ĐỀ SỐ 3

PHẦN I. Câu trắc nghiệm khách quan.

Câu 1: Trong các công thức lượng giác sau, công thức nào **đúng**?

A. $\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\sin\beta+\cos\alpha\cos\beta$.

B. $\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\sin\beta-\cos\alpha\cos\beta$.

C. $\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta$.

D. $\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cos\beta-\cos\alpha\sin\beta$.

Lời giải

Theo lý thuyết ta có $\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta$.

Câu 2: Trong các công thức lượng giác sau, công thức nào **sai**?

A. $\cos 2\alpha=2\cos^2\alpha-1$. **B.** $\cos 2\alpha=1-2\sin^2\alpha$.

C. $\cos 2\alpha=\sin^2\alpha-\cos^2\alpha$. **D.** $\sin 2\alpha=2\sin\alpha\cos\alpha$.

Lời giải

Ta có $\cos 2\alpha=\cos^2\alpha-\sin^2\alpha$.

Câu 3: Đổi góc lượng giác có số đo 120° sang rađian ta được

A. π. **B.** $\frac{2\pi}{3}$. **C.** $\frac{\pi}{3}$. **D.** $\frac{3\pi}{2}$.

Lời giải

Ta có $120^\circ=120.\frac{\pi}{180}=\frac{2\pi}{3}$ rad.

Câu 4: Cho góc lượng gác α thỏa mãn $\cos\alpha=-\frac{3}{4}$ và $\frac{\pi}{2}<\alpha<\pi$. Tính $\sin\alpha$.

A. $\sin\alpha=\frac{-\sqrt{7}}{4}$. **B.** $\sin\alpha=\frac{1}{4}$. **C.** $\sin\alpha=\frac{\sqrt{7}}{4}$. **D.** $\sin\alpha=-\frac{1}{4}$.

Lời giải

Do $\frac{\pi}{2}<\alpha<\pi$ nên $\sin\alpha>0$ do đó $\sin\alpha=\sqrt{1-\cos^2\alpha}=\frac{\sqrt{7}}{4}$.

Câu 5: Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Hàm số $y=\sin x$ có tập xác định là $D=\mathbb{R}\backslash\left\{\frac{\pi}{2}+k\pi\,|\,k\in\mathbb{Z}\right\}$.

B. Hàm số $y=\cos x$ có tập xác định là $D=\mathbb{R}\backslash\left\{\frac{\pi}{2}+k\pi\,|\,k\in\mathbb{Z}\right\}$.

C. Hàm số $y=\tan x$ có tập xác định là $D=\mathbb{R}\backslash\left\{\frac{\pi}{2}+k\pi\,|\,k\in\mathbb{Z}\right\}$.

D. Hàm số $y=\cot x$ có tập xác định là $D=\mathbb{R}\backslash\left\{\frac{\pi}{2}+k\pi\,|\,k\in\mathbb{Z}\right\}$.

Lời giải

Hàm số $y=\tan x$ có điều kiện xác định là $\cos x\neq 0\Leftrightarrow x\neq\frac{\pi}{2}+k\pi,\ k\in\mathbb{Z}$.

Vậy hàm số $y=\tan x$ có tập xác định là $D=\mathbb{R}\backslash\left\{\frac{\pi}{2}+k\pi\,|\,k\in\mathbb{Z}\right\}$.

Câu 6: Kết quả rút gọn của biểu thức $P=(\sin x+\cos x)^2-\sin 2x-\cos 2x$ là

A. $P=1$. **B.** $P=2\cos^2 x$. **C.** $P=\sin 2x$. **D.** $P=2\sin^2 x$.

Lời giải

Ta có $P=(\sin x+\cos x)^2-\sin 2x-\cos 2x$

$=\sin^2 x+\cos^2 x+2\sin x\cos x-2\sin x\cos x+\sin^2 x-\cos^2 x$

$=2\sin^2 x$

Vậy $P=2\sin^2 x$.

Câu 7: Tìm tập giá trị T của hàm số $y=2\cos x+3$.

A. $T=[1;5]$. **B.** $T=[-1;1]$. **C.** $T=\mathbb{R}$. **D.** $T=[0;3]$.

Lời giải

Với mọi số thực x, ta luôn có $-1\leq\cos x\leq 1\Rightarrow 1\leq 2\cos x+3\leq 5$ hay $y\in[1;5]$.

Vậy tập giá trị của hàm số $y=2\cos x+3$ là $T=[1;5]$.

Câu 8: Tính tổng các nghiệm của phương trình $2\cos\left(x-\frac{\pi}{4}\right)+\sqrt{2}=0$ trên $\left(-\pi;\frac{3\pi}{2}\right)$

A. $-\frac{\pi}{2}$. **B.** $\frac{\pi}{2}$. **C.** $\frac{3\pi}{2}$. **D.** π.

Lời giải

Phương trình $2\cos\left(x-\frac{\pi}{4}\right)+\sqrt{2}=0 \Leftrightarrow \cos\left(x-\frac{\pi}{4}\right)=-\frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow \cos\left(x-\frac{\pi}{4}\right)=\cos\frac{3\pi}{4}$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x-\frac{\pi}{4}=\frac{3\pi}{4}+k2\pi \\ x-\frac{\pi}{4}=-\frac{3\pi}{4}+k2\pi \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\pi+k2\pi \\ x=-\frac{\pi}{2}+k2\pi \end{array}\right. (k\in\mathbb{Z}).$$

TH1: $-\pi<\pi+k2\pi<\frac{3\pi}{2} \Leftrightarrow -1<k<\frac{1}{4} \xrightarrow{k\in\mathbb{Z}} k=0 \Rightarrow x_1=\pi$.

TH2: $-\pi<-\frac{\pi}{2}+k2\pi<\frac{3\pi}{2} \Leftrightarrow -\frac{1}{4}<k<1 \xrightarrow{k\in\mathbb{Z}} k=0 \Rightarrow x_2=-\frac{\pi}{2}$.

Vậy tổng các nghiệm của phương trình đã cho trên $\left(-\pi;\frac{3\pi}{2}\right)$ là $x_1+x_2=\pi+\left(-\frac{\pi}{2}\right)=\frac{\pi}{2}$.

Câu 9: Phương trình $\sin x=\sin\left(\frac{\pi}{6}\right)$ có họ nghiệm là:

A. $\left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{6}+k2\pi \\ x=\frac{5\pi}{6}+k2\pi \end{array}\right. (k\in\mathbb{Z})$.

B. $\left[\begin{array}{l} x=-\frac{\pi}{6}+k2\pi \\ x=\frac{5\pi}{6}+k2\pi \end{array}\right. (k\in\mathbb{Z})$.

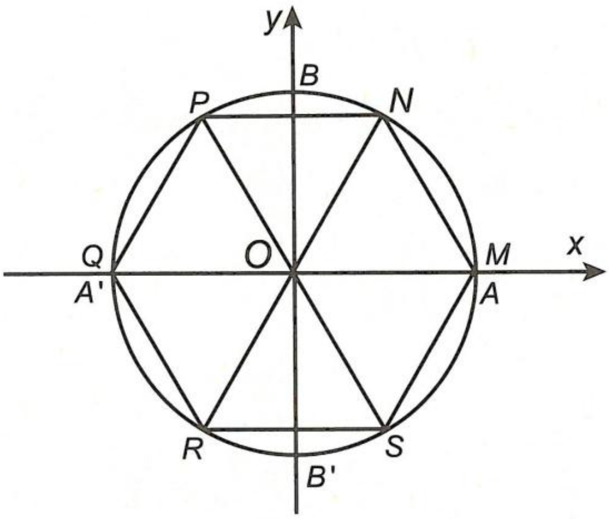
C. $\left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{6}+k2\pi \\ x=-\frac{5\pi}{6}+k2\pi \end{array}\right. (k\in\mathbb{Z})$.

D. $\left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{6}+k2\pi \\ x=-\frac{\pi}{6}+k2\pi \end{array}\right. (k\in\mathbb{Z})$.

Lời giải

Ta có: $\sin x=\sin\left(\frac{\pi}{6}\right) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{6}+k2\pi \\ x=\frac{5\pi}{6}+k2\pi \end{array}\right. (k\in\mathbb{Z})$

Câu 10: Trên đường tròn lượng giác gốc A, cho lục giác đều $MNPQRS$ như hình vẽ. Các cung lượng giác có điểm đầu A, điểm cuối là các đỉnh của lục giác có số đo bằng?



A. $\frac{k\pi}{3}$ **B.** $k\frac{2\pi}{3}$ **C.** $\frac{\pi}{3}+k\pi$. **D.** $\frac{\pi}{3}+k\frac{\pi}{2}$.

Lời giải

Ta có $\text{sd}\,\overset{\frown}{AM}=0$, $\text{sd}\,\overset{\frown}{AN}=\frac{\pi}{3}$, $\text{sd}\,\overset{\frown}{AP}=\frac{2\pi}{3}$, $\text{sd}\,\overset{\frown}{AQ}=\pi=3.\frac{\pi}{3}$, $\text{sd}\,\overset{\frown}{AR}=\frac{4\pi}{3}$, $\text{sd}\,\overset{\frown}{AS}=\frac{5\pi}{3}$

Vậy các cung lượng giác có điểm đầu A, điểm cuối là các đỉnh của lục giác có số đo là $\frac{k\pi}{3}$.

Câu 11: Khoảng 20 nghìn người đã đổ về công trình Vòng tròn đá Stonehenge (là một công trình đá lớn thời tiền sử trên đồng bằng Salisbury ở Wiltshire, *nước Anh)* để chiêm ngưỡng cảnh mặt trời mọc trong ngày Hạ chí năm 2024 - ngày dài nhất trong năm ở Bắc bán cầu. Biết số giờ có ánh sáng mặt trời ở một thành phố nước Anh trong ngày thứ t của năm không nhuận được cho bởi hàm số $d(t)=3\sin\left[\frac{\pi}{182}(t-80)\right]+12$ với $t\in\mathbb{Z}$ và $0<t\leq 365$.

Hãy cho biết ngày có nhiều giờ có ánh sáng mặt trời nhất (ngày hạ chí) trong một năm không nhuận là ngày thứ bao nhiêu của năm?

A. Ngày thứ 100. **B.** Ngày thứ 170. **C.** Ngày thứ 171. **D.** Ngày thứ 177.

Lời giải

Do $0<t\leq 365$ nên $-\frac{40\pi}{91}<\frac{\pi}{182}(t-80)\leq\frac{285\pi}{182}$.

Vì $\sin\left[\frac{\pi}{182}(t-80)\right]\leq 1\Rightarrow d(t)=3\sin\left[\frac{\pi}{182}(t-80)\right]+12\leq 15$.

Ngày có nhiều giờ có ánh sáng mặt trời nhất ứng với t thỏa mãn điều kiện $\sin\left[\frac{\pi}{182}(t-80)\right]=1$

Dựa vào đồ thị hàm số $\sin$ và điều kiện $-\frac{40\pi}{91}<\frac{\pi}{182}(t-80)\leq\frac{285\pi}{182}$ ta được

$\sin\left[\frac{\pi}{182}(t-80)\right]=1\Leftrightarrow\frac{\pi}{182}(t-80)=\frac{\pi}{2}\Leftrightarrow t=171$.

Trong năm không nhuận, ngày thứ 171 trong năm là ngày Hạ Chí.

Câu 12: Số nghiệm của phương trình $\sqrt{3}\sin x=\dfrac{1}{\cos x}-\cos x$ trên $\left[-\dfrac{\pi}{2};\dfrac{5\pi}{2}\right]$ là bao nhiêu?

A. 6. **B.** 8. **C.** 4. **D.** 2.

Lời giải

Phương trình $\sqrt{3}\sin x=\dfrac{1}{\cos x}-\cos x$ điều kiện $\cos x\neq 0$.

Phương trình $\Leftrightarrow \sqrt{3}\tan x=\left(1+\tan^2 x\right)-1 \Leftrightarrow \tan^2 x-\sqrt{3}\tan x=0$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\tan x=0\\ \tan x=\sqrt{3}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=k\pi\\ x=\dfrac{\pi}{3}+k\pi\end{array}\right. \left(k\in\mathbb{Z}\right)\text{(nhận).}$$

Với $x=k\pi\ \left(k\in\mathbb{Z}\right)$, các nghiệm thuộc đoạn $\left[-\dfrac{\pi}{2};\dfrac{5\pi}{2}\right]$ là $x\in\left\{0;\pi;2\pi\right\}$.

Với $x=\dfrac{\pi}{3}+k\pi\ \left(k\in\mathbb{Z}\right)$, các nghiệm thuộc đoạn $\left[-\dfrac{\pi}{2};\dfrac{5\pi}{2}\right]$ là $x\in\left\{\dfrac{\pi}{3};\dfrac{4\pi}{3};\dfrac{7\pi}{3}\right\}$.

Vậy số nghiệm của phương trình trên $\left[-\dfrac{\pi}{2};\dfrac{5\pi}{2}\right]$ là 6.

Câu 13: Cho hàm số $y=\sin x$ và $y=\cos x$.

A. Hàm số $y=\sin x$ là hàm số chẵn.

B. Hàm số $y=\cos x$ có chu kì tuần hoàn là π.

C. Hàm số $y=\sin x$ đồng biến trên $0;\pi$.

D. Đồ thị hàm số $y=\cos x$ và đồ thị hàm số $y=\sin x$ cắt nhau tại vô số điểm.

Lời giải

A. Sai: $y=\sin x$ là hàm số lẻ

B. Sai: $y=\cos x$ có chu kì tuần hoàn là 2π.

C. Sai: Hàm số $y=\sin x$ đồng biến trên $\left(0;\dfrac{\pi}{2}\right)$ và nghịch biến trên $\left(\dfrac{\pi}{2};\pi\right)$.

D. Đúng.

Câu 14: Cho hàm số $y=\sin x$ và $y=\cos x$.

A. Phương trình $\sin x=\frac{3}{2}$ vô nghiệm.

B. Phương trình $\cos x=\frac{2}{3}$ có vô số nghiệm.

C. $\frac{\pi}{4}$ là một nghiệm của phương trình $\sin x=\cos x$.

D. Ta có $\sin x=\frac{1}{2}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\frac{\pi}{6}+k2\pi\\x=\frac{5\pi}{6}+k2\pi\end{array}\right.$.

Lời giải

A. Đúng: Phương trình $\sin x=\frac{3}{2}$ vô nghiệm vì $\frac{3}{2}>1$.

B. Đúng: Phương trình $\cos x=\frac{2}{3}$ có vô số nghiệm.

C. Đúng: Vì $\sin\frac{\pi}{4}=\cos\frac{\pi}{4}$.

D. Đúng: Phương trình $\frac{\pi}{4}\ \frac{\pi}{4}\ \sin x=\frac{1}{2}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\frac{\pi}{6}+k2\pi\\x=\frac{5\pi}{6}+k2\pi\end{array}\right.$.

Câu 15: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

A. $y=\sin x$ có tập xác định là $D=\mathbb{R}$

B. $y=\cos x$ là hàm số chẵn.

C. $y=\tan x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

D. $y=\cot x$ nghịch biến trên từng khoảng xác định.

Lời giải

A. ĐÚNG	B. ĐÚNG	C. SAI	D. ĐÚNG

A. $y=\sin x$ có tập xác định là $D=\mathbb{R}$

B. $y=\cos x$ là hàm số chẵn.

C. $y=\tan x$ đồng biến trên từng khoảng xác định.

D. $y=\cot x$ nghịch biến trên từng khoảng xác định.

Câu 16: Cho phương trình $\cos x = m$ $(*)$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

A. Phương trình $(*)$ vô nghiệm khi $-1 \le m \le 1$.

B. Khi $m = 0$ thì phương trình $(*)$ có tập nghiệm $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$ $(k \in \mathbb{Z})$.

C. Khi $m = \frac{\sqrt{3}}{2}$ thì phương trình $(*)$ có 3 nghiệm trên đoạn $\left[0; \frac{5\pi}{2}\right]$.

D. Phương trình $\cos x = m$ $(*)$ có 2 nghiệm thuộc $\left[0; \frac{3\pi}{2}\right]$ khi $m \in (0;1]$.

Lời giải

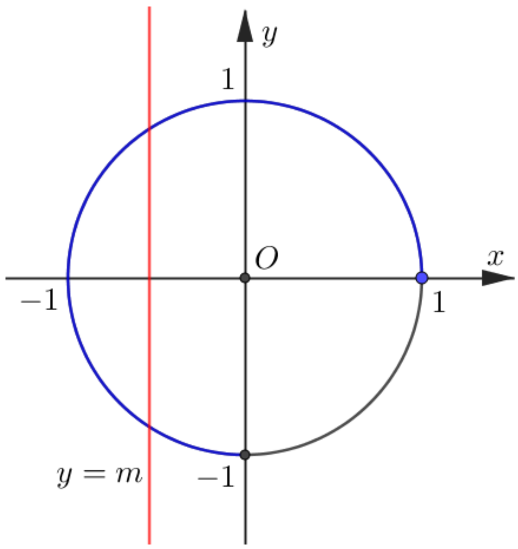
A. Sai: Ta có: $\cos x = m$ $(*)$ vô nghiệm khi $\left[\begin{array}{l} m < -1 \\ m > 1 \end{array}\right.$. suy ra mệnh đề sai.

B. Đúng: Ta có: $\cos x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi,$ $(k \in \mathbb{Z})$

C. Đúng: Ta có: $\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ $\Leftrightarrow x = \pm\frac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Mà $x \in \left[0; \frac{5\pi}{2}\right]$ và $k \in \mathbb{Z}$ nên $x \in \left\{\frac{\pi}{6}; \frac{11\pi}{6}; \frac{13\pi}{6}\right\}$.

D. Sai: Ta có:



Dựa vào đường tròn lượng giác ta thấy phương trình đã cho có đúng 2 nghiệm thuộc $\left[0; \frac{3\pi}{2}\right]$ khi $m \in (-1;0]$.

Câu 17: Giá trị của $\sin^2\alpha+\cos^2\alpha$ bằng

Lời giải

Trả lời: 1

Ta có: $\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$

Câu 18: Có bao nhiêu giá trị của góc x biết $\sin x=\frac{1}{2}$ với $0<x<\pi$

Lời giải

Trả lời: 2

Ta có: $\sin x=\frac{1}{2}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{6}+k2\pi \\ x=\frac{5\pi}{6}+k2\pi \end{array}\right.\ (k\in\mathbb{Z})$

Mà $0<x<\pi\Rightarrow x=\left\{\frac{\pi}{6};\frac{5\pi}{6}\right\}$. Vậy có 2 giá trị

Câu 19: Phương trình $\sin x(1+2\cos x)=0$ có bao nhiêu nghiệm $x\in(-\pi;\pi)$

Lời giải

Trả lời: 3

$\sin x(1+2\cos x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} \sin x=0 \\ \cos x=-\frac{1}{2} \end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} x=k\pi \\ x=\pm\frac{2\pi}{3}+k2\pi \end{array}\right.$

Do $x\in(-\pi;\pi)\Rightarrow x\in\left\{0,-\frac{2\pi}{3},\frac{2\pi}{3}\right\}$. Vậy có 3 giá trị

Câu 20: Tập giá trị của hàm số $y=\cos 2x+1$ có bao nhiêu giá trị nguyên?

Lời giải

Trả lời: 3

Ta có: $-1\le\cos 2x\le 1\Leftrightarrow 0\le\cos 2x+1\le 2$. Vậy có 3 giá trị nguyên

Câu 21: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $\sin x=m+1$ có nghiệm

Lời giải

Trả lời: 3

Vì $-1\le\sin x\le 1$ nên phương trình $\sin x=m+1$ có nghiệm khi:

$-1\le m+1\le 1\Leftrightarrow -2\le m\le 0$.

Vậy có 3 giá trị.

Câu 22: Số giờ ánh sáng mặt trời của một thành phố A ở vĩ độ 40^0 bắc trong ngày thứ t của một năm không nhuận được cho bởi hàm số $d(t)=3\sin\left[\frac{\pi}{182}(t-80)\right]+12$ với $t\in Z$ và $0<t\le 365$.

Vào ngày nào trong năm thì thành phố A có nhiều giờ có ánh sáng mặt trời nhất?

Lời giải

Trả lời: 171

A. Do $\sin x\le 1$ với mọi x $\Leftrightarrow 3\sin\left[\frac{\pi}{182}(t-80)\right]+12\le 15$ nên thành phố A có nhiều giờ có ánh sáng mặt trời nhất khi và chỉ khi $3\sin\left[\frac{\pi}{182}(t-80)\right]+12=15$ với $t\in Z$ và $0<t\le 365$

$$\Leftrightarrow \sin\left[\frac{\pi}{182}(t-80)\right]=1\Leftrightarrow \frac{\pi}{182}(t-80)=\frac{\pi}{2}+k2\pi$$

Tức là $t=364k+171$ với $k\in Z$

Mà $0<t\le 365$ nên $0<364k+171\le 365\Leftrightarrow \frac{-171}{364}<k\le\frac{194}{364}\Leftrightarrow k=0$.

Vậy thành phố A có nhiều giờ ánh sáng mặt trời nhất (15 giờ) vào ngày thứ 171 (ứng với $k=0$) trong năm.

BẢNG ĐÁP ÁN

1 . C	2. C	3. B	4. C	5. C
6. D	7. A	8. B	9. A	10. A
11. C	12. A	13. S S S Đ	14. Đ Đ Đ Đ	15. Đ Đ S Đ
16. S Đ Đ S	17. 1	18. 2	19. 3	20. 3
21. 3	22. 171			