Estructuras Discretas
Examen 1
Miércoles 4 de Octubre de 2023

Profesor: Nestaly Marín Nevárez
Ayudantes de teoría: Eduardo Pereyra Zamudio
Ricardo López Villafán
Ayudantes de laboratorio: Edgar Mendoza León
David Valencia Rodríguez

Resuelve de manera limpia y ordenada los siguientes ejercicios. Indica claramente el número de pregunta que se esta resolviendo.

2 puntos

1. Coloca todos los paréntesis implícitos en la siguiente expresión de acuerdo a la precedencia y asociatividad de los operadores.

$$-a \geq b - 2 * c \leftrightarrow p \vee q \rightarrow \neg r \rightarrow s \equiv c = d \leftrightarrow b > 0$$

2 puntos

2. Traduce el siguiente argumento al lenguaje formal de lógica proposicional. No es necesario verificar si es correcto.

   Si los lunes tocan cumbia, entonces los martes no tocan salsa. El martes tocan salsa, o el jueves es tropical. Si el miércoles no ponen norteña, entonces hay mariachi. Los lunes tocan cumbia y no hay mariachi. Por lo tanto, o bien el viernes ponen rock, o el jueves es tropical y el miércoles ponen norteña.

2 puntos

3. Construye el árbol de análisis sintáctico de la siguiente expresión. (Indicar en cada paso el conectivo principal y el rango o rangos).

$$r \rightarrow \neg q \rightarrow p \leftrightarrow q \rightarrow r \vee s \vee \neg t$$

2 puntos

4. Realiza la siguiente sustitución textual simultánea, fijándote bien en la colocación de los paréntesis. Después, quita todos los paréntesis que no alteren el valor de la expresión.

$$x * y + (x + x * y + x * y * z)[x, y := y, x][y := 2 * y]$$

2 puntos

5. Demuestra la siguiente equivalencia lógica mediante razonamiento ecuacional. Justifica tu respuesta indicando la ley de equivalencia lógica utilizada en cada paso.

$$\neg q \wedge ((p \rightarrow \neg q) \rightarrow q) \rightarrow (p \wedge q) \equiv true$$

1 punto extra

6. Demuestra la siguiente equivalencia lógica mediante razonamiento ecuacional. Justifica tu respuesta indicando la ley de equivalencia lógica utilizada en cada paso.

$$(A \rightarrow B) \wedge \neg(\neg B \wedge \neg A) \equiv B$$

1. Coloca todos los paréntesis implícitos en la siguiente expresión de acuerdo a la precedencia y asociatividad de los operadores.

$$-a \geq b - 2 * c \leftrightarrow p \vee q \rightarrow \neg r \rightarrow s \equiv c = d \leftrightarrow b > 0$$

$$\Big(\Big(\big((-a) \geq (b - (2 * c)) \big) \leftrightarrow \big((p \vee q) \rightarrow ((\neg r) \rightarrow s) \big) \Big) \equiv \big((c = d) \leftrightarrow (b > 0) \big) \Big)$$

2. Traduce el siguiente argumento al lenguaje formal de lógica proposicional. No es necesario verificar si es correcto.

[1]*Si los lunes tocan cumbia, entonces los martes no tocan salsa.* [2]*El martes tocan salsa, o el jueves es tropical.* [3]*Si el miércoles no ponen norteña, entonces hay mariachi.* [4]*Los lunes tocan cumbia y no hay mariachi.* [5]*Por lo tanto, o bien el viernes ponen rock, o el jueves es tropical y el miércoles ponen norteña.*

p - los lunes tocan cumbia

q - los martes tocan salsa

r - el miércoles ponen norteña

s - el jueves es tropical

t - el viernes ponen rock

u - hay mariachi

op. 1)

$p \rightarrow \neg q$

$q \vee s$

$\neg r \rightarrow u$

$q \wedge \neg u$

$\therefore\ t \vee (s \wedge r)$

op. 2)

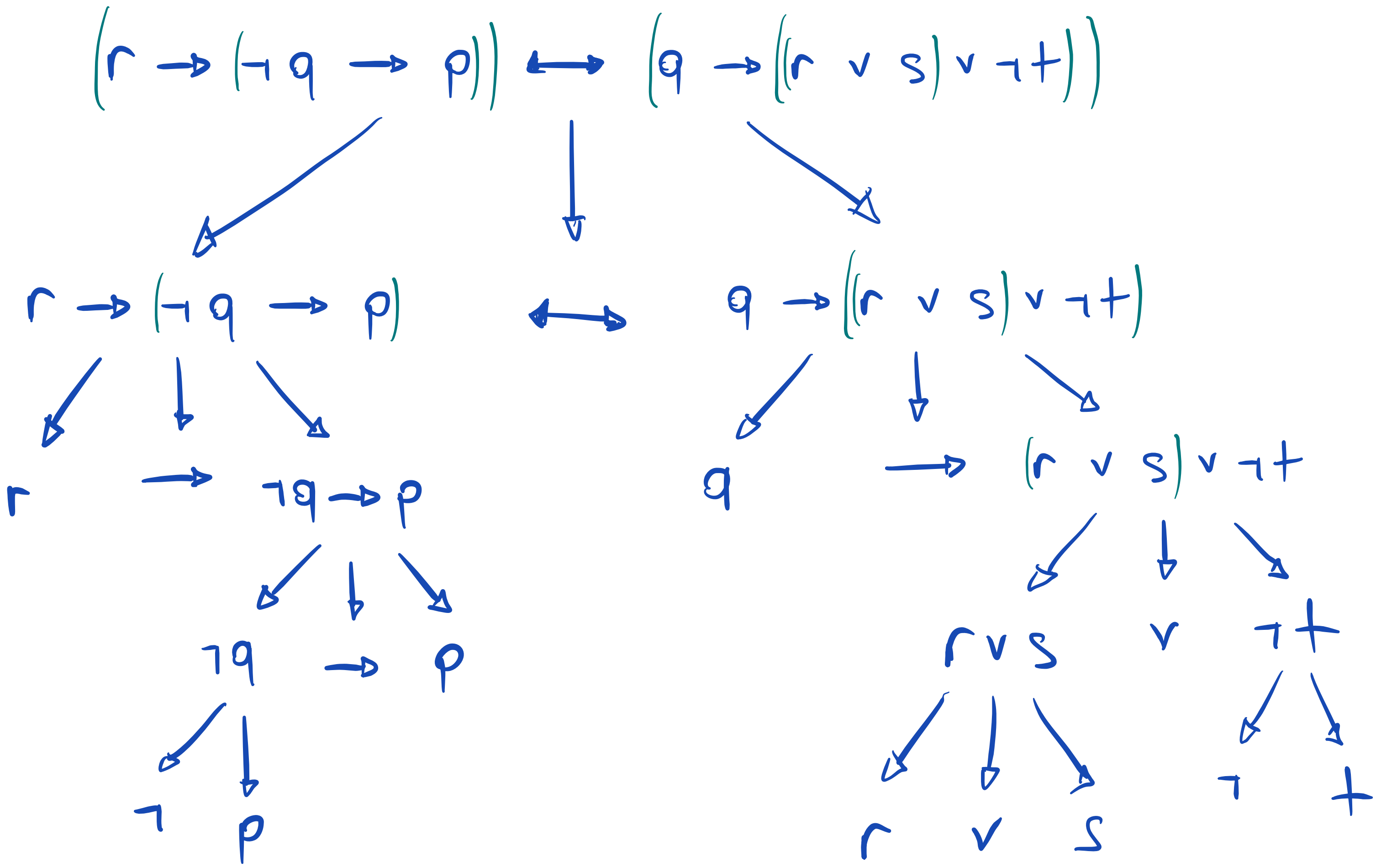
$p \rightarrow \neg q,\ q \vee s,\ \neg r \rightarrow u,\ q \wedge \neg u\ /\therefore\ t \vee (s \wedge r)$

op. 3)

$(p \rightarrow \neg q) \wedge (q \vee s) \wedge (\neg r \rightarrow u) \wedge (q \wedge \neg u) \longrightarrow t \vee (s \wedge r)$

3. Construye el árbol de análisis sintáctico de la siguiente expresión. (Indicar en cada paso el conectivo principal y el rango o rangos).

$$r \to \neg q \to p \leftrightarrow q \to r \vee s \vee \neg t$$



4. Realiza la siguiente sustitución textual simultánea, fijándote bien en la colocación de los paréntesis. Después, quita todos los paréntesis que no alteren el valor de la expresión.

$$x * y + (x + x * y + x * y * z)[x, y := y, x][y := 2 * y]$$

$$x + y + (x + x * y + x * y * z)[x, y := y, x][y := 2 * y]$$

$$= x + y + ((y) + (y) * (x) + (y) * (x) * z)[y := 2 * y]$$

$$= x + y + (((2 * y)) + ((2 * y)) * (x) + ((2 * y)) * (x) * z)$$

$$= x + y + 2 * y + 2 * y * x + 2 * y * x * z$$

5. Demuestra la siguiente equivalencia lógica mediante razonamiento ecuacional. Justifica tu respuesta indicando la ley de equivalencia lógica utilizada en cada paso.

$$\neg q \wedge ((p \rightarrow \neg q) \rightarrow q) \rightarrow (p \wedge q) \equiv true$$

Versión 1

$\neg q \wedge ((p \rightarrow \neg q) \rightarrow q) \rightarrow (p \wedge q)$	
$\equiv \neg q \wedge (\neg(p \rightarrow \neg q) \vee q) \rightarrow (p \wedge q)$	Elim. oper.
$\equiv \neg q \wedge (\neg(\neg p \vee \neg q) \vee q) \rightarrow (p \wedge q)$	Elim. oper.
$\equiv \neg q \wedge ((\neg\neg p \wedge \neg\neg q) \vee q) \rightarrow (p \wedge q)$	De Morgan
$\equiv \neg q \wedge ((p \wedge q) \vee q) \rightarrow (p \wedge q)$	Doble negación
$\equiv \neg q \wedge q \rightarrow (p \wedge q)$	Absorción (2.34)
$\equiv false \rightarrow (p \wedge q)$	Contradicción
$\equiv \neg false \vee (p \wedge q)$	Elim. oper
$\equiv true \vee (p \wedge q)$	(negación de una constante, no requiere justificación)
$\equiv true$	Dominación $\vee$

5. Demuestra la siguiente equivalencia lógica mediante razonamiento ecuacional. Justifica tu respuesta indicando la ley de equivalencia lógica utilizada en cada paso.

$$\neg q \wedge ((p \rightarrow \neg q) \rightarrow q) \rightarrow (p \wedge q) \equiv true$$

$$\neg q \wedge ((p \rightarrow \neg q) \rightarrow q) \rightarrow (p \wedge q)$$

$$\equiv \neg q \wedge (\neg(\neg p \vee \neg q) \vee q) \rightarrow (p \wedge q) \qquad \text{Elim. oper.} (x2)$$

$$\equiv \neg q \wedge ((p \wedge q) \vee q) \rightarrow (p \wedge q) \qquad \text{De Morgan}$$

$$\equiv (\neg q \wedge (p \wedge q)) \vee (\neg q \wedge q) \rightarrow (p \wedge q) \qquad \text{Distributividad}$$

$$\equiv (\neg q \wedge (p \wedge q)) \vee (false) \rightarrow (p \wedge q) \qquad \text{Contradicción}$$

$$\equiv \neg q \wedge (p \wedge q) \rightarrow (p \wedge q) \qquad \text{Identidad}$$

$$\equiv (\neg q \wedge q) \wedge p \rightarrow (p \wedge q) \qquad \text{Asociatividad}$$

$$\equiv false \wedge p \rightarrow (p \wedge q) \qquad \text{Contradicción}$$

$$\equiv false \rightarrow (p \wedge q) \qquad \text{Dominación}$$

$$\left(\begin{array}{ll} \equiv \neg false \vee (p \wedge q) & \text{Elim. oper} \\ \equiv true \vee (p \wedge q) & \end{array} \right)$$

$$\equiv true$$

6. Demuestra la siguiente equivalencia lógica mediante razonamiento ecuacional. Justifica tu respuesta indicando la ley de equivalencia lógica utilizada en cada paso.

$$(A \rightarrow B) \wedge \neg(\neg B \wedge \neg A) \equiv B$$

Versión 1

$$(A \rightarrow B) \wedge \neg(\neg B \wedge \neg A) \equiv$$

$\equiv (\neg A \vee B) \wedge \neg(\neg B \wedge \neg A)$ Elim. oper.

$\equiv (\neg A \vee B) \wedge (B \vee A)$ De Morgan

$\equiv B \vee (\neg A \wedge A)$ Distributividad

$\equiv B \vee false$ Contradicción

$\equiv B$ Identidad

Versión 2

$$(A \rightarrow B) \wedge \neg(\neg B \wedge \neg A) \equiv$$

$\equiv (\neg A \vee B) \wedge \neg(\neg B \wedge \neg A)$ Elim. oper.

$\equiv (\neg A \vee B) \wedge (B \vee A)$ De Morgan

$\equiv (B \vee A) \wedge (B \vee \neg A)$ Conmutatividad

$\equiv B$ Simplificación (2.37)