

安徽大学 2020—2021 学年第一学期

《高等数学 A (一)》期末考试试卷 (B 卷)  
(闭卷 时间 120 分钟)

考场登记表序号 \_\_\_\_\_

题号	一	二	三	四	五	总分
得分						
阅卷人						

学号

姓名

专业

年级

院/系

线

订

装

答

题

勿

超

装

订

一、选择题 (每小题 2 分, 共 10 分)

- |  |    |
|--|----|
|  | 得分 |
|--|----|
1. 下列说法正确的是 ( ) .  
 A. 若  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$  和  $\lim_{x \rightarrow 0} g(x)$  都不存在, 则  $\lim_{x \rightarrow 0} (f(x) + g(x))$  必不存在;  
 B. 若  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$  存在,  $\lim_{x \rightarrow 0} g(x)$  不存在, 则  $\lim_{x \rightarrow 0} (f(x) \cdot g(x))$  必不存在;  
 C. 若  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$  存在,  $\lim_{x \rightarrow 0} g(x)$  不存在, 则  $\lim_{x \rightarrow 0} (f(x) + g(x))$  必不存在;  
 D. 若  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$  存在,  $\lim_{x \rightarrow 0} g(x) = \infty$ , 则  $\lim_{x \rightarrow 0} (f(x) \cdot g(x))$  必不存在.
  
  2. 下列关于函数  $y = xe^{\frac{2}{x}} + 1$  的渐近线说法正确的是 ( ) .  
 A. 有水平渐近线  $y = 1$ ;                      B. 有垂直渐近线  $x = 0$ ;  
 C. 有两条斜渐近线;                            D. 无垂直渐近线.
  
  3. 设  $f'(x_0) = f''(x_0) = 0$ ,  $f'''(x_0) > 0$ , 则 ( ) .  
 A.  $f'(x_0)$  是  $f'(x)$  的极大值;                B.  $f(x_0)$  是  $f(x)$  的极大值;  
 C.  $f(x_0)$  是  $f(x)$  的极小值;                    D.  $(x_0, f(x_0))$  是曲线  $y = f(x)$  的拐点.
  
  4. 设  $f(x)$  为  $(-\infty, +\infty)$  内连续的奇函数,  $F'(x) = f(x)$ , 则  $F(x)$  必 ( ) .  
 A. 均为奇函数;                                    B. 均为偶函数;  
 C. 只有一个奇函数;                              D. 既非奇函数也非偶函数.
  
  5. 下列广义积分中, 收敛的是 ( ) .  
 A.  $\int_0^{+\infty} \frac{1}{1+x} dx$ ;                              B.  $\int_0^{+\infty} \frac{1}{1+x^2} dx$ ;  
 C.  $\int_0^2 \frac{1}{\ln x} dx$ ;                              D.  $\int_0^{+\infty} \frac{\sin^2 x}{x} dx$ .

二、填空题（每小题 2 分，共 10 分）

得分	
----	--

6. 极限  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{9n^2 + n} + n}{n + 2} = \underline{\hspace{2cm}}$ .

7. 设方程  $\sqrt{x} + \sqrt{y} = \sqrt{a}$  确定  $y$  是  $x$  的函数，则  $dy = \underline{\hspace{2cm}}$ .

8.  $y = e^x \sin x$  的 10 阶导数为  $\underline{\hspace{2cm}}$ .

9. 已知  $f'(x) = x^3 e^x$  且  $f(1) = 0$ , 则  $f(x) = \underline{\hspace{2cm}}$ .

10. 光滑曲线由极坐标  $r = r(\theta)$  ( $\theta \in [\alpha, \beta]$ ) 表示, 其弧长计算公式  $s = \underline{\hspace{2cm}}$ .

三、计算题（每小题 9 分，共 54 分）

得分	
----	--

11. 求极限  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{1+n}{2+n} \right)^n$ .

12. 求极限  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+\tan x} - \sqrt{1+\sin x}}{x^3}$ .

13. 设  $y = \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x$ , 求导数  $y'$ .

14. 计算  $\int \frac{dx}{x^4 - 1}$ .

15. 计算  $\int_0^1 \ln^2 x dx$ .

答 题勿超装 订 线  
一寸

16. 计算  $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} (x^4 \sin x + 4 \cos^4 x) dx.$

四、应用题（每小题 8 分，共 16 分）

得分	
----	--

17. 求曲线  $\begin{cases} x = 2e^t, \\ y = e^{-t}, \end{cases}$  在  $t=0$  相应的点处的切线方程和法线方程.

18. 求由曲线  $y = x^3 - 6x$  与直线  $y = 2x$  所围成的平面图形的面积.

答  
题  
勿  
超  
装  
订  
线  
线

五、证明题（每小题 10 分，共 10 分）

得分

19. 设  $f(x)$  在  $(-\infty, +\infty)$  内连续，且  $f(x) > 0$ . 证明  $F(x) = \frac{\int_0^x tf(t)dt}{\int_0^x f(t)dt}$  在  $(0, +\infty)$  内单调增加.