 0.25, а между доской и столом - 0.5.

**Решение:** Пусть  $\mu_1$  - коэффициент трения между доской и грузом, а  $\mu_2$  - коэффициент трения между доской и столом, введем ось  $x$ , которая направлена вправо, рассмотрим критический случай, те когда  $F$  перестает быть силой трения покоя, тогда запишем 2 закон Ньютона на ось  $x$ :

$$\begin{cases} F = m g \mu_1 & (\text{условие отрыва}) \\ F - (m + M) g \mu_2 - m g \mu_1 = M a & (\text{для доски}) \\ m a = m g \mu_1 & (\text{для груза}) \end{cases} \quad (7)$$

Решая эту систему, получим  $F = (m + M)(\mu_1 + \mu_2)g = 22.5 \Rightarrow F \geq 22.5$

**Ответ:**  
 $F \geq 22.5$

#### Дано 5: 2.22

По наклонной плоскости с углом наклона  $\alpha$  соскальзывает брусок массой  $m_1$ , на котором находится второй брусок массой  $m_2$ . Коэффициент трения нижнего бруска о наклонную плоскость равен  $k_1$ , а коэффициент трения между брусками равен  $k_2$ , причем  $k_1 > k_2$ . Определить, будет ли двигаться верхний брусок относительно нижнего и каковы ускорения обоих брусков. Как изменится результат, если  $k_1 < k_2 < \tan \alpha$ ?

**Решение:** Рассмотрим два случая:

1) Случай, когда  $k_1 > k_2$ :

Введем систему координат, где ось  $x$  направлена вдоль наклонной плоскости вниз. Запишем уравнения движения для обоих брусков:

$$\begin{cases} m_1 a_1 = m_1 g \sin \alpha - F_1 - F_2 & (\text{для нижнего бруска}) \\ m_2 a_2 = m_2 g \sin \alpha - F_2 & (\text{для верхнего бруска}) \end{cases} \quad (8)$$

Где  $F_1$  - сила трения между нижним и верхним брусом, а  $F_2$  - сила трения между нижним брусом и полом.

Решая эту систему, получим:

$$\begin{cases} a_1 = g(\sin \alpha - k_1 \cos \alpha) - \frac{m_2}{m_1} g(k_2 - k_1) \cos \alpha \\ a_2 = g(\sin \alpha - k_2 \cos \alpha) \end{cases} \quad (9)$$

2) Случай, когда  $k_1 < k_2 < \operatorname{tg} \alpha$ :

В этом случае верхний брусок не будет двигаться относительно нижнего, тогда :

$$(m_1 + m_2)a = (m_1 + m_2)g \sin \alpha - k_1(m_1 + m_2)g \cos \alpha \quad (10)$$

Отсюда ускорение обоих брусков:

$$a = g(\sin \alpha - k_1 \cos \alpha) \quad (11)$$

**Ответ:**

1) При  $k_1 > k_2$ :

$$a_1 = g(\sin \alpha - k_1 \cos \alpha) - \frac{m_2}{m_1} g(k_2 - k_1) \cos \alpha$$

$$a_2 = g(\sin \alpha - k_2 \cos \alpha)$$

2) При  $k_1 < k_2 < \operatorname{tg} \alpha$ :

$$a_1 = a_2 = g(\sin \alpha - k_1 \cos \alpha)$$

#### Дано 6: 2.32

Парусный буер массой 100кг начинает движение под действием ветра, дующего со скоростью  $v=10\text{м/с}$ . Вычислить время, через которое мощность, отбираемая буером у ветра, будет максимальной, если сила сопротивления паруса ветру пропорциональна квадрату относительной скорости между буером и ветром с коэффициентом пропорциональности  $k=0,1\text{кг/м}$ . Трением пренебречь.

**Решение:** Из условия:

$$F = kv_{\text{рег}}^2 \Rightarrow F = k(v - u)^2 \quad (12)$$

- где  $v$  - скорость ветра,  $u$  - скорость буера

По определению:

$$P = F * u = k(v - u)^2 u \quad (13)$$

Возьмем от данного выражения производную по  $u$  и приравняем к нулю:

$$(k(v - u)^2 u)' = 0 \Rightarrow kv^2 - 4kvu + 4ku^2 = 0 \Rightarrow v = 3u \quad (14)$$

Зная это отношение, найдем время  $t$ :

$$-m \frac{du}{dt} = k(v-u)^2 \Rightarrow -\frac{m}{k} \int_0^{v/3} \frac{du}{(v-u)^2} = \int dt \Rightarrow \quad (15)$$

$$\Rightarrow \int_0^{v/3} \frac{d(v-u)}{(v-u)^2} = \frac{m}{k} \left( \frac{1}{v-v/3} - \frac{1}{v} \right) \Rightarrow t = \frac{m}{2kv} \quad (16)$$

**Ответ:**

$$t = \frac{m}{2kv} = 50 \text{ с}$$

### Дано 7: 2.38

Тело бросают вертикально вверх в вязкой среде. Сила вязкого трения пропорциональна скорости движения тела. Вычислить время  $t_1$  подъема(спуска) тела на максимальную высоту его полета вверх и сравнить его со временем  $t_0$  подъема в отсутствие трения. Начальная скорость тела в обоих случаях одинакова.

**Решение:** Запишем уравнение движения:

$$-ma = mg + \alpha v \Rightarrow -\frac{dv}{dt} = g + \frac{\alpha v}{m} \Rightarrow \quad (17)$$

$$\Rightarrow -\int \frac{dv}{g + \frac{\alpha v}{m}} = \int dt \quad (18)$$

Поделим, и домножим на  $\frac{\alpha}{m}$ , и занесем  $g$  под  $dv$  :

$$-\frac{m}{\alpha} \int \frac{d(\frac{\alpha v}{m} + g)}{g + \frac{\alpha v}{m}} = \int dt \Rightarrow t_1 = \frac{m}{\alpha} \ln \left( 1 + \frac{\alpha v_0}{mg} \right) \quad (19)$$

**Ответ:**

$$t_1 = \frac{m}{\alpha} \ln \left( 1 + \frac{\alpha v_0}{mg} \right)$$