

# Estructuras Discretas

## Tarea 6

Fecha de entrega: lunes 23 de octubre de 2023

Profesor: Nestaly Marín Nevárez

Ayudantes de teoría: Eduardo Pereyra Zamudio

Ricardo López Villafán

Ayudantes de laboratorio: Edgar Mendoza León

David Valencia Rodríguez

Resuelva de manera limpia y ordenada los siguientes ejercicios. Indique claramente el número de pregunta que se está resolviendo.

1. Muestre que el argumento  $p \rightarrow q \vee \neg r, \neg r \rightarrow \neg s \therefore p \rightarrow (\neg q \rightarrow \neg s)$  es *3 puntos*  
correcto bajos los siguientes métodos.

- a) Interpretaciones
- b) Derivaciones

2. Construya las siguientes derivaciones. *4.5 puntos*

- a)  $p \rightarrow q, r \rightarrow s \vdash p \vee r \rightarrow q \vee s$
- b)  $p \vee \neg(r \vee s), r, l \rightarrow \neg p \vdash \neg l$
- c)  $\vdash (p \rightarrow q) \rightarrow (p \vee q \rightarrow q)$

3. Traduzca el siguiente argumento al lenguaje de la lógica proposicional y *2.5 puntos*  
posteriormente construya su derivación.

*No se me enfría el café sólo si llego temprano. Para que llegue temprano es necesario que suene el despertador. O no suena el despertador o me quedé sordo. No me quedé sordo. Por lo tanto, se me enfría el café.*

1. Muestre que el argumento  $p \rightarrow q \vee \neg r, \neg r \rightarrow \neg s \therefore p \rightarrow (\neg q \rightarrow \neg s)$  es correcto bajos los siguientes métodos.

a) Interpretaciones

b) Derivaciones

a) Método directo.

- 1-  $I(p \rightarrow q \vee \neg r) = 1$  Premisa
- 2-  $I(\neg r \rightarrow \neg s) = 1$  Premisa
- 3-  $I(p) = 0$  Suposición - Caso 1
- 4-  $I(p \rightarrow (\neg q \rightarrow \neg s)) = 1$  Por 3
- 5-  $I(p) = 1$  Suposición - Caso 2
- 6-  $I(q \vee \neg r) = 1$  Por 1 y 5
- 7-  $I(q) = 0$  Suposición - Caso 2.1
- 8-  $I(\neg r) = 1$  Por 6 y 7
- 9-  $I(\neg s) = 1$  Por 2 y 8
- 10-  $I(\neg q \rightarrow \neg s) = 1$  Por 9
- 11-  $I(p \rightarrow (\neg q \rightarrow \neg s)) = 1$  Por 10
- 12-  $I(q) = 1$  Suposición - Caso 2.2
- 13-  $I(\neg q) = 0$  Por 12
- 14-  $I(\neg q \rightarrow \neg s) = 1$  Por 13
- 15-  $I(p \rightarrow (\neg q \rightarrow \neg s)) = 1$  Por 5 y 14

$\therefore$  Argumento correcto

Método indirecto.

1-  $I(p \rightarrow q \vee \neg r) = 1$  Premisa

2-  $I(\neg r \rightarrow \neg s) = 1$  Premisa

3-  $I(p \rightarrow (\neg q \rightarrow \neg s))$  Refutación

4-  $I(p) = 1$  Por 3

5-  $I(\neg q \rightarrow \neg s) = 0$  Por 3

6-  $I(\neg q) = 1$  Por 5

7-  $I(\neg s) = 0$  Por 5

8-  $I(q \vee \neg r) = 1$  Por 1 y 4

9-  $I(\neg r) = 1$  Por 6 y 8

10-  $I(\neg r \rightarrow \neg s) = 0$  Por 9 y 7

2 y 9 se contradicen  $\therefore$  Argumento correcto

$$b) \quad p \rightarrow q \vee \neg r, \quad \neg r \rightarrow \neg s \quad / \therefore p \rightarrow (\neg q \rightarrow \neg s)$$

1  $p \rightarrow q \vee \neg r$  Hipótesis (Premisa)

2  $\neg r \rightarrow \neg s$  Hipótesis

3  $p$  Suposición

4  $q \vee \neg r$  MP, 1, 3

5  $\neg q$  Suposición

6  $\neg r$  SD, 4, 5

7  $\neg s$  MP 2, 6

8  $\neg q \rightarrow \neg s$  I $\rightarrow$ , 5-7

9  $p \rightarrow (\neg q \rightarrow \neg s)$  I $\rightarrow$  3-8

2. Construya las siguientes derivaciones.

a)  $p \rightarrow q, r \rightarrow s \vdash p \vee r \rightarrow q \vee s$

b)  $p \vee \neg(r \vee s), r, l \rightarrow \neg p \vdash \neg l$

c)  $\vdash (p \rightarrow q) \rightarrow (p \vee q \rightarrow q)$

a)  $p \rightarrow q, r \rightarrow s \vdash p \vee r \rightarrow q \vee s$

opción 1		
1	$p \rightarrow q$	Hip.
2	$r \rightarrow s$	Hip
3	$p \vee r$	Sup.
4	$p$	Sup.
5	$q$	MP 1, 4
6	$q \vee s$	$I \vee 5$
7	$r$	Sup
8	$s$	MP, 2, 7
9	$q \vee s$	$I \vee 8$
10	$q \vee s$	$E \vee, 3, 4-8, 7-9$
11	$p \vee r \rightarrow q \vee s$	$I \rightarrow 3, 10$

opción 2		
1	$p \rightarrow q$	Hip.
2	$r \rightarrow s$	Hip
3	$p \vee r$	Sup.
4	$q \vee s$	Dilema Constructivo 1, 2, 3
5	$p \vee r \rightarrow q \vee s$	

b)  $p \vee \neg(r \vee s), r, l \rightarrow \neg p \vdash \neg l$

1.  $p \vee \neg(r \vee s)$  Hip.

2.  $r$  Hip.

3.  $l \rightarrow \neg p$  Hip

4.  $r \vee s$  Iv, 2

5.  $p$  SD, 1, 4

6.  $\neg l$  MT, 3, 5

c)  $\vdash (p \rightarrow q) \rightarrow (p \vee q \rightarrow q)$

1	$p \rightarrow q$	Sup.
2	$p \vee q$	Sup
3	$p$	Sup
4	$q$	MP, 1, 3
5	$q$	Sup.
6	$q$	Ev, 2, 3-4, 5
7	$p \vee q \rightarrow q$	I $\rightarrow$ 2-6

8  $(p \rightarrow q) \rightarrow (p \vee q \rightarrow q)$  I $\rightarrow$  1-7

3. Traduzca el siguiente argumento al lenguaje de la lógica proposicional y posteriormente construya su derivación.

*No se me enfría el café sólo si llego temprano. Para que llegue temprano es necesario que suene el despertador. O no suena el despertador o me quedé sordo. No me quedé sordo. Por lo tanto, se me enfría el café.*

Traducción

$$\neg p \rightarrow q$$

$$q \rightarrow r$$

$$\neg r \vee s$$

$$\neg s$$

---


$$\therefore p$$

$p$  - se me enfría el café

$q$  - llego temprano

$r$  - suena el despertador

$s$  - me quedé sordo

$$1 \quad \neg p \rightarrow q \quad \text{Hip}$$

$$2 \quad q \rightarrow r \quad \text{Hip.}$$

$$3 \quad \neg r \vee s \quad \text{Hip}$$

$$4 \quad \neg s \quad \text{Hip.}$$

$$5 \quad \neg r \quad \text{SD } 3, 4$$

$$6 \quad \neg q \quad \text{MT, 2, 5}$$

$$7 \quad p \quad \text{MT, 1, 6.}$$