Câu 1: Cho hàm số $f\left(x\right)=\sqrt{2x-7}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên $\left(\frac{7}{2};+\infty\right)$. **B.** Hàm số đồng biến trên $\left(\frac{7}{2};+\infty\right)$.

C. Hàm số đồng biến trên R. **D.** Hàm số nghịch biến trên R.

Câu 2: Bảng biến thiên ở dưới là bảng biến thiên của hàm số nào trong các hàm số được cho ở bốn phương án A, B, C, D sau đây?

x	$-\infty$		$-\frac{1}{2}$		$+\infty$
y	$-\infty$	$\nearrow$	$\frac{3}{2}$	$\searrow$	$-\infty$

A. $y=2x^2+2x-1$. **B.** $y=2x^2+2x+2$.

C. $y=-2x^2-2x$. **D.** $y=-2x^2-2x+1$.

Câu 3: Tìm tập xác định của hàm số $y=x^2-2x+1$ là

A. $D=R$. **B.** $D=R\setminus\{1\}$. **C.** $D=\left(-\infty;1\right)$. **D.** $D=\left(1;+\infty\right)$.

Câu 4: Cho hàm số $y=2x^2-x+3$, điểm nào thuộc đồ thị hàm số

A. $M\left(2;1\right)$. **B.** $M\left(-1;1\right)$. **C.** $M\left(2;3\right)$. **D.** $M\left(0;3\right)$.

Câu 5: Cho tam thức bậc hai $f\left(x\right)=x^2+4x+4$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $f(x)>0,\ \forall x\in R$. **B.** $f(x)>0,\ \forall x\neq -2$.

C. $f(x)<0,\ \forall x\in R$. **D.** $f(x)<0,\ \forall x\neq -2$.

Câu 6: Một vectơ pháp tuyến của đường thẳng $d: 2x-3y-5=0$ là

A. $\vec{n}=\left(2;\ 3\right)$. **B.** $\vec{n}=\left(-2;-3\right)$. **C.** $\vec{n}=\left(2;-3\right)$. **D.** $\vec{n}=\left(3;\ 2\right)$..

Câu 7: Đường thẳng d đi qua điểm $A\left(-2;-3\right)$ và có VTCP $\vec{u}=\left(-2;1\right)$ có phương trình là

A. $\begin{cases}x=-2-2t\\y=1-3t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=-2+t\\y=-3-2t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=-2-2t\\y=-3+t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=-2-3t\\y=1-2t\end{cases}$.

Câu 8: Khoảng cách từ điểm $M_0\left(x_0;y_0\right)$ đến đường thẳng $\Delta: \mathrm{ax}+\mathrm{by}+\mathrm{c}=0$ được xác định theo công thức:

A. $d\left(M_0,\Delta\right)=\dfrac{\left|ax_0+by_0+c\right|}{\sqrt{a^2+b^2}}$. **B.** $d\left(M_0,\Delta\right)=\sqrt{ax_0+by_0+c}$.

C. $d\left(M_0,\Delta\right)=\sqrt{\dfrac{ax_0+by_0+c}{a^2+b^2}}$. **D.** $d\left(M_0,\Delta\right)=\left|\dfrac{ax_0+by_0+c}{a^2+b^2}\right|$.

Câu 9: Phương trình đường tròn tâm $I(2;-3)$ bán kính $R=5$ là

A. $x^2+y^2-4x+6y-38=0$. **B.** $(x-2)^2+(y+3)^2=5$.

C. $(x+2)^2+(y-3)^2=25$. **D.** $(x-2)^2+(y+3)^2=25$.

Câu 10: Cho phương trình $x^2+y^2-2ax-2by+c=0\ (1)$. Điều kiện để (1) là phương trình đường tròn là

A. $a^2+b^2-4c>0$. **B.** $a^2+b^2-c>0$.

C. $a^2+b^2-4c\ge 0$. **D.** $a^2+b^2-c\ge 0$.

Câu 11: Phương trình chính tắc của (E) có độ dài trục lớn bằng 8, độ dài trục nhỏ bằng 6 là:

A. $\frac{x^2}{64}+\frac{y^2}{36}=1$. **B.** $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{16}=1$. **C.** $9x^2+16y^2=1$. **D.** $9x^2+16y^2=144$.

Câu 12: Một elip (H) có phương trình chính tắc $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$. Gọi $2c$ là tiêu cự của (H). Trong các mệnh đề dưới đây, mệnh đề nào đúng?

A. $b^2=c^2-a^2$. **B.** $c=a+b$. **C.** $b^2=a^2+c^2$. **D.** $c^2=a^2+b^2$.

Câu 13: Cho tam thức bậc hai $f(x)=\frac{1}{x-2}-\frac{x+6}{x^3-8}$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

A. Điều kiện xác định của hàm số là $x\ne 2$.

B. $f(x)=0\Rightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=-2\end{array}\right.$.

C. $f(x)>0,\forall x\in(-\infty;-2)\cup(1;2)$.

D. $f(x)<0,\forall x\in(-2;1)\cup(2;+\infty)$

Lời giải

A. Đúng. **B. Đúng**. **C. Sai**. **D. Sai**.

$$f(x)=\frac{1}{x-2}-\frac{x+6}{x^3-8}=\frac{\left(x^2+2x+4\right)-(x+6)}{(x-2)\left(x^2+2x+4\right)}=\frac{x^2+x-2}{(x-2)\left(x^2+2x+4\right)}.$$

Điều kiện $(x-2)\left(x^2+2x+4\right)\ne 0\Leftrightarrow\begin{cases}x\ne 2\\x^2+2x+4\ne 0 \text{ (luôn đúng)}\end{cases}\Leftrightarrow x\ne 2$.

Xét $f(x)=0\Rightarrow x^2+x-2=0\Rightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=-2\end{array}\right.$. Bảng xét dấu $f(x)$

x	$-\infty$		-2		1		2		$+\infty$
x^2+x-2		+	0	−	0	+		+	
$x-2$		−		−		−	0	+	
x^2+2x+4		+		+		+		+	
f(x)		−	$\|$	+	0	−	$\|$	+	

Kết luận $f(x) > 0, \forall x \in (-2;1) \cup (2;+\infty)$; $f(x) < 0, \forall x \in (-\infty;-2) \cup (1;2)$.

Câu 14: Cho hai đường thẳng $\Delta_1: 2x + y + 15 = 0$ và $\Delta_2: x - 2y - 3 = 0$. Khi đó, khẳng định nào sau đây là đúng

A. Δ_1 có vectơ pháp tuyến $\vec{n}_1 = (2;1), \Delta_2$ có vectơ pháp tuyến $\vec{n}_2 = (1;-2)$.

B. Khoảng cách từ điểm M(3;2) đến đường thẳng Δ_1 là $\frac{23}{\sqrt{5}}$.

C. Hai đường thẳng Δ_1, Δ_2 cắt nhau tại $\left(-\frac{27}{4}; -\frac{21}{4}\right)$.

D. Δ_1, Δ_2 vuông góc với nhau.

Lời giải

A. Đúng. **B. Đúng**. **C. Sai**. **D. Đúng**.

Δ_1 có vectơ pháp tuyến $\vec{n}_1 = (2;1), \Delta_2$ có vectơ pháp tuyến $\vec{n}_2 = (1;-2)$.

Vì 2. $(-2) \neq 1.1$ nên hai vectơ trên không cùng phương, suy ra hai đường thẳng Δ_1, Δ_2 cắt nhau.

Xét hệ $\begin{cases} 2x + y + 15 = 0 \\ x - 2y - 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{27}{5} \\ y = -\frac{21}{5} \end{cases}$. Vậy Δ_1, Δ_2 cắt nhau tại $\left(-\frac{27}{5}; -\frac{21}{5}\right)$.

Khoảng cách từ điểm M(3;2) đến đường thẳng Δ_1 là $d(M, \Delta_1) = \frac{23}{\sqrt{5}}$

Mặt khác $\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 = 2 \cdot 1 + 1 \cdot (-2) = 0$. Vậy Δ_1, Δ_2 vuông góc với nhau.

Câu 15: Tổng các nghiệm của phương trình $\sqrt{x^2 - 4x - 5} = \sqrt{2x^2 + 3x + 1}$ là bao nhiêu

Lời giải

Đáp án: -7

$\sqrt{x^2 - 4x - 5} - \sqrt{2x^2 + 3x + 1} = 0 \Leftrightarrow \sqrt{x^2 - 4x - 5} = \sqrt{2x^2 + 3x + 1}.$

Bình phương hai vế của phương trình, ta được

$$x^2 - 4x - 5 = 2x^2 + 3x + 1 \Rightarrow x^2 + 7x + 6 = 0 \Rightarrow x = -1 \text{ hoặc } x = -6.$$

Thay lần lượt $x = -1; x = -6$ vào phương trình đã cho, ta thấy hai giá trị này đều thoả mãn.

Tập nghiệm của phương trình đã cho là $S = \{-1; -6\}$.

Vậy Tổng các nghiệm của phương trình đã cho là -7.

Câu 16: Cho các đường thẳng $d_1: x + y + 3 = 0, d_2: x - y - 4 = 0$ và $d_3: x - 2y = 0$. Biết $M(x;y)$ là điểm có hoành độ dương trên đường thẳng d_3 sao cho khoảng cách từ M đến d_1 bằng hai lần khoảng cách từ M đến d_2. Tính $x+y$

Lời giải

Đáp án: 3

Ta có điểm M thuộc đường thẳng d_3 khi và chỉ khi $M(2t;t)$ với t là tham số.

Khoảng cách từ M tới d_1 bằng hai lần khoảng cách từ M tới d_2 nên

$$\frac{|2t + t + 3|}{\sqrt{1^2 + 1^2}} = 2 \cdot \frac{|2t - t - 4|}{\sqrt{1^2 + (-1)^2}} \Leftrightarrow |3t + 3| = |2t - 8| \Leftrightarrow t = 1 \text{ hoặc } t = -11.$$

Suy ra $M(2;1)$ hoặc $M(-22;-11)$. Do M có hoành độ dương nên $x=2; y=1$. Vậy $x+y=3$.

Câu 17: Cho đường tròn $(C):(x-2)^2+y^2=\dfrac{4}{5}$ và các đường thẳng $d_1:x-y=0$, $d_2:x-7y=0$. Biết đường tròn $\left(C'\right)$ có tâm $I(a;b)$ nằm trên đường tròn (C) và tiếp xúc với d_1,d_2. Tính 10a-5b

Lời giải

Đáp án: 12

Gọi $I(a;b)$ là tâm đường tròn $\left(C'\right)$. Ta có: $I\in(C)\Leftrightarrow(a-2)^2+b^2=\dfrac{4}{5}$.

Đường tròn $\left(C'\right)$ tiếp xúc với hai đường thẳng d_1 và d_2

$\Leftrightarrow d\left(I,d_1\right)=d\left(I,d_2\right)=R\Leftrightarrow\dfrac{|a-b|}{\sqrt{2}}=\dfrac{|a-7b|}{\sqrt{50}}\Leftrightarrow 5|a-b|=|a-7b|\Leftrightarrow a=\dfrac{-1}{2}b$ hoặc $a=2b$.

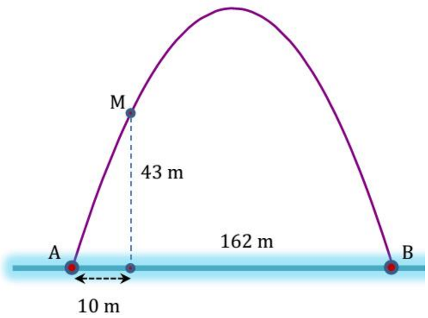
- Với $a=\dfrac{-1}{2}b\Rightarrow\left(\dfrac{-1}{2}b-2\right)^2+b^2=\dfrac{4}{5}\Leftrightarrow\dfrac{5}{4}b^2+2b+\dfrac{16}{5}=0$ (vô nghiệm).

- Với $a=2b\Rightarrow(2b-2)^2+b^2=\dfrac{4}{5}\Leftrightarrow 5b^2-8b+\dfrac{16}{5}=0\Leftrightarrow b=\dfrac{4}{5}$.

Suy ra $a=\dfrac{8}{5},R=\dfrac{2\sqrt{2}}{5}$.

Vậy $10a-5b=12$.

Câu 18: Cổng Arch tại thành phố St Louis của Mỹ có hình dạng là một parabol (hình vẽ). Biết khoảng cách giữa hai chân cổng bằng 162 m. Trên thành cổng, tại vị trí có độ cao 43 m so với mặt đất (điểm M), người ta thả một sợi dây chạm đất (dây căng thẳng theo phương vuông góc với đất). Vị trí chạm đất của đầu sợi dây này cách chân cổng A một đoạn 10 m. Giả sử các số liệu trên là chính xác. Độ cao của cổng Arch (tính từ mặt đất đến điểm cao nhất của cổng) là bao nhiêu mét? (Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)

Lời giải

Đáp án: 185 m

Chọn hệ trục tọa độ Oxy như hình vẽ. Phương trình Parabol (P) có dạng $y = ax^2 + bx + c$.

Parabol (P) đi qua điểm $A(0;0)$, $B(162;0)$, $M(10;43)$ nên ta có

$$\begin{cases} c = 0 \\ 162^2 a + 162b + c = 0 \\ 10^2 a + 10b + c = 43 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 0 \\ a = -\dfrac{43}{1520} \\ b = \dfrac{3483}{760} \end{cases}.$$

$$\Rightarrow (P): y = -\frac{43}{1520}x^2 + \frac{3483}{760}x.$$

Do đó chiều cao của cổng là $h = -\dfrac{\Delta}{4a} = -\dfrac{b^2 - 4ac}{4a} \approx 185$ m.

BẢNG ĐÁP ÁN

1. B	2. D	3. A	4. D	5. B	6. C
7. C	8. A	9. D	10. B	11. D	12. A
13. Đ Đ S S	14. Đ Đ S Đ	15. -7	16. 3	17. 12	18. 185