- Demostrar la equivalencia lógica:

$$A \wedge B \to Q \equiv A \to Q \vee B \to Q$$

- Es equivalente a demostrar

$$\vDash A \wedge B \to Q \leftrightarrow A \to Q \vee B \to Q$$

(que es una tautología)

construyendo el tableau de

$$\neg(A \wedge B \to Q \leftrightarrow A \to Q \vee B \to Q)$$

$$\equiv \neg\Big(\big(A \wedge B \to Q \cancel{\wedge (A} \to Q \vee B \to Q)\big) \vee \big(\neg(A \wedge B \to Q) \cancel{\wedge \neg} (A \to Q \vee B \to Q)\big)\Big)$$

negación de disyunción

$\alpha(2)$

$$\neg(A \wedge B \to Q \cancel{\wedge (A} \to Q \vee B \to Q))$$

$$\neg(\neg(A \wedge B \to Q) \wedge \neg(A \to Q \vee B \to Q))$$

$\beta(2)$

$\neg(A \wedge B \to Q)$

$\cancel{A \wedge B}$

$\alpha(3)$

$\neg Q$

A

B

$\neg(A \to Q \vee B \to Q)$

$\neg(\cancel{A \to} Q)$

$\neg(B \cancel{\to} Q)$

A

$\neg Q$

$\neg(B \to Q)$

B

$\neg Q$

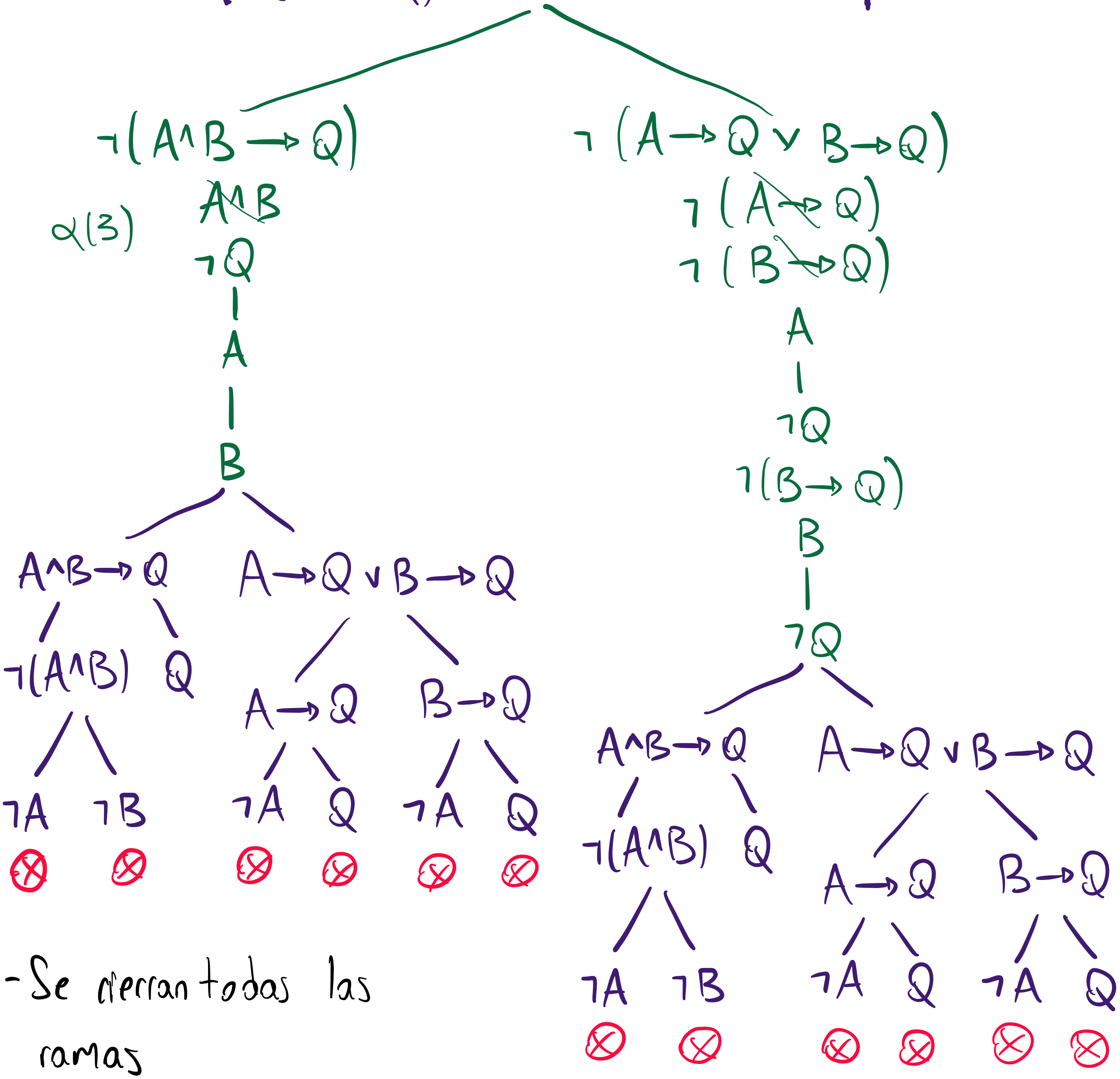
$$\neg\left[(A \wedge B \to Q \wedge (A \to Q \vee B \to Q)) \vee (\neg(A \wedge B \to Q) \wedge \neg(A \to Q \vee B \to Q))\right]$$

negación de disyunción

$\alpha(2)$

$$\neg(A \wedge B \to Q \wedge (A \to Q \vee B \to Q))$$

$$\neg(\neg(A \wedge B \to Q) \wedge \neg(A \to Q \vee B \to Q))$$



- Se cierran todas las ramas

1- Tableaux-

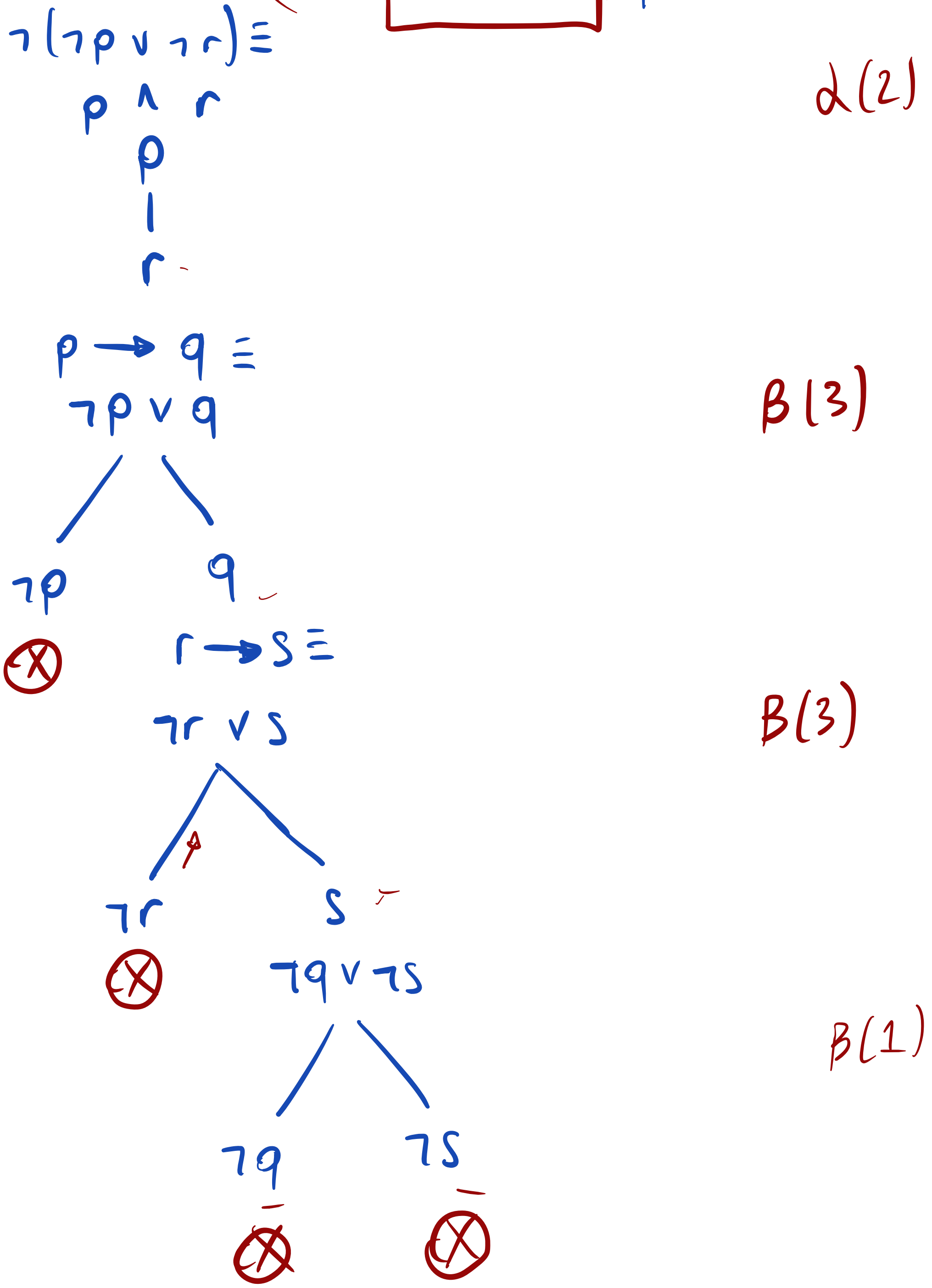
1- Tautologías - Construir tableau para la negación.

→ b) $\overbrace{(p\to q)\wedge(r\to s)\wedge(\neg q\vee\neg s)}\to\neg p\vee\neg r$

$\neg[(p\to q)\wedge(r\to s)\wedge(\neg q\vee\neg s)\to\neg p\vee\neg r]$ ←

$\equiv\cancel{(p\to q)}\wedge\cancel{(r\to s)}\wedge\cancel{(\neg q\vee\neg s)}\wedge\underbrace{\neg\cancel{(\neg p\vee\neg r)}}]$ α(3)

cerrar ramas:
si A y ¬A
están en un
camino de una
hoja ala raíz



∴ la fórmula
es una
tautología.

2- Satisfacibilidad.

a) $\{q \vee r \vee s, \overbrace{\neg(q \vee \neg r), \neg(r \vee s)}, \neg(s \vee q)\}$

$$q \vee r \vee s \wedge \cancel{\neg(q \vee \neg r)} \wedge \neg(\cancel{r \vee s}) \wedge \neg(s \vee q)$$

$$\neg(q \vee \neg r) \equiv$$

$$\neg q \wedge r$$

$\alpha(2)$

$$\neg q$$

$$|$$

$$r$$

$$\neg(r \vee s)$$

$$\neg r \wedge \neg s$$

$$\neg r$$

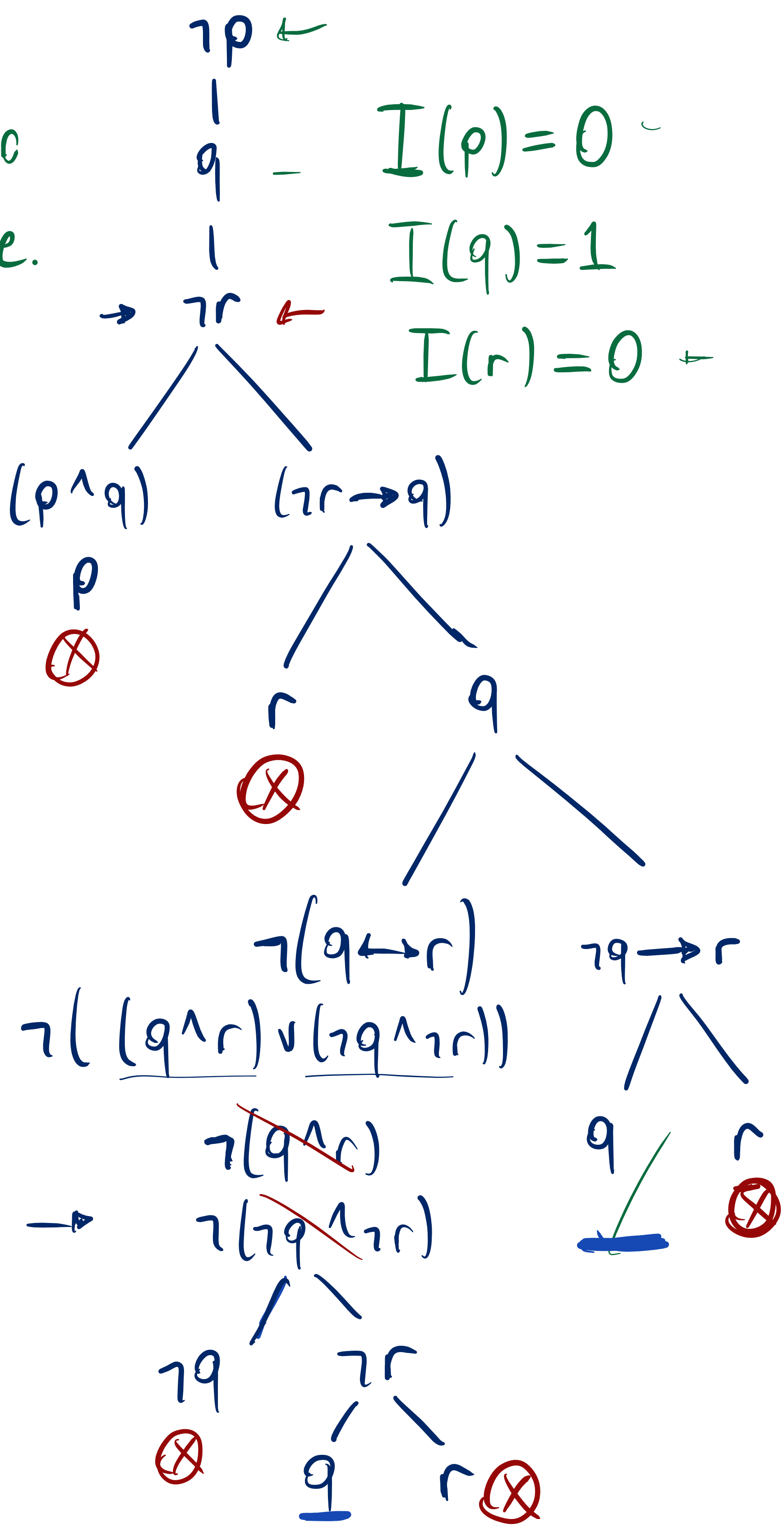
$$\otimes$$

b) $\{(p\wedge \bar{q})\vee(\neg r\rightarrow q),\ (q\leftrightarrow r)\rightarrow(\neg q\rightarrow r),$

$\neg p\wedge q\wedge \neg r\}$

$$\big(\overbrace{(p\wedge q)}\vee(\neg r\rightarrow q)\big)\wedge\ \overbrace{(q\leftrightarrow r)}\overset{\downarrow}{\rightarrow}(\neg q\rightarrow r)\wedge(\neg p\wedge q\wedge \neg r)$$

∴ El conjunto es satisfacible.



$I(p)=0$

$I(q)=1$

$I(r)=0$

3- Argumentos.

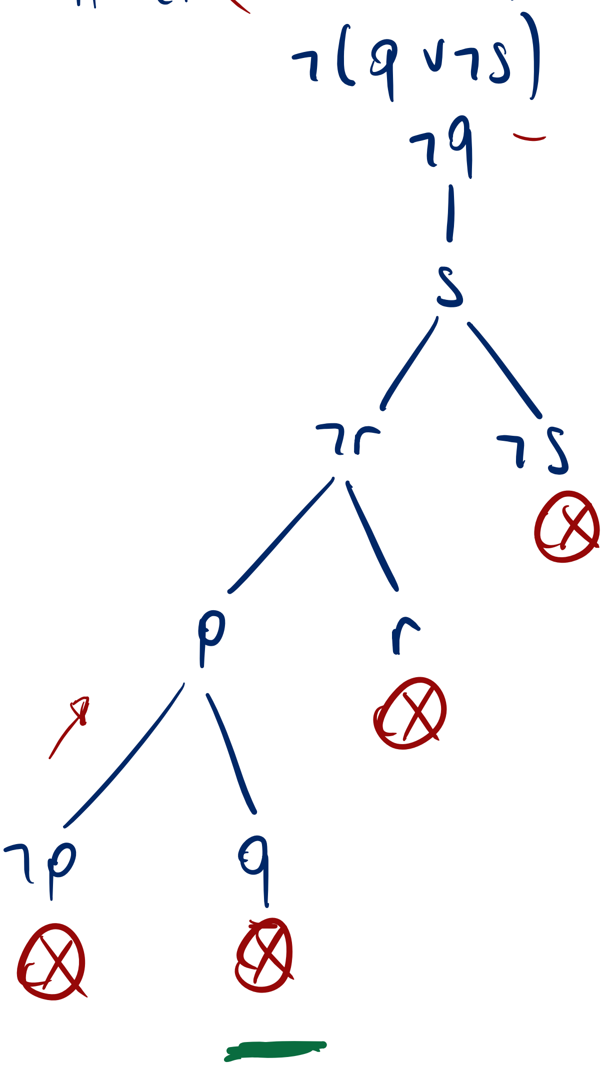
a) $p\to q,\ p\vee r,\ \neg(r\wedge s)\ /\therefore\ \overbrace{(p\to q)\to(q\vee\neg s)}$

-Decididir la consecuencia lógica $\Gamma\models A.$

→ Construir el tableau para $\underbrace{\Gamma\cup\{\neg A\}}$

$$\to\ p\to q\wedge(p\vee r)\wedge\neg(r\wedge s)\wedge\neg((p\to q)\to(q\vee\neg s))$$

$$\equiv\cancel{(p\to q)}\wedge\cancel{(p\vee r)}\wedge\cancel{\neg(r\wedge s)}\wedge\cancel{(p\to q)}\wedge\neg\cancel{(q\vee\neg s)},$$



B(2)

∴ El argumento es correcto

Derivaciones - Se hace en dos partes, una por implicación

$$\vdash (\neg p \wedge (\neg p \wedge q)) \vee (p \wedge (p \wedge \neg q)) \longleftrightarrow (\neg p \wedge q) \vee (p \wedge \neg q)$$

a) $\vdash (\neg p \wedge (\neg p \wedge q)) \vee (p \wedge (p \wedge \neg q)) \rightarrow \underline{(\neg p \wedge q)} \vee \underline{(p \wedge \neg q)}$

→ 1	$(\neg p \wedge (\neg p \wedge q)) \vee (p \wedge (p \wedge \neg q))$	Suposición
2	$\neg p \wedge \underline{(\neg p \wedge q)}$	Suposición
3	$(\neg p \wedge q)$	E∧, 2
4	$(\neg p \wedge q) \vee (p \wedge \neg q)$	I∨, 3
5	$p \wedge \underline{(p \wedge \neg q)}$	Suposición
6	$\underline{(p \wedge \neg q)}$	E∧, 5
7	$(\neg p \wedge q) \vee (p \wedge \neg q)$	I∨, 6
8	$(\neg p \wedge q) \vee (p \wedge \neg q)$	E∨, 1, 2-4, 5-7
9	$(\neg p \wedge (\neg p \wedge q)) \vee (p \wedge (p \wedge \neg q)) \rightarrow (\neg p \wedge q) \vee (p \wedge \neg q)$	I→, 1-8

b) $\vdash \underbrace{(\neg p\wedge q)\vee(p\wedge\neg q)\to\overbrace{(\neg p\wedge(\neg p\wedge q))\vee\underbrace{(p\wedge(p\wedge\neg q))}_{}}^{}}_{}$

1	$(\neg p\wedge q)\vee(p\wedge\neg q)$	Suposición
2	$\neg p\wedge q$	Suposición
3	$\neg p$	E∧, 2
4	$\neg p\wedge(\neg p\wedge q)$	I∧, 2, 3
5	$(\neg p\wedge(\neg p\wedge q))\vee(p\wedge(p\wedge\neg q))$	I∨, 4
6	$p\wedge\neg q$	Suposición
7	p	E∧, 2
8	$(p\wedge(p\wedge\neg q))$	I∧, 6, 7
9	$(\neg p\wedge(\neg p\wedge q))\vee(p\wedge(p\wedge\neg q))$	I∨, 8
10	$(\neg p\wedge(\neg p\wedge q))\vee(p\wedge(p\wedge\neg q))$	E∨, 1, 2-5, 6-9
11	$(\neg p\wedge q)\vee(p\wedge\neg q)\to(\neg p\wedge(\neg p\wedge q))\vee(p\wedge(p\wedge\neg q))$	I→, 1-10
12	$(\neg p\wedge(\neg p\wedge q))\vee(p\wedge(p\wedge\neg q))\leftrightarrow(\neg p\wedge q)\vee(p\wedge\neg q)$	I↔ a.9, b.11

Introducción de la equivalencia.

página anterior

Ejemplo:

$$\vdash (p \to q) \to (p \lor q \to q)$$

1	$p \to q$	Suposición
2	$p \lor q$	Suposición
3	p	Suposición
4	q	MP, 1, 3
5	q	Suposición
6	q	E$\lor$, 2, 3-4, 5
7	$p \lor q \to q$	I$\to$, 2-6
8	$(p \to q) \to (p \lor q \to q)$	I$\to$, 1, 7

Alternativa del ejemplo anterior

$$\overbrace{\vdash (p \to q) \to \underbrace{(p \vee q \to q)}_{}}^{}$$

$(p \to q) \vdash (p \vee q \to q)$

1	$p \to q$	Suposición
2	$p \vee q$	Suposición
3	$\neg p \to q$	RE, 2
4	q	DC, 1, 3
5	$p \vee q \to q$	I→, 2-3
6	$(p \to q) \to (p \vee q \to q)$	I→, 1-5

Ejemplo: $(m \wedge \neg b) \to j$
$(f \vee s) \to m$
$b \to t$
$f \to \neg t$
f

$\therefore j$

1	$(m \wedge \neg b) \to j$	Premisa
2	$(f \vee s) \to m$	〃
3	$b \to t$	〃
4	$f \to \neg t$	〃
5	f	〃
6	$\neg t$	MP, 4, 5
7	$f \vee s$	I∨, 5
8	$\neg b$	MT,
9	m	MP, 2, 7
10	$m \wedge \neg b$	I∧, 8, 9
11	j	MP, 1, 10