Exercício 1 - Gerador de Números Aleatórios

Cláudio Santos nº 42208 MIEF

claudiostb7@hotmail.com

Sumário: Criação e estudo de um gerador de número aleatórios com o método congruente. Implementação de uma distribuição uniforme circular. Aplicação do teste do X^2 .

Exercício 1.1

O objectivo é criar um gerador de número aleatórios com o método congruente. Considera-se a seguinte equação:

$$x_{n+1} = (c\,x_n + a)\,mod\,p$$

onde **c** é o multiplicador, **a** o desvio, **p** o número máximo e *mod* o resto da divisão inteira. As variavéis **c**,**a** e **p** têm de ser inteiros. Neste caso considerou-se c=3, a=5 e p=31. Cada número para ser gerado precisa do número $\mathbf{x_0}$ anterior e por isso é necessário definir oque tem o nome de *seed*. A seed tem que ser um número primo e foi escolhido x_0=333331.

No código definiu-se também dois arrays **X** e **Y** com dimensão 100. Olhando a equação acima, **Y** corresponde ao $\mathbf{x_n}$ enquanto o **X** ao $\mathbf{x_{n+}}$1. Por isso, implementou-se um ciclo a começar em i=0 até i=100 para guardar em X_i cada número gerado, inicializando com Y_0=x_0. **X**, **Y** e **i** foram guardados num ficheiro .txt e depois vizualizados num gráfico 3D para realizar o teste do quadrado **(X,Y)** e o teste do cubo **(i,X,Y)**.

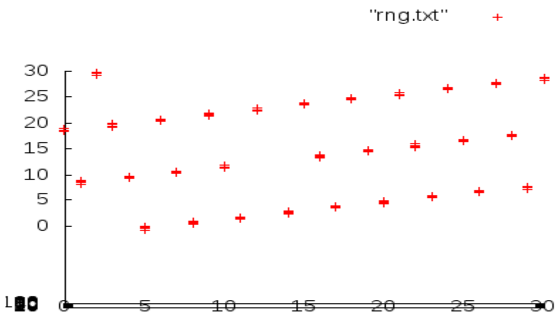

Figura 1: Teste do Quadrado. Pode-se observar que o conjunto de pontos X e Y segue um ajuste linear, como se pretendia como o método congruente. Também se conclui que a distribuição de números gerados aleatoriamente é uniforme.

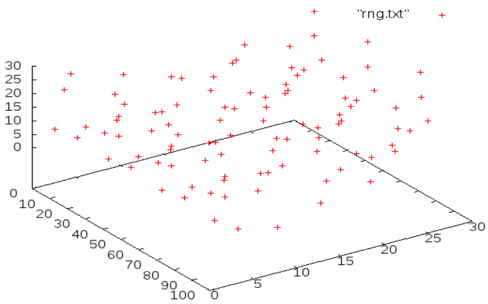

Figura 2: Teste do cubo. Além de se tirar as mesmas conclusões que no teste do quadrado, tira-se que a periodicidade do gerador é p=31, tal como imposto no gerador.

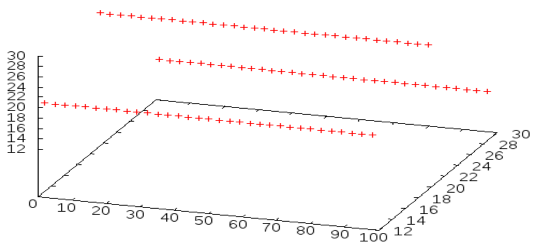

Figura 3: Teste do cubo com os parâmetros da aula (c=16807 e a=0). Apenas três pontos são gerados.

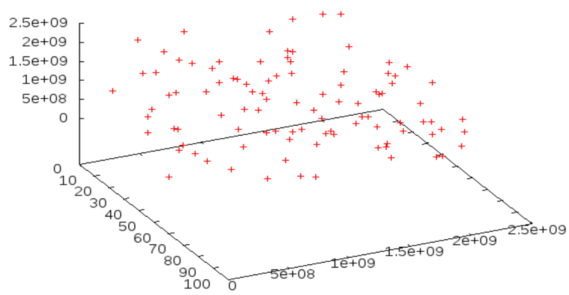

Figura 4: Teste do cubo para a função rand()

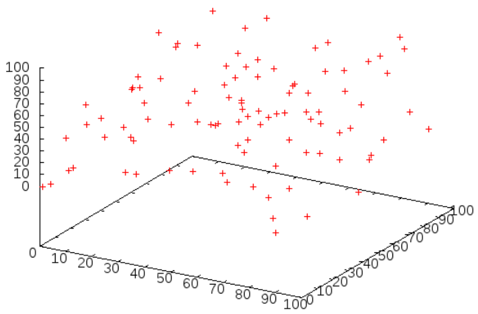

Figura 5: Teste do cubo usando função drand48()

Exercício 1.2

O objectivo é implementar uma distribuição uniforme circular. A uma dimensão, para os números serem uniformemente distribuidos têm que ser proporcionais à distância à origem.

$$N \propto r$$

No escalamento para duas dimensões, para os pontos gerados serem uniformemente distribuídos têm que ser proporcionais à área.

$$N \propto A$$

A área por sua vez é proporcional ao quadrado da distância logo

$$r \propto \sqrt{A}$$

Portanto gera-se aleatoriamente valores para a área **A** (de onde se tira a distância “uniforme” **r** do ponto à origem) e valores para o ângulo de rotação **θ**. Depois converte-se o par de coordenadas polares **(r,θ)** para o par de coordenadas cartesianas **(x,y)** usando as seguinte transformações

$$x = r\cos(\theta)$$
$$y = r\sin(\theta)$$

com os constragimentos que 0<**r**<1 e 0<**θ**<2π.

No código, foi criado um ciclo para gerar **r** e **θ** com a função rand() e normalizados com a divisão sobre RAND_MAX por causa dos constragimentos. As coordenadas cartesianas **(x,y)** correspondem aos arrays **X** e **Y**, respectivamente, que foram guardados num ficheiro .txt e vizualiados num gráfico 2D. Foram impressos 10000 pontos aleatórios.

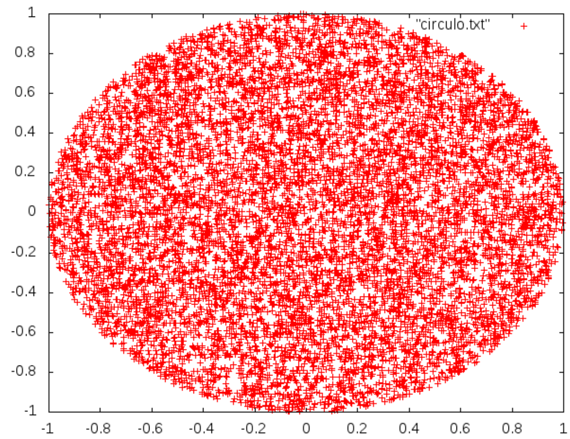

Figura 5: Círculo com distribuição uniforme. Verifica-se que o escalamento da distância foi correcto!

Exercício 1.3

O objectivo é aplicar o teste do X^2 ao gerador criado no exercício 1.1. Normalizou-se a distribuição de números aleatórios (dividir por **p**) e multiplicou-se por 10 (**range**) para ter o intervalo [0,10[. Cada intervalo de inteiros $\mathbf{N_i}$ ([0,1[, [1,2[...[9,10[ ) tem por isso probabilidade de sair $\mathbf{p_i}$=0,1. Depois contou-se o números de vezes que cada intervalo $\mathbf{N_i}$ aparece em **n**=50 números gerados. E aplicou-se a fórmula de cálculo do X^2:

$$X^2 = \sum_{i=1}^{k} \frac{(N_i - n p_i)}{n p_i}$$

No código, agarrou-se no array de números gerados **X** e implementou-se um duplo ciclo: um que corria as posições de **X** entre zero e **n**; o outro ciclo comparava o próprio índice **k** com o valor de **X[j]**. Se a parte inteira de X[j] estiver entre k e k+1, é somado um no N[k] correspondente. Assim conta-se quantas vezes cada intervalo Ni aparece. Depois para obter o X2, aplicou-se a fórmula a cada Ni e somou-se tudo. Para 50 pontos, obteve-se um valor para o X2 de 15,2. Este resultado, consultado a tabela da distribuição do qui quadrado a 9 graus de liberdade, corresponde a um intervalo de confiança de cerca de 92 %.