ECUACIONES DIFERENCIALES.
UNIDAD III. Ecuaciones Diferenciales de Orden Superior.
Tarea 8: Ecuaciones Diferenciales Homogéneas.

Elaboró: Sandra Elizabeth Delgadillo Alemán.
Alumno(a): ______________________ **Carrera:** _____ **No. de ejercicios:** __ / 12

I. Resuelve correctamente los siguientes ejercicios:

Ecuaciones Diferenciales Homogéneas (12).

1. **(Hacer 4 ejercicios)** Determine la solución general de las siguientes ecuaciones diferenciales de segundo orden.
   a) $4y'' + y' = 0$. **Solución.** $y = c_1 + c_2 e^{-x/4}$.
   b) $y'' - y' - 6y = 0$. **Solución.** $y = c_1 e^{3x} + c_2 e^{-2x}$.
   c) $y'' + 8y' + 16y = 0$. **Solución.** $y = c_1 e^{-4x} + c_2 x e^{-4x}$.
   d) $12y'' - 5y' - 2y = 0$. **Solución.** $y = c_1 e^{2x/3} + c_2 e^{-x/4}$.
   e) $y'' + 9y = 0$. **Solución.** $y = c_1 \cos 3x + c_2 \sin 3x$.
   f) $y'' - 4y' + 5y = 0$. **Solución.** $y = e^{2x}(c_1 \cos x + c_2 \sin x)$.
   g) $3y'' + 2y' + y = 0$. **Solución.** $y = e^{-x/3}\left(c_1 \cos \frac{\sqrt{2}}{3}x + c_2 \sin \frac{\sqrt{2}}{3}x\right)$.

2. **(Hacer 4 ejercicios)** Determine la solución general de las siguientes ecuaciones diferenciales de orden superior
   a) $y''' - 4y'' - 5y' = 0$. **Solución.** $y = c_1 + c_2 e^{-x} + c_3 e^{5x}$.
   b) $y''' - 5y'' + 3y' + 9y = 0$. **Solución.** $y = c_1 e^{-x} + c_2 e^{3x} + c_3 x e^{3x}$.
   c) $\frac{d^3u}{dt^3} + \frac{d^2u}{dt^2} 2u = 0$. **Solución.** $u = c_1 e^{t} + e^{-t}(c_2 \cos t + c_3 \sin t)$.
   d) $y''' + 3y'' + 3y' + y = 0$. **Solución.** $y = c_1 e^{-x} + c_2 x e^{-x} + c_3 x^2 e^{-x}$.
   e) $y^{(4)} + y''' + y'' = 0$. **Solución.** $y = c_1 + c_2 x + e^{-x/2}\left(c_3 \cos \frac{\sqrt{3}}{2}x + c_4 \sin \frac{\sqrt{3}}{2}x\right)$.
   f) $16\frac{d^4y}{dt^4} + 24\frac{d^2y}{dt^2} + 9y = 0$. **Solución.** $y = c_1 \cos \frac{\sqrt{3}}{2}t + c_2 \sin \frac{\sqrt{3}}{2}t + c_3 t \cos \frac{\sqrt{3}}{2}t + c_4 t \sin \frac{\sqrt{3}}{2}t$.
   g) $\frac{d^5u}{dr^5} + 5\frac{d^4u}{dr^4} - 2\frac{d^3u}{dr^3} - 10\frac{d^2u}{dr^2} + \frac{du}{dr} + 5u = 0$. **Solución.** $u = c_1 e^{r} + c_2 r e^{r} + c_3 e^{-r} + c_4 r e^{-r} + c_5 e^{-5r}$.

3. **(Hacer 2 ejercicios)** Resuelve los siguientes problemas de valor inicial y esboza su grafica, haciendo énfasis en la interpretación geométrica de las condiciones iniciales.
   a) $y'' + 16y = 0$, $y(0) = 2$, $y'(0) = -2$. **Solución.** $y = 2\cos 4x - \frac{1}{2}\sin 4x$.
   b) $\frac{d^2y}{dt^2} - 4\frac{dy}{dt} - 5y = 0$, $y(1) = 0$, $y'(1) = 2$. **Solución.** $y = -\frac{1}{3}e^{-(t-1)} + \frac{1}{3}e^{5(t-1)}$.
   c) $y'' + y' + 2y = 0$, $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$. **Solución.** $y = 0$.
   d) $y''' + 12y'' + 36y' = 0$, $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$, $y''(0) = -7$. **Solución.** $y = -\frac{7}{36} + \frac{7}{36}e^{-6x} + \frac{7}{6}x e^{-6x}$.

4. **(Hacer 2 ejercicios)** Resuelve las siguientes ecuaciones diferenciales, sujeta a las condiciones de frontera indicadas y esboza su gráfica, haciendo énfasis en la interpretación geométrica de las condiciones de frontera.

a) $y'' - 10y' + 25y = 0$, $y(0) = 1$, $y(1) = 0$. **Solución.** $y = e^{5x} - xe^{5x}$.

b) $y'' + y = 0$, $y'(0) = 0$, $y'\left(\dfrac{\pi}{2}\right) = 2$. **Solución.** $y = -2\cos x$.

*Puedes usar GeoGebra `https://www.geogebra.org/m/KGWhcAqc` o WolframAlpha `https://www.wolframalpha.com/` para esbozar o verificar las graficas de las soluciones de PVI o PVF.