ECUACIONES DIFERENCIALES.
UNIDAD I. Ecuaciones Diferenciales de Primer Orden.
Tarea 2: Teorema de Existencia y Unicidad.

Elaboró: Sandra Elizabeth Delgadillo Alemán
Alumno(a): ______________________ **Carrera:** _____ **No. de ejercicios:** __ / 12

Resuelve correctamente los siguientes ejercicios:

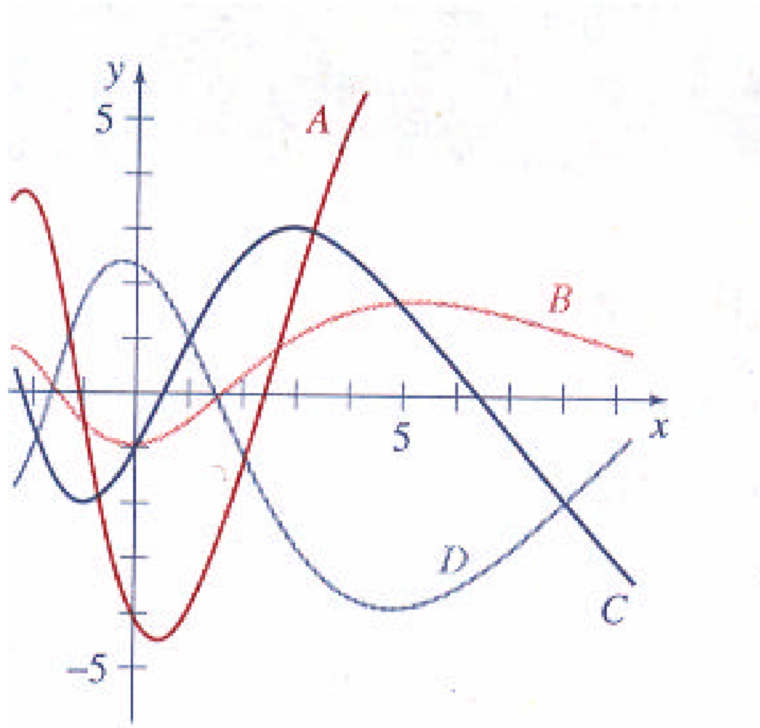
1. En los siguientes problemas se proporciona la solución uniparamétrica de las E.D. Encuentre la solución de los P.V.I. formados por la E.D. y la condición inicial que se proporciona. De el intervalo de definición más grande en el cual se define la solución y esboza la gráfica (si es necesario usa una Gogebra o WolframAlpha).
   a) P.V.I. $y' = y - y^3$ con $y(0) = -\frac{1}{3}$. **Solución.** Sol. Gral. $y(x) = \frac{1}{1+ce^{-x}}$.
   b) P.V.I. $y' + 2xy^2 = 0$ con $y(-2) = \frac{1}{2}$. **Solución.** Sol. Gral. $y(x) = \frac{1}{x^2+c}$.
2. Sea $y(x) = 2x + ce^{-x}$ de la ecuación diferencial $y' + y = 2 + 2x$.
   a) Determina la solución particular que pasa por el punto (x_0, y_0).
   b) Considera el punto $(1, 1)$ e indica que función solución pasa por dicho punto.
   c) Esboza la familia de soluciones de la E.D. dada e identifica la curva de la función solución encontrada en b).
3. Resuelve el problema de valor inicial $ty' + 2y = \sin t$, $y(\pi/2) = 1$, $t > 0$. Utilice WolframAlpha para determinar la solución general de la ecuación diferencial.
4. Compruebe que $3x^2 + y^2 = c$ es la solución general implícita de la E.D. $\frac{dy}{dx} = -\frac{3x}{y}$.
   a) Encuentre la solución particular implícita que satisface el P.V.I conformado por la E.D. dada y la condición inicial $y(-2) = 3$.
   b) Encuentre las soluciones explícitas de la E.D. $y = y(x)$ e indica cual es su intervalo de definición.
   c) Grafíca algunas soluciones explícitas de la ecuación diferencial e indica cual gráfica corresponde a la solución del P.V.I.
5. Aproveche que se da la solución general de las ecuaciones diferenciales, para determinar una solución de los problemas de valores iniciales formados por la ecuación y las condiciones iniciales indicadas. Esboza la gráfica de la solución de los P.V.I. para mostrar la interpretación geométrica de las condiciones iniciales.
   a) $x(t) = c_1 \cos t + c_2 \sin t$, $x'' + x = 0$.
      i. $x(0) = -1$, $x'(0) = 8$.
      ii. $x\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2}$, $x'\left(\frac{\pi}{6}\right) = 0$.
   b) $y(x) = c_1e^x + c_2e^{3x} + \frac{1}{3}$, $y'' - 4y' + 3y = 1$.
      i. $y(0) = y'(0) = 1$.
      ii. $y(-1) = 0$, $y'(-1) = -5$.

Problemas para Discusión.

1. Encuentra una función $y = y(x)$ cuya gráfica en cada punto (x, y) tiene la pendiente dada por $8e^{2x} + 6x$ y la ordenada al origen $(0, 9)$.

2. En la Figura muestra las gráficas de cuatro miembros de una familia de soluciones de la ecuación diferencial de segundo orden $\dfrac{d^2y}{dx^2} = f(x, y, y')$. Determine la correspondencia de cada curva solución con las condiciones iniciales adecuadas.

   a) $y(1) = 1, y'(1) = -2$.
   b) $y(-1) = 1, y'(-1) = -4$.
   c) $y(1) = 1, y'(1) = 2$.
   d) $y(0) = -1, y'(0) = 2$.
   e) $y(0) = -1, y'(0) = 0$.
   f) $y(0) = -4, y'(0) = -2$.



3. Considere el problema de valores iniciales $y' = x - 2y$, $y(0) = \frac{1}{2}$. Determine cuál de las dos curvas que se muestran en la siguiente figura es la única curva solución plausible.
   Explique su razonamiento.