安徽大学 2024—2025 学年第一学期

《概率论与数理统计 A》期末考试试卷（A 卷）

（闭卷　　时间 120 分钟）

考场登记表序号________

院/系________ 年级________ 专业________ 姓名________ 学号________

答 题 勿 超 装 订 线

装 订 线

一、选择题（每小题 3 分，共 30 分）

1. 设随机事件 A 和 B 互斥，且 $P(A)=0.3$， $P(\mathrm{B})=0.5$， 则 $P(A\cup B)=$（　　）

（A）0.8　　（B）0.6　　（C）0.2　　（D）0.15

2. 设随机变量 X 的分布律为 $P(X=k)=\dfrac{k}{a},k=1,2,3$， 则 $a=$（　　）

（A）3　　（B）6　　（C）9　　（D）12

3. 设 $X\sim N\left(\mu,\sigma^2\right)$，其概率密度函数为 $f(x)$，则 $f(x)$ 的最大值为（　　）

（A）$\dfrac{1}{\sigma}$　　（B）$\dfrac{1}{\sqrt{2\pi}}$　　（C）$\dfrac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}}$　　（D）$\dfrac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}}$

4. 设 X 和 Y 相互独立，且 $X\sim N(3,4)$， $Y\sim N(-1,9)$， 令 $Z=2X+3Y-1$， 则 Z 服从的分布是（　　）

（A）$N(4,13)$　　（B）$N(4,35)$　　（C）$N(2,13)$　　（D）$N(2,97)$

5. 设总体 X 服从参数为 2 的指数分布， $X_1,X_2,\cdots,X_n,\cdots$ 为来自总体 X 的简单随机样本，则当 $n\to\infty$ 时， $Y_n=\dfrac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i^2$ 依概率收敛于（　　）

（A）2　　（B）4　　（C）$\dfrac{1}{2}$　　（D）$\dfrac{1}{4}$

6. 设随机变量 X 和 Y 的协方差是 0.9，若 $Z=X-0.4$， 则 Y 和 Z 的协方差为（　　）

（A）1　　（B）0.9　　（C）0.4　　（D）0

7. 若总体 X 的分布中含有未知参数 θ， $X_1,X_2,\cdots,X_n$ 是来自总体 X 的样本，以下关于统计量的说法**正确**的是（　　）

（A）统计量一定不含有未知参数 θ　　（B）统计量是随机变量

（C）样本均值是统计量　　（D）以上说法都正确

8. 设随机变量 X 服从 $t(n)$ 分布，则 $Y=X^2$ 服从（　　）

（A）$F(1,n)$　　（B）$F(n,1)$　　（C）$\chi^2(n)$　　（D）$\chi^2(1)$

9. 设一批零件的长度服从正态分布 $N\left(\mu,\sigma^2\right)$，其中 μ,σ^2 均未知． 现从中随机抽取 16 个零件，测得样本均值 $\overline{X}=20$（cm），标准差 $S=1$(cm)，则 μ 的置信度为 0.9 的置信区间是（　　）

（A）$\left(20-\dfrac{1}{4}t_{0.05}(16),20+\dfrac{1}{4}t_{0.05}(16)\right)$　　（B）$\left(20-\dfrac{1}{4}t_{0.1}(16),20+\dfrac{1}{4}t_{0.1}(16)\right)$

（C）$\left(20-\dfrac{1}{4}t_{0.05}(15),20+\dfrac{1}{4}t_{0.05}(15)\right)$　　（D）$\left(20-\dfrac{1}{4}t_{0.1}(15),20+\dfrac{1}{4}t_{0.1}(15)\right)$

10．在假设检验中，犯第一类错误是指（　　）

（A）原假设为真，接受原假设　（B）原假设为真，拒绝原假设

（C）原假设为假，接受原假设　（D）原假设为假，拒绝原假设

二、计算题（每小题 10 分，共 50 分）

11．已知甲、乙两箱中装有同种产品，其中甲箱装有 3 件合格和 3 件次品，乙箱中仅装有 3 件合格品，从甲箱中任取 3 件产品放入乙箱后，求：

（1）乙箱中次品件数 X 的数学期望；（2）从乙箱中任取一件产品是次品的概率.

12．设随机变量 X 在区间 $[-1,2]$ 上服从均匀分布，设 $Y=\begin{cases}1, & X>0\\ 0, & X=0\\ -1, & X<0\end{cases}$，求 DY.

13．设二维连续型随机变量 (X,Y) 的联合概率密度函数为 $f(x,y)=\begin{cases}e^{-(x+y)}, & x>0,y>0,\\ 0, & \text{其他.}\end{cases}$

求 $Z=\max(X,Y)$ 的概率密度函数 $f_Z(z)$.

14．设二维离散型随机变量 (X,Y) 的联合分布律为

X \\ Y	-1	0	1
0	0.1	0.2	0.1
1	0.2	0.3	0.1

（1）求 X 与 Y 的边缘分布律；（2）求 $Y=0$ 时 X 的条件分布律；（3）X 与 Y 是否独立.

15．设离散型随机变量 X 的分布律为 $\begin{pmatrix}1 & 2 & 3\\ \theta^2 & 2\theta(1-\theta) & (1-\theta)^2\end{pmatrix}$，其中 $\theta(0<\theta<1)$ 未知.现有一组样本观测值：$x_1=1,x_2=2,x_3=2,x_4=3,x_5=1$．求 θ 的最大似然估计值.

三、应用题（每小题 10 分，共 10 分）

16．某教育机构推出一种新的英语培训课程，声称能显出提高学生的英语成绩。为检验该课程效果，从参加该课程的学生中随机抽取 36 名，记录他们参加课程前后的英语标准化测试成绩。设成绩差值 X（成绩差值=后测成绩－前测成绩，单位：分）服从正态分布 $N(\mu,\sigma^2)$．已知样本中成绩差值的均值为 8 分，样本标准差为 12 分. 问在显著性水平为 0.05 下能否接受假设：$\mu=0$，即该课程对学生英语成绩无显著影响.

（可能用到数据：$t_{0.05}(35)=1.6896$，$t_{0.05}(36)=1.6883$，$t_{0.025}(35)=2.0301$，$t_{0.025}(36)=2.0281$）

四、证明题（每小题 10 分，共 10 分）

17．设随机变量 X 与 Y 的联合概率密度函数为 $f(x,y)=\begin{cases}8xy, & 0\le x\le y\le 1,\\ 0, & \text{其他.}\end{cases}$

证明：X 与 Y 不独立，但相关.