安徽大学 2023—2024 学年第二学期

《 高等数学 A（二） 》期末考试试卷（B 卷）

（闭卷　　时间 120 分钟）

考场登记表序号________

院/系________ 年级________ 专业________ 姓名________ 学号________

答 题 勿 超 装 订 线

------装------订------线------

题 号	一	二	三	四	五	总分
得 分						
阅卷人						

一、填空题（每小题 2 分，共 10 分）

得 分	

1．点 $(2,1,0)$ 到平面 $3x+4y+5z=0$ 的距离是__________．

2．若二元函数设 $z=\mathrm{e}^{\sin xy}$，求 $\mathrm{d}z=$__________．

3．设函数 $u(x,y,z)=1+\dfrac{x^2}{6}+\dfrac{y^2}{12}+\dfrac{z^2}{18}$，单位向量 $\vec{n}=\dfrac{1}{\sqrt{3}}\{1,1,1\}$，则 $\left.\dfrac{\partial u}{\partial n}\right|_{(1,2,3)}=$________．

4．累次积分 $\int_0^1 dy\int_y^1 \dfrac{\sin x}{x}dx=$______________．

5．设曲面 $\Sigma:|x|+|y|+|z|=1$，则 $\oiint\limits_{\Sigma}(x+|y|)\mathrm{d}S=$__________．

二、选择题（每小题 2 分，共 10 分）

得 分	

6．两直线 $L_1:\dfrac{x-3}{2}=\dfrac{y}{4}=\dfrac{z+1}{3}$ 和 $L_2:\begin{cases}x=2t-1\\ y=3\\ z=t+2\end{cases}$ 的位置关系是（　　）

（A）平行　　（B）相交于一点　　（C）重合　　（D）异面

7．设 $f(x,y)=\begin{cases}\dfrac{xy}{x^2+y^4}, & (x,y)\neq(0,0)\\ 0, & (x,y)=(0,0)\end{cases}$，则 $f(x,y)$ 在 $(0,0)$ 处（　　）

（A）连续且偏导数存在　　（B）连续但偏导数不存在

（C）不连续且偏导数不存在　　（D）不连续但偏导数存在

8．若 $\dfrac{(x+ay)dx+ydy}{(x+y)^2}$ 为某函数的全微分，则 $a=$（　　）

（A）2　　　　（B）1　　　　（C）0　　　　（D）-1

9．设空间区域 $\Omega_1=\{(x,y,z)\,|\,x^2+y^2+z^2\le R^2, z\ge 0\}$，
$\Omega_2=\{(x,y,z)\,|\,x^2+y^2+z^2\le R^2, x\ge 0, y\ge 0, z\ge 0\}$，则（　　）

（A）$\iiint\limits_{\Omega_1} x\,\mathrm{d}v=4\iiint\limits_{\Omega_2} x\,\mathrm{d}v$　　（B）$\iiint\limits_{\Omega_1} y\,\mathrm{d}v=4\iiint\limits_{\Omega_2} y\,\mathrm{d}v$

（C）$\iiint\limits_{\Omega_1} z\,\mathrm{d}v=4\iiint\limits_{\Omega_2} z\,\mathrm{d}v$　　（D）$\iiint\limits_{\Omega_1} xyz\,\mathrm{d}v=4\iiint\limits_{\Omega_2} xyz\,\mathrm{d}v$

10．设 $0\le a_n<\dfrac{1}{n}$（$n=1,2,\cdots$），则下列级数中肯定收敛的是（　　）

（A）$\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$　　（B）$\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^n a_n$　　（C）$\sum\limits_{n=1}^{\infty}\sqrt{a_n}$　　（D）$\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^n a_n^2$

三、计算题（6 小题，每小题 10 分，共 60 分）

得 分	

11．设 $z=f(x^2y,\dfrac{y}{x})$，f 有二阶连续偏导数，求 $\dfrac{\partial z}{\partial x}$，$\dfrac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$.

12．求曲线$\begin{cases} x^2+y^2+z^2=6 \\ x+y+z=0 \end{cases}$在点$P(1,-2,1)$处的切线方程和法平面方程.

.

答 题 勿 超 装 订 线

线

订

装

13．设$\Omega=\{(x,y,z)\,|\,x^2+y^2+z^2\le 1\}$，计算三重积分$\iiint\limits_{\Omega} z^2\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z$.

14．计算曲线积分$\int_L y\,\mathrm{d}s$，其中 L 是从$A(0,\sqrt{2})$沿$x^2+y^2=2$经过$B(\sqrt{2},0)$至$C((1,-1)$的弧段.

15．计算曲面积分$\iint\limits_{\Sigma} x^2zdydz+y^2dzdx+(z^2-x)dxdy$，其中$\Sigma$是由$yOz$面上曲线$z=e^y$（$(0\le y\le 1)$）绕$z$轴旋转一周所形成的曲面，取下侧.

16．求幂级数$\sum_{n=1}^{\infty}(\frac{1}{2n+1}-1)x^{2n}$在区间$(-1,1)$内的和函数$S(x)$.

四、应用题（10 分）

得 分	

17．已知平面上一质点在外力$\vec{F}=\frac{4x-y}{4x^2+y^2}\vec{i}+\frac{x+y}{4x^2+y^2}\vec{j}$作用下，沿曲线$x^2+y^2=2$逆时针方向运动一周，求外力$\vec{F}$对质点做的功$W$.

五、证明题（10 分）

得 分	

18．证明级数$\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n(\sqrt{n+1}-\sqrt{n})$条件收敛.