

2023—2024 学年第二学期

《高等数学 A (二)》期末考试试卷 (A 卷)

(闭卷 时间 120 分钟)

考场登记表序号_____

一、选择题（每小题 3 分，共 30 分）

8. 曲线积分 $\int_{(0,1)}^{(1,2)} (6xy + 2y^2)dx + (3x^2 + 4xy)dy = (\quad)$

- (A) 14 (B) 0 (C) 12 (D) -12

9. 已知级数 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n^2$ 收敛, 则级数 $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{a_n}{\sqrt{n^2+1}}$ ()

- (A) 条件收敛 (B) 绝对收敛 (C) 发散 (D) 敛散性不确定

10. 向量场 $\vec{F} = xy\vec{i} + \cos(xy)\vec{j} + \cos(xz)\vec{k}$ 在 $(0, 1, 0)$ 处的散度是 ()

- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3

二、计算题 (每小题 11 分, 共 55 分)

11. 设 $z = f(x+y, x-y)$, 其中 f 具有二阶连续偏导数, 求 $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$.

12. 求 $\iiint_{\Omega} z dx dy dz$, 其中 Ω 是由 $z = x^2 + y^2$ 与 $z = 1$ 所围成的立体区域.

13. 计算曲线积分 $J = \int_L 3x^2 y dx + (x^3 + x - 2y) dy$, 其中 L 是第一象限中从点 $(0, 0)$ 沿圆周 $x^2 + y^2 = 2x$ 到点 $(2, 0)$, 再沿圆周 $x^2 + y^2 = 4$ 到点 $(0, 2)$ 的曲线段.

14. 计算曲面积分 $\iint_S x dy dz + y dz dx + (z + 1) dx dy$, 其中 S 为球面 $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ 的外侧.

15. 求幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{2n}}{2n}$ 的和函数 $S(x)$.

三、应用题 (共 10 分)

16. 某博物馆的屋顶为曲面 Σ : $z = \sqrt{a^2 - x^2 - y^2}$, 其中 $a > 0$ 常数, 其密度分布为 $P(x, y, z) = x + y + z$, 求该屋顶的质量 M .

四、证明题 (共 5 分)

17. 已知级数 $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ 收敛, 级数 $\sum_{n=1}^{\infty} v_n$ 发散, 证明: 级数 $\sum_{n=1}^{\infty} (u_n + v_n)$ 发散.