院/系______ 年级______ 专业______ 姓名______ 学号______

答 题 勿 超 装 订 线

装 订 线

安徽大学 2022—2023 学年第二学期

《 高等数学 A（二）》期末考试试卷（B 卷）

（闭卷　　时间 120 分钟）

考场登记表序号__________

一、填空题（每小题 3 分，共 15 分）

得 分	

1. 设 $z=\frac{y}{x}\arcsin\frac{x}{y}$，则 $x\frac{\partial z}{\partial x}+y\frac{\partial z}{\partial y}=$____________.

2. 微分方程 $y''+y'-2y=0$ 的通解为________________.

3. 设 L 是圆周 $x^2+y^2=a^2$ 在第一象限内的弧段，则 $\int_L e^{\sqrt{x^2+y^2}}\mathrm{d}s=$________________.

4. 幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x^n}{n^p}(0<p\le 1)$ 的收敛域为________________.

5. 设 $f(x)=\begin{cases}-1, & -\pi\le x\le 0\\ 1+x^2, & 0<x\le\pi\end{cases}$，则 $f(x)$ 以 2π 为周期的傅里叶级数在点 $x=\pi$ 处收敛于

________________.

二、选择题（每小题 3 分，共 15 分）

得 分	

6. 设有直线 $L:\begin{cases}2x+3y+2z+1=0\\ 2x-y-10z+3=0\end{cases}$ 及平面 π：$4x-2y+z-2=0$，则直线 L（　　）

(A) 平行于 π　(B) 垂直于 π　(C) 与 π 相交但不垂直　(D) 在平面 π 上

7. 设 $f(x,y)=\begin{cases}\frac{xy}{x^2+y^2}, & x^2+y^2\ne 0\\ 0, & x^2+y^2=0\end{cases}$，则函数 $f(x,y)$ 在点 $(0,0)$ 处（　　）.

(A) 不连续，偏导数存在　　(B) 连续，但偏导数不存在

(C) 连续且偏导数都存在，但不可微　　(D) 不连续且偏导数不存在

8. 设 $f(x,y)$ 是连续函数，则 $\int_0^b \mathrm{d}x\int_0^x f(x,y)\mathrm{d}y=$（　　）.

(A) $\int_0^b dy\int_0^y f(x,y)dx$ (B) $\int_0^b dy\int_y^b f(x,y)dx$ (C) $\int_0^b dy\int_b^y f(x,y)dx$ (D) $\int_0^b dy\int_0^b f(x,y)dx$

9. 设曲面Σ是锥面$z^2=x^2+y^2$被平面$z=0,z=1$截下的部分，则$\iint\limits_{\Sigma}(x^2+y^2)dS=($　　　$)$.

(A) $\sqrt{2}\int_0^{2\pi}d\theta\int_0^1\rho^3 d\rho$ (B) $\sqrt{2}\int_0^{\pi}d\theta\int_0^1\rho^3 d\rho$ (C) $\int_0^{2\pi}d\theta\int_0^1\rho^2 d\rho$ (D) $\int_0^{\pi}d\theta\int_0^1\rho^2 d\rho$

10. 若级数$\sum_{n=1}^{\infty}u_n$收敛，则下列级数中发散的为（　　　）.

(A) $\sum_{n=1}^{\infty}6u_n$ (B) $\sum_{n=1}^{\infty}u_{n+5}$ (C) $8+\sum_{n=1}^{\infty}u_n$ (D) $\sum_{n=1}^{\infty}(u_n+7)$

得 分	

三、计算题（每小题 10 分，共 60 分）

11. 设$\cos^2 x+\cos^2 y+\cos^2 z=1$，确定隐函数为$z=z(x,y)$，求全微分$dz$.

12. 求二元函数$z=f(x,y)=x^2y(4-x-y)$在由直线$x+y=6$、x轴和y轴所围成的区域D上的最大值和最小值.

13. 计算二重积分$\iint\limits_D \sin\sqrt{x^2+y^2}\,dxdy$，其中$D=\left\{(x,y)\mid \pi^2\le x^2+y^2\le 4\pi^2\right\}$.

14. 已知函数$z=\sin^2(ax+by)$，求$\dfrac{\partial^2 z}{\partial x^2}$和$\dfrac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$.

15. 利用高斯公式计算曲面积分 $\oiint\limits_{\Sigma} x\mathrm{d}y\mathrm{d}z+y\mathrm{d}z\mathrm{d}x+z\mathrm{d}x\mathrm{d}y$，其中 Σ 为球面 $x^2+y^2+z^2=a^2$ 的外侧.

16. 计算幂级数$\sum_{n=1}^{\infty} 2nx^{2n-1}$的和函数.

四、证明题（每小题 10 分，共 10 分）

得 分	

17. 证明级数$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n}{2^n}$绝对收敛.