ECUACIONES DIFERENCIAES.
UNIDAD I. Ecuaciones Diferenciales de Primer Orden.
Tarea 4: Ecuaciones Diferenciales de Variables Separables y Lineales.

Elaboró: Sandra Elizabeth Delgadillo Alemán.
Alumno(a): ______________________________ **Carrera:** _____ **No. de ejercicios:** __ / 26

Resuelve correctamente los siguientes ejercicios:

1. Determine si las siguientes ecuaciones son de variables y/o lineales:

a) $x^2\dfrac{dy}{dx} + \cos x = y.$	d) $(y^3e^{-2x} + y^3)dx - e^{-2x}dy = 0.$
b) $(y - 4x - 1)^2dx - dy = 0.$	e) $\dfrac{1}{y-3} \cdot \dfrac{dy}{dx} = -\dfrac{1}{2}.$
c) $(t + x + 2)dx + (3t - x - 6)dt = 0.$	f) $(t^2 - 1)\dfrac{dy}{dt} = yt - y.$

Ecuaciones Diferenciales de Variables Separables (10).

1. **(Hacer 7 ejercicios)** Resuelve las siguientes ecuaciones diferenciales, usando el método de separación de variables y encuentra las soluciones explícitas cuando sea posible.

   a) $\dfrac{dy}{dx} = \sin 5x$. **Solución.** $y = -\dfrac{1}{5}\cos 5x + c.$

   b) $dx + e^{3x}dy = 0$. **Solución.** $y = \dfrac{1}{3}e^{-3x} + c.$

   c) $x\dfrac{dy}{dx} = 4y$. **Solución.** $y = cx^4.$

   d) $\dfrac{dy}{dx} = e^{3x+2y}$. **Solución.** $-3e^{-2y} = 2e^{3x} + c.$

   e) $y \ln x \cdot \dfrac{dy}{dx} = \left(\dfrac{y+1}{x}\right)^2$. **Solución.** $\dfrac{1}{3}x^3 \ln x - \dfrac{1}{9}x^3 = \dfrac{1}{2}y^2 + 2y + \ln|y| + c.$

   f) $\sec^2 x dy + \csc y dx = 0$. **Solución.** $4\cos y = 2x + \sin 2x + c.$

   g) $(e^y + 1)^2e^{-y}dx + (e^x + 1)^3e^{-x}dy = 0$. **Solución.** $(e^x + 1)^{-2} + 2(e^y + 1)^{-1} = c.$

   h) $\dfrac{dS}{dr} = kS$. **Solución.** $S = ce^{kr}.$

   i) $\dfrac{dP}{dt} = P - P^2$. **Solución.** $P = \dfrac{ce^t}{1 + ce^t}.$

   j) $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{xy + 3x - y - 3}{xy - 2x + 4y - 8}$. **Solución.** $(y + 3)^5e^x = c(x + 4)^5e^y.$

   k) $\dfrac{dy}{dx} = x\sqrt{1 - y^2}$. **Solución.** $y = \sin\left(\dfrac{1}{2}x^2 + c\right).$

2. **(Hacer 2 ejercicios)** Resuelve los siguientes problemas de valor inicial.

   a) $\dfrac{dx}{dt} = 4(x^2 + 1)$, $x\left(\dfrac{\pi}{4}\right) = 1$. **Solución.** $x = \tan\left(4t - \dfrac{3\pi}{4}\right).$

   b) $y' = xy^3(1 + x^2)^{-1/2}$, $y(0) = 1.$

3. **(Hacer este ejercicio)** Demuestre una solución implícita de

$$2x \sin^2 y dx - (x^2 + 10)\cos y dy = 0,$$

es $\ln(x^2 + 10) + \csc y = c$, resolviendo la E.D. y derivando implícitamente.

Ecuaciones Diferenciales Lineales (10).

1. **(Resuelve 7 de estos problemas)** En los siguientes problemas determine la solución general de la ecuación diferencial correspondiente. Indica cuál es el mayor intervalo en el cual esté definida la solución general.

   a) $\dfrac{dy}{dx} = 5y$. **Solución.** $y = ce^{5x}$, $x \in \mathbb{R}$.

   b) $\dfrac{dy}{dx} + y = e^{3x}$. **Solución.** $y = \dfrac{1}{4}e^{3x} + ce^{-x}$, $x \in \mathbb{R}$.

   c) $y' + 3x^2 y = x^2$. **Solución.** $y = \dfrac{1}{3} + ce^{-x^3}$, $x \in \mathbb{R}$.

   d) $x\dfrac{dy}{dx} - y = x^2 \sin x$. **Solución.** $y = cx - x\cos x$, $x \in \mathbb{R}$.

   e) $x\dfrac{dy}{dx} + 4y = x^3 - x$. **Solución.** $y = \dfrac{1}{7}x^3 - \dfrac{1}{5}x + cx^{-4}$, $x > 0$.

   f) $x^2 y' + x(x+2)y = e^x$. **Solución.** $y = \dfrac{1}{2x^2}e^x + \dfrac{c}{x^2}e^{-x}$, $x > 0$.

   g) $ydx - 4(x + y^6)dy = 0$. **Solución.** $x = 2y^6 + cy^4$, $y > 0$.

   h) $\cos x \cdot \dfrac{dy}{dx} + (\sin x)y = 1$. **Solución.** $y = \sin x + c \cdot \cos x$, $x \in (-\pi/2\ ,\ \pi/2)$.

   i) $(t + y + 1)dt - dy = 0$. **Solución.** $y(t) = -t - 2 + ce^t$.

   j) $x\dfrac{dy}{dx} + (3x+1)y = e^{-3x}$. **Solución.** $y = e^{-3x} + \dfrac{c}{x}e^{-3x}$, $x > 0$.

2. **(Resuelve 2 de estos ejercicios)** En los siguientes problemas resuelve el problema de valor inicial respectivo. Describa el mayor intervalo en el cual esté definida la solución.

   a) $xy' + y = e^x$, $y(1) = 2$. **Solución.** $y = \dfrac{e^x}{x} + \dfrac{2-e}{x}$, $x > 0$.

   b) $t^3\dfrac{dx}{dt} + 3t^2 x = t$, $x(2) = 0$. **Solución.** $x(t) = \dfrac{1}{2}t^{-1} - 2t^{-3}$.

   c) $xy' + 2y = x^2 - x + 1$, $y(1) = 1/2$, $x > 0$.

   d) $y' + y = \dfrac{1}{1+x^2}$, $y(0) = 0$.

3. **(Hacer este ejercicio)** Encuentre la solución del siguiente problema de valor inicial $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{1}{e^y - x}$, $y(1) = 0$. Sugerencia: Considere a x como la variable dependiente, en vez de y.