

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №1.11

"Измерение ускорения свободного падения с помощью обратного маятника"

Группа: Z3144

Студент: Евгений Турчанин

1 Цели работы

1. Экспериментальная проверка закономерностей движения физического маятника.

2 Задачи

1. Определение периода колебаний маятника при совпадении приведенной длины с расстоянием между призмами.
2. Определение ускорения свободного падения с абсолютной и относительной погрешностями.
3. Сравнение найденного ускорения свободного падения со справочным значением для широты лаборатории.

3 Теорическое введение

Физическим маятником называется твердое тело, имеющее возможность совершать колебания под действием силы тяжести вокруг неподвижной горизонтальной оси (рис. 1)

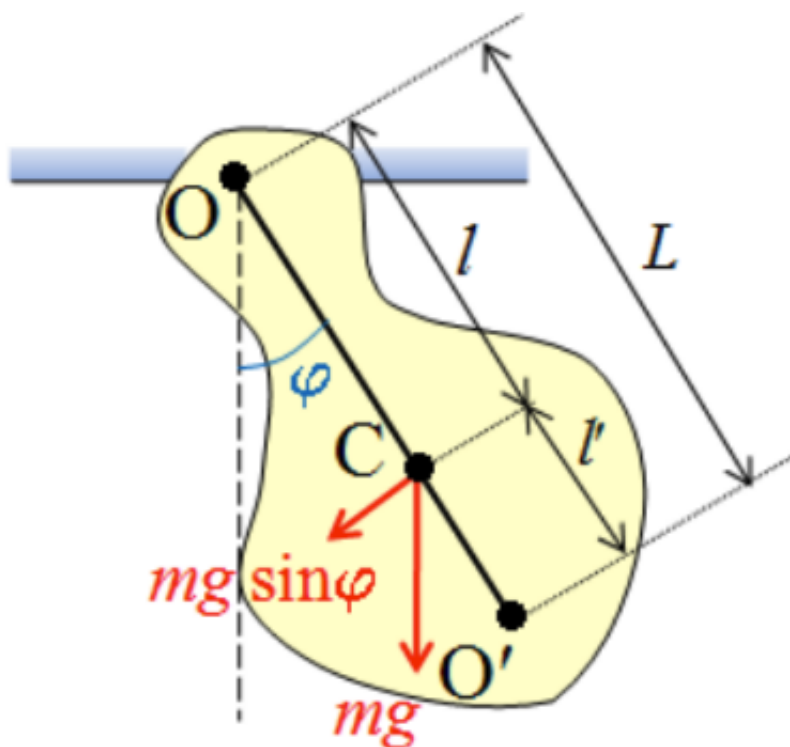


Рис. 1: Физический маятник. O - точка подвеса, C - центр инерции, O' - центр качания.

Обозначим расстояние от точки подвеса до центра инерции как l , возвращающий момент по-прежнему будет равен $M = -mgl\varphi$ (при малых углах отклонения), но второй закон Ньютона теперь запишется в виде:

$$mgl\varphi = -I\ddot{\varphi} \quad (1)$$

где I – момент инерции маятника относительно оси подвеса, который зависит от распределения масс. Соответственно период малых колебаний физического маятника равен

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mgl}} \quad (2)$$

Соотношение (2) удобно преобразовать, используя теорему Штейнера:

$$I = I_0 + ml^2 \quad (3)$$

где I_0 – момент инерции маятника относительно оси, проходящей через его центр инерции параллельно оси подвеса. Тогда для периода колебаний получаем:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I_0 + ml^2}{mgl}} \quad (4)$$

Проанализируем зависимость $T(l)$. График этой функции приведен на рис. 2.

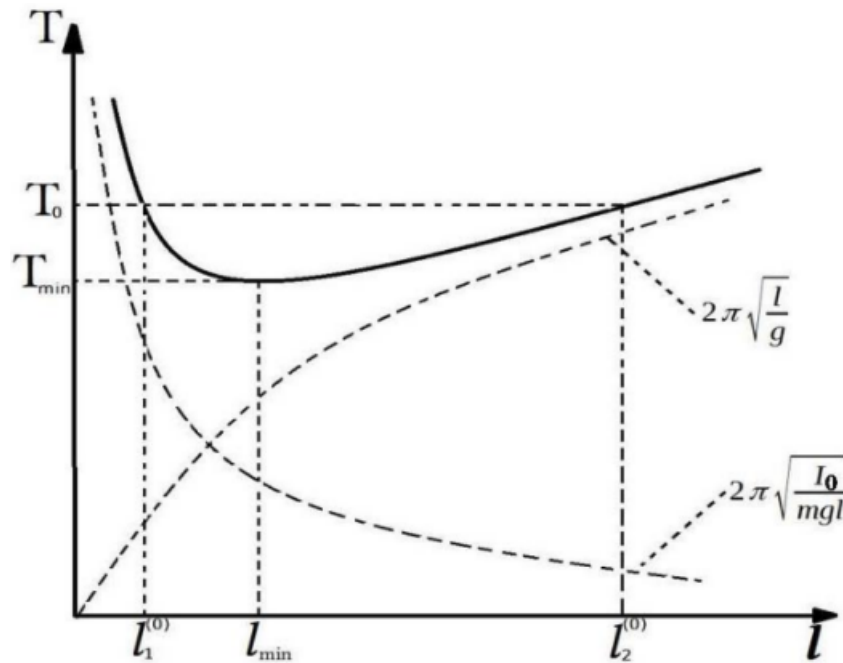


Рис. 2: Зависимость периода колебаний физического маятника от расстояния от оси подвеса до центра масс.

При малых l маятник близок к положению безразличного равновесия. В этом случае из (4) получаем:

$$T(l)_{l \rightarrow 0} = 2\pi\sqrt{\frac{I_0}{mgl}} \rightarrow \infty \quad (5)$$

В отличие от математического маятника, период колебаний физического маятника при уменьшении длины тоже растет.

Взяв производную от правой части (4) и приравняв ее нулю, найдем, что минимальный период колебаний физического маятника получается при $l_{min} = \sqrt{\frac{I_0}{m}}$ и равен:

$$T_{min} = 2\pi\sqrt{\frac{2}{g}\sqrt{\frac{I_0}{m}}} \quad (6)$$

Рассмотрим математический маятник, имеющий такой же период колебаний, как и физический. Очевидно, что его длина должна быть:

$$L = \frac{I}{ml} = \frac{I_0}{ml} + l \quad (7)$$

Величина L называется приведенной длиной физического маятника. Точка на прямой, соединяющей точку подвеса с центром инерции, лежащая на расстоянии L от точки подвеса, называется центром качания физического маятника (точка O' на рис. 1).

Из (7) видно, что $L > l$, следовательно, точка подвеса и центр качания лежат по разные стороны от центра инерции. Если перевернуть физический маятник и подвесить его в точке, совпадающей с центром качания, то новое расстояние до центра инерции будет равно $l' = L - l$ (рис. 1).

Нетрудно доказать, что приведенная длина, а значит и период колебания при этом не изменятся. Следовательно, при переносе точки подвеса в центр качания прежняя точка подвеса становится новым центром качания

Графически это свойство иллюстрирует рис. 2. Из него следует, что один и тот же период колебаний физического маятника T_0 реализуется при двух значениях $l = l_{01}l' = l_{02}$.

Оборотный маятник Рассмотренное свойство физического маятника можно использовать для измерения ускорения свободного падения. Заметим, что недостаточно просто измерить период колебания маятника, т.к. в расчетные формулы входят трудноопределимые величины момента инерции и расстояния до центра инерции. Поэтому используют специальный вариант физического маятника, называемый обратным (рис. 3).

Маятник состоит из металлического стержня 1, на котором закреплены массивные грузы 4 и 5. Осями подвеса служат ребра двух призм 2, закрепленных вблизи концов стержня. Расстояние между призмами фиксировано. В рабочем положении призмы устанавливаются в V-образные опоры 3. Центр инерции маятника находится где-то между призмами. Регулируемым параметром является положение груза 4. Очевидно, что при перемещении этого груза в направлении призмы 2 центр инерции будет смещаться вниз, увеличивая расстояние l от точки подвеса. Если же маятник перевернуть, то такое же смещение регулировочного груза приведет к поднятию центра инерции и уменьшению l . В обоих случаях меняются периоды колебаний T_1 и T_2 . Если при каком-то положении регулировочного груза окажется, что $T_1 = T_2 = T_0$, то это будет означать, что вторая призма находится в центре качания, а расстояние между призмами (которое легко измерить) равно приведенной длине маятника.

Измерив T_0 , находим ускорение свободного падения

$$g = \frac{4\pi^2 L}{T_0^2}$$

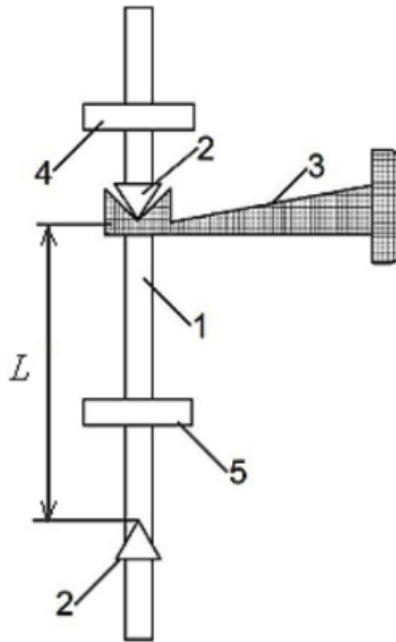


Рис. 3: Обратный маятник.

4 Экспериментальная установка

Экспериментальная установка показана на рис. 4.



Рис. 4: Экспериментальная установка.

Основой установки служит оборотный маятник, схема которого приведена на рис. 3. Для измерения расстояния между призмами и положения регулировочного груза на стержне нанесены риски с шагом 1 см.

Измерение времени колебаний производится электронным секундомером. При нажатии клавиши «СБРОС» начинается отсчет времени с момента прохождения маятником положения равновесия. При нажатии клавиши «СТОП» секундомер выключается после завершения текущего периода колебаний, индикатор показывает целое число периодов колебаний N и время t , за которое маятник их совершил.

5 Полученные данные

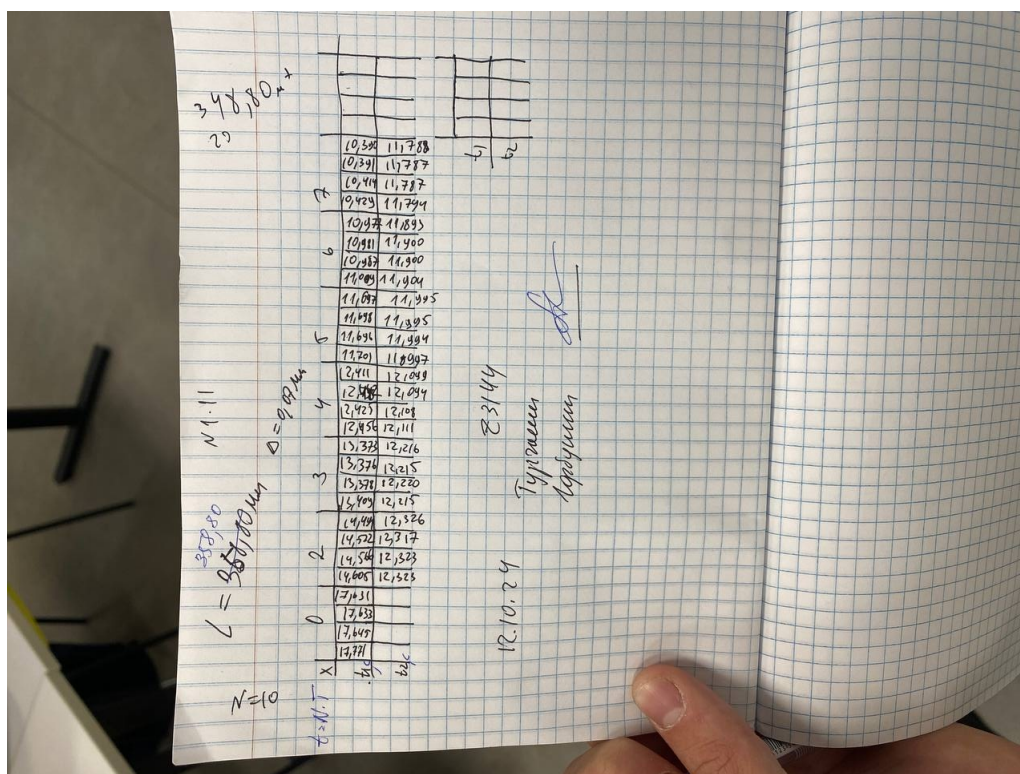


Рис. 5: Полученные данные.

6 Результаты

Используя python обрабатываем данные и получаем:

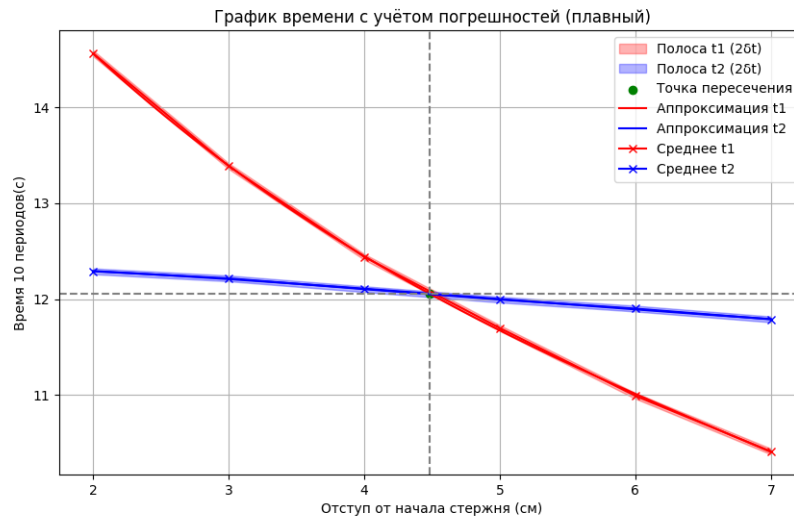


Рис. 6: Графики зависимостей $T_1(x)$ и $T_2(x)$

Период 10 колебаний $T_0 = 12.058\text{с}$
 Ускорение свободного падения: $g = 9.8244\text{м/с}^2$
 Относительная погрешность: 0.002414
 Абсолютная погрешность: 0.0237

Абсолютное и относительное отклонения измеренного ускорения свободного падения от справочного значения для широты лаборатории:

Относительная погрешность: 0.0005
 Абсолютная погрешность: -0.0049

7 Заключение

Из приведенных выше данных можно сделать вывод, что ускорение свободного падения соответствует действительности, т.е. эксперимент подтвердил справедливость теоретических зависимостей для физического маятника. Небольшие отклонения могут быть вызваны неточностью приборов.