Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và có bảng biến thiên trên đoạn $[-1;3]$ như hình vẽ bên. Khẳng định nào sau đây ***đúng***?

x	-1		0		2		3
y'		$+$	0	-	0	$+$	
y	0	↗	5	↘	1	↗	4

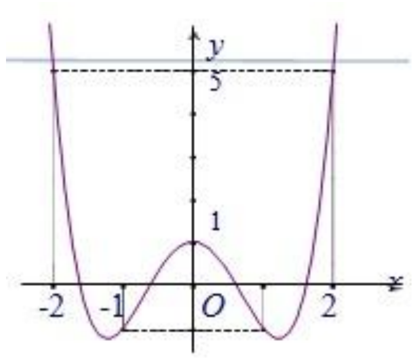
A. $\max\limits_{[-1;3]} f(x) = f(0)$. **B.** $\max\limits_{[-1;3]} f(x) = f(3)$. **C.** $\max\limits_{[-1;3]} f(x) = f(2)$. **D.** $\max\limits_{[-1;3]} f(x) = f(-1)$.

Lời giải

Chọn **A.**

Từ bảng biến thiên ta có: $\max\limits_{[-1;3]} f(x) = f(0) = 5$

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên.



Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-1;2]$.

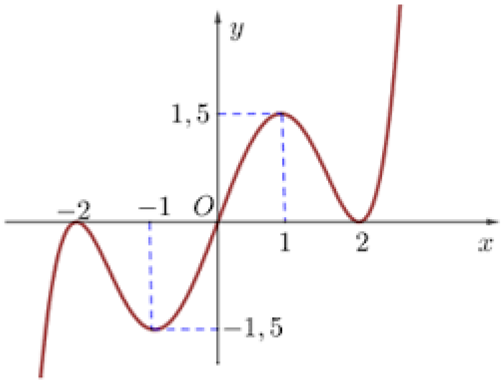
A. 1. **B.** 2. **C.** 5. **D.** 0.

Lời giải

Chọn **C.**

Từ đồ thị ta có: $\max\limits_{[-1;2]} f(x) = f(2) = 5$

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ.



Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $g(x) = f(x) + 2024$ cho trên đoạn $[-2;2]$. Giá trị $M - m$ bằng:

A. $M - m = 0$ **B.** $M - m = -2024$ **C.** $M - m = 4048$ **D.** $M - m = 3$

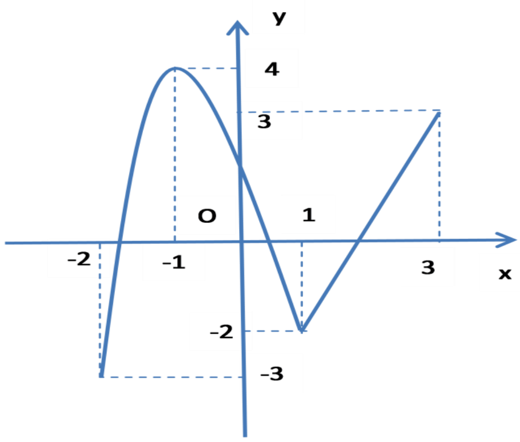
Lời giải

Chọn D.

Từ đồ thị ta có:

$$\begin{cases} \min\limits_{[-2;2]} f(x) = f(-1) = -1{,}5 \\ \max\limits_{[-2;2]} f(x) = f(1) = 1{,}5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m = \min\limits_{[-2;2]} g(x) = f(-1) = -1{,}5 + 2024 \\ M = \max\limits_{[-2;2]} g(x) = f(1) = 1{,}5 + 2024 \end{cases} \Rightarrow M - m = 3$$

Câu 4: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn [-2;3] có đồ thị như hình vẽ dưới đây.



Gọi m, M lần lượt là giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $[-2;3]$. Giá trị của $2m - 3M$ bằng:

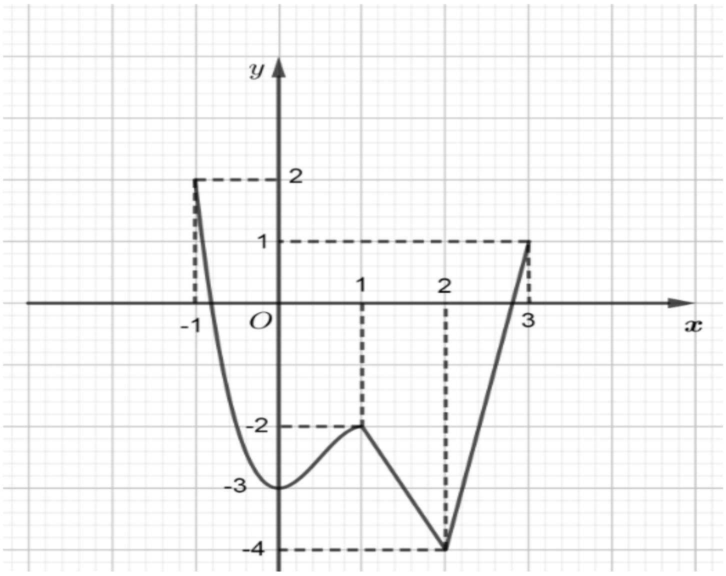
A. $-13.$ **B.** $-18.$ **C.** $-16.$ **D.** $-15.$

Lời giải

Chọn B.

Từ đồ thị ta có: $\begin{cases} m = \min\limits_{[-2;3]} f(x) = f(-2) = -3 \\ M = \max\limits_{[-2;3]} f(x) = f(-1) = 4 \end{cases} \Rightarrow 2m - 3M = -18$

Câu 5: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1;3]$ và có đồ thị như hình vẽ bên.



Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-1;3]$. Giá trị của $M+m$ là

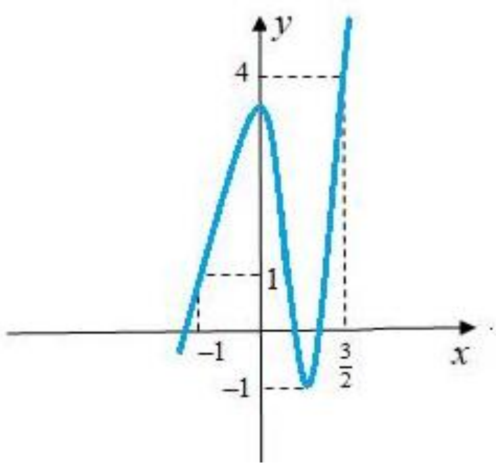
A. 2. **B.** -6. **C.** -5. **D.** -2.

Lời giải

Chọn D.

Từ đồ thị ta có: $\begin{cases} m = \min\limits_{[-1;3]} f(x) = f(-2) = -4 \\ M = \max\limits_{[-1;3]} f(x) = f(-1) = 2 \end{cases} \Rightarrow M+m=-2$

Câu 6: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ sau:



Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ trên $\left[-1;\frac{3}{2}\right]$. Giá trị của $M+m$ bằng

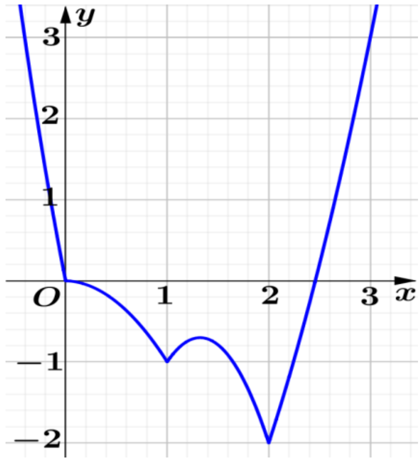
A. $\frac{1}{2}$. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D.

Từ đồ thị ta có: $\begin{cases} m = \min\limits_{\left[-1;\frac{3}{2}\right]} f(x) = -1 \\ M = \max\limits_{\left[-1;\frac{3}{2}\right]} f(x) = f\left(\frac{3}{2}\right) = 4 \end{cases} \Rightarrow M + m = 3$

Câu 7: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[0;3]$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số đã cho trên $[0;3]$. Giá trị của $M+m$ bằng?



A. 5. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Chọn D.

Từ đồ thị ta có: $\begin{cases} m = \min\limits_{[0;3]} f(x) = f(2) = -2 \\ M = \max\limits_{[0;3]} f(x) = f(3) = 3 \end{cases} \Rightarrow M + m = 1$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý A), B), C), D) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 8: Hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên đoạn $[-4;2]$ và có bảng biến thiên như hình vẽ.

$m=1$	-4		$y=\frac{x+m^2}{x-1}$		$[-1;0]$		2
$-m^2$		$+$	$\frac{1-m^2}{2}$	m^2	$y=\frac{2mx+1}{m-x}$	$+$	
$[2;3]$	0		m		$0.$		6

A. Hàm số có giá trị lớn nhất 27.

B. Hàm số có giá trị nhỏ nhất bằng -5.

C. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-4;2)$.

D. Hàm số có điểm cực tiểu $(1;-5)$.

Lời giải

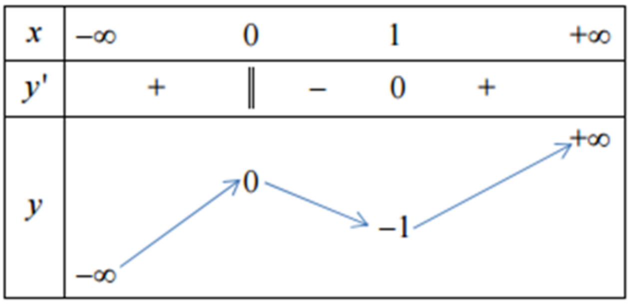
A. Hàm số có giá trị lớn nhất 27. **ĐÚNG**

B. Hàm số có giá trị nhỏ nhất bằng -5. **ĐÚNG**

C. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-4;2)$. **SAI**

D. Hàm số có điểm cực tiểu $(1;-5)$. **ĐÚNG**

Câu 9: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên:



A. Hàm số có giá trị cực tiểu bằng 1.

B. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 0 và giá trị nhỏ nhất bằng -1.

C. Hàm số đạt cực đại tại $x=0$ và đạt cực tiểu tại $x=1$.

D. Hàm số có đúng hai cực trị.

Lời giải

A. Hàm số có giá trị cực tiểu bằng 1. **SAI**

B. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 0 và giá trị nhỏ nhất bằng -1. **SAI**

C. Hàm số đạt cực đại tại $x=0$ và đạt cực tiểu tại $x=1$. **ĐÚNG**

D. Hàm số có đúng hai cực trị. **ĐÚNG**

Câu 10: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	$\|\|$	$-$	0	$+$	0	$-$	

A. $\max\limits_{(-1;1]} f(x)=f(0)$. **B.** $\max\limits_{(0;+\infty)} f(x)=f(1)$.

C. $\min\limits_{(-\infty;-1)} f(x)=f(-1)$. **D.** $\min\limits_{(-1;+\infty)} f(x)=f(0)$.

Lời giải

A. $\max\limits_{(-1;1]} f(x)=f(0)$. **SAI**

B. $\max\limits_{(0;+\infty)} f(x)=f(1)$. **SAI**

C. $\min\limits_{(-\infty;-1)} f(x)=f(-1)$. **SAI**

D. $\min\limits_{(-1;+\infty)} f(x)=f(0)$. **ĐÚNG**

Câu 11: Hàm số $y=\dfrac{1}{x^2+1}$ có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$		0		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	
y	0	$\nearrow$	1	$\searrow$	0

Xét trên tập xác định của hàm số.

A. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 1 và giá trị nhỏ nhất bằng 0.

B. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 0.

C. Không tồn tại giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số.

D. Hàm số có một điểm cực trị.

Lời giải

A. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 1 và giá trị nhỏ nhất bằng 0. **ĐÚNG**

B. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 0. **SAI**

C. Không tồn tại giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số. **SAI**

D. Hàm số có một điểm cực trị. **ĐÚNG**

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 12: Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=x^3-3x^2-9x+10$ trên đoạn $[-2;2]$ bằng

A. -12. **B.** 10. **C.** 15. **D.** -2.

Lời giải

Chọn C.

Xét hàm số $f(x)=x^3-3x^2-9x+10$ trên đoạn $[-2;2]$, ta có:

$f'(x)=3x^2-6x-9$.

$f'(x)=0 \Leftrightarrow 3x^2-6x-9=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1\in[-2;2] \\ x=3\notin[-2;2] \end{array}\right.$.

$f(-2)=8$; $f(-1)=15$; $f(2)=-12$.

Suy ra $\max\limits_{[-2;2]} f(x)=f(-1)=15$.

Câu 13: Trên đoạn $[1;5]$, hàm số $y=x+\dfrac{4}{x}$ đạt giá trị nhỏ nhất tại điểm

A. $x=5$. **B.** $x=2$. **C.** $x=1$. **D.** $x=4$.

Lời giải

Chọn B.

Cách 1: Ta có $x\in[1;5]$, áp dụng bất đẳng thức Cô-si, ta có

$x+\frac{4}{x}\ge 2\sqrt{x.\frac{4}{x}}=4$ suy ra hàm số $y=x+\frac{4}{x}$ đạt giá trị nhỏ nhất là 4 khi $x=\frac{4}{x}\Rightarrow x=2$.

Cách 2: Ta có $y'=1-\frac{4}{x^2}\Rightarrow y'=0\Leftrightarrow x^2=4\Rightarrow x=2$ (vì $x\in[1;5]$).

Khi đó $y(1)=5$, $y(2)=4$ và $y(5)=\frac{29}{5}$.

Do đó $\min\limits_{[1;5]} y=4$ tại $x=2$.

Cách 3: Dùng Casio

Câu 14: Trên đoạn $[0;3]$, hàm số $CC' // BB'$. đạt giá trị nhỏ nhất tại điểm

A. $x=1$. **B.** $x=0$. **C.** $x=3$. **D.** $x=2$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có $y'=3x^2-3$

$y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\in[0;3]\\x=-1\notin[0;3]\end{array}\right.$

Lại có $y(0)=4; y(1)=2; y(3)=22$.

Vậy $\min_{[0;3]} y=y(1)=2$.

Câu 15: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x^3-3x+5$ trên đoạn $[0;2]$ là:

A. $\min\limits_{[2;\,4]} y=0.$ **B.** $\min\limits_{[2;\,4]} y=3.$ **C.** $\min\limits_{[2;\,4]} y=5.$ **D.** $\min\limits_{[2;\,4]} y=7.$

Lời giải

Chọn B.

Hàm số $f(x)$ liên tục trên $[0;2]$

Ta có $y'=3x^2-3=3(x^2-1)$; $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\quad\in(0;2)\\x=-1\notin(0;2)\end{array}\right.$

$y(1)=3; y(0)=5; y(2)=7$. Do đó $\min\limits_{[0;2]} y=y(1)=3$

Câu 16: Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=x^3-8x^2+16x-9$ trên đoạn $[1;3]$ là:

A. $\max\limits_{[1;\,3]} f(x)=0.$ **B.** $\max\limits_{[1;\,3]} f(x)=\frac{13}{27}.$ **C.** $\max\limits_{[1;\,3]} f(x)=-6.$ **D.** $\max\limits_{[1;\,3]} f(x)=5.$

Lời giải

Chọn B.

Hàm số $f(x)$ liên tục trên $[1;3]$

Ta có $f'(x)=3x^2-16x+16$; $f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=4\quad\notin(1;3)\\x=\frac{4}{3}\quad\in(1;3)\end{array}\right.$

$f(1)=0; f\left(\frac{4}{3}\right)=\frac{13}{27}; f(3)=-6.$

Do đó $\max\limits_{x\in[1;3]} f(x) = f\left(\dfrac{4}{3}\right) = \dfrac{13}{27}$

Câu 17: Hàm số $y = \dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{x+1} + \dfrac{1}{x+2}$ đạt giá trị lớn nhất trên đoạn $[-5;-3]$ bằng:

A. $-\dfrac{13}{12}$. **B.** $\dfrac{11}{6}$. **C.** $-\dfrac{47}{60}$. **D.** $-\dfrac{11}{6}$.

Lời giải

Chọn **C.**

TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{-2;-1;0\}$

Ta có: $y' = -\dfrac{1}{x^2} - \dfrac{1}{(x+1)^2} - \dfrac{1}{(x+2)^2} < 0; \forall x \in D$

BBT:

x	-5		-3
y'		$-$	
y	$-\dfrac{47}{60}$	$\searrow$	$\dfrac{-11}{6}$

Từ BBT ta thấy, hàm số có giá trị lớn nhất bằng $-\dfrac{47}{60}$.

Câu 18: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \dfrac{x-1}{x+1}$ trên đoạn $[0;3]$ là:

A. $\min\limits_{[0;\,3]} y = -3.$ **B.** $\min\limits_{[0;\,3]} y = \dfrac{1}{2}.$ **C.** $\min\limits_{[0;\,3]} y = -1.$ **D.** $\min\limits_{[0;\,3]} y = 1.$

Lời giải

Chọn **C.**

Hàm số đã cho liên tục trên [0;3]

Ta có $y' = \dfrac{2}{(x+1)^2} > 0$ với $\forall x \in [0;3]$. $y(0) = -1; y(3) = \dfrac{1}{2}$. Do đó $\min\limits_{x\in[0;3]} y = y(0) = -1$

Câu 19: Giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của hàm số $y = \dfrac{2x^2+3x+3}{x+1}$ trên đoạn [0;2] lần lượt là:

A. $\dfrac{17}{3}; 3$ **B.** $\dfrac{17}{3}; -5.$ **C.** $3; -5.$ **D.** $-3; 5.$

Lời giải

Chọn **A.**

Hàm số xác định, liên tục trên đoạn $[0;2]$

Ta có $y' = \dfrac{2x^2+4x}{(x+1)^2}$; $y' = 0 \Leftrightarrow 2x^2+4x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \quad \notin (0;2) \\ x = -2 \notin (0;2) \end{array}\right.$

$\Rightarrow y(0)=3;\ y(2)=\dfrac{17}{3}$.

Vậy $\max\limits_{x\in[0;2]} y=y(2)=\dfrac{17}{3};\ \min\limits_{x\in[0;2]} y=y(0)=3$

Câu 20: Gọi M là giá trị lớn nhất và m là giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x\sqrt{1-x^2}$. Khi đó $M+m$ bằng

A. 2. **B.** 1. **C.** 0. **D.** -1.

Lời giải

Chọn C.

TXĐ: $D=[-1;1]$. Nhận xét: Hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1;1]$

$y'=\dfrac{1-2x^2}{\sqrt{1-x^2}}$; với $-1<x<1$. $y'=0\Leftrightarrow 1-2x^2=0\Leftrightarrow x=\pm\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

$y(\pm1)=0; y\left(\dfrac{-\sqrt{2}}{2}\right)=-\dfrac{1}{2}; y\left(\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)=\dfrac{1}{2}$

Do đó $M=\max\limits_{[-1;1]} y=y\left(\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)=\dfrac{1}{2}; m=\min\limits_{[-1;1]} y=y\left(\dfrac{-\sqrt{2}}{2}\right)=-\dfrac{1}{2}\Rightarrow M+m=0$

Câu 21: Hàm số $y=\sqrt{1+x}+\sqrt{1-x}$ có giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất lần lượt là:

A. $\sqrt{2};\ 1$. **B.** $1;\ 0$. **C.** $2;\ \sqrt{2}$. **D.** $2;\ 1$.

Lời giải

Chọn C.

TXĐ: $D=[-1;1]$.

Ta có: $y'=\dfrac{1}{2\sqrt{1+x}}-\dfrac{1}{2\sqrt{1-x}}$

$y'=0\Leftrightarrow \dfrac{1}{2\sqrt{1+x}}-\dfrac{1}{2\sqrt{1-x}}=0\Leftrightarrow \sqrt{1-x}=\sqrt{1+x}\Leftrightarrow x=0$

Khi đó: $y(-1)=\sqrt{2};\ y(0)=2;\ y(1)=\sqrt{2}$

$\Rightarrow$ Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 2, giá trị nhỏ nhất bằng $\sqrt{2}$

Câu 22: Hàm số $y=\cos 2x-3$ đạt giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[0;\pi]$ bằng:

A. -4. **B.** -3. **C.** -2. **D.** 0.

Lời giải

Chọn A.

TXĐ: $D=\mathbb{R}$. Ta có: $y'=-2\sin 2x;\ y'=0\Leftrightarrow \sin 2x=0\Leftrightarrow x=\dfrac{k\pi}{2};(k\in\mathbb{Z})$

Vì $x\in[0;\pi]\Rightarrow x\in\left\{0;\dfrac{\pi}{2};\pi\right\}$. Do đó: $y(0)=-2;\ y\left(\dfrac{\pi}{2}\right)=-4\ \Rightarrow \min y=-4$

Câu 23: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=5\cos x-\cos 5x$ với $x\in\left[-\dfrac{\pi}{4};\dfrac{\pi}{4}\right]$ là:

A. $\min\limits_{\left[\frac{-\pi}{4};\frac{\pi}{4}\right]} y=4.$ **B.** $\min\limits_{\left[\frac{-\pi}{4};\frac{\pi}{4}\right]} y=3\sqrt{2}.$ **C.** $\min\limits_{\left[\frac{-\pi}{4};\frac{\pi}{4}\right]} y=3\sqrt{3}.$ **D.** $\min\limits_{\left[\frac{-\pi}{4};\frac{\pi}{4}\right]} y=-1.$

Lời giải

Chọn A.

Ta có $y=5\cos x-\cos 5x$ nên $y'=-5\sin x+5\sin 5x$

$$y'=0\Leftrightarrow \sin 5x=\sin x\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}5x=x+k2\pi\\5x=\pi-x+k2\pi\end{array}\right.\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=\dfrac{k\pi}{2}\\x=\dfrac{\pi}{6}+\dfrac{k\pi}{3}\end{array}\right.$$

Trên $\left[\dfrac{-\pi}{4};\dfrac{\pi}{4}\right]$, $y'=0\Leftrightarrow x\in\left\{0;-\dfrac{\pi}{6};\dfrac{\pi}{6}\right\}$

$y(0)=4$; $y\left(-\dfrac{\pi}{6}\right)=y\left(\dfrac{\pi}{6}\right)=3\sqrt{3}$; $y\left(-\dfrac{\pi}{4}\right)=y\left(\dfrac{\pi}{4}\right)=3\sqrt{2}$.

Vậy $\min\limits_{x\in\left[-\frac{\pi}{4};\frac{\pi}{4}\right]} y=4=y(0)$

Câu 24: Hàm số $y=\cos^2 x-2\cos x-1$ có giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất trên đoạn $[0;\pi]$ lần lượt bằng $y_1;y_2$. Khi đó tích $y_1.y_2$ có giá trị bằng:

A. $\dfrac{3}{4}$. **B.** -4. **C.** $\dfrac{3}{8}$. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B.

TXĐ: $D=\mathbb{R}$. Ta có: $y'=-2\sin x\cos x+2\sin x=-2\sin x(\cos x-1)$

$$y'=0\Leftrightarrow -2\sin x(\cos x-1)=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\sin x=0\\\cos x=1\end{array}\right.\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=k\pi\\x=k2\pi\end{array}\right.(k\in Z)$$

Vì $x\in[0;\pi]\Rightarrow x=0$ hoặc $x=\pi$.

Khi đó: $y(0)=-2$; $y(\pi)=2\Rightarrow \begin{cases}y_1=-2\\y_2=2\end{cases}\Rightarrow y_1.y_2=-4$.

Câu 25: Hàm số $y=\cos 2x-4\sin x+4$ có giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất trên đoạn $\left[0;\dfrac{\pi}{2}\right]$ là:

A. $\dfrac{\pi}{2};0$. **B.** $5;1$. **C.** $5;-1$. **D.** $9;1$.

Lời giải

Chọn C.

TXĐ: $D=\mathbb{R}$. Ta có: $y'=-2\sin 2x-4\cos x=-4\cos x(\sin x+1)$

$$y'=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\cos x=0\\\sin x=-1\end{array}\right.\Rightarrow \left[\begin{array}{l}x=\dfrac{\pi}{2}+k\pi\\x=-\dfrac{\pi}{2}+k2\pi\end{array}\right.$$

Vì $x\in\left[0;\frac{\pi}{2}\right]\Rightarrow x=\frac{\pi}{2}$. Khi đó $y(0)=5;\ y\left(\frac{\pi}{2}\right)=-1$.

Câu 26: Hàm số $f(x)=\frac{1}{\sin x}$ trên đoạn $\left[\frac{\pi}{3};\frac{5\pi}{6}\right]$ có giá trị lớn nhất là *M*, giá trị nhỏ nhất là *m*. Khi đó $M-m$ bằng

A. $2-\frac{2}{\sqrt{3}}$. **B.** 1. **C.** $\frac{2}{\sqrt{3}}-1$. **D.** – 1.

Lời giải

Chọn B.

$f'(x)=-\frac{\cos x}{\sin^2 x}$,

$f'(x)=0\Leftrightarrow x=\frac{\pi}{2}\left(x\in\left[\frac{\pi}{3};\frac{5\pi}{6}\right]\right)$

$f\left(\frac{\pi}{2}\right)=1,\ f\left(\frac{\pi}{3}\right)=\frac{2}{\sqrt{3}},\ f\left(\frac{5\pi}{6}\right)=2$.

Vậy $\max\limits_{\left[\frac{\pi}{3};\frac{5\pi}{6}\right)} f(x)=2,\ \min\limits_{\left[\frac{\pi}{3};\frac{5\pi}{6}\right)} f(x)=1$.

Câu 27: Hàm số $y=\sqrt{1+2\sin x.\cos x}$ đạt giá trị nhỏ nhất trên đoạn $\left[0;\frac{\pi}{2}\right]$ tại điểm có hoành độ là:

A. $x=\frac{\pi}{4}$. **B.** $x=\frac{\pi}{6}$. **C.** $x=0$ và $x=\frac{\pi}{2}$. **D.** $x=\frac{\pi}{3}$.

Lời giải

Chọn C.

TXĐ: $D=\mathbb{R}$.

Ta có: $y=\sqrt{1+2\sin x.\cos x}=\sqrt{1+\sin 2x}$; $y'=\frac{\cos 2x}{\sqrt{1+\sin 2x}}$

$y'=0\Leftrightarrow\frac{\cos 2x}{\sqrt{1+\sin 2x}}=0\Leftrightarrow\cos 2x=0\Leftrightarrow x=\frac{\pi}{4}+\frac{k\pi}{2}$, vì $x\in\left[0;\frac{\pi}{2}\right]\Rightarrow x=\frac{\pi}{4}$

Khi đó: $y(0)=1;\ y\left(\frac{\pi}{4}\right)=\sqrt{2};\ y\left(\frac{\pi}{2}\right)=1$.

Câu 28: Hàm số $y=\sin x+\cos x$ có giá trị nhỏ nhất, giá trị lớn nhất lần lượt là:

A. $-2;\ 2$. **B.** $-\sqrt{2};\ \sqrt{2}$. **C.** $0;\ 1$. **D.** $-1;\ 1$.

Lời giải

Chọn B.

TXĐ: $D=\mathbb{R}$. Ta có: $y=\sqrt{2}\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)$

Vì $-1\le \sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)\le 1\Leftrightarrow -\sqrt{2}\le \sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)\le \sqrt{2}\Rightarrow \min y=-\sqrt{2};\max y=\sqrt{2}$

Câu 29: Hàm số $y=\sin^4 x+\cos^4 x$ có giá trị nhỏ nhất, giá trị lớn nhất lần lượt là:

A. $-2;\ 1$. **B.** $0;\ 2$. **C.** $\frac{1}{2};\ 1$. **D.** $0;\ 1$.

Lời giải

Chọn C.

TXĐ: $D=\mathbb{R}$.

Ta có: $y=\sin^4 x+\cos^4 x=1-2\sin^2 x\cos^2 x=1-\frac{1}{2}\sin^2 2x$.

Mà $0\le \sin^2 2x\le 1\Leftrightarrow \frac{1}{2}\le 1-\frac{1}{2}\sin^2 2x\le 1\Rightarrow \min y=\frac{1}{2},\ \max y=1$.

Câu 30: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\frac{\ln x}{x}$ trên đoạn $[2;3]$ bằng

A. $\frac{\ln 2}{2}$. **B.** $\frac{\ln 3}{3}$. **C.** $\frac{3}{e^2}$. **D.** $\frac{1}{e}$.

Lời giải

Chọn A.

Xét $y=f(x)=\frac{\ln x}{x}$. Hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[2;3]$

$y'=\frac{1-\ln x}{x^2}$; $y'=0\Leftrightarrow \frac{1-\ln x}{x^2}=0\Leftrightarrow x=e\in[2;3]$

Có $f(2)=\frac{\ln 2}{2}\approx 0,3466$; $f(e)=\frac{1}{e}\approx 0,3679$; $f(3)=\frac{\ln 3}{3}\approx 0,366$,

Suy ra $\underset{x\in[2;3]}{Min} f(x)=\frac{\ln 2}{2}$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\frac{\ln x}{x}$ trên đoạn $[2;3]$ bằng $\frac{\ln 2}{2}$.

Câu 31: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=(x^2-2)e^{2x}$ trên đoạn $[-1;2]$ bằng:

A. $2e^4$ **B.** $-e^2$ **C.** $2e^2$ **D.** $-2e^2$

Lời giải

Chọn B.

Ta có: $f'(x)=2(x^2-2)e^{2x}+2xe^{2x}=2(x^2+x-2)e^{2x}$

$f'(x)=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1\in[-1;2] \\ x=-2\notin[-1;2] \end{array}\right.$.

Và $f(-1)=-e^{-2}$; $f(2)=2e^4$; $f(1)=-e^2$

Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=(x^2-2)e^{2x}$ trên đoạn $[-1;2]$ bằng $-e^2$ tại $x=1$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý A), B), C), D) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 32: Cho hàm số $y=\sqrt{5-4x}$ trên đoạn $[-1;1]$.

A. Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số là $\max\limits_{[-1;1]} y=\sqrt{5}$ và $\min\limits_{[-1;1]} y=0$.

B. Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số là $\max\limits_{[-1;1]} y=1$ và $\min\limits_{[-1;1]} y=-3$.

C. Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số là $\max\limits_{[-1;1]} y=3$ và $\min\limits_{[-1;1]} y=1$.

D. Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số là $\max\limits_{[-1;1]} y=0$ và $\min\limits_{[-1;1]} y=-\sqrt{5}$.

Lời giải

A. Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số là $\max\limits_{[-1;1]} y=\sqrt{5}$ và $\min\limits_{[-1;1]} y=0$. **SAI**

B. Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số là $\max\limits_{[-1;1]} y=1$ và $\min\limits_{[-1;1]} y=-3$. **SAI**

C. Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số là $\max\limits_{[-1;1]} y=3$ và $\min\limits_{[-1;1]} y=1$. **ĐÚNG**

D. Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số là $\max\limits_{[-1;1]} y=0$ và $\min\limits_{[-1;1]} y=-\sqrt{5}$. **SAI**

Điều kiện xác định: $5-4x\ge 0 \Leftrightarrow x\le \frac{5}{4}$.

Suy ra hàm số xác định với $\forall x\in[-1;1]$

Hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1;1]$

Ta có $y'=\frac{-2}{\sqrt{5-4x}}<0, \forall x\in[-1;1]$.

Do đó $\max\limits_{[-1;1]} y=y(-1)=3; \min\limits_{[-1;1]} y=y(1)=1$

Câu 33: Cho hàm số $y=x+\frac{9}{x}$ trên đoạn $[2;4]$.

A. Giá trị nhỏ nhất của hàm số là $\min\limits_{[2;4]} y=6$.

B. Giá trị lớn nhất của hàm số là $\max\limits_{[2;4]} y=\frac{13}{2}$

C. Giá trị nhỏ nhất của hàm số là $\min\limits_{[2;4]} y=-6$.

D. Giá trị nhỏ nhất của hàm số là $\min\limits_{[2;4]} y=\frac{25}{4}$.

Lời giải

A. Giá trị nhỏ nhất của hàm số là $\min\limits_{[2;4]} y=6$. **ĐÚNG**

B. Giá trị lớn nhất của hàm số là $\max\limits_{[2;4]} y=\frac{13}{2}$ **ĐÚNG**

C. Giá trị nhỏ nhất của hàm số là $\min\limits_{[2;4]} y=-6$. **SAI**

D. Giá trị nhỏ nhất của hàm số là $\min\limits_{[2;4]} y=\frac{25}{4}$. **SAI**

Hàm số đã cho liên tục trên $[2;4]$

Ta có $y' = 1 - \dfrac{9}{x^2} = \dfrac{x^2-9}{x^2}$; $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-3 \quad \notin (2;4) \\ x=3 \quad \in (2;4) \end{array}\right.$

Ta có $y(2) = \dfrac{13}{2}; y(3) = 6; y(4) = \dfrac{25}{4}$. Do đó $\min\limits_{x\in[2;4]} y = y(3) = 6$

Câu 34: Hàm số $y = (x-1)^2 + (x+3)^2$ có giá trị nhỏ nhất bằng:

A. 3. **B.** -1. **C.** 10. **D.** 8.

Lời giải

Chọn D.

TXĐ: $D = \mathbb{R}$. Ta có: $y = (x-1)^2 + (x+3)^2 = 2x^2 + 4x + 10$.

Ta có: $y' = 4x + 4$; $y' = 0 \Leftrightarrow x = -1$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	8	$\nearrow$	$+\infty$

Từ BBT ta thấy hàm số có giá trị nhỏ nhất bằng 8.

Câu 35: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = \dfrac{x^2-x+1}{x-1}$ trên khoảng $(1;+\infty)$ là:

A. $\min\limits_{(1;+\infty)} y = -1.$ **B.** $\min\limits_{(1;+\infty)} y = 3.$ **C.** $\min\limits_{(1;+\infty)} y = 5.$ **D.** $\min\limits_{(2;+\infty)} y = \dfrac{-7}{3}.$

Lời giải

Chọn B.

Cách 1: Làm tự luận

Hàm số xác định với $\forall x \in (1;+\infty)$

Nhận xét: Hàm số $f(x)$ liên tục trên $(1;+\infty)$

Ta có $f(x) = x + \dfrac{1}{x-1}$

$f'(x) = 1 - \dfrac{1}{(x-1)^2} = \dfrac{x^2-2x}{(x-1)^2}$

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=2 \end{array}\right.$

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$; $\lim\limits_{x\to1^+} f(x) = +\infty$

Bảng biến thiên

x	1		2		$+\infty$
$f'(x)$	||	$-$	0	$+$	
$f(x)$	|| $+\infty$	$\searrow$	3	$\nearrow$	$+\infty$

Từ bảng biến thiên ta có: $\min\limits_{x\in(1;+\infty)} f(x) = f(2) = 3$

Cách 2: Dùng Casio: Dùng chức năng $\boxed{SOLVE}$.

Bước 1: Nhập $\dfrac{x^2-x+1}{x-1}$ vào màn hình.

Bước 2: Sau đó nhấn dấu $\boxed{SHIFT}\boxed{ALPHA}\boxed{CALC}$ rồi nhập $-\dfrac{7}{3}$ của **đáp án D**

Lúc này màn hình: $\dfrac{x^2-x+1}{x-1} = -\dfrac{7}{3}$

Bước 3: Nhấn dấu $\boxed{SHIFT}\boxed{CALC}$. Máy hỏi X?

Bước 4: Ta nhập $X=2$ với $2\in(1;+\infty)$.

Bước 5: Nhấn dấu $\boxed{=}$. kết quả $X=\dfrac{1}{3}$ và $\dfrac{1}{3}\notin(1;+\infty)$

$\Rightarrow$ **loại** **D.**

Ta tiếp tục làm tương tự với **đáp án A:**

Bước 1: nhấn dấu $\boxed{REPLAY \triangleright}$ rồi nhập -1 của **đáp án A**

Lúc này màn hình: $\dfrac{x^2-x+1}{x-1} = -1$

Bước 2: Nhấn dấu $\boxed{SHIFT}\boxed{CALC}$. Máy hỏi X?

Bước 3: Ta nhập $X=2$ với $2\in(1;+\infty)$.

Bước 4: Nhấn dấu $\boxed{=}$. kết quả $X=0$ và $0\notin(1;+\infty)$

$\Rightarrow$ **loại** **A.**

Ta tiếp tục làm tương tự với **đáp án B:**

Bước 1: nhấn dấu $\boxed{REPLAY \triangleright}$ rồi nhập 3 của **đáp án B**

Lúc này màn hình: $\dfrac{x^2-x+1}{x-1} = 3$

Bước 2: Nhấn dấu $\boxed{SHIFT}\boxed{CALC}$. Máy hỏi X?

Bước 3: Ta nhập $X=2$ với $2\in(1;+\infty)$.

Bước 4: Nhấn dấu $\boxed{=}$. kết quả $X=2$ và $2\in(1;+\infty)$

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án** **B.**

Câu 36: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=3+\sqrt{x^2-2x+5}$ bằng

A. $\min\limits_{\mathbb{R}} y = 3$. **B.** $\min\limits_{\mathbb{R}} y = 5$. **C.** $\min\limits_{\mathbb{R}} y = 3+\sqrt{5}$. **D.** $\min\limits_{\mathbb{R}} y = 0$.

Lời giải

Chọn B.

TXĐ: $D=\mathbb{R}$. Nhận xét: Hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$

Ta có $y'=\dfrac{x-1}{\sqrt{x^2-2x+5}}$; $y'=0 \Leftrightarrow x-1=0 \Leftrightarrow x=1$; $\lim\limits_{x\to+\infty} y=+\infty$, $\lim\limits_{x\to-\infty} y=+\infty$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	↘	5	↗	$+\infty$

Do đó $\min\limits_{\mathbb{R}} y = y(1)=5$

Câu 37: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\sqrt{x+1}$ là:

A. không có giá trị nhỏ nhất.
B. có giá trị nhỏ nhất bằng 1.
C. có giá trị nhỏ nhất bằng -1.
D. có giá trị nhỏ nhất bằng 0.

Lời giải

Chọn D.

TXĐ: $D=[-1;+\infty)$.

Ta có: $y'=\dfrac{1}{2\sqrt{x+1}}>0,\ \forall x\in(-1;+\infty)$

Bảng biến thiên:

x	-1		$+\infty$
y'	$\Vert$	$+$	
y	0	↗	$+\infty$

Từ BBT ta thấy: Hàm số có giá trị nhỏ nhất bằng 0 tại $x=-1$

Câu 38: Cho hàm số $y=x-\sqrt{x-1}$. Khẳng định nào sau đây đúng:

A. Hàm số có giá trị nhỏ nhất bằng $\dfrac{3}{4}$ và không có giá trị lớn nhất.

B. Hàm số có giá trị nhỏ nhất bằng $\dfrac{3}{4}$ và giá trị lớn nhất bằng 1.

C. Hàm số không có giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất.

D. Hàm số đạt giá trị lớn nhất tại điểm có hoành độ $x=1$ và giá trị lớn nhất bằng 1.

Lời giải

Chọn B.

TXĐ: $D=[1;+\infty)$.

Ta có: $y'=1-\dfrac{1}{2\sqrt{x-1}}=\dfrac{2\sqrt{x-1}-1}{2\sqrt{x-1}}$

$y'=0\Leftrightarrow\dfrac{2\sqrt{x-1}-1}{2\sqrt{x-1}}=0\Leftrightarrow 2\sqrt{x-1}=1\Leftrightarrow x=\dfrac{5}{4}$

BBT:

x	1		$\dfrac{5}{4}$		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	
y	1	$\searrow$	$\dfrac{3}{4}$	$\nearrow$	0

Từ BBT ta thấy: Hàm số có giá trị nhỏ nhất bằng $\dfrac{3}{4}$ và giá trị lớn nhất bằng 1

Câu 39: Giá trị lớn nhất của hàm số $y=\dfrac{x+\sqrt{1+9x^2}}{8x^2+1}$ trên khoảng $(0;+\infty)$ là:

A. $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$. **C.** $\dfrac{3\sqrt{2}}{4}$. **D.** $-\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải

Chọn **C.**

Ta có: $y=\dfrac{x+\sqrt{1+9x^2}}{8x^2+1}=\dfrac{1}{\sqrt{9x^2+1}-x}$.

Hàm số y đạt giá trị lớn nhất trên khoảng $(0;+\infty)$ khi hàm số $f(x)=\sqrt{9x^2+1}-x$ đạt giá trị nhỏ nhất trên khoảng $(0;+\infty)$

Ta có: $f'(x)=\dfrac{9x}{\sqrt{9x^2+1}}-1\Rightarrow\begin{cases}f'(x)=0\\ x\in(0;+\infty)\end{cases}\Leftrightarrow x=\dfrac{1}{6\sqrt{2}}$

$\min\limits_{(0;+\infty)} f(x)=f\left(\dfrac{1}{6\sqrt{2}}\right)=\dfrac{2\sqrt{2}}{3}\Rightarrow\max\limits_{(0;+\infty)} y=\dfrac{3\sqrt{2}}{4}$

Câu 40: Giá trị lớn nhất của hàm số $y=\dfrac{1}{\cos x}$ trên khoảng $\left(\dfrac{\pi}{2};\dfrac{3\pi}{2}\right)$ là:

A. Không tồn tại. **B.** 1. **C.** π. **D.** – 1.

Lời giải

Chọn **D.**

$y'=\dfrac{\sin x}{\cos^2 x}, y'=0\Leftrightarrow x=\pi\left(x\in\left(\dfrac{\pi}{2},\dfrac{3\pi}{2}\right)\right)$

Bảng biến thiên:

x	$\frac{\pi}{2}$		π		$\frac{3\pi}{2}$
y'	||	$+$	0	$-$	||
y	|| $-\infty$	$\nearrow$	-1	$\searrow$	$-\infty$ ||

Vậy $\max\limits_{\left(\frac{\pi}{2};\frac{3\pi}{2}\right)} y=-1$ và $\min\limits_{\left(\frac{\pi}{2};\frac{3\pi}{2}\right)} y$ không tồn tại.

Câu 41: Hàm số $y=\sin^4 x-\cos^4 x$ có giá trị lớn nhất bằng:

A. 0. **B.** 1. **C.** -1. **D.** Không tồn tại.

Lời giải

Chọn **B.**

TXĐ: $D=\mathbb{R}$

Ta có: $y=\sin^4 x-\cos^4 x=\left(\sin^2 x-\cos^2 x\right)\left(\sin^2 x+\cos^2 x\right)=-\cos 2x$

Mà $-1\le\cos 2x\le 1\Leftrightarrow -1\le-\cos 2x\le 1\Rightarrow \max y=1$.

Câu 42: Hàm số $y=\sin^6 x+\cos^6 x$ có giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất lần lượt là:

A. $1;\,-1$. **B.** $2;\,0$. **C.** $\frac{1}{4};\,-1$. **D.** $1;\,\frac{1}{4}$.

Lời giải

Chọn **D.**

TXĐ: $D=\mathbb{R}$

Ta có: $y=\sin^6 x+\cos^6 x=\left(\sin^2 x+\cos^2 x\right)^3-3\sin^2 x\cos^2 x\left(\sin^2 x+\cos^2 x\right)$

$=1-3\sin^2 x\cos^2 x=1-\frac{3}{4}\sin^2 2x$

Mà: $0\le\sin^2 2x\le 1\Leftrightarrow\frac{1}{4}\le 1-\frac{3}{4}\sin^2 2x\le 1\Rightarrow \min y=\frac{1}{4};\max y=1$.

DẠNG 4

TÌM GTLN VÀ GTNN CỦA HÀM SỐ BẰNG CÁCH ĐẶT ẨN PHỤ

Câu 43: Hàm số $y=x+\frac{1}{x}+x^2+\frac{1}{x^2}$ có giá trị nhỏ nhất, giá trị lớn nhất trên đoạn $[1;3]$ là:

A. $3;\frac{112}{9}$. **B.** $1;4$. **C.** $1;\frac{112}{9}$. **D.** $4;\frac{112}{9}$.

Lời giải

Chọn **D.**

TXĐ: $D=\mathbb{R}\setminus\{0\}$

Đặt $t=x+\frac{1}{x}\left(2\le t\le\frac{10}{3}\right)\Rightarrow x^2+\frac{1}{x^2}=t^2-2$

Khi đó hàm số trở thành: $y=t^2+t-2 \Rightarrow y'=2t+1>0;\forall t\in\left[2;\frac{10}{3}\right]$

$\Rightarrow$ Hàm số đồng biến $\forall t\in\left[2;\frac{10}{3}\right]$.

$\Rightarrow$ Hàm số đạt giá trị lớn nhất = 4, hàm số đạt giá trị nhỏ nhất $=\frac{112}{9}$

Câu 44: Hàm số $y=\sqrt{x+1}+\sqrt[3]{x+1}$ có giá trị nhỏ nhất, giá trị lớn nhất trên đoạn $[0;63]$ là:

A. $2;12$. **B.** $1;2$. **C.** $0;2$. **D.** $0;12$.

Lời giải

Chọn A.

TXĐ: $D=[-1;+\infty)$.

Đặt $t=\sqrt[6]{x+1}$ $(1\le t\le 2)$

Khi đó hàm số trở thành: $y=t^3+t^2 \Rightarrow y'=3t^2+2t>0;\forall t\in[1;2]$

$\Rightarrow \min y=y(1)=2;\ \max y=y(2)=12$.

Câu 45: Hàm số $y=\sqrt{x}+\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}$ có giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[0;4]$ lần lượt là:

A. $\frac{8}{3};0$. **B.** $\frac{8}{3};-\frac{8}{3}$. **C.** $0;-\frac{8}{3}$. **D.** $\frac{24}{5};0$.

Lời giải

Chọn A.

TXĐ: $D=[0;+\infty)$.

Đặt $t=\sqrt{x};\left(x\in[0;4]\Rightarrow 0\le t\le 2\right)$.

Khi đó hàm số trở thành: $y=t+\dfrac{t}{t+1} \Rightarrow y'=1+\dfrac{1}{(t+1)^2}>0$

$\Rightarrow$ hàm số đồng biến $\forall t\in[0;2]$

$\Rightarrow \min y=y(0)=0;\ \max y=y(2)=\frac{8}{3}$.

Câu 46: Giá trị lớn nhất của hàm số $y=\sqrt{x+4}+\sqrt{4-x}-4\sqrt{(x+4)(4-x)}+5$ bằng

A. $\max\limits_{[-4;4]} y=10.$ **B.** $\max\limits_{[-4;4]} y=5-2\sqrt{2}.$ **C.** $\max\limits_{[-4;4]} y=-7.$ **D.** $\max\limits_{[-4;4]} y=5+2\sqrt{2}.$

Lời giải

Chọn D.

Điều kiện $-4\le x\le 4$. Nhận xét: Hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[-4;4]$

Đặt $t=\sqrt{x+4}+\sqrt{4-x}$ $\Rightarrow t^2=x+4+4-x+2\sqrt{(x+4)(4-x)} \Rightarrow \sqrt{(x+4)(4-x)}=\dfrac{t^2-8}{2}$

Ta có $y=t-4\left(\frac{t^2-8}{2}\right)+5=-2t^2+t+21=f\left(t\right)$

Tìm điều kiện của *t*: Xét hàm số $g(x)=\sqrt{x+4}+\sqrt{4-x}$ với $x\in[-4;4]$

$g'(x)=\frac{1}{2\sqrt{x+4}}-\frac{1}{2\sqrt{4-x}}$; $g'(x)=0\Leftrightarrow x=0$; $g(-4)=2\sqrt{2}$; $g(0)=4$; $g(4)=2\sqrt{2}$

$\Rightarrow \min\limits_{x\in[-4;4]} g(x)=2\sqrt{2}$; $\max\limits_{x\in[-4;4]} g(x)=4 \Rightarrow t\in[2\sqrt{2};4]$

$f'(t)=-4t+1<0\,\forall t\in[2\sqrt{2};4] \Rightarrow f\left(t\right)$ là hàm nghịch biến trên $[2\sqrt{2};4]$

$\mathop{Max}\limits_{[-4;4]} y=f(2\sqrt{2})=5+2\sqrt{2}$

Câu 47: Giá trị lớn nhất *M*, giá trị nhỏ nhất *m* của hàm số: $y=2\sin^2 x+2\sin x-1$ là:

A. $M=-1; m=\frac{-3}{2}$. **B.** $M=3; m=-1$. **C.** $M=3; m=\frac{-3}{2}$. **D.** $M=\frac{3}{2}; m=-3$.

Lời giải

Chọn C.

Tập xác định: $D=\mathbb{R}$. Đặt $t=\sin x, -1\le t\le 1$. Khi đó $y=f(t)=2t^2+2t-1$

$f'(t)=4t+2$; $f'(t)=0\Leftrightarrow t=\frac{-1}{2}\in[-1;1] \Rightarrow f\left(\frac{-1}{2}\right)=\frac{-3}{2}$; $f(-1)=-1$; $f(1)=3$

Vậy $\min\limits_{R} y=\frac{-3}{2}$, $\max\limits_{R} y=3$.

Câu 48: Giá trị lớn nhất *M*, giá trị nhỏ nhất *m* của hàm số $y=\sin^4 x-4\sin^2 x+5$ là:

A. $M=2; m=-5$. **B.** $M=5; m=2$. **C.** $M=5; m=-2$. **D.** $M=-2; m=-5$.

Lời giải

Chọn B.

Đặt $t=\sin^2 x, 0\le t\le 1 \Rightarrow y=f(t)=t^2-4t+5$. $f'(t)=2t-4$; $f'(t)=0\Leftrightarrow t=2\notin[0;1]$

$f(0)=5$; $f(1)=2$. Vậy $\mathop{min}\limits_{\mathbb{R}} y=2$, $\mathop{max}\limits_{\mathbb{R}} y=5$

Câu 49: Hàm số $y=-2\sin^3 x+3\cos 2x-6\sin x+4$ có giá trị lớn nhất bằng:

A. -6. **B.** -7. **C.** 8. **D.** 9.

Lời giải

Chọn D.

$y=-2\sin^3 x+3\cos 2x-6\sin x+4=-2\sin^3 x-6\sin^2 x-6\sin x+7$

Đặt $t=\sin x\left(-1\le t\le 1\right)$.

Xét hàm $y=-2t^3-6t^2-6t+7$ trên đoạn $\left[-1;1\right]$

$y'=-6t^2-12t-6\Rightarrow y'=0$ vô nghiệm.

Ta có: $y\left(-1\right)=9, y\left(1\right)=-7$

Vậy hàm số $y=-2\sin^3 x+3\cos 2x-6\sin x+4$ có giá trị lớn nhất bằng 9.

Câu 50: Cho hàm số $y=\dfrac{\sin x+1}{\sin^2 x+\sin x+1}$. Gọi M là giá trị lớn nhất và m là giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho. Chọn mệnh đề đúng.

A. $M=m+\dfrac{2}{3}$. **B.** $M=m+1$. **C.** $M=\dfrac{3}{2}m$. **D.** $M=m+\dfrac{3}{2}$.

Lời giải

Chọn B.

Đặt $t=\sin x, -1\le t\le 1 \Rightarrow y=f(t)=\dfrac{t+1}{t^2+t+1}$, $f'(t)=\dfrac{-t^2-2t}{\left(t^2+t+1\right)^2}$

$f'(t)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=0\in[-1;1] \\ t=-2\notin[-1;1] \end{array}\right. \Rightarrow f(0)=1,\ f(-1)=0,\ f(1)=\dfrac{2}{3}$. Vậy $M=1, m=0$

Câu 51: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x(x+2)(x+4)(x+6)+5$ trên nữa khoảng $[-4;+\infty)$ là:

A. $\min\limits_{[-4;+\infty)} y=-8$. **B.** $\min\limits_{[-4;+\infty)} y=-11$. **C.** $\min\limits_{[-4;+\infty)} y=-17$. **D.** $\min\limits_{[-4;+\infty)} y=-9$.

Lời giải

Chọn B.

Nhận xét: Hàm số $f(x)$ liên tục trên $[-4;+\infty)$

Ta có: $y=(x^2+6x)(x^2+6x+8)+5$.

Đặt $t=x^2+6x$. Khi đó $y=t^2+8t+5$

Xét hàm số $g(x)=x^2+6x$ với $x\ge -4$.

Ta có $g'(x)=2x+6; g'(x)=0 \Leftrightarrow x=-3$

$\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=+\infty$

x	$-\infty$	-4		-3		$+\infty$
$g'(x)$			$-$	0	$+$	
$g(x)$		-8	$\searrow$	-9	$\nearrow$	$+\infty$

Suy ra $t\in[-9;+\infty)$

Yêu cầu bài toán trở thành tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=h(t)=t^2+8t+5$ với $t\in[-9;+\infty)$.

Ta có $h'(t)=2t+8$; $h'(t)=0 \Leftrightarrow t=-4$;

$\lim\limits_{t\to+\infty} h(t)=+\infty$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-9		-4		$+\infty$
$h(x)$				$-$	0	$+$	
$h(x)$			14	$\searrow$	-11	$\nearrow$	$+\infty$

Vậy $\min\limits_{[-4;+\infty)} y = -11$