

Câu 1: Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $-2x^2 - 3x + 2 > 0$?

A. $S = \left(-\frac{1}{2}; 2\right)$.

B. $S = \left(-\infty; -\frac{1}{2}\right) \cup (2; +\infty)$.

C. $S = (-\infty; -2) \cup \left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

D. $S = \left(-2; \frac{1}{2}\right)$.

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x) = 2x^2 - 1$. Tính $f(2)$

A. $f(2) = 2$.

B. $f(2) = 3$.

C. $f(2) = 7$.

D. $f(2) = 5$.

Câu 3: Tập xác định của hàm số $y = \frac{3}{x+5}$ là:

A. $D = \mathbb{R}$.

B. $D = \mathbb{R} \setminus \{1; 2\}$.

C. $D = \mathbb{R} \setminus \{-5\}$.

D. $D = \mathbb{R} \setminus \{5\}$.

Câu 4: Cho parabol có phương trình $y = x^2 - 3x + 2$. Xác định hoành độ đỉnh của Parabol

A. $x = -3$.

B. $x = -\frac{3}{4}$.

C. $x = \frac{-3}{2}$.

D. $x = \frac{3}{2}$.

Câu 5: Cho parabol có phương trình $y = x^2 - 2x + 3$. Trục đối xứng của đồ thị hàm số là đường thẳng

A. $x = 3$.

B. $x = -2$.

C. $x = 1$.

D. $x = \frac{3}{2}$.

Câu 6: Cho parabol $(P): y = 3x^2 - 2x + 1$. Điểm nào sau đây thuộc (P) ?

A. $I(1; 2)$.

B. $A(0; -1)$.

C. $B\left(-\frac{1}{3}; \frac{2}{3}\right)$.

D. $C\left(\frac{1}{3}; -\frac{2}{3}\right)$.

Câu 7: Tập nghiệm của bất phương trình $x^2 - 4x + 3 \leq 0$ là

A. $D = (-3; -1)$.

B. $D = \mathbb{R} \setminus \{1; 2\}$.

C. $D = [-3; -1]$.

D. $D = [1; 3]$.

Câu 8: Cho đường thẳng $\Delta: x - 3y - 2 = 0$. Tọa độ của vector nào sau đây không phải là tọa độ vector pháp tuyến của Δ .

A. $(1; -3)$.

B. $(-2; 6)$.

C. $\left(\frac{1}{3}; -1\right)$.

D. $(3; 1)$.

Câu 9: Phương trình tham số của đường thẳng (d) đi qua điểm $M(-2; 3)$ và có một vector chỉ phương $\vec{u}(3; -4)$ là

A. $\begin{cases} x = -2 + 4t \\ y = 3 + 3t \end{cases}$

B. $\begin{cases} x = -2 + 3t \\ y = 3 - 4t \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = -2 + 3t \\ y = 3 + 4t \end{cases}$

D. $\begin{cases} x = 5 + 4t \\ y = 6 - 3t \end{cases}$

Câu 10: Phương trình nào sau đây biểu diễn đường thẳng không song song với đường thẳng $(d): 2x - y - 1 = 0$?

A. $2x - y + 5 = 0$.

B. $2x - y - 5 = 0$.

C. $-2x + y = 0$.

D. $2x + y - 5 = 0$.

Câu 11: Xác định tâm và bán kính của đường tròn $(C): (x+1)^2 + (y-2)^2 = 9$.

A. Tâm $I(-1; 2)$, bán kính $R = 3$.

B. Tâm $I(-1; 2)$, bán kính $R = 9$.

C. Tâm $I(1; -2)$, bán kính $R = 3$.

D. Tâm $I(1; -2)$, bán kính $R = 9$.

Câu 12: Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của đường tròn (C) : $x^2 + y^2 - 2x + 4y + 1 = 0$.

- A. $I(-1;2); R=4$. B. $I(1;-2); R=2$. C. $I(-1;2); R=\sqrt{5}$. D. $I(1;-2); R=4$.

Câu 13: Trong các phương trình sau, phương trình nào là phương trình chính tắc của elip

- A. $4x^2 + 8y^2 = 32$. B. $\frac{x^2}{1} + \frac{y^2}{1} = 1$.
C. $\frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{16} = -1$. D. $\frac{x^2}{8} - \frac{y^2}{4} = 1$.

Câu 14: Trong mặt phẳng (Oxy) , cho elip (E) có phương trình $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{16} = 1$. Tìm tiêu cự của (E) .

- A. $F_1F_2=12$ B. $F_1F_2=8$ C. $F_1F_2=2\sqrt{5}$ D. $F_1F_2=4\sqrt{5}$

Câu 15: Tập xác định của hàm số $y = \frac{2}{\sqrt{x+5}}$ là:

- A. $D = [-5; +\infty)$. B. $D = (-\infty; 5)$. C. $D = \mathbb{R} \setminus (-\infty; 5]$. D. $D = \mathbb{R} \setminus \{5\}$.

Câu 16: Đồ thị hàm số $y = x^2 - 2x - 3$ đi qua điểm nào sau đây?

- A. $M(1;1)$ B. $N(1;2)$ C. $P(0;2)$. D. $Q(3;0)$.

Câu 17: Trục đối xứng của parabol (P) : $y = 2x^2 + 6x + 3$ là

- A. $x = -\frac{3}{2}$. B. $y = -\frac{3}{2}$. C. $x = -3$. D. $y = -3$.

Câu 18: Tam thức bậc hai nào sau đây luôn nhận giá trị dương với mọi $x \in \mathbb{R}$?

- A. $x^2 - 3x + 2$. B. $x^2 - 4x + 3$. C. $-x^2 + x - 1$. D. $x^2 - 3x + 3$.

Câu 19: Tam thức bậc hai $f(x) = x^2 - 12x - 13$ nhận giá trị không âm khi và chỉ khi:

- A. $x \in \mathbb{R} \setminus [-1; 13]$ B. $x \in [-1; 13]$ C. $x \in (-\infty; -1] \cup [13; +\infty)$ D. $x \in (-1; 13)$

Câu 20: Phương trình của đường thẳng Δ đi qua điểm $M(5;4)$ và có vector pháp tuyến $\vec{n}(11;-12)$ là:

- A. $5x + 4y + 7 = 0$. B. $5x + 4y - 7 = 0$.
C. $11x - 12y - 7 = 0$. D. $11x - 12y + 7 = 0$.

Câu 21: Phương trình của đường thẳng Δ đi qua điểm $M(5;4)$ và vuông góc với đường thẳng $x - 2y + 5 = 0$ là:

- A. $x - 2y + 3 = 0$. B. $2x + y - 14 = 0$.
C. $x + 2y - 13 = 0$. D. $2x + y = 0$.

Câu 22: Xác định vị trí tương đối của hai đường thẳng sau đây $\Delta_1: x - 2y + 1 = 0$ và $\Delta_2: -3x + 6y - 10 = 0$.

- A. Song song. B. Cắt nhau nhưng không vuông góc.
C. Trùng nhau. D. Vuông góc nhau.

Câu 23: Đường tròn có tâm $I(1;2)$, bán kính $R=3$ có phương trình là:

- A. $x^2 + y^2 + 2x + 4y - 4 = 0$. B. $x^2 + y^2 + 2x - 4y - 4 = 0$.
C. $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 4 = 0$. D. $x^2 + y^2 - 2x - 4y - 4 = 0$.

Câu 24: Phương trình nào sau đây là phương trình của một đường tròn?

A. $x^2 + y^2 - 4xy + 2x + 8y - 3 = 0$.

B. $x^2 + 2y^2 - 4x + 5y - 1 = 0$.

C. $x^2 + y^2 - 14x + 2y + 2018 = 0$.

D. $x^2 + y^2 - 4x + 5y + 2 = 0$.

Câu 25: Phương trình nào sau đây là phương trình chính tắc của (E)

A. $\frac{x^2}{24} + \frac{y^2}{16} = 1$.

B. $\frac{x^2}{36} - \frac{y^2}{9} = 1$.

C. $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} = -1$.

D. $\frac{x^2}{5} + \frac{y^2}{20} = 1$

Câu 26: Trong mặt phẳng (Oxy) , cho elip (E) có phương trình $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{16} = 1$. Tìm tiêu cự của (E) .

A. $F_1F_2 = 12$

B. $F_1F_2 = 8$

C. $F_1F_2 = 2\sqrt{5}$

D. $F_1F_2 = 4\sqrt{5}$

Câu 27: Cho tam thức bậc hai: $f(x) = x^2 - 2mx + 5m - 8$, m là tham số. Các khẳng định sau đúng hay sai?

A. Với $m = 1$, thì $f(x) > 0, \forall x \in (-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$.

B. $f\left(\frac{5}{2}\right) > 0$.

C. $f(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow m \in (1; 5)$.

D. Gọi S là tập các giá trị của m để bất phương trình $f(x) \leq 0$ có tập nghiệm là $[a; b]$ sao cho $b - a = 4$. Tổng tất cả các phần tử của S là 5.

Lời giải

A. Đúng

Với $m = 1$, thì $f(x) > 0 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 > 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$.

B. Sai

$$f\left(\frac{5}{2}\right) = \left(\frac{5}{2}\right)^2 - 2m \cdot \frac{5}{2} + 5m - 8 = \frac{-7}{4} < 0.$$

C. Sai

$$f(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 > 0 \\ \Delta' = m^2 - 5m + 8 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \in \emptyset$$

D. Đúng

$$\text{Có } x^2 - 2mx + 5m - 8 \leq 0 \Leftrightarrow (x - m)^2 \leq m^2 - 5m + 8 \Leftrightarrow |x - m| \leq \sqrt{m^2 - 5m + 8}$$

$$|x - m| \leq \sqrt{m^2 - 5m + 8} \Leftrightarrow m - \sqrt{m^2 - 5m + 8} \leq x \leq m + \sqrt{m^2 - 5m + 8}.$$

$$\text{Vậy tập nghiệm của BPT là } \left[m - \sqrt{m^2 - 5m + 8}; m + \sqrt{m^2 - 5m + 8} \right].$$

$$\text{Theo bài ra ta có } b - a = 4 \Leftrightarrow 2\sqrt{m^2 - 5m + 8} = 4 \Leftrightarrow m^2 - 5m + 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = 4 \end{cases}$$

Tổng tất cả các phần tử của S là 5.

Câu 28: Trong mặt phẳng (Oxy) cho các điểm $A(-1;3), B(2;-1), C(0;3)$. Xét tính **đúng, sai** của các mệnh đề sau:

A. Vector chỉ phương của đường thẳng AC là $\overrightarrow{AC} = (1; 0)$

B. Vector pháp tuyến của đường thẳng AB là $\vec{n} = (4; -3)$

C. Gọi G là trọng tâm của ΔABC . Phương trình tham số của CG là $\begin{cases} x = 2 - 7t \\ y = 4t \end{cases}; t \in \mathbb{R}.$

D. Phương trình đường trung trực của đoạn thẳng AB là $6x - 8y + 5 = 0$.

Lời giải

A. Đúng

B. Sai

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (3; -4) \Rightarrow \vec{n} = (4; 3)$.

C. Sai

Vì G là trọng tâm của ΔABC nên tọa độ $G\left(\frac{1}{3}; \frac{5}{3}\right) \Rightarrow \overrightarrow{CG} = \left(\frac{1}{3}; -\frac{4}{3}\right)$.

Chọn vector chỉ phương $\vec{u} = (1; -4)$. Khi đó phương trình tham số của CG là:

$$\begin{cases} x = t \\ y = 3 - 4t \end{cases}; t \in \mathbb{R}.$$

D. Đúng

Gọi I là trung điểm của đoạn thẳng AB suy ra tọa độ điểm $I\left(\frac{1}{2}; 1\right)$.

Do d là đường trung trực của đoạn thẳng AB nên $\vec{n}_d = \overrightarrow{AB} = (3; -4)$.

Vậy phương trình đường trung trực của đoạn thẳng AB là

$$3\left(x - \frac{1}{2}\right) - 4(y - 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow 3x - 4y + \frac{5}{2} = 0$$

$$\Leftrightarrow 6x - 8y + 5 = 0.$$

Câu 29: Cho biểu thức $f(x) = (m-1)x^2 - 2(m-1)x + 6$, (m là tham số). Khi đó:

- A. Biểu thức $f(x)$ là một tam thức bậc hai với mọi m .
- B. Khi $m = 2$ thì $f(x)$ luôn dương.
- C. Khi $m = -1$ thì bất phương trình $f(x) \leq 0$ có tập nghiệm là $S = [-1; 3]$.
- D. Có tất cả 6 giá trị nguyên của m để biểu thức $f(x)$ luôn dương.

Lời giải

A. SAI

Biểu thức $f(x)$ là một tam thức bậc hai khi $m \neq 1$.

B. ĐÚNG

Khi $m = 2$ thì $f(x) = x^2 - 2x + 6$ là biểu thức luôn dương do $\begin{cases} a = 1 > 0 \\ \Delta' = -5 < 0 \end{cases}$.

C. ĐÚNG.

Khi $m = -1$ thì $f(x) = -2x^2 + 4x + 6 \leq 0 \Leftrightarrow -1 \leq x \leq 3$.

D. ĐÚNG.

+ Khi $m = 1$ thì $f(x) = 6$ luôn dương (thỏa mãn).

+ Khi $m \neq 1$ thì $f(x)$ là một tam thức bậc hai

Để $f(x)$ luôn dương thì $\begin{cases} a = m-1 > 0 \\ \Delta' = (m-1)^2 - 6(m-1) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 1 \\ 1 < m < 7 \end{cases} \Leftrightarrow 1 < m < 7$

Vậy $1 \leq m < 7$. Do đó có 6 giá trị nguyên dương m thỏa mãn.

Câu 30: Trong hệ tọa độ Oxy , cho điểm $A(1;2)$, $B(-3;4)$, đường thẳng Δ là $x + y - 2 = 0$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. Trung điểm của đoạn thẳng AB có tọa độ là $(-1;3)$.

B. Điểm M thỏa mãn $\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} = \vec{0}$ có tọa độ là $M(-5;10)$.

C. Đường thẳng đi qua A và vuông góc với đường thẳng Δ là đường thẳng $x - y + 1 = 0$.

D. Đường thẳng d đi qua B và tạo với Δ một góc 45° là đường thẳng $x + 3 = 0$ hoặc $y - 4 = 0$.

Lời giải

A. Đúng

Ta có tọa độ trung điểm của đoạn thẳng AB có tọa độ là $\begin{cases} x = \frac{1+(-3)}{2} = -1 \\ y = \frac{2+4}{2} = 3 \end{cases}$.

B. Sai

Gọi $M(x; y)$ khi đó $\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} = \vec{0} \Leftrightarrow \begin{cases} (1-x) + 2(-3-x) = 0 \\ (2-y) + 2(4-y) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{-5}{3} \\ y = \frac{10}{3} \end{cases}$.

C. Đúng

Đường thẳng đi qua A và vuông góc với đường thẳng Δ có vectơ chỉ phương là $\vec{u} = \overrightarrow{n_\Delta} = (1;1)$.

Khi đó $\vec{n} = (1;-1)$, do đó đường thẳng đi qua A và vuông góc với đường thẳng Δ là

$$(x-1) - (y-2) = 0 \Leftrightarrow x - y + 1 = 0.$$

D. Đúng

Gọi pháp tuyến của đường thẳng d là $\overrightarrow{n_d} = (a;b)$.

Vì góc tạo bởi d và Δ là một góc 45° nên

$$\cos 45^\circ = \frac{|\overrightarrow{n_d} \cdot \overrightarrow{n_\Delta}|}{|\overrightarrow{n_d}| \cdot |\overrightarrow{n_\Delta}|} = \frac{|a+b|}{\sqrt{a^2+b^2} \cdot \sqrt{1^2+1^2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow \frac{(a+b)^2}{2(a^2+b^2)} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow ab = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b = 0 \end{cases}.$$

Trường hợp 1: Khi $a = 0$, chọn $b = 1$ khi đó đường thẳng d là $y - 4 = 0$.

Trường hợp 2: Khi $b = 0$, chọn $a = 1$ khi đó đường thẳng d là $x + 3 = 0$.

Câu 31: Một khung dây thép hình chữ nhật với chiều dài 30 cm và chiều rộng 20 cm được uốn lại thành hình chữ nhật mới với kích thước $(30-x)\text{ cm}$ và $(20+x)\text{ cm}$. Với $x \in (a; b)$ thì diện tích của khung sau khi uốn tăng lên. Khi đó trong khoảng $(a; b)$ có bao nhiêu giá trị nguyên?

Lời giải

Trả lời: 9

Ta có điều kiện: $-20 < x < 30$

Diện tích hình chữ nhật lúc sau là: $S = (30-x) \cdot (20+x) = -x^2 + 10x + 600\text{ cm}^2$.

Diện tích hình chữ nhật lúc đầu là 600 cm^2

Đặt $f(x) = -x^2 + 10x + 600 - 600 = -x^2 + 10x$.

$f(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 10 \end{cases}$. Ta có bảng xét dấu của $f(x)$

x	$-\infty$	0	10	$+\infty$	
$f(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$

Diện tích của khung sau khi uốn tăng lên khi $f(x) > 0 \Leftrightarrow x \in (0; 10)$.

Khi đó trong $(0; 10)$ có 9 giá trị nguyên.

Câu 32: Bộ phận nghiên cứu thị trường của một xí nghiệp xác định tổng chi phí để sản xuất Q sản phẩm là $Q^2 + 300Q + 200000$. (nghìn đồng). Giả sử giá mỗi sản phẩm bán ra thị trường là 1200 nghìn đồng. Xí nghiệp cần sản xuất số sản phẩm ít nhất là bao nhiêu để không bị lỗ?

Lời giải

Trả lời: 400

Lợi nhuận của xí nghiệp khi bán hết Q sản phẩm là:

$$1200Q - (Q^2 + 300Q + 200000) = -Q^2 + 900Q - 200000.$$

Để xí nghiệp không bị lỗ thì $-Q^2 + 900Q - 200000 \geq 0 \Leftrightarrow 400 \leq Q \leq 500$.

Vậy để không bị lỗ, xí nghiệp cần sản xuất nhiều hơn hoặc bằng 400 sản phẩm và ít hơn hoặc bằng 500 sản phẩm.

Câu 33: Độ cao (tính bằng mét) của một quả bóng (trong môn bóng đá) khi cầu thủ sút phạt so với xà ngang của khung thành khi bóng di chuyển được x mét theo phương ngang được mô phỏng bằng hàm số $k(x) = -0,2x^2 + 3x - 3$. Giá trị nguyên của x lớn nhất là bao nhiêu?

Trả lời: 13

Lời giải

$$\text{Ta có } k(x) = -0,2x^2 + 3x - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{15 - \sqrt{165}}{2} \approx 1,08 \\ x = \frac{15 + \sqrt{165}}{2} \approx 13,92 \end{cases}$$

Ta có bảng xét dấu của $k(x)$

x	$-\infty$	1,08	13,92	$+\infty$	
$k(x)$	—	0	+	0	—

Vậy bóng nằm cao hơn so với xà ngang của khung thành khi $k(x) > 0$ tức là $x \in (1,08; 13,92)$.

Câu 34: Cho tam giác ABC có $M(2;0)$ là trung điểm của cạnh AB . Đường trung tuyến và đường cao kẻ từ A lần lượt có phương trình là $7x - 2y - 3 = 0$ và $6x - y - 4 = 0$. Lập phương trình của đường thẳng AB : $ax + by + c = 0$ Tính $a + b + c$ bằng bao nhiêu?

Lời giải:

Đáp số: -1

Tọa độ của điểm A là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} 7x - 2y - 3 = 0 \\ 6x - y - 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases}$.

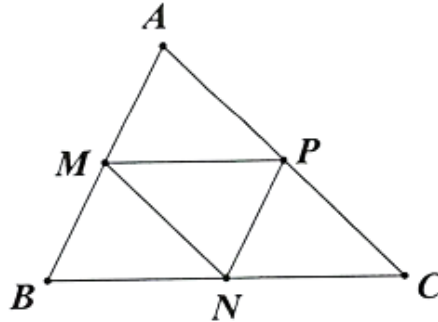
Do đó, điểm A có tọa độ $(1;2)$. Đường thẳng AB có vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{AM}(1;-2)$ nên nhận $\vec{n}(2;1)$ là một vectơ pháp tuyến. Phương trình đường thẳng AB là:

$$2(x-1) + (y-2) = 0 \Leftrightarrow 2x + y - 4 = 0.$$

Câu 35: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC biết trung điểm các cạnh AB, BC, CA lần lượt là $M(-1;-1), N(1;9), P(9;1)$. Phương trình tổng quát của đường thẳng chứa cạnh AB : $ax+by+c=0$ khi đó $2a-b+c$ bằng bao nhiêu?

Lời giải

Đáp án: 3



Vì AB có vector chỉ phương $\vec{u} = \frac{1}{8}\overrightarrow{NP} = (1;-1)$ nên vector pháp tuyến của AB là $\vec{n} = (1;1)$.

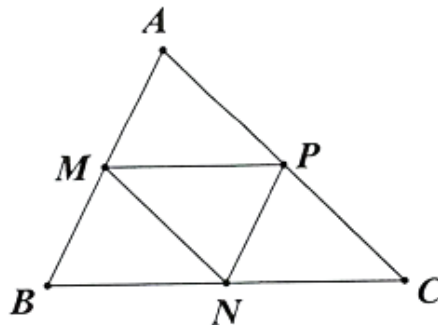
AB qua $M(-1;-1)$ và có vector pháp tuyến $\vec{n} = (1;1)$

$\Rightarrow AB: 1(x+1)+1(y+1)=0 \Leftrightarrow AB: x+y+2=0$.

Câu 36: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC biết trung điểm các cạnh AB, BC, CA lần lượt là $M(-1;-1), N(1;9), P(9;1)$. Phương trình tổng quát của đường trung trực của đoạn thẳng AB : $ax+by+c=0$ khi đó $a^2+3b^2+c^2$ bằng bao nhiêu?

Lời giải

Đáp án: 4



Vì d là đường trung trực cạnh AB nên d vuông góc với AB

\Rightarrow Vector pháp tuyến của d là $\vec{u} = (1;-1)$.

d qua $M(-1;-1)$ và có vector pháp tuyến $\vec{u} = (1;-1)$

$\Rightarrow d: 1(x+1)-1(y+1)=0 \Leftrightarrow AB: x-y=0$.

Câu 37: Cho tam giác ABC có $M(2;0)$ là trung điểm của cạnh AB . Đường trung tuyến và đường cao kẻ từ A lần lượt có phương trình là $7x-2y-3=0$ và $6x-y-4=0$. Phương trình tổng quát của đường thẳng AB có dạng $ax+by-4=0$ ($a;b \in \mathbb{N}$). Tính $a+b$

Lời giải

Trả lời: 3

Tọa độ của điểm A là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} 7x-2y-3=0 \\ 6x-y-4=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=2 \end{cases}$.

Do đó, điểm A có tọa độ $(1;2)$.

Đường thẳng AB có vector chỉ phương là $\overrightarrow{AM} = (1;-2)$ nên nhận $\vec{n} = (2;1)$ là một vector pháp tuyến.

Phương trình đường thẳng AB là: $2(x-1)+(y-2)=0 \Leftrightarrow 2x+y-4=0$.

Khi đó $\begin{cases} a=2 \\ b=1 \end{cases} \Rightarrow a+b=3$

Câu 38: Trong mặt phẳng Oxy , cho hai điểm $A(3;-3), B(5;-1)$ và đường thẳng $\Delta: 2x-y-1=0$. Tính tổng hoành độ và tung độ của điểm M biết M thuộc Δ sao cho tam giác MAB cân tại M .

Lời giải

Trả lời: 2

Đường thẳng Δ có phương trình tham số là: $\begin{cases} x=t \\ y=-1+2t \end{cases}$

Vì $M \in \Delta$ nên $M(t;-1+2t)$.

Tam giác MAB cân tại M nên $MA=MB$

$$\Leftrightarrow (3-t)^2 + (-2-2t)^2 = (5-t)^2 + (-2t)^2 \Leftrightarrow 13+2t=25-10t \Leftrightarrow 12t=12 \Leftrightarrow t=1.$$

Vậy điểm M cần tìm là $M(1;1) \Rightarrow 1+1=2$.

Câu 39: Trong mặt phẳng tọa độ, một thiết bị âm thanh được phát từ vị trí $A(3;6)$. Người ta dự định đặt một máy thu tín hiệu trên đường thẳng có phương trình $2x - 3y - 1 = 0$. Hỏi máy thu đặt ở vị trí có hoành độ bao nhiêu sẽ nhận được tín hiệu sớm nhất?

Lời giải

Trả lời: 5

Đặt $d: 2x - 3y - 1 = 0$.

Gọi M là vị trí đặt máy thu tín hiệu.

Ta có vị trí sẽ nhận được tín hiệu sớm nhất khi M gần vị trí A nhất.

Mà $M \in d$. Do đó M gần vị trí A nhất khi và chỉ khi M là hình chiếu của A trên đường thẳng d .

Gọi Δ là đường thẳng đi qua điểm A và vuông góc với d .

$\Delta \perp d$ nên phương trình Δ có dạng $3x + 2y + c = 0, (c \in \mathbb{R})$.

$$A \in \Delta \Rightarrow 3.3 + 2.6 + c = 0 \Leftrightarrow c = -21.$$

Suy ra: $\Delta: 3x + 2y - 21 = 0$.

$$\begin{cases} M \in d \\ M \in \Delta \end{cases} \Rightarrow M = d \cap \Delta.$$

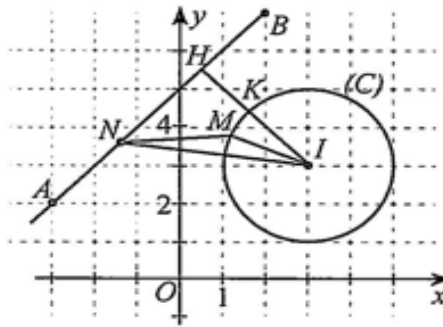
Suy ra tọa độ của M là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} 2x - 3y - 1 = 0 \\ 3x + 2y - 21 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \\ y = 3 \end{cases}.$

Vậy máy thu đặt ở vị trí $M(5;3)$ sẽ nhận được tín hiệu sớm nhất.

Câu 40: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy (đơn vị trên các trục là mét), một chất điểm chuyển động đều luôn cách điểm $I(3;3)$ một khoảng bằng 2. Một chất điểm khác chuyển động thẳng đều trên đường thẳng, tại hai thời điểm, chất điểm đó ở vị trí $A(-3;2)$ và $B(2;7)$. Tại mọi thời điểm, khoảng cách nhỏ nhất giữa hai chất điểm là bao nhiêu mét (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?

Lời giải

1	,	5	4
---	---	---	---



Quỹ đạo chuyển động của chất điểm thứ nhất là đường tròn (C) có phương trình:

$$(x-3)^2 + (y-3)^2 = 4.$$

Ta có $\overrightarrow{AB} = (5;5) \Rightarrow \vec{n} = (1;-1)$ là một vector pháp tuyến của đường thẳng AB nên phương trình đường thẳng AB là: $x - y + 5 = 0$.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của I lên đường thẳng AB .

$$\text{Ta có: } IH = \frac{|3-3+5|}{\sqrt{1^2+(-1)^2}} = \frac{5}{\sqrt{2}}.$$

Vì $\frac{5}{\sqrt{2}} > 2$, tức là $IH > R$ nên đường thẳng AB và đường tròn (C) không có điểm chung.

Gọi K là giao điểm của đoạn thẳng IH và đường tròn.

$$\text{Ta có } HK = IH - IK = \frac{5}{\sqrt{2}} - 2 \approx 1,54(m).$$

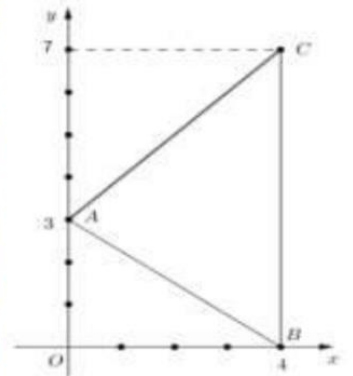
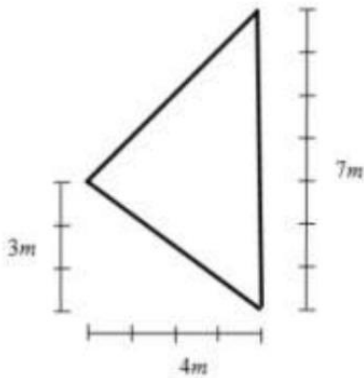
Xét M là điểm bất kì trên đường tròn, N là điểm bất kì trên đường thẳng AB .

$$\text{Ta có: } MN \geq IN - IM.$$

$$\text{Mà } IM = IK, IN \geq IH \Rightarrow MN \geq IH - IK = HK \approx 1,54(m)$$

Vậy tại mọi thời điểm, khoảng cách nhỏ nhất giữa hai chất điểm là $1,54 m$.

Câu 41: Có một công viên nhỏ hình tam giác như **hình 1**. Người ta dự định đặt một cây đèn để chiếu sáng toàn bộ công viên. Để công việc được tiến hành thuận lợi người ta đo đạc và mô phỏng các kích thước công viên như **hình 2**. Thiết lập hệ trục tọa độ oxy như **hình 3**, khi đó các đỉnh của công viên có tọa độ lần lượt là $A(0;3); B(4;0); C(4;7)$. Gọi $I(a;b)$ là điểm đặt cây đèn sao cho đèn chiếu sáng toàn bộ công viên. Khi đó $a - b$ bằng



Lời giải

Trả lời: 0

- Vùng mà cây đèn chiếu sáng được biểu diễn bằng một hình tròn mà điểm đặt cây đèn là tâm nên để chiếu sáng toàn bộ công viên ta cần đặt cây đèn ở tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác.

- Gọi $I(x;y)$ là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác $\triangle ABC$

Ta có: $A(0;3), B(4;0), C(4;7)$ nên:

$$\overrightarrow{IA} = (-x; 3-y) \Rightarrow IA = \sqrt{x^2 + (3-y)^2}$$

$$\overrightarrow{IB} = (4-x; -y) \Rightarrow IB = \sqrt{(4-x)^2 + y^2}$$

$$\overrightarrow{IC} = (4-x; 7-y) \Rightarrow IC = \sqrt{(4-x)^2 + (7-y)^2}$$

Do I là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác $\triangle ABC$ nên ta có $IA = IB, IA = IC$, ta lập được hệ

Do I là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác $\triangle ABC$ nên ta có $IA = IB, IA = IC$, ta lập được hệ

$$\text{phương trình } \begin{cases} 8x - 6y = 7 \\ 8x + 8y = 56 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{7}{2} \\ y = \frac{7}{2} \end{cases}. \text{ Vậy } I\left(\frac{7}{2}; \frac{7}{2}\right).$$

BẢNG ĐÁP ÁN

1.A	2.C	3.C	4.D	5.C	6. A
7.D	8. D	9. B	10. D	11.D	12. D
13.A	14.D	15.C	16.D	17.A	18.D
19.C	20.C	21.B	22.A	23.D	24.D
25.A	26.C	27. Đ S S Đ	28. Đ S S Đ	29. S Đ Đ Đ	30. Đ S Đ Đ
31. 9	32. 400	33. 13	34. -1	35. 3	36. 4
37. 3	38. 2	39. 5	40. 1,54	41. 0	