

Estructuras Discretas

Tarea 7

Fecha de entrega: lunes 30 de octubre de 2023

Profesor: Nestaly Marín Nevárez

Ayudantes de teoría: Eduardo Pereyra Zamudio

Ricardo López Villafán

Ayudantes de laboratorio: Edgar Mendoza León

David Valencia Rodríguez

Resuelva de manera limpia y ordenada los siguientes ejercicios. Indique claramente el número de pregunta que se esta resolviendo.

1. Usando tableaux, demuestre que las siguientes fórmulas son tautologías. *2 puntos*

a) $p \vee (\neg p \wedge q) \rightarrow p \vee q$

b) $(p \rightarrow q) \wedge (r \rightarrow s) \wedge (\neg q \vee \neg s) \rightarrow \neg p \vee \neg r$

2. Usando tableaux, determine si los siguientes conjuntos son o no satisfacibles. En caso de ser satisfacible, exponga un modelo para el conjunto. *4 puntos*

a) $\{q \vee r \vee s, \neg(q \vee \neg r), \neg(r \vee s), \neg(s \vee q)\}$

b) $\{(p \wedge r) \vee (\neg r \rightarrow q), (q \leftrightarrow r) \rightarrow (\neg q \rightarrow r), \neg p \wedge q \wedge \neg r\}$

3. Usando tableaux, decida si los siguientes argumentos son o no correctos. En caso de no ser correcto, dé un contraejemplo para el argumento. *4 puntos*

a) $p \rightarrow q, p \vee r, \neg(r \wedge s) / \therefore (p \rightarrow q) \rightarrow (q \vee \neg s)$

b) $p \vee q, \neg(p \wedge r), \neg q / \therefore r \rightarrow s$

1. Usando tableaux, demuestre que las siguientes fórmulas son tautologías.

a) $p \vee (\neg p \wedge q) \rightarrow p \vee q$

-Construimos tableau de la negación

$$\neg(p \vee (\neg p \wedge q) \rightarrow p \vee q)$$

$$\begin{array}{l} p \vee (\neg p \wedge q) \\ \neg(p \vee q) \end{array}$$

$\alpha(3)$

$$\neg p$$

|

$$\neg q$$

$\alpha(2)$

$$p$$

 \otimes

$$\neg p \wedge q$$

$\beta(1)$

$$\neg p$$

$$q$$

$\beta(2)$

$$\otimes$$

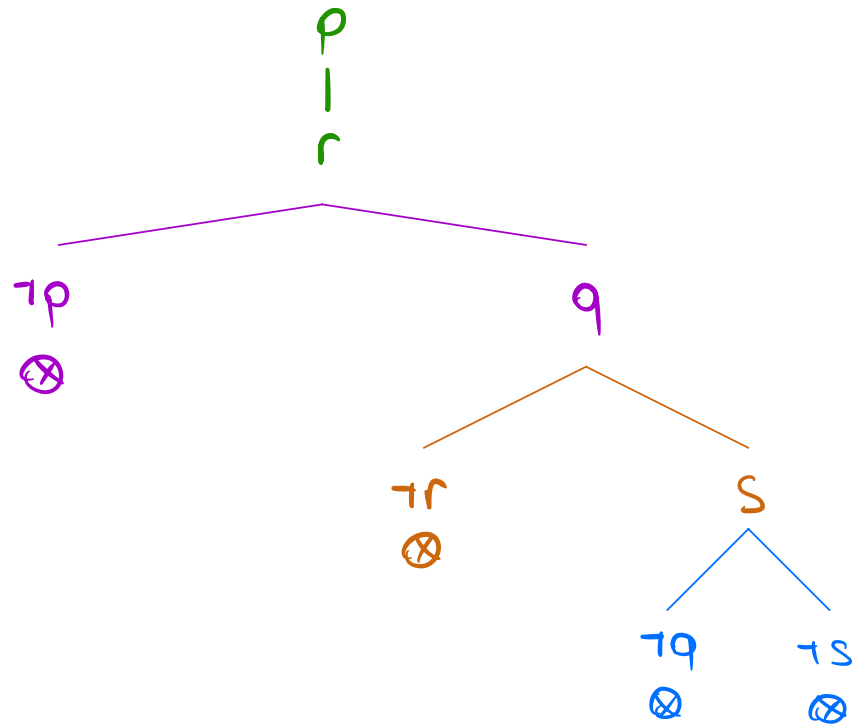
Como $\neg(p \vee (\neg p \wedge q) \rightarrow p \vee q)$ es una contradicción,
 $p \vee (\neg p \wedge q) \rightarrow p \vee q$ es una tautología,

$$b) (p \rightarrow q) \wedge (r \rightarrow s) \wedge (\neg q \vee \neg s) \rightarrow \neg p \vee \neg r$$

$$\neg((p \rightarrow q) \wedge (r \rightarrow s) \wedge (\neg q \vee \neg s) \rightarrow \neg p \vee \neg r)$$

$$(\cancel{p \rightarrow q}) \wedge (\cancel{r \rightarrow s}) \wedge (\cancel{\neg q \vee \neg s})$$

$$\neg(\neg p \vee \neg r)$$



-La fórmula es una tautología.

2. Usando tableaux, determine si los siguientes conjuntos son o no satisfacibles. En caso de ser satisfacible, exponga un modelo para el conjunto.

a) $\{q \vee r \vee s, \neg(q \vee \neg r), \neg(r \vee s), \neg(s \vee q)\}$

b) $\{(p \wedge r) \vee (\neg r \rightarrow q), (q \leftrightarrow r) \rightarrow (\neg q \rightarrow r), \neg p \wedge q \wedge \neg r\}$

a)

$$(q \vee r \vee s) \wedge \neg(q \vee \neg r) \wedge \neg(r \vee s) \wedge \neg(s \vee q)$$

$\neg q$

|

r

|

s

|

$\neg r$

\otimes

\therefore Fórmula no satisfacible

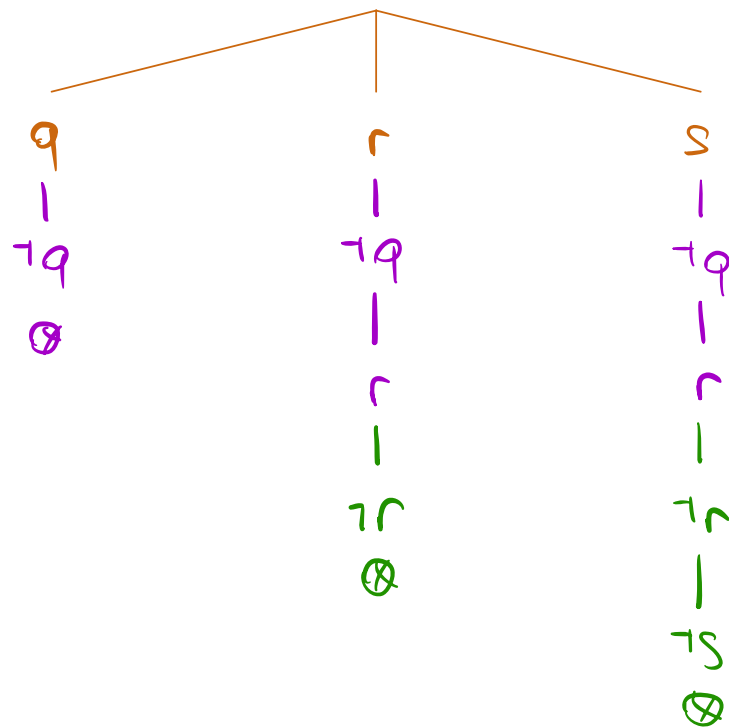
2. Usando tableaux, determine si los siguientes conjuntos son o no satisfacibles. En caso de ser satisfacible, exponga un modelo para el conjunto.

a) $\{q \vee r \vee s, \neg(q \vee \neg r), \neg(r \vee s), \neg(s \vee q)\}$

b) $\{(p \wedge r) \vee (\neg r \rightarrow q), (q \leftrightarrow r) \rightarrow (\neg q \rightarrow r), \neg p \wedge q \wedge \neg r\}$

a) Versión 2.

$$(q \vee r \vee s) \wedge \neg(q \vee \neg r) \wedge \neg(r \vee s) \wedge \neg(s \vee q)$$

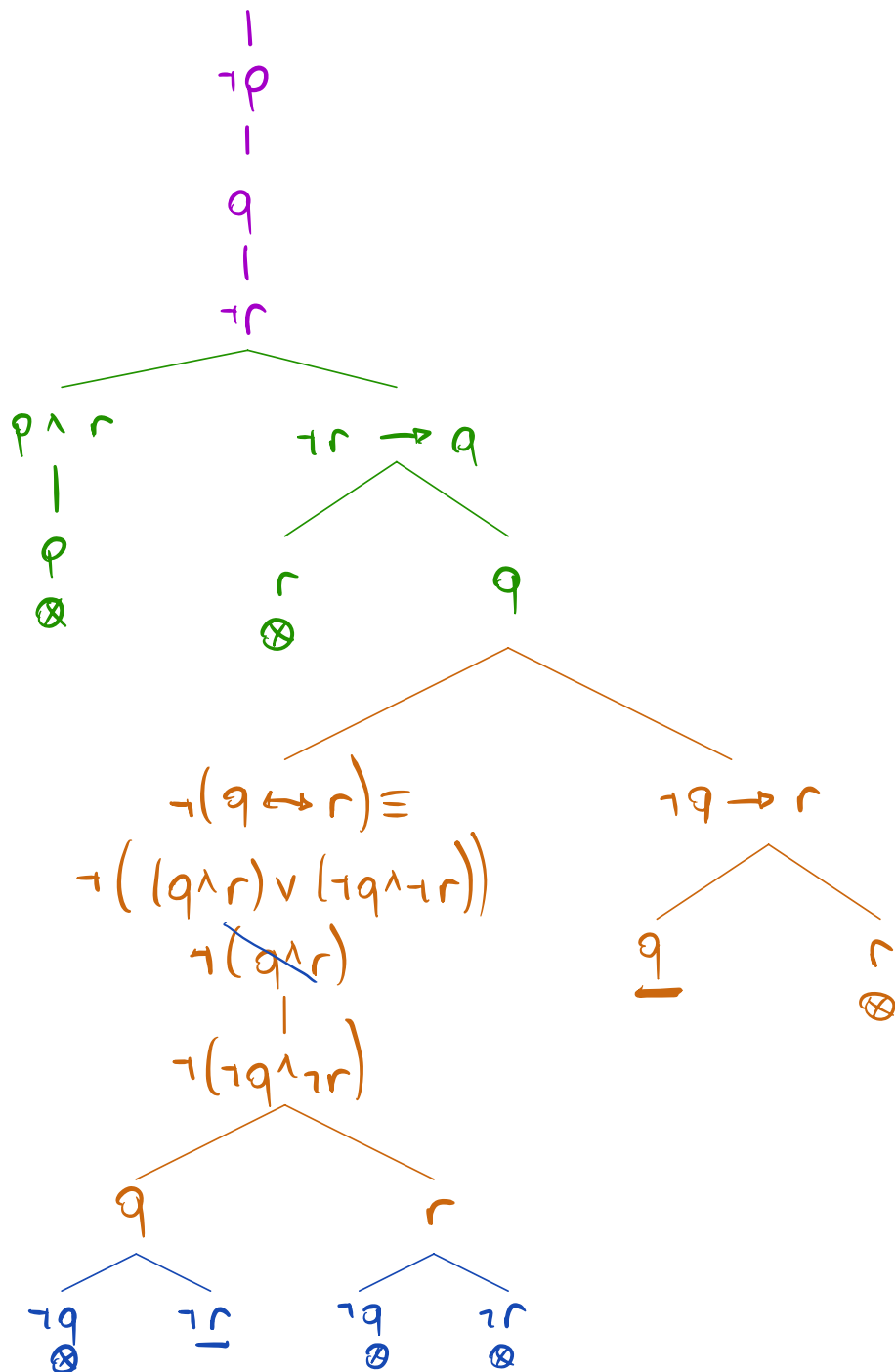


\therefore Fórmula no satisfacible

b) $\{(p \wedge r) \vee (\neg r \rightarrow q), (q \leftrightarrow r) \rightarrow (\neg q \rightarrow r), \neg p \wedge q \wedge \neg r\}$

$$((p \wedge r) \vee (\neg r \rightarrow q)) \wedge (q \leftrightarrow r) \rightarrow (\neg q \rightarrow r) \wedge (\neg p \wedge q \wedge \neg r)$$

$$\neg p \wedge q \wedge \neg r$$



- Formula satisfiable, modelo: $I(p)=I(r)=0, I(q)=1$

3. Usando tableaux, decida si los siguientes argumentos son o no correctos.
En caso de no ser correcto, dé un contraejemplo para el argumento.

a) $p \rightarrow q, p \vee r, \neg(r \wedge s) / \therefore (p \rightarrow q) \rightarrow (q \vee \neg s)$

b) $p \vee q, \neg(p \wedge r), \neg q / \therefore r \rightarrow s$

Construir tableau de la negación de la fórmula asociada al argumento.

$$\neg(p \rightarrow q \wedge (p \vee r) \wedge \neg(r \wedge s) \rightarrow (p \rightarrow q) \rightarrow (q \vee \neg s))$$

$$p \rightarrow q \wedge (p \vee r) \wedge \neg(r \wedge s)$$

$$\neg((p \rightarrow q) \rightarrow (q \vee \neg s))$$

$$p \rightarrow q$$

$$\neg(q \vee \neg s)$$

$$\neg q$$

$$s$$

$$\neg p$$

$$q$$

$$p$$

$$r$$

$$\neg r$$

$$\neg s$$

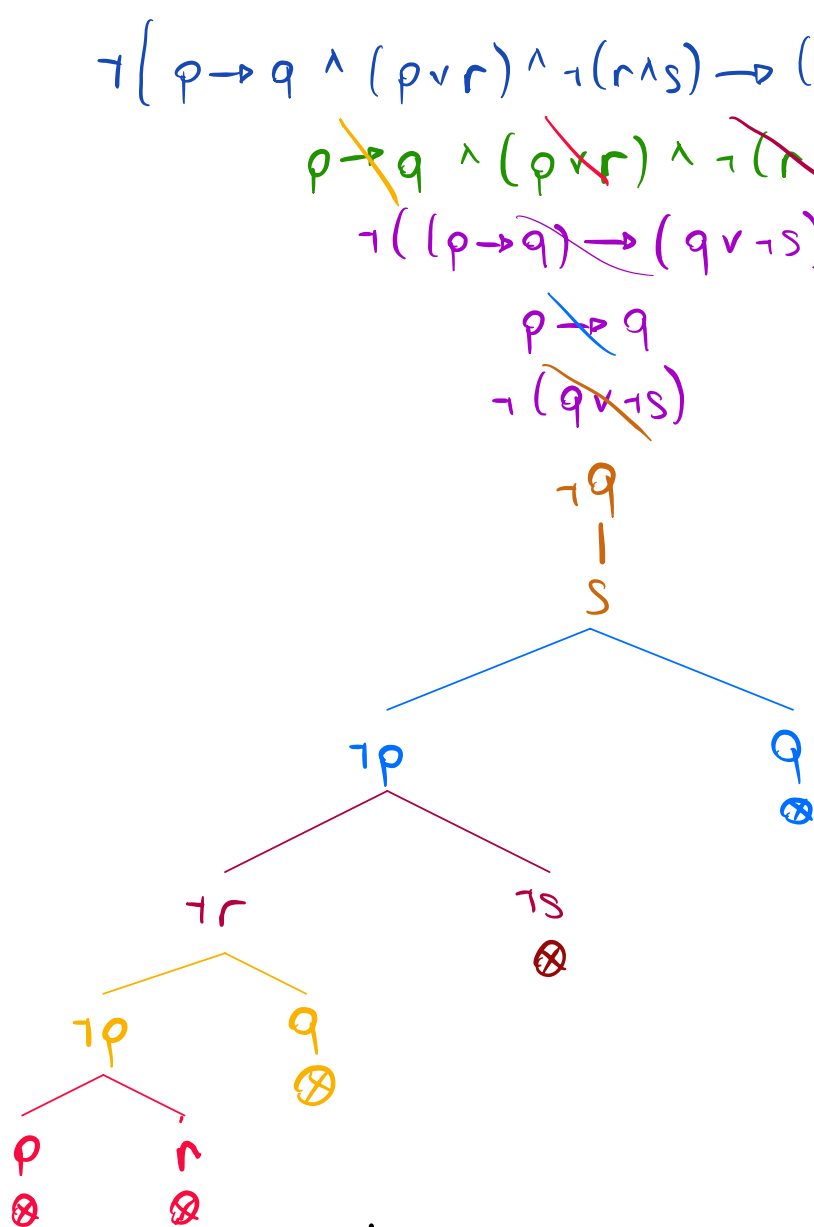
\therefore Argumento correcto

3. Usando tableaux, decida si los siguientes argumentos son o no correctos.
En caso de no ser correcto, dé un contraejemplo para el argumento.

a) $p \rightarrow q, p \vee r, \neg(r \wedge s) / \therefore (p \rightarrow q) \rightarrow (q \vee \neg s)$

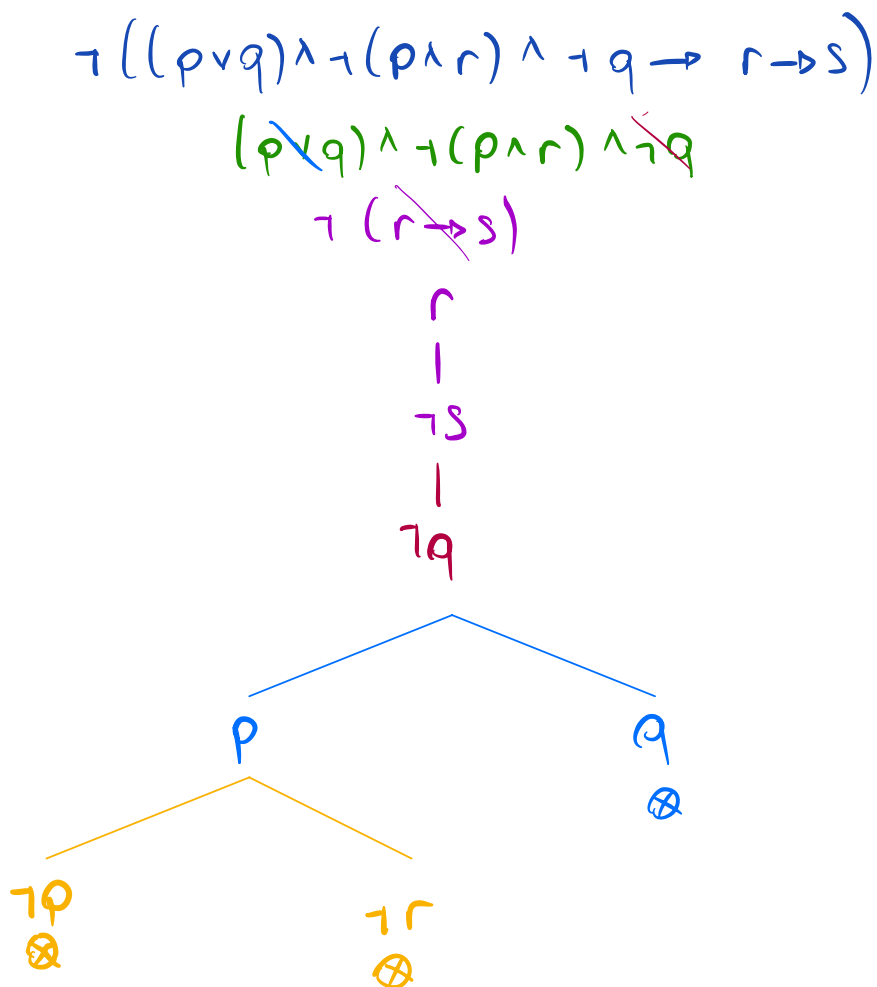
b) $p \vee q, \neg(p \wedge r), \neg q / \therefore r \rightarrow s$

Construir tableau de la negación de la fórmula asociada al argumento.



\therefore Argumento correcto.

b) $p \vee q, \neg(p \wedge r), \neg q \therefore r \rightarrow s$



\therefore , El argumento es correcto.