

# 安徽大学 2021—2022 学年第二学期

## 《高等数学 A (二)》期末试卷 (B 卷)

(闭卷 时间 120 分钟)

考场登记表序号 \_\_\_\_\_

题 号	一	二	三	四	总分
得 分					
阅卷人					

### 一、单项选择题 (本大题共 5 小题, 每小题 3 分, 共 15 分)

得 分	
-----	--

1. 若曲线  $\begin{cases} x = t^2 \\ y = 2t \\ z = t^3 \end{cases}$  在  $t=1$  处的切线与平面  $x+ay-2z=1$  平行, 则常数  $a = ( \quad )$ .

(A) -2 (B) 1 (C) 2 (D) 3

2. 已知  $f(0,0)=0$ , 且  $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{f(x,y)-x-y}{\sqrt{x^2+y^2}} = 0$ , 则  $f(x,y)$  在点  $(0,0)$  处(  $\quad$  ).

(A) 连续, 但偏导数不存在 (B) 不连续, 但偏导数存在  
(C) 连续, 偏导数存在, 但是不可微 (D) 连续、偏导数存在, 且可微

3. 设  $f(x,y)$  是连续函数, 则  $\int_0^1 dx \int_0^{x^2} f(x,y) dy$  交换积分次序后为(  $\quad$  ).

(A)  $\int_0^1 dy \int_0^{\sqrt{y}} f(x,y) dx$  (B)  $\int_0^1 dy \int_{-\sqrt{y}}^{\sqrt{y}} f(x,y) dx$   
(C)  $\int_0^1 dy \int_{\sqrt{y}}^1 f(x,y) dx$  (D)  $\int_0^1 dy \int_0^{y^2} f(x,y) dx$

4. 设  $L$  为半圆  $x^2+y^2=r^2, x \geq 0$ , 则  $\int_L (x^2+y^2) ds = ( \quad )$ .

(A)  $\pi r^3$  (B)  $2\pi r^3$  (C)  $\pi r^2$  (D)  $2\pi r^2$

5. 若级数  $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$  收敛, 则下列级数一定收敛的是(  $\quad$  ).

(A)  $\sum_{n=1}^{\infty} |u_n|$  (B)  $\sum_{n=1}^{\infty} (2022u_n)$  (C)  $\sum_{n=1}^{\infty} (2022+u_n)$  (D)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2022}{u_n}$

二、填空题（本大题共 5 小题，每小题 3 分，共 15 分）

得 分	
-----	--

6. 函数  $z = x^2y + 2xy$  在点  $(1,1)$  处的最大方向导数为\_\_\_\_\_.

7. 函数  $z = e^{xy}$  在  $(2,1)$  处的全微分  $dz =$ \_\_\_\_\_.

8. 设  $\Sigma$  为球面  $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ ，则曲面积分  $\iint_{\Sigma} 6x^2 dS =$ \_\_\_\_\_.

9.  $f(x) = \int_0^x e^{t^2} dt$  在  $(-\infty, +\infty)$  内关于  $x$  的幂级数展开式为\_\_\_\_\_.

10. 设函数  $f(x) = \begin{cases} -1, & -\pi \leq x \leq 0, \\ 1+x^2, & 0 < x \leq \pi, \end{cases}$  则其以  $2\pi$  为周期的傅里叶级数在

$x=0$  处收敛于\_\_\_\_\_.

三、解答题（本大题共 6 小题，每小题 10 分，共 60 分）

得 分	
-----	--

11. 设  $x^2 + y^2 + z^2 - 4z = 0$ ，求  $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$ .

12. 求函数  $f(x, y) = x^3 - 4x^2 + 2xy - y^2 + 1$  的极值.

13. 计算三重积分  $I = \iiint_{\Omega} (x^2 + y^2) dV$  ,  $\Omega$  是由旋转抛物面  $2z = x^2 + y^2$  以及平面  $z = 2$  所包围的立体部分.

14. 计算曲线积分  $I = \oint_L (-2xy - y^2) dx - (2xy + x^2 - 3x) dy$  , 其中  $L$  是由  $(0,0), (1,0), (1,1), (0,1)$  为顶点的正方形的正向边界线.

15. 计算曲面积分  $I = \oiint_{\Sigma} \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} (x dy dz + y dz dx + z dx dy)$  , 其中  $\Sigma$  为球面  $x^2 + y^2 + z^2 = 1$  的内侧.

16. 求幂级数  $\sum_{n=0}^{\infty} (3n+1)x^n$  的收敛域及和函数  $s(x)$  .

四、证明题（本题 10 分）

得 分	
-----	--

17. 证明：级数  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{3^n} \sin \frac{\pi n}{4}$  绝对收敛.