



ĐỀ 1

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Rút gọn biểu thức $M = \cos 2x \cdot \cos x + \sin 2x \cdot \sin x$ ta được kết quả là:

- A. $M = \cos x$. B. $M = \cos 3x$. C. $M = \sin x$. D. $M = \sin 3x$.

Lời giải

Ta có: $M = \cos 2x \cdot \cos x + \sin 2x \cdot \sin x = \cos(2x - x) = \cos x$.

Câu 2: Đẳng thức nào **không đúng** với mọi x ?

- A. $\cos^2 3x = \frac{1 + \cos 6x}{2}$. B. $\cos 2x = 1 - 2\sin^2 x$.
C. $\sin 2x = 2\sin x \cos x$. D. $\sin^2 2x = \frac{1 + \cos 4x}{2}$.

Lời giải

Ta có $\sin^2 2x = \frac{1 - \cos 4x}{2}$.

Câu 3: Góc có số đo $\frac{\pi}{24}$ đổi sang độ bằng

- A. 7° . B. $7^\circ 30'$. C. 8° . D. $8^\circ 30'$.

Lời giải

$$\frac{\pi}{24} = \frac{180^\circ}{24} = 7^\circ 30'.$$

Câu 4: Một đường tròn có đường kính là 50(cm). Độ dài của cung tròn trên đường tròn có số đo là $\frac{\pi}{4}$ bằng (làm tròn đến hàng đơn vị):

- A. 40(cm). B. 39(cm). C. 19(cm). D. 20(cm).

Lời giải

$$\text{Độ dài của cung tròn } l = \alpha \cdot R = \frac{\pi}{4} \cdot 25 = \frac{25}{4} \pi \approx 20(\text{cm}).$$

Câu 5: Chọn phát biểu **đúng**:

- A. Các hàm số $y = \sin x$, $y = \cos x$, $y = \cot x$ đều là hàm số chẵn.
B. Các hàm số $y = \sin x$, $y = \cos x$, $y = \cot x$ đều là hàm số lẻ.
C. Các hàm số $y = \sin x$, $y = \cot x$, $y = \tan x$ đều là hàm số chẵn.
D. Các hàm số $y = \sin x$, $y = \cot x$, $y = \tan x$ đều là hàm số lẻ.

Lời giải

Hàm số $y = \cos x$ là hàm số chẵn, hàm số $y = \sin x$, $y = \cot x$, $y = \tan x$ là các hàm số lẻ.





Câu 6: Nếu $\sin x + \cos x = \frac{1}{2}$ thì $\sin 2x$ bằng

A. $\frac{3}{4}$.

B. $\frac{3}{8}$.

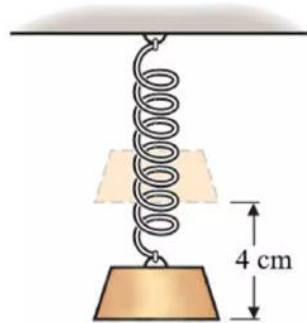
C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

D. $\frac{-3}{4}$.

Lời giải

$$\begin{aligned} \text{Do } \sin x + \cos x = \frac{1}{2} &\Rightarrow \frac{1}{4} = (\sin x + \cos x)^2 = (\sin x)^2 + (\cos x)^2 + 2 \sin x \cdot \cos x \\ &\Rightarrow \frac{1}{4} = 1 + \sin 2x \Rightarrow \sin 2x = \frac{-3}{4}. \end{aligned}$$

Câu 7: Một con lắc lò xo sau khi được kéo xuống dưới vị trí cân bằng 4cm và thả ra thì nó dao động điều hòa với phương trình: $y = -4\cos 8t (\text{cm})$ (tham khảo hình vẽ).



Biên độ $A\text{cm}$ và chu kỳ T của dao động là

A. $A = 4\text{cm}; T = \frac{\pi}{4}$.

B. $A = 4\text{cm}; T = \frac{\pi}{2}$

C. $A = 8\text{cm}; T = \frac{\pi}{4}$

D. $A = 4\text{cm}; T = 2\pi$

Lời giải

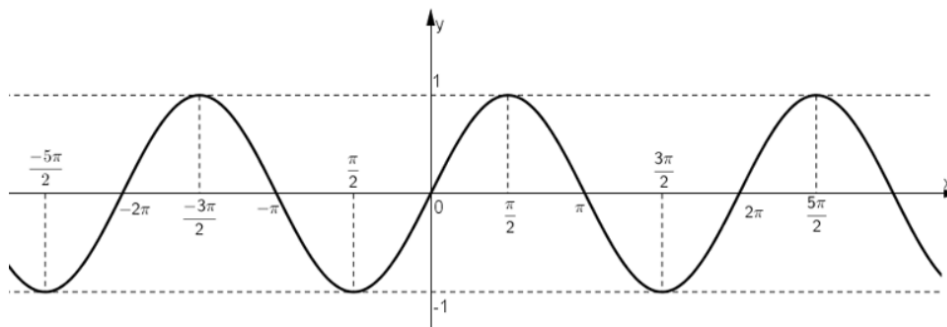
Biên độ của dao động là: $A = |-4| = 4(\text{cm})$.

Chu kỳ của dao động là: $T = \frac{2\pi}{|8|} = \frac{\pi}{4}$.





Câu 8: Cho hàm số $y = \sin x$ có đồ thị như hình vẽ.



Hãy tìm tập tất cả các giá trị của m để phương trình $|\sin x| = m$ có nghiệm?

A. $-1 \leq m \leq 1$.

B. $-1 \leq m \leq 0$.

C. $-1 < m < 0$.

D. $0 \leq m \leq 1$.

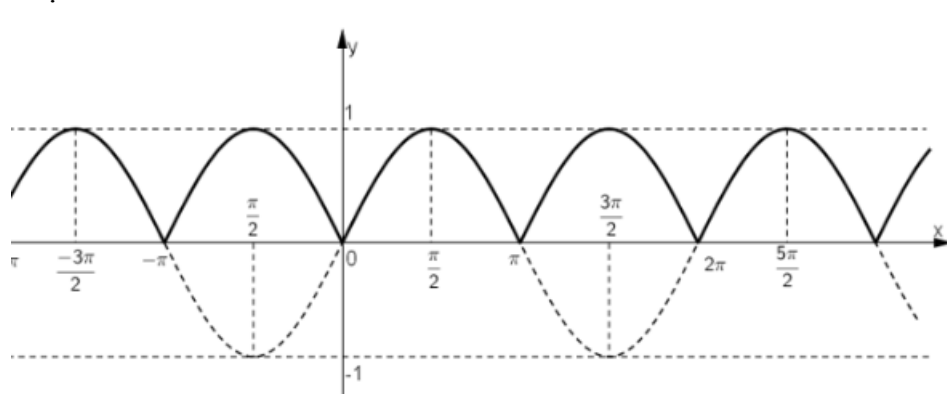
Lời giải

Đồ thị hàm số $y = |\sin x|$ được suy ra từ đồ thị $y = \sin x$ bằng:

+ Giữ nguyên phần đồ thị bên trên trục Ox .

+ Lấy đối xứng phần bên dưới qua trục Ox .

Ta được đồ thị như hình vẽ.



Dựa vào đồ thị ta thấy phương trình $|\sin x| = m$ có nghiệm khi $0 \leq m \leq 1$.

Câu 9: Nghiệm của phương trình $2 \sin\left(4x - \frac{\pi}{3}\right) - 1 = 0$ là:

A. $x = \pi + k2\pi; x = k\frac{\pi}{2}$.

B. $x = \frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{2}; x = \frac{7\pi}{24} + k\frac{\pi}{2}$.

C. $x = k2\pi; x = \frac{\pi}{2} + k2\pi$.

D. $x = k\pi; x = \pi + k2\pi$.

Lời giải

$$2 \sin\left(4x - \frac{\pi}{3}\right) - 1 = 0 \Leftrightarrow \sin\left(4x - \frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x - \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ 4x - \frac{\pi}{3} = \pi - \frac{\pi}{6} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{2} \\ x = \frac{7\pi}{24} + k\frac{\pi}{2} \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$$





Câu 10: Biết $\sin\left(\alpha + \frac{3\pi}{2}\right) + \cos\left(\alpha + \frac{3\pi}{2}\right) = \sqrt{2}$. Tính $\sin(\alpha + \pi) - 2\cos(\alpha - \pi)$.

A. $\frac{3}{\sqrt{2}}$.

B. $-\frac{3}{\sqrt{2}}$.

C. $-\frac{1}{\sqrt{2}}$.

D. $\frac{1}{\sqrt{2}}$.

Lời giải

Ta có $\sin\left(\alpha + \frac{3\pi}{2}\right) = \sin\left(\alpha + 2\pi - \frac{\pi}{2}\right) = \sin\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right) = -\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = -\cos \alpha$.

$\cos\left(\alpha + \frac{3\pi}{2}\right) = \cos\left(\alpha + 2\pi - \frac{\pi}{2}\right) = \cos\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right) = \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \sin \alpha$.

Suy ra $\sin \alpha - \cos \alpha = \sqrt{2} \Rightarrow \sin \alpha = \cos \alpha + \sqrt{2}$.

Vì $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \Rightarrow 2\cos^2 \alpha + 2\sqrt{2}\cos \alpha + 2 = 1$

$\Leftrightarrow 2\cos^2 \alpha + 2\sqrt{2}\cos \alpha + 1 = 0 \Leftrightarrow \cos \alpha = -\frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \sin \alpha = \frac{1}{\sqrt{2}}$.

Do đó $\sin(\alpha + \pi) - 2\cos(\alpha - \pi) = -\sin \alpha + 2\cos \alpha = -\frac{3}{\sqrt{2}}$.

Câu 11: Hằng ngày mực nước của con kênh lên xuống theo thủy triều. Độ sâu h (mét) của mực nước trong kênh được tính tại thời điểm t (giờ) trong một ngày bởi công thức $h = 3\cos\left(\frac{\pi t}{8} + \frac{\pi}{4}\right) + 12$.

. Mực nước của kênh cao nhất khi:

A. $t = 13$ (giờ).

B. $t = 14$ (giờ).

C. $t = 15$ (giờ).

D. $t = 16$ (giờ).

Lời giải

Mực nước của kênh cao nhất khi h lớn nhất

$\Leftrightarrow \cos\left(\frac{\pi t}{8} + \frac{\pi}{4}\right) = 1 \Leftrightarrow \frac{\pi t}{8} + \frac{\pi}{4} = k2\pi$ với $0 < t \leq 24$ và $k \in \mathbb{Z}$.

Lần lượt thay các đáp án, ta được đáp án B thỏa mãn.

Vì với $t = 14$ thì $\frac{\pi t}{8} + \frac{\pi}{4} = 2\pi$ (đúng với $k = 1 \in \mathbb{Z}$).

Câu 12: Số giờ có ánh sáng mặt trời của một thành phố A ở vĩ độ 40° bắc trong ngày thứ t của một năm không nhuận được cho bởi hàm số $d(t) = 3\sin\left[\frac{\pi}{180}(t - 80)\right] + 12$ với $t \in \mathbb{Z}$ và $0 < t \leq 365$. Vào ngày nào trong năm thì thành phố A có nhiều giờ có ánh sáng mặt trời nhất?

A. 170.

B. 171.

C. 172.

D. 173.

Lời giải

Ta có $d(t) = 3\sin\left[\frac{\pi}{180}(t - 80)\right] + 12 \leq 3 \cdot 1 + 12 = 15$.

Vậy thành phố A có nhiều giờ có ánh sáng mặt trời nhất khi

$\sin\left[\frac{\pi}{180}(t - 80)\right] = 1 \Leftrightarrow \frac{\pi}{180}(t - 80) = \frac{\pi}{2} + k2\pi \Leftrightarrow t = 170 + 360k$ ($k \in \mathbb{Z}$).

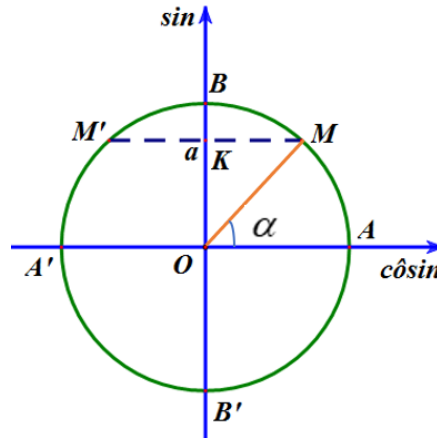
Vì $0 < t \leq 365$ nên $0 < 170 + 360k \leq 365 \Leftrightarrow -\frac{17}{36} < k \leq \frac{39}{72} \Rightarrow k = 0 \Rightarrow t = 170$.





PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý A., B., C., D. ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 13: Cho phương trình $\sin x = a$ (1).



- A.** Nếu $a > 1$ thì phương trình (1) vô nghiệm.
- B.** Nếu $a = 1$ thì phương trình (1) có nghiệm $\alpha = \frac{\pi}{2} + k\pi, (k \in \mathbb{Z})$.
- C.** Nếu $-1 \leq a \leq 1$ thì phương trình (1) có nghiệm $\begin{cases} x = \alpha + k2\pi \\ x = \pi - \alpha + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$.
- D.** Phương trình (1) luôn có hai điểm biểu diễn nghiệm trên đường tròn lượng giác.

Lời giải

A. ĐÚNG.

B. SAI. Nếu $a = 1 \Rightarrow \sin \alpha = 1 \Leftrightarrow \alpha = \frac{\pi}{2} + k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$.

C. ĐÚNG.

D. SAI.





Câu 14: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- A.** Hàm số $y = \sin \sqrt{x+4}$ có tập xác định là $D = [-4; +\infty)$.
- B.** Hàm số $y = \cot\left(\frac{\pi}{2} + x\right)$ có tập xác định là $D = \mathbb{R}$.
- C.** Hàm số $y = \sqrt{3-2\cos x}$ có tập xác định là $D = \mathbb{R}$.
- D.** Hàm số $y = \frac{1-3\cos x}{\sin x}$ có tập xác định là $D = \mathbb{R} \setminus \left\{k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

Lời giải

Chọn A. Đúng | B. Sai | C. Đúng | D. Sai.

A. ĐÚNG. Hàm số xác định khi và chỉ khi $x+4 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq -4$.

Vậy tập xác định của hàm số là $D = [-4; +\infty)$.

B. SAI. Hàm số xác định khi và chỉ khi $\sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right) \neq 0 \Leftrightarrow x + \frac{\pi}{2} \neq k\pi \Leftrightarrow x \neq -\frac{\pi}{2} + k\pi; k \in \mathbb{Z}$.

Vậy tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{\pi}{2} + k\pi; k \in \mathbb{Z}\right\}$.

C. ĐÚNG. Hàm số xác định khi $3-2\cos x \geq 0 \Leftrightarrow \cos x \leq \frac{3}{2}$ (đúng $\forall x \in \mathbb{R}$), vì

$$-1 \leq \cos x \leq 1, \forall x \in \mathbb{R}.$$

Vậy tập xác định của hàm là $D = \mathbb{R}$.

D. SAI. Hàm số xác định khi và chỉ khi $\sin x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq k\pi (k \in \mathbb{Z})$.

Vậy tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.





Câu 15: Hằng ngày mực nước của con kênh lên xuống theo thủy triều. Độ sâu h (mét) của mực nước trong kênh tính theo thời gian t (giờ) được cho bởi công thức $h(t) = 3\cos\left(\frac{\pi t}{6} + \frac{\pi}{4}\right) + 14$.

- A. Công thức tuần hoàn với chu kỳ $T = 2\pi$.
- B. Chiều sâu của mực nước thấp nhất là 11m.
- C. Chiều sâu của mực nước cao nhất là 14m.
- D. Thời gian để mực nước cao nhất là $t = 9$.

Lời giải

Chọn A. Sai | B. Đúng | C. Sai | D. Đúng.

A. SAI. Công thức có dạng $y = \cos(ax+b)$ tuần hoàn với chu kỳ $T = \frac{2\pi}{|a|}$ nên chu kỳ cần tìm là

$$T = \frac{2\pi}{\left|\frac{\pi}{6}\right|} = 12.$$

B. ĐÚNG. Ta có $\forall t: -1 \leq \cos\left(\frac{\pi t}{6} + \frac{\pi}{4}\right) \leq 1 \Leftrightarrow -3 \leq 3\cos\left(\frac{\pi t}{6} + \frac{\pi}{4}\right) \leq 3$

$$\Leftrightarrow 11 \leq 3\cos\left(\frac{\pi t}{6} + \frac{\pi}{4}\right) + 14 \leq 17 \Leftrightarrow 11 \leq h \leq 17. \text{ Vậy chiều sâu của mực nước thấp nhất là 11m.}$$

C. SAI. Ta có $\forall t: -1 \leq \cos\left(\frac{\pi t}{6} + \frac{\pi}{4}\right) \leq 1 \Leftrightarrow -3 \leq 3\cos\left(\frac{\pi t}{6} + \frac{\pi}{4}\right) \leq 3$

$$\Leftrightarrow 11 \leq 3\cos\left(\frac{\pi t}{6} + \frac{\pi}{4}\right) + 14 \leq 17 \Leftrightarrow 11 \leq h \leq 17. \text{ Chiều sâu của mực nước cao nhất là 17m.}$$

D. ĐÚNG. Ta có $\forall t: -1 \leq \cos\left(\frac{\pi t}{6} + \frac{\pi}{4}\right) \leq 1 \Leftrightarrow -3 \leq 3\cos\left(\frac{\pi t}{6} + \frac{\pi}{4}\right) \leq 3$

$$\Leftrightarrow 11 \leq 3\cos\left(\frac{\pi t}{6} + \frac{\pi}{4}\right) + 14 \leq 17 \Leftrightarrow 11 \leq h \leq 17. \text{ Chiều sâu của mực nước cao nhất là 17m.}$$

$$\text{Max } h = 17 \Leftrightarrow \cos\left(\frac{\pi t}{6} + \frac{\pi}{4}\right) = 1 \Leftrightarrow \frac{\pi t}{6} + \frac{\pi}{4} = k2\pi \Leftrightarrow t = -3 + 12k, k \in \mathbb{Z}.$$

Vì thời gian không âm và $k \in \mathbb{Z}$ nên ta chọn $t = 9$. Vậy thời gian ngắn nhất $t = -3 + 12 = 9$.





Câu 16: Cho phương trình $(2\cos x - 1)(\sin 2x - m) = 0$ (1).

A. $x = \frac{7\pi}{3}$ là một nghiệm của phương trình (1).

B. Khi $m = 2$ thì phương trình (1) $\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{2} + l2\pi \end{cases} \quad (k, l \in \mathbb{Z})$

C. Khi $m = 1$ thì tập nghiệm của phương trình (1) có tất cả 4 điểm biểu diễn trên đường tròn lượng giác.

D. Chỉ tìm được một giá trị của m để phương trình (1) có đúng hai nghiệm thuộc $\left(-\frac{\pi}{4}; \frac{3\pi}{4}\right]$.

Lời giải

Chọn A. Đúng | B. Sai | C. Đúng | D. Sai

$$\text{Ta có } (2\cos x - 1)(\sin 2x - m) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = \frac{1}{2} \\ \sin 2x = m \end{cases} \quad (2) \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \\ \sin 2x = m \end{cases}$$

A. ĐÚNG. Thay $x = \frac{7\pi}{3}$ phương trình (1) ta thấy thỏa mãn nên $x = \frac{7\pi}{3}$ là một nghiệm của phương trình (1).

B. SAI. Khi $m = 2$ thì phương trình (1) $\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$

C. ĐÚNG. Khi $m = 1$ phương trình (1) $\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \\ \sin 2x = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{4} + l\pi \end{cases}$

Do đó tập nghiệm của phương trình (1) có tất cả 4 điểm biểu diễn trên đường tròn lượng giác.

D. SAI. Do phương trình (2) có một nghiệm $x = \frac{\pi}{3}$ thuộc $\left(-\frac{\pi}{4}; \frac{3\pi}{4}\right]$.





Do đó để phương trình (1) có đúng hai nghiệm thuộc $\left(-\frac{\pi}{4}; \frac{3\pi}{4}\right]$ thì phương trình $\sin 2x = m$ có

1 nghiệm thuộc $\left(-\frac{\pi}{4}; \frac{3\pi}{4}\right]$ khác $\frac{\pi}{3}$ (*)

Ta có $x \in \left(-\frac{\pi}{4}; \frac{3\pi}{4}\right] \Rightarrow 2x \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right]$ hay $2x \in [0; 2\pi]$

Từ (*) suy ra $m = 1$ hoặc $m = -1$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 17: Cho góc α thỏa mãn $\sin \alpha = \frac{1}{5}$. Khi đó giá trị biểu thức $P = \cos^2 2x + \cos^2 x$ bằng $\frac{a}{b}$. Tính $a + b$

. Biết rằng phân số $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản.

Lời giải

<Key = 1754>

Biến đổi biểu thức P rồi thay giá trị $\sin \alpha = \frac{1}{5}$ vào P , ta được:

$$P = \cos^2 2x + \cos^2 x$$

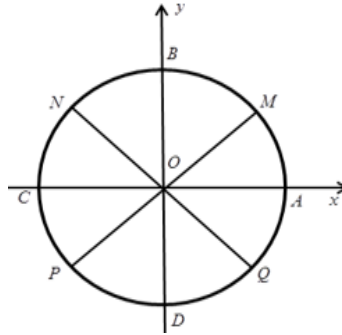
$$= (1 - 2\sin^2 \alpha)^2 + (1 - \sin^2 \alpha) = \left(1 - 2 \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^2\right)^2 + \left(1 - \left(\frac{1}{5}\right)^2\right) = \frac{1129}{625}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = 1129 \\ b = 625 \end{cases} \Rightarrow a + b = 1754$$





Câu 18: Cho đường tròn lượng giác như hình vẽ bên dưới.



Gọi M, N, P, Q lần lượt là các điểm chính giữa các cung AB, BC, CD, DA . Tìm điểm biểu diễn trên đường tròn lượng giác cung có số đo lần lượt là $\frac{33\pi}{4}$ và $\frac{5\pi}{2}$.

Lời giải

<Key = M,B>

Ta có $\frac{33\pi}{4} = 8\pi + \frac{\pi}{4}$.

Vậy điểm biểu diễn trên đường tròn lượng giác cung có số đo $\frac{33\pi}{4}$ là điểm M .

Ta có: $\frac{5\pi}{2} = 2\pi + \frac{\pi}{2}$. Do đó, điểm biểu diễn của cung có số đo $\frac{5\pi}{2}$ là điểm biểu diễn của cung có số đo $\frac{\pi}{2}$, đó là điểm B .

Câu 19: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $\cos x = m$ có nghiệm?

Lời giải

<Key = 3>

$$\cos x = m \text{ có nghiệm} \Leftrightarrow -1 \leq m \leq 1. \text{ Mà } m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{-1; 0; 1\}$$

Câu 20: Phương trình $2\sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right) + 2 = 0$ có bao nhiêu nghiệm trên khoảng $(0; 2\pi)$

Lời giải

<Key = 1>

$$\text{Ta có: } 2\sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right) + 2 = 0 \Leftrightarrow \sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right) = -1 \Leftrightarrow x - \frac{\pi}{6} = -\frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$$

$$\text{Do } x \in (0; 2\pi) \text{ nên } 0 < -\frac{\pi}{6} + k2\pi < 2\pi \Leftrightarrow \frac{1}{6} < k < \frac{7}{6} \Leftrightarrow k = 1.$$

$$\text{Vậy phương trình có một nghiệm } x = \frac{5\pi}{3}.$$





Câu 21: Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \sin x + \sqrt{3} \cos x + 3$.
Tính $M + m$.

Lời giải

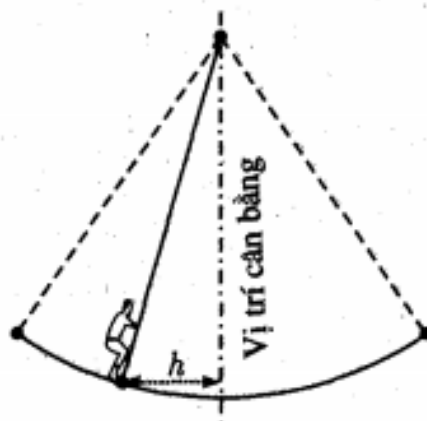
<Key = 6>

$$\text{Ta có } y = \sin x + \sqrt{3} \cos x + 3 = 2 \left(\frac{1}{2} \sin x + \frac{\sqrt{3}}{2} \cos x \right) + 3 = 2 \sin \left(x + \frac{\pi}{3} \right) + 3$$





Câu 22: Mùa xuân ở Hội Lim (tỉnh Bắc Ninh) thường có trò chơi đu. Khi người chơi đu nhún đều, cây đu sẽ đưa người chơi đu dao động qua lại vị trí cân bằng. Nghiên cứu trò chơi này, người ta thấy khoảng cách h (mét) được tính từ vị trí chân người chơi đu đến vị trí cân bằng được biểu diễn bởi hệ thức $h = |d|$ với $d = 3\cos\left[\frac{\pi}{3}(2t-1)\right]$ ($t \geq 0$ và được tính bằng giây), trong đó ta quy ước $d > 0$ khi vị trí cân bằng ở về phía sau lưng người chơi đu và $d < 0$ trong trường hợp ngược lại.



Hỏi trong 3 giây đầu tiên, có tất cả bao nhiêu lần người chơi đu ở cách vị trí cân bằng 1 mét?

Lời giải

<Key = 4>

Người chơi cách vị trí cân bằng 1 mét khi $3\cos\left[\frac{\pi}{3}(2t-1)\right] = \pm 1$

$$\Leftrightarrow \sin^2\left[\frac{\pi}{3}(2t-1)\right] = \frac{8}{9} \Leftrightarrow 1 - \cos\left[\frac{2\pi}{3}(2t-1)\right] = \frac{16}{9} \Leftrightarrow \cos\left[\frac{2\pi}{3}(2t-1)\right] = -\frac{7}{9}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{2\pi}{3}(2t-1) = \alpha + k2\pi \\ \frac{2\pi}{3}(2t-1) = -\alpha + k2\pi \end{cases} \left(\text{với } k \in \mathbb{Z} \text{ và } \cos\alpha = -\frac{7}{9} \right) \Leftrightarrow \begin{cases} t = \frac{3\alpha}{4\pi} + \frac{1}{2} + \frac{3k}{2} \\ t = -\frac{3\alpha}{4\pi} + \frac{1}{2} + \frac{3k}{2} \end{cases}$$

Trong 3 giây đầu tiên ứng với $0 \leq t \leq 3$:

$$+) \text{ Với } t = \frac{3\alpha}{4\pi} + \frac{1}{2} + \frac{3k}{2} \text{ thì } 0 \leq \frac{3\alpha}{4\pi} + \frac{1}{2} + \frac{3k}{2} \leq 3 \Rightarrow -0,73 \leq k \leq 1,27 \Rightarrow k \in \{0; 1\}.$$

$$+) \text{ Với } t = -\frac{3\alpha}{4\pi} + \frac{1}{2} + \frac{3k}{2} \text{ thì } 0 \leq -\frac{3\alpha}{4\pi} + \frac{1}{2} + \frac{3k}{2} \leq 3 \Rightarrow 0,06 \leq k \leq 2,06 \Rightarrow k \in \{1; 2\}.$$

Vậy trong 3 giây đầu tiên, có 4 lần người chơi ở cách vị trí cân bằng 1 mét.

$$\text{Do } \forall x: -1 \leq \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) \leq 1 \Leftrightarrow -2 \leq 2\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) \leq 2 \Leftrightarrow 1 \leq 2\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) + 3 \leq 5 \Leftrightarrow 1 \leq y \leq 5.$$

Vậy $m = \min_{\mathbb{R}} y = 1$ khi $x = -\frac{5\pi}{6} + k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$ và $M = \max_{\mathbb{R}} y = 5$ khi $x = \frac{\pi}{6} + k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$ nên $M + m = 6$.





BẢNG ĐÁP ÁN

1. A	2. D	3. B	4. D	5. D
6. D	7. A	8. D	9. B	10. B
11. B	12. A	13. ĐSĐS	14. ĐSĐS	15. SĐSĐ
16. ĐSĐS	17. 1754	18. M,B	19. 3	20. 1
21. 6	22. 4			

