Estructuras Discretas
Examen 2
Sábado 11 de Noviembre de 2023

Profesor: Nestaly Marín Nevárez
Ayudantes de teoría: Eduardo Pereyra Zamudio
Ricardo López Villafán
Ayudantes de laboratorio: Edgar Mendoza León
David Valencia Rodríguez

Resuelve de manera limpia y ordenada los siguientes ejercicios. Indica claramente el número de pregunta que se esta resolviendo.

2 puntos 1. Decide, utilizando interpretaciones o *tableaux*, si el siguiente conjunto es satisfacible. En caso de serlo, da un modelo para el conjunto.

$$\Gamma = \{\neg(p \to q), \neg(q \land r), r \leftrightarrow \neg p, \neg q \to (p \land \neg r)\}$$

2 puntos 2. Usando interpretaciones o *tableaux*, determina si el siguiente argumento es correcto. En caso de no serlo exhibe una interpretación que haga verdaderas a las premisas y falsa a la conclusión.

$$(r \lor u) \to s, r, s \to t / \therefore\ t \lor u.$$

4 puntos 3. Traduce el siguiente argumento a lenguaje formal y demuestra que es correcto usando derivaciones. Justifica la obtención de la expresión mostrada en cada paso: indica si es una premisa, una suposición, resultado de aplicar una regla de inferencia en una o más líneas anteriores (por ejemplo, MP 1, 2 para indicar obtención por medio de Modus Ponens con las líneas 1 y 2), o razomamiento ecuacional (RE).

Si Chubaka no es perro, entonces no es cierto que sea alado o que sea borogove. Si Chubaka es quelite, entonces es alado. Sabemos que Chubaka no es perro. Luego entonces, Chubaka no es quelite.

2 puntos 4. Construye la siguiente derivación. Justifica el proceso como en la pregunta anterior.

$$\vdash\ (\neg p\ \land q) \lor (p \land \neg\, q) \to (\neg\, p \land (\neg\, p \land q)) \lor (p \land (p \land \neg\, q))$$

2 puntos 1. Decide, utilizando interpretaciones o *tableaux*, si el siguiente conjunto es satisfacible. En caso de serlo, da un modelo para el conjunto.

$$\Gamma = \{\neg(p \to q), \neg(q \land r), r \leftrightarrow \neg p, \neg q \to (p \land \neg r)\}$$

Interpretaciones:

-Supongamos que existe una interpretación I que satisface a Γ.

-Entonces tenemos $I(\neg(p \to q)) = 1$, por lo que $I(p \to q) = 0$ y, en consecuencia, $I(p) = 1$ mientras que $I(q) = 0$. Esto basta para obtener $I(q \land r) = 0$, por lo que se cumple $I(\neg(q \lor r)) = 1$.

-Como $I(\neg q \to (p \land \neg r)) = 1$ e $I(\neg q) = 1$, tenemos $I(p \land \neg r) = 1$, por lo que $I(p) = I(\neg r) = 1$ así como $I(\neg p) = I(r) = 0$. Esto implica que se cumple $I(r \leftrightarrow \neg p) = 1$.

$\therefore$ El conjunto Γ es satisfacible bajo el modelo: $I(p) = 1$, $I(q) = 0$, $I(r) = 0$.

*Formato de lista:

1- $I(\neg(p \to q)) = 1$	Premisa
2- $I(\neg(q \wedge r)) = 1$	Premisa
3- $I(r \leftrightarrow \neg p) = 1$	Premisa
4- $I(\neg q \to (p \wedge \neg r)) = 1$	Premisa
5- $I(p \to q) = 0$	Por 1
6- $I(p) = 1$	Por 5
7- $I(q) = 0$	Por 5
8- $I(\neg q) = 1$	Por 7
9- $I(p \wedge \neg r) = 1$	Por 4 y 8
10- $I(p) = 1$	Por 9
11- $I(\neg r) = 1$	Por 9
12- $I(r) = 0$	Por 11

La interpretación $I(p)=1$, $I(q)=0$, $I(r)=0$ es un modelo para todas las fórmulas de Γ.

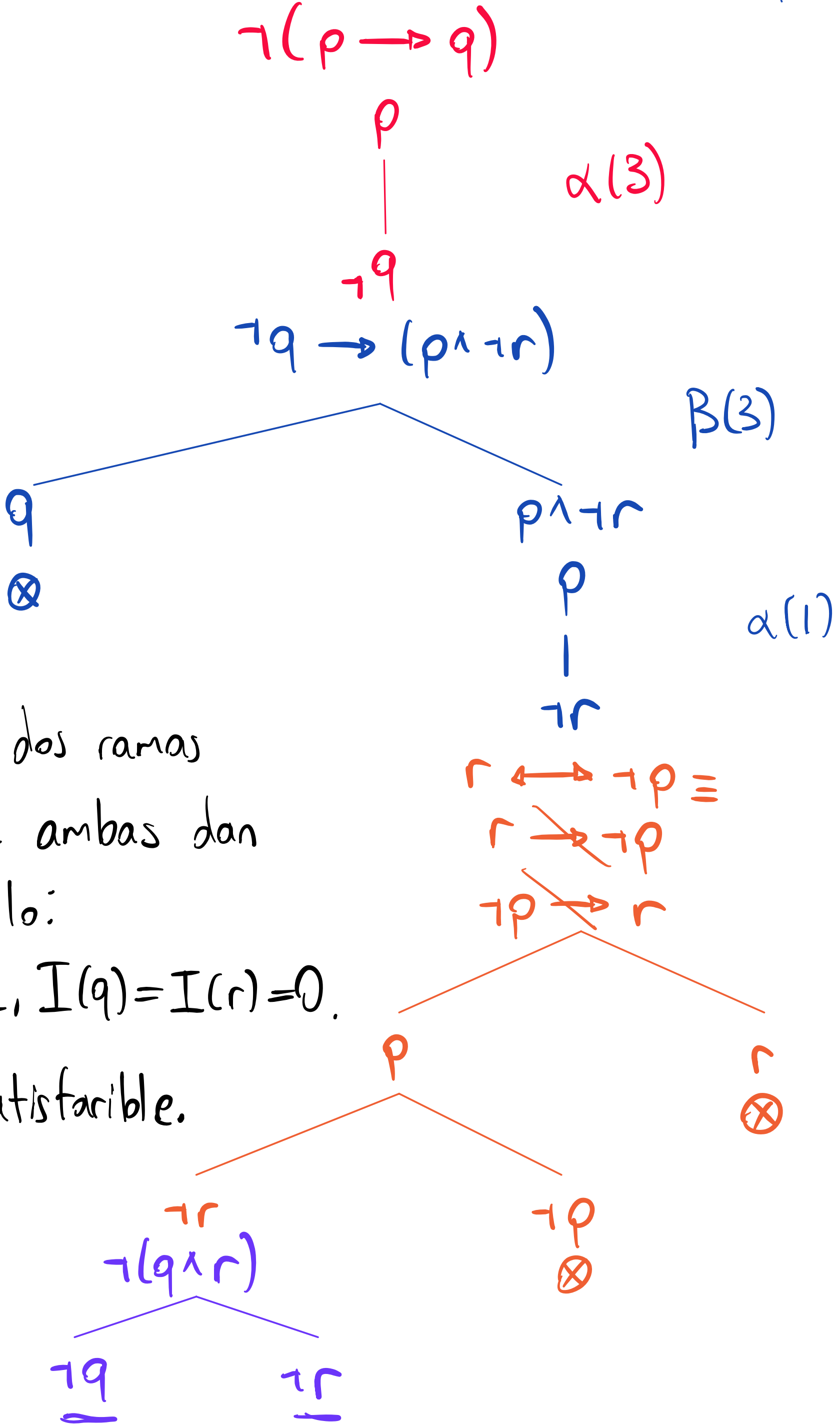
$\therefore$ El conjunto Γ es satisfacible

2 puntos 1. Decide, utilizando interpretaciones o *tableaux*, si el siguiente conjunto es satisfacible. En caso de serlo, da un modelo para el conjunto.

$$\Gamma = \{\neg(p \to q), \neg(q \wedge r), r \leftrightarrow \neg p, \neg q \to (p \wedge \neg r)\}$$

- Construimos el tableau para la fórmula:

$$\neg(p \to q) \wedge \neg(q \wedge r) \wedge r \leftrightarrow \neg p \wedge \neg q \to (p \wedge \neg r)$$



-Quedan dos ramas abiertas, ambas dan el modelo:

$I(p)=1, I(q)=I(r)=0.$

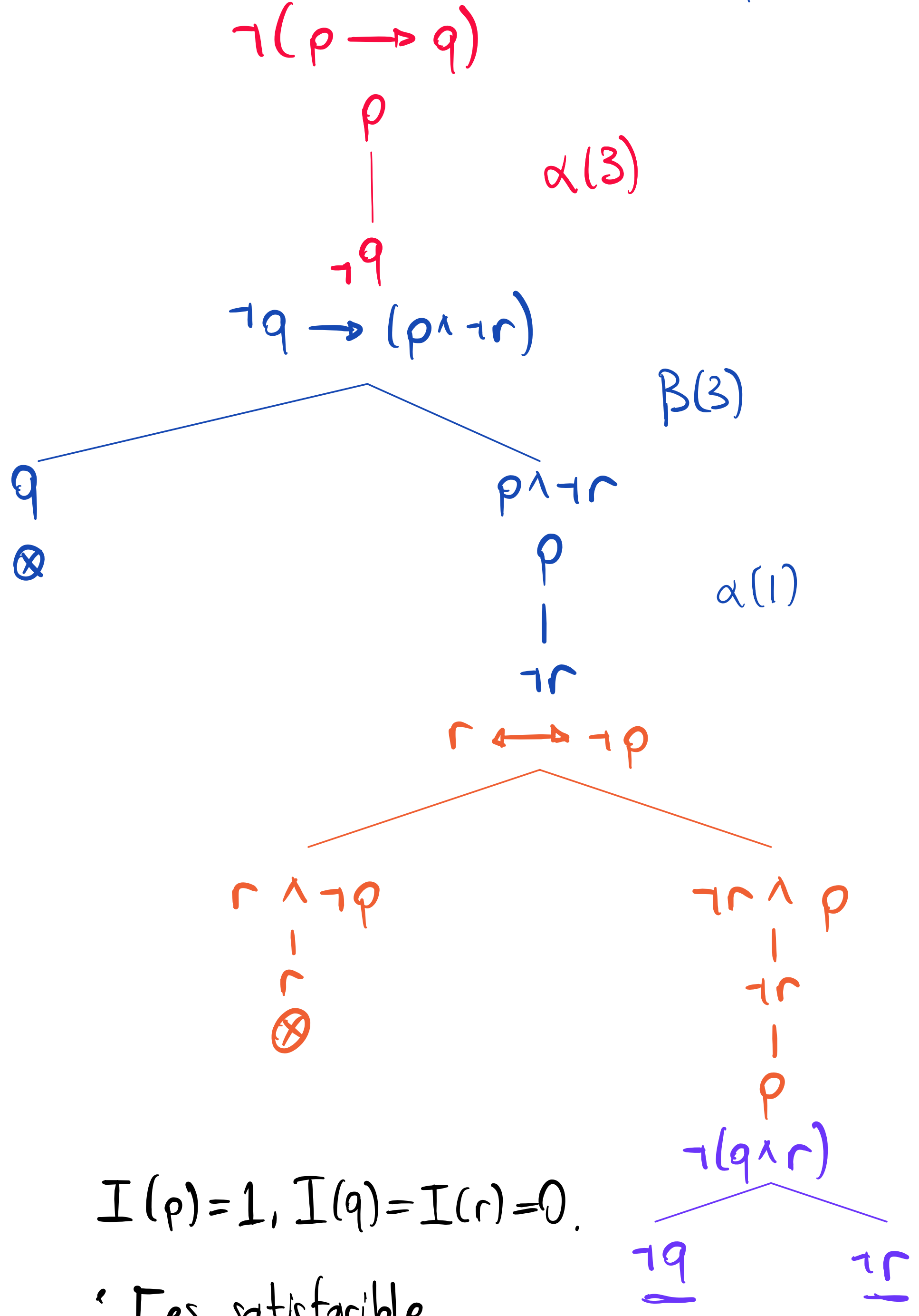
$\therefore \Gamma$ es satisfacible.

2 puntos 1. Decide, utilizando interpretaciones o *tableaux*, si el siguiente conjunto es satisfacible. En caso de serlo, da un modelo para el conjunto.

$$\Gamma = \{\neg(p \to q), \neg(q \wedge r), r \leftrightarrow \neg p, \neg q \to (p \wedge \neg r)\}$$

•Construimos el tableau para la fórmula:

$\neg(p \cancel{\to} q) \wedge \neg(q \cancel{\wedge} r) \wedge r \cancel{\leftrightarrow} \neg p \wedge \neg q \cancel{\to} (p \wedge \neg r)$



$I(p) = 1,\ I(q) = I(r) = 0.$

$\therefore\ \Gamma$ es satisfacible.

2 puntos 2. Usando interpretaciones o *tableaux*, determina si el siguiente argumento es correcto. En caso de no serlo exhibe una interpretación que haga verdaderas a las premisas y falsa a la conclusión.

$$(r \lor u) \to s, r, s \to t / \therefore t \lor u.$$

Método directo

1- $I(r \lor u \to s) = 1$ Premisa

2- $I(r) = 1$ Premisa

3- $I(s \to t) = 1$ Premisa

4- $I(r \lor u) = 1$ Por 2

5- $I(s) = 1$ Por 1 y 4

6- $I(t) = 1$ Por 3 y 5

7- $I(t \lor u) = 1$ Por 6

-Logramos evaluar a 1 la conclusión con base en las suposiciones.

$\therefore$ El argumento es correcto.

Método indirecto

1- $I(r \lor u \to s) = 1$ Premisa

2- $I(r) = 1$ Premisa

3- $I(s \to t) = 1$ Premisa

4- $I(t \lor u) = 0$ Refutación

5- $I(t) = 0$ Por 4

6- $I(s) = 0$ Por 5 y 3

7- $I(r \lor u) = 0$ Por 1 y 6

8- $I(r) = 0$ Por 7.

- Se contradicen las líneas 2 y 8 al suponer que la conclusión es falsa.

$\therefore$ El argumento es correcto.

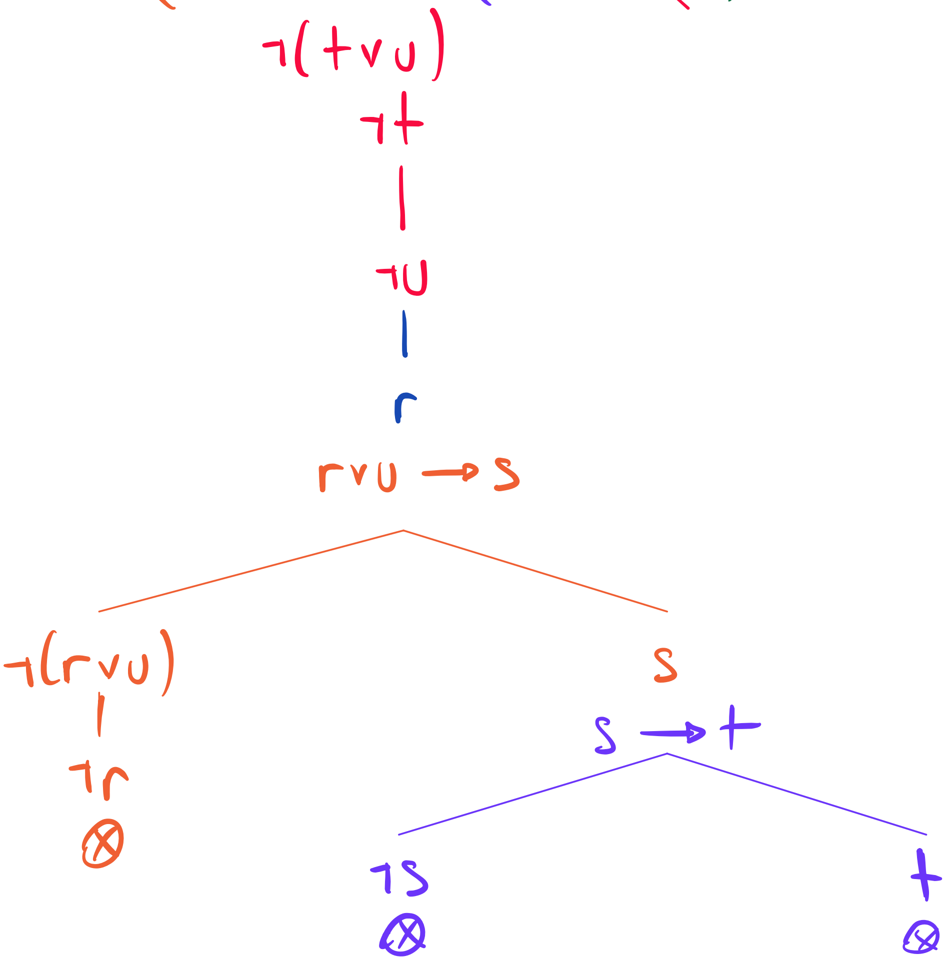
2 puntos 2. Usando interpretaciones o *tableaux*, determina si el siguiente argumento es correcto. En caso de no serlo exhibe una interpretación que haga verdaderas a las premisas y falsa a la conclusión.

$$(r \vee u) \rightarrow s, r, s \rightarrow t / \therefore t \vee u.$$

- Construimos el tableau para la negación de la fórmula asociada al argumento:

$$\neg(r \vee u \rightarrow s \wedge r \wedge (s \rightarrow t) \rightarrow t \vee u)$$

$$\equiv \quad \cancel{r \vee u \rightarrow s} \wedge \cancel{r} \wedge \cancel{(s \rightarrow t)} \wedge \cancel{\neg(t \vee u)} \qquad \alpha(3)$$



∴ El argumento es correcto.

4 puntos 3. Traduce el siguiente argumento a lenguaje formal y demuestra que es correcto usando derivaciones. Justifica la obtención de la expresión mostrada en cada paso: indica si es una premisa, una suposición, resultado de aplicar una regla de inferencia en una o más líneas anteriores (por ejemplo, MP 1, 2 para indicar obtención por medio de Modus Ponens con las líneas 1 y 2), o razomamiento ecuacional (RE).

Si Chubaka no es perro, entonces no es cierto que sea alado o que sea borogove. Si Chubaka es quelite, entonces es alado. Sabemos que Chubaka no es perro. Luego entonces, Chubaka no es quelite.

p: Chubaka es perro   r: Chubaka es borogove

q: Chubaka es alado   s: Chubaka es quelite

$\neg p \to \neg(q \vee r),\ s \to q,\ \neg p \ /\therefore\ \neg s$

1- $\neg p \to \neg(q \vee r)$ Premisa

2- $s \to q$ Premisa

3- $\neg p$ Premisa

4- $\neg(q \vee r)$ MP, 1,3

5- $\neg q \wedge \neg r$ RE, 4

6- $\neg q$ E$\wedge$, 5

7- $\neg s$ MT, 2, 6

$\therefore$ El argumento es correcto.

2 puntos 4. Construye la siguiente derivación. Justifica el proceso como en la pregunta anterior.

$$\vdash (\neg p \wedge q) \vee (p \wedge \neg q) \rightarrow (\neg p \wedge (\neg p \wedge q)) \vee (p \wedge (p \wedge \neg q))$$

1-	$(\neg p \wedge q) \vee (p \wedge \neg q)$	Suposición
2-	$\neg p \wedge q$	Suposición
3-	$\neg p$	E∧, 2
4-	$\neg p \wedge (\neg p \wedge q)$	I∧, 2,3
5-	$(\neg p \wedge (\neg p \wedge q)) \vee (p \wedge (p \wedge \neg q))$	I∨, 4
6-	$p \wedge \neg q$	Suposición
7	p	E∧ 6
8-	$p \wedge (p \wedge \neg q)$	I∧ 6,7
9	$(\neg p \wedge (\neg p \wedge q)) \vee (p \wedge (p \wedge \neg q))$	E∨, 8
10	$(\neg p \wedge (\neg p \wedge q)) \vee (p \wedge (p \wedge \neg q))$	E∨, 1, 2-5, 6-9
11	$(\neg p \wedge q) \vee (p \wedge \neg q) \rightarrow (\neg p \wedge (\neg p \wedge q)) \vee (p \wedge (p \wedge \neg q))$	I→ 1-10