

Câu 1: Phát biểu nào dưới đây là mệnh đề?

- A. $2 + 3 = 9$. B. Phong cảnh đẹp quá!.
C. $5 - x = 7$. D. Bây giờ là mấy giờ?

Lời giải

Phát biểu A: “ $2 + 3 = 9$ ” là một phát biểu sai nên là một mệnh đề sai.

Phát biểu B: “Phong cảnh đẹp quá!” Không có tính đúng sai nên không phải là mệnh đề.

Phát biểu C: “ $5 - x = 7$ ” là một mệnh đề chứa biến vì tính đúng sai của khẳng định phụ thuộc vào x .

Phát biểu D: “Bây giờ là mấy giờ?” Không có tính đúng sai nên không phải là mệnh đề.

Câu 2: Các câu sau đây, câu nào **không** là mệnh đề?

- A. Phương trình $x^2 - x + 1 = 0$ vô nghiệm.
B. $x + y > 1$.
C. 12 không là số nguyên tố.
D. Hai phương trình $x^2 - 4x + 3 = 0$ và $2x^2 - \sqrt{x + 3} = 0$ có nghiệm chung.

Lời giải

Phát biểu A: Phương trình $x^2 - x + 1 = 0$ vô nghiệm là đúng nên đó là một mệnh đề đúng.

Phát biểu B: $x + y > 1$ có thể đúng, có thể sai phụ thuộc vào (x, y) nên không phải là mệnh đề.

Phát biểu C: 12 không là số nguyên tố, là một khẳng định sai nên là một mệnh đề sai.

Phát biểu D: Hai phương trình đều có 1 nghiệm $x = 1$ nên phát biểu trên là một mệnh đề đúng.

Câu 3: Trong các câu sau, câu nào là mệnh đề **đúng**?

- A. Nếu $a \geq b$ thì $a^2 \geq b^2$.
B. Nếu a chia hết cho 9 thì a chia hết cho 3.
C. Nếu bạn tự tin thì bạn thành công.
D. Nếu một tam giác có một góc bằng 60° thì tam giác đó đều.

Lời giải

Phát biểu A: Tính đúng, sai của phát biểu phụ thuộc vào a, b nên khẳng định không phải là một mệnh đề.

Phát biểu B luôn đúng với mọi a nên là một mệnh đề đúng.

Phát biểu C không khẳng định được tính đúng, sai nên không phải là mệnh đề.

Phát biểu D là một mệnh đề sai.

Câu 4: Trong các mệnh đề, mệnh đề nào **sai**?

A. $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 - 3x + 2 = 0$.

B. $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 + 1 > 0$.

C. $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 < 0$.

D. $\forall x \in \mathbb{R}, |x+1| \geq 0$.

Lời giải

Phát biểu A: đúng vì tồn tại 2 giá trị $x=1, x=2$.

Phát biểu B: đúng

Phát biểu C: sai vì $x^2 \geq 0$ với $\forall x \in \mathbb{R}$.

Phát biểu D: đúng.

Câu 5: Cho mệnh đề $P(x): " \forall x \in \mathbb{R}, x^2 + x + 1 > 0 "$. Mệnh đề phủ định của mệnh đề $P(x)$ là:

A. $" \forall x \in \mathbb{R}, x^2 + x + 1 < 0 "$.

B. $" \forall x \in \mathbb{R}, x^2 + x + 1 \leq 0 "$.

C. $" \exists x \in \mathbb{R}, x^2 + x + 1 \leq 0 "$.

D. $" x \in \mathbb{R}, x^2 + x + 1 > 0 "$.

Lời giải

Mệnh đề phủ định của mệnh đề $P(x): " \forall x \in \mathbb{R}, x^2 + x + 1 > 0 "$ là $" \exists x \in \mathbb{R}, x^2 + x + 1 \leq 0 "$.

Câu 6: Cho mệnh đề $P: " \exists x \in \mathbb{R}, x < \frac{1}{x} "$. Xác định mệnh đề phủ định của mệnh đề P .

A. $\bar{P}: " \exists x \in \mathbb{R}, x \geq \frac{1}{x} "$..

B. $\bar{P}: " \forall x \in \mathbb{R}, x > \frac{1}{x} "$..

C. $\bar{P}: " \forall x \in \mathbb{R}, x \geq \frac{1}{x} "$..

D. $\bar{P}: " \exists x \in \mathbb{R}, x > \frac{1}{x} "$..

Lời giải

Mệnh đề phủ định của mệnh đề $P: " \exists x \in \mathbb{R}, x < \frac{1}{x} "$ là $\bar{P}: " \forall x \in \mathbb{R}, x \geq \frac{1}{x} "$..

Câu 7: Xét mệnh đề chứa biến $P(x): " x \in \mathbb{R}, x^2 - 2x \geq 0 "$. Tìm một giá trị của biến để được một mệnh đề đúng.

A. $x = \frac{1}{4}$.

B. $x = 3$.

C. $x = 1$.

D. $x = 0.5$.

Lời giải

Vì thay $x=3$ vào mệnh đề chứa biến $P(x): " x \in \mathbb{R}, x^2 - 2x \geq 0 "$, ta có $3^2 - 2.3 > 0$ là mệnh đề đúng.

Câu 8: Mệnh đề nào sau đây sai?

A. $\forall x \in \mathbb{R}, 3x^2 - 4x + 4 > 0.$

B. $\exists x \in \mathbb{R}, (x-1)^2 + (x+1)^2 = 0.$

C. $\exists x \in \mathbb{Q}, x < \frac{1}{x}.$

D. $\exists x \in \mathbb{N}, (1+2+3+\dots+n):11.$

Lời giải

$$\text{Vì } (x-1)^2 + (x+1)^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x-1=0 \\ x+1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=-1 \end{cases} \Rightarrow x \in \emptyset.$$

Vậy không có giá trị x thỏa mãn.

Câu 9: Cho mệnh đề chứa biến $P(n)$: “ $n^2 - 1$ chia hết cho 4” với n là số nguyên. Xét xem các mệnh đề $P(5)$ và $P(2)$ **đúng** hay **sai**?

A. $P(5)$ đúng và $P(2)$ đúng.

B. $P(5)$ sai và $P(2)$ sai.

C. $P(5)$ đúng và $P(2)$ sai.

D. $P(5)$ sai và $P(2)$ đúng.

Lời giải

Mệnh đề C đúng, vì: $P(5) = 5^2 - 1 = 24$ chia hết cho 4 còn $P(2) = 2^2 - 1 = 3$ không chia hết cho 4.

Câu 10: Mệnh đề phủ định của mệnh đề P : “ $\exists x: x^2 + 2x + 5$ là số nguyên tố” là

A. $\forall x \in \mathbb{N}: x^2 + 2x + 5$ không là số nguyên tố. **B.** $\exists x \in \mathbb{N}: x^2 + 2x + 5$ là hợp số.

C. $\forall x \in \mathbb{N}: x^2 + 2x + 5$ không phải là hợp số. **D.** $\exists x \in \mathbb{N}: x^2 + 2x + 5$ là số thực.

Câu 11: Cho mệnh đề A : “ $\forall x \in \mathbb{R}: x^2 < x$ ”. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào là phủ định của mệnh đề A ?

A. “ $\exists x \in \mathbb{R}: x^2 < x$ ”. **B.** “ $\exists x \in \mathbb{R}: x^2 \geq x$ ”. **C.** “ $\exists x \in \mathbb{R}: x^2 < x$ ”. **D.** “ $\exists x \in \mathbb{R}: x^2 \leq x$ ”.

Lời giải

$$\bar{P}: “\exists x \in \mathbb{R}: x^2 \geq x”.$$

Câu 12: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào là mệnh đề đúng?

A. Tổng của hai số tự nhiên là một số chẵn khi và chỉ khi cả hai số đều là số chẵn.

B. Tích của hai số tự nhiên là một số chẵn khi và chỉ khi cả hai số đều là số chẵn.

C. Tổng của hai số tự nhiên là một số lẻ khi và chỉ khi cả hai số đều là số lẻ.

D. Tích của hai số tự nhiên là một số lẻ khi và chỉ khi cả hai số đều là số lẻ.

Câu 13: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- A. Nếu $IA = IB$ thì I là trung điểm của AB .
- B. Nếu a chia hết cho 9 thì a chia hết cho 3.
- C. Nếu $|x| > 2$ thì $x > 2$.
- D. Nếu m, n là 2 số nguyên dương và $m^2 + n^2$ chia hết cho 3 thì m, n cùng chia hết cho 3.

Lời giải

- A. vì $IA = IB$ thì IAB có thể là tam giác cân tại I nên mệnh đề sai.
- B. vì phát biểu a chia hết cho 9 thì a chia hết cho 3 luôn đúng với mọi a nên là một mệnh đề đúng.
- C. vì $|x| > 2$ thì $x < -2$ hoặc $x > 2$ nên mệnh đề sai.
- D. Nhận xét: m^2 (n^2) là các số chính phương nên chia cho 3 có thể dư 0 hoặc 1 (chứng minh bằng cách xét $m = 3k, m = 3k + 1, m = 3k + 2$)

Do đó:

Nếu m^2, n^2 cùng chia 3 dư 1 thì $m^2 + n^2$ chia 3 dư 2 (trái giả thiết)

Nếu 1 trong 2 số m^2, n^2 có 1 số chia hết cho 3 và số còn lại chia hết cho 3 dư 1 thì $m^2 + n^2$ chia 3 dư 1 (trái giả thiết)

Suy ra m^2, n^2 cùng chia hết cho 3. Mà 3 là số nguyên tố nên m, n cùng chia hết cho 3 nên mệnh đề đúng.

Câu 14: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- A. $\exists r \in \mathbb{Q}, 4r^2 - 1 = 0$.
- B. $\forall n \in \mathbb{N}^*, 1 + 2 + 3 + \dots + n$ không chia hết cho 11.
- C. $\exists n \in \mathbb{Z}, n^2 + n + 1$ là một số chẵn.
- D. $\forall x \in \mathbb{Z}, \frac{2x^3 - 6x^2 + x - 3}{2x^2 + 1} \in \mathbb{Z}$.

Lời giải

A. vì với $r = \frac{1}{2} \in \mathbb{Q}, 4r^2 - 1 = 0$ nên mệnh đề đúng.

B. Ta chứng tỏ mệnh đề phủ định “ $\exists n \in \mathbb{N}^*, 1 + 2 + 3 + \dots + n$ chia hết cho 11”.

Thật vậy, nếu $n = 11 \in \mathbb{N}^*$ thì $1 + 2 + 3 + \dots + 11 = 66$ chia hết cho 11 nên mệnh đề sai.

C. Ta chứng minh mệnh đề phủ định “ $\forall n \in \mathbb{Z}, n^2 + n + 1$ là một số lẻ” là đúng.

+ Nếu n chẵn $n^2 + n + 1$ là một số lẻ,

+ Nếu n lẻ, $n = 2k + 1$ thì $n^2 + n + 1 = 4k^2 + 6k + 3$ là số lẻ nên mệnh đề sai.

D. vì $\forall x \in \mathbb{Z}, \frac{2x^3 - 6x^2 + x - 3}{2x^2 + 1} = \frac{(2x^2 + 1)(x - 3)}{2x^2 + 1} = x - 3 \in \mathbb{Z}$ nên mệnh đề đúng.

Câu 15: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- A. $\pi < \frac{10}{3}$.
- B. Phương trình $3x + 7 = 0$ có nghiệm thực.
- C. Không có số nào cộng với chính nó bằng 0.
- D. 2022 là hợp số.

Lời giải

- A. Mệnh đề: “ $\pi < \frac{10}{3}$ ” là mệnh đề đúng.
- B. Ta có: $3x + 7 = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{7}{3}$ nên mệnh đề: “Phương trình $3x + 7 = 0$ có nghiệm” là mệnh đề đúng.
- C. Vì $0 + 0 = 0$ nên mệnh đề: “Không có số nào cộng với chính nó bằng 0” là mệnh đề sai.
- D. 2022 có các ước số là 1; 2; 3; 337; 2022 nên mệnh đề: “2022 là hợp số” là mệnh đề đúng.

Câu 16: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- A. $\sqrt{3} + \sqrt{2} = \frac{1}{\sqrt{3} - \sqrt{2}}$.
- B. $(\sqrt{2} - \sqrt{18})^2 > 8$.
- C. $(\sqrt{3} + \sqrt{12})^2$ là một số hữu tỷ.
- D. $x = 2$ là một nghiệm của phương trình $\frac{x^2 - 4}{x - 2} = 0$.

Lời giải

- A. Ta có: $\sqrt{3} + \sqrt{2} = \frac{(\sqrt{3} + \sqrt{2})(\sqrt{3} - \sqrt{2})}{(\sqrt{3} - \sqrt{2})} = \frac{1}{\sqrt{3} - \sqrt{2}}$ nên mệnh đề: “ $\sqrt{3} + \sqrt{2} = \frac{1}{\sqrt{3} - \sqrt{2}}$ ” là mệnh đề đúng.
- B. Ta có: $(\sqrt{2} - \sqrt{18})^2 = (\sqrt{2} - 3\sqrt{2})^2 = (-2\sqrt{2})^2 = 8$ nên mệnh đề: “ $(\sqrt{2} - \sqrt{18})^2 > 8$ ” là mệnh đề sai.
- C. Vì $(\sqrt{3} + \sqrt{12})^2 = (\sqrt{3} + 2\sqrt{3})^2 = (3\sqrt{3})^2 = 27$ nên mệnh đề: “ $(\sqrt{3} + \sqrt{12})^2$ là một số hữu tỷ” là mệnh đề đúng.
- D. Vì phương trình $\frac{x^2 - 4}{x - 2} = 0$ không xác định tại $x = 2$ nên mệnh đề: “ $x = 2$ là một nghiệm của phương trình $\frac{x^2 - 4}{x - 2} = 0$ ” là mệnh đề sai.

Câu 17: Cho mệnh đề P : “Phương trình $x^2 - 3x + 8 = 0$ có nghiệm”. Có bao nhiêu giá trị của x để mệnh đề P đúng?

Lời giải

$x^2 - 3x + 8 = 0$ có $\Delta = -23 < 0$ nên phương trình vô nghiệm.

Vậy không có giá trị nào của x để mệnh đề P đúng.

Đáp án: 0.

Câu 18: Trong các mệnh đề sau có bao nhiêu mệnh đề đúng:

(1) P : “ $\forall n \in \mathbb{N}, n^2 > n$ ”

(2) P : “ $\exists x: x^2 + 2x + 5$ là số nguyên tố”

(3) $P(x)$: “ $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 + x + 1 > 0$ ”

Lời giải

(1) P : “ $\forall n \in \mathbb{N}, n^2 > n$ ” **sai** với $n = 1$

(2) P : “ $\exists x \in \mathbb{N}: x^2 + 2x + 5$ là số nguyên tố” **đúng** với $x = 0$

(3) $P(x)$: “ $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 + x + 1 > 0$ ” **đúng**

Đáp án: 2.

Câu 19: Tính tổng các giá trị n nguyên sao cho $(n+5):(2n-1)$.

Lời giải

Gọi n là số nguyên thỏa mãn $(n+5):(2n-1)$.

$$\text{Ta có } \begin{cases} (n+5):(2n-1) \\ (2n-1):(2n-1) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2(n+5):(2n-1) \quad (1) \\ (2n-1):(2n-1) \quad (2) \end{cases}$$

$$\Rightarrow 2(n+5) - (2n-1):(2n-1) \Leftrightarrow 11:(2n-1) \Leftrightarrow 2n-1 \text{ là ước của } 11.$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2n-1=1 \\ 2n-1=-1 \\ 2n-1=11 \\ 2n-1=-11 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} n=1 \\ n=0 \\ n=6 \\ n=-5 \end{cases}.$$

Đáp án: 2

Câu 20: Cho mệnh đề $P: " \forall x \in \mathbb{R} : -x^2 + 2mx - 4 < 0 "$, m là tham số thực. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để mệnh đề P đúng?

Lời giải

$$-x^2 + 2mx - 4 = -(x+m)^2 + m^2 - 4.$$

Vì $-(x+m)^2 \leq 0 \forall x \in \mathbb{R}$ nên

$$x^2 + 2mx + 2m^2 - 4 < 0 \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow m^2 - 4 < 0 \Leftrightarrow |m| < 2 \Leftrightarrow -2 < m < 2.$$

Khi đó $m \in \{-1; 0; 1\}$

Đáp án: 3.

Câu 21: Có bao nhiêu số nguyên n để $P(n): "2n^3 + n^2 + 7n + 1$ chia hết cho $2n - 1"$ là mệnh đề đúng?

Lời giải

$$\text{Ta có : } 2n^3 + n^2 + 7n + 1 = (n^2 + n + 4)(2n - 1) + 5$$

$$2n^3 + n^2 + 7n + 1 \text{ chia hết cho } 2n - 1 \Leftrightarrow 5 \text{ chia hết cho } 2n - 1$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2n-1=1 \\ 2n-1=-1 \\ 2n-1=5 \\ 2n-1=-5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} n=1 \\ n=0 \\ n=3 \\ n=-2 \end{cases}.$$

Vậy có 4 giá trị nguyên của n .

Đáp án: 4.

Câu 22: Tìm tổng các giá trị của x để mệnh đề chứa biến $P(x): "x$ là số nguyên thỏa mãn $x^4 - 5x^2 + 4 = 0"$ đúng.

Lời giải

$$x^4 - 5x^2 + 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = 1 \\ x^2 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow x \in \{-2; -1; 1; 2\}.$$

Tìm tổng các giá trị của x để mệnh đề chứa biến $P(x)$ đúng là $(-2) + (-1) + 1 + 2 = 0$

Đáp án: 0.