

安徽大学 2021—2022 学年第二学期
 《高等数学 A (二)》期末试卷 (B 卷)
 (闭卷 时间 120 分钟)

考场登记表序号 _____

题 号	一	二	三	四	总分
得 分					
阅卷人					

学号 _____
 线
 订
 装
 装
 答
 题
 为
 超
 订
 专业
 院/系

一、单项选择题 (本大题共 5 小题, 每小题 3 分, 共 15 分)

得 分

- 若曲线 $\begin{cases} x = t^2 \\ y = 2t \\ z = t^3 \end{cases}$ 在 $t=1$ 处的切线与平面 $x+ay-2z=1$ 平行, 则常数 $a=$ ().
 (A) -2 (B) 1 (C) 2 (D) 3
- 已知 $f(0,0)=0$, 且 $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{f(x,y)-x-y}{\sqrt{x^2+y^2}}=0$, 则 $f(x,y)$ 在点 $(0,0)$ 处 ().
 (A) 连续, 但偏导数不存在 (B) 不连续, 但偏导数存在
 (C) 连续, 偏导数存在, 但是不可微 (D) 连续、偏导数存在, 且可微
- 设 $f(x,y)$ 是连续函数, 则 $\int_0^1 dx \int_0^{x^2} f(x,y) dy$ 交换积分次序后为 ().
 (A) $\int_0^1 dy \int_0^{\sqrt{y}} f(x,y) dx$ (B) $\int_0^1 dy \int_{-\sqrt{y}}^{\sqrt{y}} f(x,y) dx$
 (C) $\int_0^1 dy \int_{\sqrt{y}}^1 f(x,y) dx$ (D) $\int_0^1 dy \int_0^{y^2} f(x,y) dx$
- 设 L 为半圆 $x^2 + y^2 = r^2, x \geq 0$, 则 $\int_L (x^2 + y^2) ds =$ ().
 (A) πr^3 (B) $2\pi r^3$ (C) πr^2 (D) $2\pi r^2$
- 若级数 $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ 收敛, 则下列级数一定收敛的是 ().
 (A) $\sum_{n=1}^{\infty} |u_n|$ (B) $\sum_{n=1}^{\infty} (2022u_n)$ (C) $\sum_{n=1}^{\infty} (2022+u_n)$ (D) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2022}{u_n}$

二、填空题（本大题共 5 小题，每小题 3 分，共 15 分）

得 分	
-----	--

6. 函数 $z = x^2y + 2xy$ 在点 $(1,1)$ 处的最大方向导数为 _____.

7. 函数 $z = e^{xy}$ 在 $(2,1)$ 处的全微分 $dz =$ _____.

8. 设 Σ 为球面 $x^2 + y^2 + z^2 = 1$, 则曲面积分 $\iint_{\Sigma} 6x^2 dS =$ _____.

9. $f(x) = \int_0^x e^{t^2} dt$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 内关于 x 的幂级数展开式为 _____.

10. 设函数 $f(x) = \begin{cases} -1, & -\pi \leq x \leq 0, \\ 1+x^2, & 0 < x \leq \pi, \end{cases}$ 则其以 2π 为周期的傅里叶级数在

$x=0$ 处收敛于 _____.

三、解答题（本大题共 6 小题，每小题 10 分，共 60 分）

得 分	
-----	--

11. 设 $x^2 + y^2 + z^2 - 4z = 0$, 求 $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$.

12. 求函数 $f(x, y) = x^3 - 4x^2 + 2xy - y^2 + 1$ 的极值.

13. 计算三重积分 $I = \iiint_{\Omega} (x^2 + y^2) dV$, Ω 是由旋转抛物面 $2z = x^2 + y^2$ 以及平面 $z = 2$ 所包围的立体部分.

14. 计算曲线积分 $I = \oint_L (-2xy - y^2) dx - (2xy + x^2 - 3x) dy$, 其中 L 是由 $(0,0), (1,0), (1,1), (0,1)$ 为顶点的正方形的正向边界线.

15. 计算曲面积分 $I = \iint_{\Sigma} \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} (xdydz + ydzdx + zdxdy)$, 其中 Σ 为球面 $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ 的内侧.

16. 求幂级数 $\sum_{n=0}^{\infty} (3n+1)x^n$ 的收敛域及和函数 $s(x)$.

四、证明题 (本题 10 分)

17. 证明: 级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{3^n} \sin \frac{\pi n}{4}$ 绝对收敛.

得 分	
-----	--