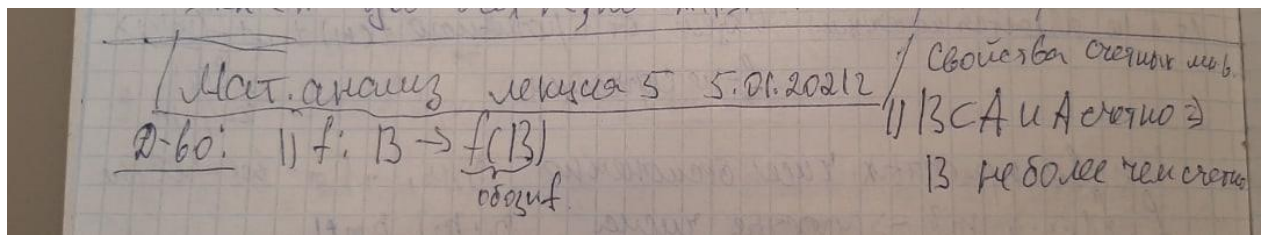


Лекция 5 часть 1 мат анализ

Что прошел?

1. Свойства счетных множеств
2. Пример Кантора
3. Теорема (Кантора-Бернштейна)
4. Теорема Кантора



Страница 1

Д-во: определим $g: B \rightarrow A$ след. образом
 $g(B) = \text{какой-то элемент множества } B$
 $\{a, f(a) = b\}$

2) Если A - счетно и B - счетно, то
1) $A \times B$ - счетно

Следствие: A_1, \dots, A_n - счетны
 $A_1 \times \dots \times A_n$ - счетное мн-во индукция

3) Объединение не более чем счетного набора не более чем счетных мн-в н.д.т.с.

$N \times N \rightarrow \bigcup_{i \in N} A_i$
 $(n, m) \rightarrow a_{f(n)g(m)}$
сюръекция

Пример: Q - счетно
 $Q \subset Z \times N$ - счетно
 $\Rightarrow Q$ н.д.т.с.
 $N \subset Q \Rightarrow Q$ - счетно

Д-во: A_2
 $A \in I$ - н.д.т.с. счетно
 $A_2 = \{a_{2r} \mid r \in J - \text{н.д.т.с.}\}$
Если мн-во н.д.т.с., то сущ сюръекция из него в мн-во натур. чисел. N б него

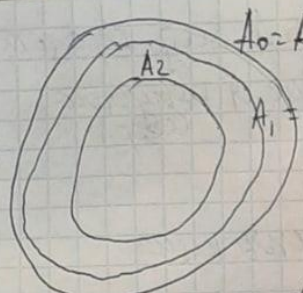
4) Если A бесконечное, то сущ. счетное $B \subset A$ $A \neq \emptyset$ $a_i \in A$
 $A \setminus \{a_i\} \neq \emptyset$ $a_2 \in A \setminus \{a_1\}$ a_1, \dots, a_n
 $\{a_n\} \subset A$ Пример Кантора $\{a_1, a_2, \dots\}$

$\{0, 1\}^\mathbb{N}$ - мн-во всех послед. из 0 и 1 - не счетно
Предположим что можно записать эти послед. натур. чис.

Теорема (Кантора-Бернштейна)
Если $A \sim B$ с B и $B \sim A$ с A
то $A \sim B$

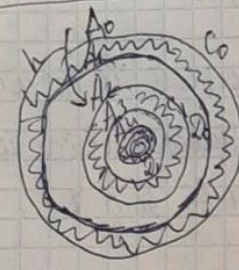
Д-во: $A \sim B$ $A \sim A_2$

Страница 2



$A_0 \sim A_2 \stackrel{?}{\Rightarrow} A_0 \sim A_1$
 это будет гл. 16.

$A_0 \xrightarrow{h} A_2$
 $A_0 \cap A_1 \xrightarrow{h} A_2 \cap A_1$



$A_3 = h(A_1)$
 $A_4 = h(A_2)$
 $A_{2n+1} = h(A_{2n-1})$
 $A_{2n} = h(A_{2n-2})$

$C_0 = A_0 \setminus A_1$
 $C_1 = A_2 \setminus A_3$
 $C_0 \sim C_1$

$C_1 \xrightarrow{h} C_2 \xrightarrow{h} C_3 \rightarrow$

$A_0 = C_0 \cup D_0 \cup C_1 \cup D_1 \dots$
 $A_1 = D_0 \cup C_1 \cup D_1 \cup \dots$

C_0 - кольцо
 D_0 - промежуток (о-центр)

Теорема (Кантора) Д-во: Предположим противное

$f: A \rightarrow 2^A$ - биекция
 $a \rightarrow f(a)$ - мн-во

$C = \{a : a \notin f(a)\} \subseteq A$ суц $b \in A : f(b) = C$

$? b \in f(b) \Rightarrow b \in f(b)$ No
 $? b \in f(b) \Rightarrow b \in C = f(b)$ No

этот набор равенствои
 $2^A \sim A$

$A \not\sim 2^A$
 $A \sim C \subseteq 2^A$
 $A \sim 2^A$