Estructuras Discretas
Tarea 8
Fecha de entrega: lunes 13 de noviembre de 2023

Profesor: Nestaly Marín Nevárez
Ayudantes de teoría: Eduardo Pereyra Zamudio
Ricardo López Villafán
Ayudantes de laboratorio: Edgar Mendoza León
David Valencia Rodríguez

Resuelva de manera limpia y ordenada los siguientes ejercicios. Indique claramente el número de pregunta que se esta resolviendo.

1. Traduzca los siguientes enunciados a lógica de predicados. Indique de manera clara el universo de discurso, los predicados que utilizará, y a qué inciso corresponde cada fórmula. *5 puntos*

   a) Hay un mango que es más dulce que todos los limones y que todas las peras.

   b) No es cierto que todo limón sea más dulce que algún mango.

   c) Todas las manzanas son frutas.

   d) Algunas frutas son ácidas.

   e) Hay alguna pera que no es más dulce que alguna manzana.

   f) Todas las fresas son ácidas y son más dulces que los limones.

2. Sean $f^{(1)}$ y $g^{(2)}$ símbolos de función, y sean $P^{(1)}$, $Q^{(2)}$ y $R^{(3)}$ símbolos de predicado. Para cada uno de los siguientes incisos, determine si se trata de un término, una fórmula atómica, una fórmula no atómica (compleja), una fórmula cuantificada (fórmula con cuantificadores, pero con presencias de variables libres), o un enunciado (fórmula con cuantificadores, sin presencias de variable libres). En caso de ser de una fórmula cuantificada con variables libres, indique cuáles son las presencias de variables libres. *5 puntos*

   a) $\neg\forall x\forall y(P(f(x)) \land Q(x,j))$

   b) $Q(g(x,f(y)),b)$

   c) $P(a) \lor \neg R(x,y,z)$

   d) $\exists x\exists z(P(f(x)) \land Q(x,g(x,y)) \rightarrow \forall y R(x,y,z))$

   e) $\neg Q(a,f(b)) \rightarrow \neg P(g(a,b))$

   f) $\forall x\forall y\forall z(P(x,y) \land R(x,y,z)) \lor \exists z(Q(x,z))$

1. Traduzca los siguientes enunciados a lógica de predicados. Indique de manera clara el universo de discurso, los predicados que utilizará, y a qué inciso corresponde cada fórmula. *5 puntos*

   a) Hay un mango que es más dulce que todos los limones y que todas las peras.
   b) No es cierto que todo limón sea más dulce que algún mango.
   c) Todas las manzanas son frutas.
   d) Algunas frutas son ácidas.
   e) Hay alguna pera que no es más dulce que alguna manzana.
   f) Todas las fresas son ácidas y son más dulces que los limones.

Universo de discurso: frutas

Predicados: $M(x)$: x es un Mango

$L(x)$: x es un Limón

$P(x)$: x es una Pera

$F(x)$: x es una Fruta

$A(x)$: x es ácida

$D(x,y)$: x es más dulce que y

a) Hay un mango que es más dulce que todos los limones y que todas las peras.

$$\exists x \left(M(x) \wedge \forall y \left(L(y) \vee P(y) \rightarrow D(x,y) \right) \right)$$

que también se puede escribir como:

$$\exists x \left(M(x) \wedge \forall y \left(L(y) \rightarrow D(x,y) \right) \wedge \forall y \left(P(y) \rightarrow D(x,y) \right) \right)$$

b) No es cierto que todo limón sea más dulce que algún mango.

$$\neg \forall x (L(x) \rightarrow \exists y (M(y) \wedge D(x,y)))$$

o, de forma equivalente

$$\exists x (L(x) \wedge \forall y (M(y) \rightarrow \neg D(x,y)))$$

Que se puede leer como
"Existe un limón que no es más dulce que todos los mangos".

c) Todas las manzanas son frutas.

$$\forall x (M(x) \rightarrow F(x))$$

d) Algunas frutas son ácidas.

$$\exists x (F(x) \wedge A(x))$$

e) Hay alguna pera que no es más dulce que alguna manzana.

$$\exists x (P(x) \wedge \exists y (M(y) \wedge \neg D(x,y)))$$

que también se puede escribir como:

$$\exists x \exists y (P(x) \wedge M(y) \wedge \neg D(x,y))$$

f) Todas las fresas son ácidas y son más dulces que los limones.

$$\forall x (F(x) \rightarrow A(x) \wedge \forall y (L(y) \rightarrow D(x,y)))$$

2. Sean $f^{(1)}$ y $g^{(2)}$ símbolos de función, y sean $P^{(1)}$, $Q^{(2)}$ y $R^{(3)}$ símbolos de predicado. Para cada uno de los siguientes incisos, determine si se trata de un término, una fórmula atómica, una fórmula no atómica (compleja), una fórmula cuantificada (fórmula con cuantificadores, pero con presencias de variables libres), o un enunciado (fórmula con cuantificadores, sin presencias de variable libres). En caso de ser de una fórmula cuantificada con variables libres, indique cuáles son las presencias de variables libres. *5 puntos*

a) $\neg\forall x\forall y(P(f(x)) \wedge Q(x,j))$

b) $Q(g(x,f(y)),b)$

c) $P(a) \vee \neg R(x,y,z)$

d) $\exists x\exists z(P(f(x)) \wedge Q(x,g(x,y)) \rightarrow \forall y R(x,y,z))$

e) $\neg Q(a,f(b)) \rightarrow \neg P(g(a,b))$

f) $\forall x\forall y\forall z(P(x,y) \wedge R(x,y,z)) \vee \exists z(Q(x,z))$

a) $\neg\forall x\forall y(P(f(x)) \wedge Q(x,j))$

$$\neg\forall x\forall y(P(f(x)) \wedge Q(x,j))$$

variable libre

- Fórmula cuantificada (con variables libres).

b) $Q(g(x,f(y)),b)$

- Fórmula atómica.

c) $P(a) \vee \neg R(x,y,z)$

- Fórmula compleja (no atómica)

d) $\exists x\exists z(P(f(x)) \wedge Q(x,g(x,y)) \rightarrow \forall y R(x,y,z))$

$$\exists x\exists z(P(f(x)) \wedge Q(x,g(x,y)) \rightarrow \forall y R(x,y,z))$$

variable libre

- Fórmula cuantificada. La primera presencia de y es libre.

e) $\neg Q(a, f(b)) \to \neg P(g(a,b))$

- Fórmula compleja.

f) $\forall x \forall y \forall z (P(x,y) \wedge R(x,y,z)) \vee \exists z (Q(x,z))$

$$\forall \underline{x} \forall \underline{y} \forall \underline{z} \left(P(\underline{x}, \underline{y}) \wedge R(\underline{x}, \underline{y}, \underline{z}) \right) \vee \exists \underline{z} \left(Q(\underbrace{x}_{\text{libre}}, \underline{z}) \right)$$

- Fórmula cuantificada.