UNIVERSIDAD AUTONOMA DE AGUASCALIENTES

ECUACIONES DIFERENCIALES.
PARCIAL 1.

Elaboró: Sandra Elizabeth Delgadillo Alemán.
Alumno(a): ______________________________ **Carrera:** _____ **No. de ejercicios:** __ /

Resuelve correctamente los siguientes ejercicios:

0.1 Ejercicios de repaso.

1. Obtener la 1^{er} y 2^{da} derivada de las siguientes funciones:

   a) $g(s) = 3s^2 - 2s^4.$

   b) $h(x) = 6\sqrt{x} + 3\sqrt[3]{x}.$

   c) $f(x) = 4x - 5\sin x.$

   d) $h(t) = \dfrac{8}{5t^4}.$

   e) $y(x) = \dfrac{x^4}{\cos x}.$

   f) $f(x) = (2x^3 + 5x)(3x - 4).$

   g) $y(x) = x\cos x - \sin x.$

   h) $y(x) = (7x + 3)^4.$

   i) $f(x) = \dfrac{1}{(5x+1)^2}.$

   j) $h(x) = 5\cos(9x + 1).$

   k) $f(x) = \sqrt{1 - x^3}.$

   l) $f(x) = \dfrac{3x}{\sqrt{x^2+1}}.$

   m) $h(x) = \left(\dfrac{x+5}{x^2+3}\right)^2.$

2. Utilice las tablas de integración para determinar las integrales indefinidas dadas.

   a) $\displaystyle\int (x-6)dx.$

   b) $\displaystyle\int \frac{6}{\sqrt[3]{x}}dx.$

   c) $\displaystyle\int (2x - 9\sin x)dx.$

   d) $\displaystyle\int \frac{x^2}{\sqrt{x^3+3}}dx.$

   e) $\displaystyle\int x\sin 3x^2 dx.$

   f) $\displaystyle\int \frac{\cos\theta}{\sqrt{1-\sin\theta}}d\theta.$

   g) $\displaystyle\int 2xe^{2x}dx.$

   h) $\displaystyle\int \frac{1}{7x-2}dx.$

   i) $\displaystyle\int (x+1)e^{(x+1)^2}dx.$

   j) $\displaystyle\int \frac{\sin x}{1+\cos x}dx.$

   k) $\displaystyle\int \frac{e^{4s} - e^{2s} + 1}{x^2e^{x^3}+1}ds.$

   l) $\displaystyle\int x^2e^{x^3+1}ds.$

   m) $\displaystyle\int \frac{x}{9-x^4}dx.$

3. Clasifica las siguientes E.D.

   a) $\dot{y} = \sin t - t^3 y.$

   b) $y'' - t^2 y = \sin t + (y')^2.$

   c) $e^t y'' + (\sin t)y' + 3y = 5e^t.$

   d) $\left(\dfrac{d^2y}{dx^2}\right)^2 = y^5.$

   e) $(t^2 + y^2)^{1/2} = y' + t.$

   f) $y' = (1+t^2)y'' - \cos t.$

   g) $\dfrac{dy}{dt} = \dfrac{1}{t^2 - t}.$

   h) $5\dfrac{d^2x}{dt^2} + 4\dfrac{d^2y}{dx^2} + 9x = 2\cos 3x.$

   i) $8\dfrac{dy}{dx^2} = x(1-x).$

4. Resuelve las E.D. de V.S.

a) $\dfrac{dx}{dt} = 3xt^2$.

b) $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{x}{y^2\sqrt{1+x}}$.

c) $\dfrac{dx}{dt} = \dfrac{t}{xe^{t+2x}}$.

d) $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{\sec^2 y}{1+x^2}$.

e) $\dfrac{dy}{dx} = 3x^2(1+y^2)^{3/3}$.

f) $y^{-1}dy + ye^{\cos x}\sin x dx = 0$.

g) $\dfrac{1}{2}\dfrac{dy}{dx} = \sqrt{y+1}\cos x,\ y(\pi) = 0$.

h) $\sqrt{y}dx + (1+x)dy = 0\ ,\ y(0) = 1$.

i) $\dfrac{1}{\theta}\dfrac{dy}{d\theta} = \dfrac{y\sin\theta}{y^2+1}$.

5. Resuelve las siguientes E.D. lineales.

a) $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{y}{x} + 2x + 1$.

b) $\dfrac{dy}{dx} - t - e^{3x} = 0$.

c) $t(2y-1) + 2y' = 0$.

d) $y\dfrac{dx}{dy} + 2x = 5y^3$.

e) $y' = \sin t - y\sin t$.

f) $(x^2+1)\dfrac{dy}{dx} + xy - x = 0$.

g) $(3t - y) + 2ty' = 0$.

h) $y' + (\cos t)y = 2\cos t$.

i) $\dfrac{dy}{dx} + \dfrac{3}{x}y + 2 = 3x,\ y(1) = 1$.

6. Verifica si las E.D. son separables, lineales, ambas, o ninguna.

a) $\dfrac{dx}{dt} + xt = e^x$.

b) $3t = e^t\dfrac{dy}{dt} + y\ln x$.

c) $3r = \dfrac{dr}{d\theta} - \theta^3$.

d) $x^2\dfrac{dy}{dx} + \sin x - y = 0$.

e) $(t^2+1)\dfrac{dy}{dt} = yt - y$.

f) $x\dfrac{dx}{dt} + t^2x = \sin t$.

0.2 Ejercicios de Razonamiento.

1. Muestra que $x^2 + x - 3 = 0$ es una solución implícita de $\dfrac{dy}{dx} = -\dfrac{1}{2y}$, en el intervalo $(-\infty, 3)$.

2. Muestr que $xy^3 - xy^3\sin x = 1$ es una solución implícita de
$$\frac{dy}{dx} = \frac{(\cos x + \sin x - 1)y}{3(x - x\sin x)}.$$

3. Muestra que $\phi(x) = e^x - x$ es una solución explícita de
$$\frac{dy}{dx} + y^2 = e^{2x} + (1-2x)e^x + x^2 - 1.$$

4. Muestra que $\phi(x) = x^2 - x^{-1}$ es una solución explícita de $x^2\dfrac{d^2y}{dx^2} = 2y$, en el intervalo $(0, \infty)$.

5. Determina, si $e^{xy} + y = x - 1$ es solución implícita de la E.D. $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{e^{-xy} - y}{e^{-xy} + x}$. Asuma que $y = y(x)$.

6. Verifica que $\phi(x) = c_1\sin x + c_2\cos x$ es una solución de $\dfrac{d^2y}{dx^2} + y = 0$, para cualquier constantes c_1, c_2. Entonces $c_1\sin x + c_2\cos x$ es una familia de soluciones de la E.D. con dos parámetros.

7. Verifica que $x^2 + cy^2 = 1$, donde c es una constante abritraria diferente de cero, es una familia de un sólo parámetro, de soluciones de
$$\frac{dy}{dx} = \frac{xy}{x^2-1}.$$

8. Muestra que $\phi(x) = Ce^{3x} + 1$ es una solución de $\frac{dy}{dx} - 3y = -3$ para cualquier constante C. Entonces $Ce^{x} + 1$ es una familia de soluciones de la E.D. con un sólo parámetro. Grafica algunas funciones solución.

9. Sea $c > 0$. Muestra que la función $\phi(x) = (c^2 - x^2)^{-1}$ es una solución al problema de valor inicial $\frac{dy}{dx} = xy^2$, con $y(0) = 1/c^2$, en el intervalo $-c < x < c$.