Câu 1: Tập xác định của hàm số $y=\sqrt{2x-6}+x+1$ là:

A. $D=\mathbb{R}$. **B.** $D=(-\infty;3)$. **C.** $D=(3;+\infty)$. **D.** $D=[3;+\infty)$.

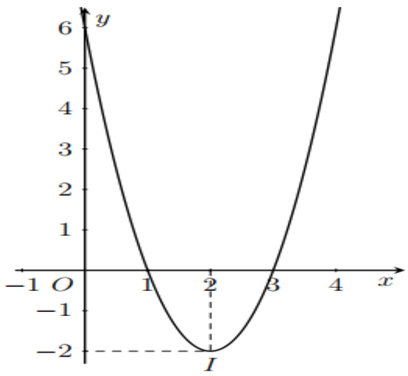
Câu 2: Hàm số $y=x^3-2x+1$ đi qua điểm nào sau đây:

A. $(0;1)$. **B.** $(1;3)$. **C.** $(2;3)$. **D.** $(-1;3)$.

Câu 3: Parabol $y=-x^2+4x+2$ có tọa độ đỉnh là:

A. $I(-2;10)$. **B.** $I(2;6)$. **C.** $I(1;2)$. **D.** $I(-2;6)$.

Câu 4: Hàm số bậc hai có dạng đồ thị như hình dưới đây. Hàm số đồng biến trên khoảng:



A. $(-\infty;2)$. **B.** $(2;+\infty)$. **C.** $(1;3)$. **D.** $(-2;+\infty)$.

Câu 5: Tìm khẳng định đúng trong các khẳng định sau?

A. $f(x)=3x^2+2x-5$ là tam thức bậc hai. **B.** $f(x)=2x-4$ là tam thức bậc hai.

C. $f(x)=3x^3+2x-1$ là tam thức bậc hai. **D.** $f(x)=x^4-x^2+1$ là tam thức bậc hai.

Lời giải

Theo định nghĩa tam thức bậc hai thì $f(x)=3x^2+2x-5$ là tam thức bậc hai.

Câu 6: Tập nghiệm của bất phương trình $-x^2+x+12\geq 0$ là

A. $(-\infty;-3]\cup[4;+\infty)$. **B.** $\varnothing$. **C.** $(-\infty;-4]\cup[3;+\infty)$. **D.** $[-3;4]$.

Lời giải

Ta có $-x^2+x+12\geq 0 \Leftrightarrow -3\leq x\leq 4$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $[-3;4]$.

Câu 7: Số nghiệm của phương trình $\sqrt{3x^2-6x+1}=\sqrt{-2x^2-9x+1}$ là

A. 2. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Bình phương hai vế của phương trình ta được $3x^2-6x+1=-2x^2-9x+1$.

Sau khi thu gọn ta được $5x^2+3x=0$.

Từ đó tìm được $x=0$ hoặc $x=-\frac{3}{5}$.

Thay lần lượt hai giá trị này của x vào phương trình đã cho, ta thấy $x=0$ và $x=-\frac{3}{5}$ thỏa mãn.

Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là $S=\left\{0;-\frac{3}{5}\right\}$

Câu 8: Cho đường thẳng $\Delta: x-2y+3=0$. Véc tơ nào sau đây **không là** véc tơ chỉ phương của Δ?

A. $\vec{u}=(4;-2)$. **B.** $\vec{v}=(-2;-1)$. **C.** $\vec{m}=(2;1)$. **D.** $\vec{q}=(4;2)$.

Lời giải

Nếu $\vec{u}$ là một véc tơ chỉ phương của đường thẳng Δ thì $k.\vec{u}, \forall k\neq 0$ cũng là véc tơ chỉ phương của đường thẳng Δ.

Từ phương trình đường thẳng Δ ta thấy đường thẳng Δ có một véc tơ chỉ phương có toạ độ là $(2;1)$. Do đó véc tơ $\vec{u}=(4;-2)$ không phải là véc tơ chỉ phương của Δ.

phương án.

Câu 9: Phương trình nào sau đây biểu diễn đường thẳng song song với đường thẳng (d): $2x+7y-1=0$?

A. $x+2y-5=0$. **B.** $7x-2y+4=0$.
C. $2x-7y-1=0$. **D.** $4x+14y-12=0$.

Lời giải

Ta có: $\frac{2}{4}=\frac{7}{14}\neq\frac{-1}{-12}$ nên đường thẳng (d): $2x+7y-1=0$ song song với đường thẳng $4x+14y-12=0$.

Câu 10: Khoảng cách từ $A(1;-1)$ đến đường thẳng $d: 3x-4y+5=0$ là

A. $\frac{5}{3}$. **B.** $\frac{4}{5}$. **C.** $\frac{12}{5}$. **D.** $\frac{4}{3}$.

Lời giải

Ta có $d(A,d)=\frac{|3.1-4.(-1)+5|}{\sqrt{3^2+(-4)^2}}=\frac{12}{5}$.

Câu 11: Trong mặt phẳng (Oxy), cho đường tròn $(C):(x-2)^2+y^2=16$. Xác định tâm và bán kính của đường tròn.

A. $I(-2;1)$ và $R=16$. **B.** $I(2;0)$ và $R=16$.

C. $I(-2;1)$ và $R=4$. **D.** $I(2;0)$ và $R=4$.

Lời giải

Từ phương trình đường tròn $(C):(x-2)^2+y^2=16$ suy ra đường tròn có tâm $I(2;0)$ và bán kính $R=\sqrt{16}=4$.

Câu 12: Phương trình chính tắc của Elip (E) có độ dài trục lớn bằng 10, tiêu cự có độ dài bằng 6 là

A. $\frac{x^2}{25}-\frac{y^2}{16}=1$. **B.** $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{16}=1$. **C.** $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1$. **D.** $\frac{x^2}{25}-\frac{y^2}{9}=1$.

Lời giải

Giả sử phương trình elip có dạng $(E):\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ $(a>b>0)$

Độ dài trục lớn bằng $10 \Rightarrow 2a=10 \Rightarrow a=5$

Độ dài tiêu cự bằng $6 \Rightarrow 2c=6 \Rightarrow c=3$

Ta có $b^2=a^2-c^2=16$.

Vậy phương trình elip có dạng $(E):\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{16}=1$.

Câu 13: Cho hàm số $y = x^2 - 4x + c$ có đồ thị là (P)

A. Tập đối xứng của đồ thị hàm số là đường thẳng $x = 2$.

B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 2)$ và nghịch biến trên khoảng $(2; +\infty)$.

C. Khi $c = 2$ đồ thị hàm số có tọa độ đỉnh là $I(2; -4)$.

D. Khi $c > 4$ đồ thị hàm số nằm hoàn toàn phía trên trục hoành.

Lời giải

A. Đúng

Trục đối xứng của đồ thị hàm số (P) là $x = \frac{-b}{2a} = \frac{-(-4)}{2.1} = 2$ nên **A.** Đúng.

B. Sai

Hệ số $a = 1 > 0$. Cho nên

Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 2)$ và đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$.

C. Sai

Ta có $x = \frac{-b}{2a} = 2; y = -\frac{\Delta}{4a} = f(2) = -2$. Nên tọa độ đỉnh là $I(2; -2)$.

D. Đúng

Hệ số $a = 1 > 0$ cho nên đồ thị hàm số nằm hoàn toàn phía trên trục hoành

$\Leftrightarrow \Delta < 0 \Leftrightarrow 16 - 4c < 0 \Leftrightarrow 4 < c \Leftrightarrow c > 4$.

Câu 14: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho đường thẳng $\Delta : 2x - y + 5 = 0$ và đường tròn $(C): (x-3)^2 + (y+1)^2 = 9$

A. Đường thẳng Δ có một vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (2;-1)$.
B. Khoảng cách từ gốc toạ độ đến đường thẳng Δ là 5
C. Đường thẳng Δ không cắt đường tròn (C)
D. Phương trình đường tròn tâm $I = (-4;7)$ và tiếp xúc với đường thẳng Δ là: $(x+4)^2 + (y-7)^2 = 20$

Lời giải

A. Đúng

Đường thẳng Δ có một vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (2;-1)$.

B. Sai

Khoảng cách từ gốc toạ độ đến đường thẳng Δ là 5

Vì $\begin{cases} O(0;0) \\ \Delta : 2x - y + 5 = 0 \end{cases} \Rightarrow d(O;(\Delta)) = \dfrac{|2.0 - 0 + 5|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2}} = \dfrac{5}{\sqrt{5}}$

C. Đúng

Đường thẳng Δ không cắt đường tròn (C).

Vì $(C): (x-3)^2 + (y+1)^2 = 9$ suy ra (C) có tâm $I = (3;-1)$ và $R = 3$

Ta có $\begin{cases} I(3;-1) \\ \Delta : 2x - y + 5 = 0 \end{cases} \Rightarrow d(I;(\Delta)) = \dfrac{|2.3 + 1 + 5|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2}} = \dfrac{12}{\sqrt{5}} > R$

D. Đúng

Phương trình đường tròn tâm $I = (-4;7)$ và tiếp xúc với đường thẳng Δ là: $(x+4)^2 + (y-7)^2 = 20$

Ta có $\begin{cases} I(-4;7) \\ \Delta : 2x - y + 5 = 0 \end{cases} \Rightarrow d(I;(\Delta)) = \dfrac{|2.(-4) - 7 + 5|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2}} = \dfrac{10}{\sqrt{5}} = 2\sqrt{5}$

Suy ra, đường tròn có bán kính $R = 2\sqrt{5}$

Do đó đường tròn có phương trình là: $(x+4)^2 + (y-7)^2 = 20$

Câu 15: Một cửa hàng bán dưa với giá 60.000 đồng một quả. Với mức giá này thì chủ cửa hàng nhận thấy họ chỉ bán được 40 quả mỗi ngày. Cửa hàng nghiên cứu thị trường cho thấy, nếu giảm giá mỗi quả 1000 đồng thì số dưa hấu bán mỗi ngày tăng thêm 2 quả. Biết giá nhập về của mỗi quả dưa là 30.000 đồng. Lợi nhuận bán dưa mỗi ngày được biểu thị bằng tam thức $f\left(x\right)=-2x^2+20x+1200$ với x (nghìn đồng) là số tiền sẽ giảm giá. Tìm x để cửa hàng thu được lợi nhuận cao nhất mỗi ngày.

Lời giải

Đáp án: 5

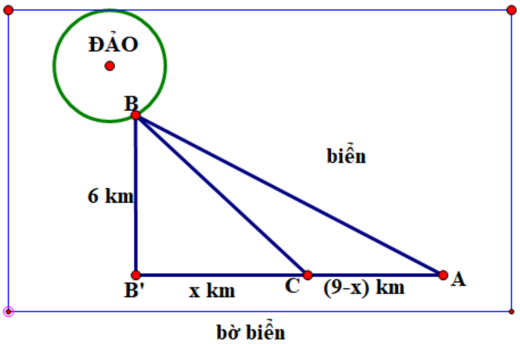
x (nghìn đồng) là số tiền sẽ giảm giá. Ta có $0<x<30$

Xét hàm số $f\left(x\right)=-2x^2+20x+1200$ trên khoảng $\left(0;30\right)$

Do hàm số có hệ số $a=-2<0$ nên hàm số đạt giá trị lớn nhất tại $x=-\dfrac{b}{2a}=5$

Vậy cửa hàng cần giảm giá 5000 đồng cho mỗi quả để đạt được lợi nhuận cao nhất.

Câu 16: Một công ty muốn làm một đường ống dẫn từ một điểm A trên bờ đến một điểm B trên một hòn đảo. Hòn đảo cách bờ biển $6km$. Giá để xây đường ống trên bờ là 50000 USD mỗi km, giá để xây đường ống dưới nước là 130000 USD mỗi km; B' là điểm trên bờ biển sao cho BB' vuông góc với bờ biển. Khoảng cách từ A đến B' là 9 km. Biết rằng chi phí làm đường ống này là 1170000 USD. Hỏi vị trí C cách vị trí A bao nhiêu km?



Lời giải

Đáp án: 6,5

Gọi $x = B'C (0 \le x \le 9)$, khi đó: $BC = \sqrt{x^2 + 36}$.

Số tiền xây đường ống trên bờ: $(9-x) \times 50000$; số tiền xây đường ống dưới biển: $130000 \times \sqrt{x^2+36}$.

Tổng chi phí bỏ ra để làm đường ống là: $(9-x)\times 50000 + 130000 \times \sqrt{x^2+36}$.

Theo giả thiết: $(9-x)\cdot 50000 + 130000\sqrt{x^2+36} = 1170000$

$\Leftrightarrow 5(9-x) + 13\sqrt{x^2+36} = 117 \Leftrightarrow 13\sqrt{x^2+36} = 5x+72$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 5x+72 \ge 0 \\ 169(x^2+36) = 25x^2+720x+5184 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \ge -\dfrac{72}{5} \\ 144x^2 - 720x + 900 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{5}{2}.$$

Ta có $B'C = 2,5km \Rightarrow AC = 9 - 2,5 = 6,5km$. Vậy, ví trí C cách vị trí A một khoảng bằng $6,5km$.

Câu 17: Tìm giá trị của tham số m để hai đường thẳng $d_1 : (2m-1)x + 2y - 5 = 0$ và $d_2 : x + my + 1 = 0$ vuông góc với nhau.

Lời giải

Đáp án: 0,25

Đường thẳng $d_1 : (2m-1)x + 2y - 5 = 0$ có vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_1} = (2m-1; 2)$

Đường thẳng $d_2 : x + my + 1 = 0$ có vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_2} = (1; m)$

Để $d_1 \perp d_2$ thì $\overrightarrow{n_1}.\overrightarrow{n_2} = 0 \Leftrightarrow (2m-1).1 + 2.m = 0 \Leftrightarrow m = 0,25$.

Câu 18: Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy, cho điểm $A(2;0)$ và đường tròn $(C): x^2+y^2+2x-6y+2=0$. Có bao nhiêu điểm M trên trục hoành sao cho từ M kẻ được hai tiếp tuyến MB, MC với dường tròn (B, C là các tiếp điểm) sao cho BC đi qua A?

Lời giải

Đáp án: 2

Từ phương trình đường tròn suy ra (C) có tâm $I(-1;3)$ và $R=2\sqrt{2}$

Để từ M kẻ được hai tiếp tuyến với (C) thì $MI>R$.

Ta có: $MB^2=MC^2=MI^2-R^2=m^2+2m+2$

Khi đó, B và C thuộc đường tròn (C') có tâm M, bán kính MB, đường tròn (C') có phương trình $(C'):(x-m)^2+y^2=m^2+2m+2$

Tọa độ B và C thỏa mãn

$$\begin{cases} x^2+y^2+2x-6y+2=0 \\ (x-m)^2+y^2=m^2+2m+2 \end{cases} \Rightarrow (BC):(2m+2)x-6y+m^2+2m+4=0$$

Do BC đi qua A nên $m^2+6m+8=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=-2 \\ m=-4 \end{array}\right.$.

Vậy có hai điểm M thỏa mãn yêu cầu đề bài.

Câu 19: Một vật được ném thẳng đứng lên trên với vận tốc ban đầu $v_0 = 20m/s$. Bỏ qua sức cản của không khí, gia tốc trọng trường $g \approx 10m/s^2$. Biết rằng tại thời điểm $t = 1s$ vật đạt độ cao $20m$. Tính độ cao lớn nhất vật có thể đạt được.

Lời giải

Đáp án: 25

Gọi y_0 là độ cao ban đầu của vật. Vật được ném theo phương thẳng đứng lên trên từ độ cao y_0.

Bỏ qua sức cản của không khí. Khi đó độ cao (so với mặt đất) của vật tại thời điểm t được cho bởi phương trình: $y(t) = y_0 + v_0 t - \frac{1}{2}gt^2$ trong đó $v_0 = 20\,m/s$ là vận tốc ban đầu của vật, t là thời gian chuyển động tính bằng giây, g là gia tốc trọng trường($g \approx 10\,m/s^2$)và độ cao $y(t)$ tính bằng mét. Khi đó ta có $y(t) = y_0 + 20t - \frac{1}{2}.10t^2 = y_0 + 20t - 5t^2$

Biết rằng tại thời điểm $t = 1s$ vật đạt độ cao $20m$. Từ đó ta có:

$y(1) = y_0 + 20.1 - \frac{1}{2}.10.1^2 = y_0 + 15 = 20 \Leftrightarrow y_0 = 5.$

Ta được phương trình chuyển động của vật là:

$y(t) = -5t^2 + 20t + 5$.

Bài toán tìm độ cao lớn nhất vật có thể đạt được quy về bài toán:

Cho hàm số bậc hai $y(t) = -5t^2 + 20t + 5$ tìm t để y đạt giá trị lớn nhất.

Xét hàm số bậc hai $y(t) = -5t^2 + 20t + 5$ biến t. Tọa độ của đỉnh $(2, 25)$.

Hệ số $a = -5 < 0$. Khi đó giá trị lớn nhất của hàm số là $y = 25$ khi $t = 2$.

Độ cao lớn nhất vật có thể đạt được là 25m.

Câu 20: Một quả bóng được đá lên từ độ cao $1,5$ mét so với mặt đất. Biết quỹ đạo của quả bóng là một đường parabol trong mặt phẳng toạ độ Oxy có phương trình $h = at^2 + bt + c\left(a < 0\right)$ trong đó t là thời gian (tính bằng giây) kể từ khi quả bóng được đá lên và h là độ cao (tính bằng mét) của quả bóng. Biết rằng sau 2 giây thì nó đạt độ cao $5m$; sau 4 giây nó đạt độ cao $4,5m$. Hỏi sau $5,5$ giây quả bóng đạt độ cao bao nhiêu mét so với mặt đất

Lời giải

Đáp án: 1,5

Ta có : $f\left(x\right) > 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ \Delta < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 > 0 \\ \left(m+1\right)^2 - 4\left(2m+7\right) < 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow m^2 - 6m - 27 < 0 \Leftrightarrow -3 < m < 9$.

Theo giả thiết ta có hệ phương trình sau:

$$\begin{cases} h\left(0\right) = \dfrac{3}{2} \\ h\left(2\right) = 5 \\ h\left(4\right) = \dfrac{9}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a\left(0\right)^2 + b\left(0\right) + c = \dfrac{3}{2} \\ a\left(2\right)^2 + b\left(2\right) + c = 5 \\ a\left(4\right)^2 + b\left(4\right) + c = \dfrac{9}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = \dfrac{3}{2} \\ 4a + 2b + c = 5 \\ 16a + 4b + c = \dfrac{9}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\dfrac{1}{2} \\ b = \dfrac{11}{4} \\ c = \dfrac{3}{2} \end{cases}.$$

Suy ra: $h = -\dfrac{1}{2}t^2 + \dfrac{11}{4}t + \dfrac{3}{2}$. Khi $t = 5,5$ suy ra $h = 1,5$.

Vậy sau $5,5$ giây thì quả bóng đạt độ cao $1,5$ mét so với mặt đất.

BẢNG ĐÁP ÁN

1. D	2. A	3. B	4. B	5. A	6. D
7. A	8. A	9. D	10. C	11. D	12. B
13. Đ S S Đ	14. Đ S Đ Đ	15. 5	16. 6,5	17. 0,25	18. 2
19. 25	20. 1,5				