Def.:

El conjunto de dobleces posibles es $D = \{a_i, b_j, c_k | i, j \in J_{17}, k \in J_{30}\}$, un conjunto de segmentos de rectas.

Obs.:

Los dobleces que se harán al manifold son elementos del conjunto $D - \{a_1, b_1, a_{17}, b_{17}\}$.

Obs.:

Se ocupan 16 dobleces horizontales y verticales por la configuración 5 y similares.

Obs.:

Todo triángulo de una configuración queda atrapado por exactamente <u>3 dobleces</u> (trivialmente).

Def.:

Definimos el conjunto de triángulos de un manifold

$M = \{(a_i, c_j, c_k), (b_i, c_j, c_k), i \in J, j \in J, k = 16..., a_i \cap c_j \neq D, a_i \cap c_j \neq \phi, c_j \cap c_k \neq D, b_i \cap c_j \neq \phi, b_i \cap c_k \neq \phi\}$

Obs.:

$M \subseteq D^3$

Def.:

Consideremos el conjunto de vértices $V = M$ y hacemos que para cada par de vértices adyacentes exista <u>una arista</u>

$|\pi_1(b) \cap \pi_1(e)| > 1$

$|\pi_i(a) \cap \pi_i(e)| \leqslant 1$

$|\pi_1(c) \cap \pi_1(i)| > 1$

$|\pi_i(e) \cap \pi_i(f)| \leqslant 1$

$|\pi_3(a) \cap \pi_3(d)| > 1$

$|\pi_i(b) \cap \pi_i(d)| \leqslant 1$

$|\pi_i(a) \cap \pi_i(k)| \leqslant 1$

$|\pi_3(b) \cap \pi_3(c)| > 1$

$|\pi_2(c) \cap \pi_2(d)| > 1$

$$\begin{aligned} E &= \{\{u, v\} : |\pi_i(u) \cap \pi_i(v)| > 1, \text{ para algún } i\} \\ &\subseteq \{\{u, v\} : u, v \in M\} \end{aligned}$$

ese el grafo $G = (V, E)$ que describe la forma de todos los manifolds.

Def.:

Sea $G = (V, E)$ el grafo anterior. Definimos una configuración de un <u>manifold</u> como una función $c : V \longrightarrow J_3$ donde los elementos de J_3 representan lo siguiente:

a) El color 1 se interpreta como blanco

b) El color 2 se interpreta como negro

c) El color 3 se interpreta como transparente

tal que $c = 1$ en 32 triángulos, $c = 2$ en 32 y $c = 3$ en 64.

ALGORITMO

1. Se tiene el grafo coloreado

Obs.:

del mismo color representan unión de triángulos

2. Identificar todos los triángulos de cada color.

3. Identificar todos los triángulos de un mismo color conectado.

Def.:

En un grafo $G = (V, E)$ decimos que $u \in V$ es vecino de $v \in V$ si $\exists (u, v) \in E$. decimos que u, v son adyacentes

Def.:

Decimos que el grafo G es conexo si $\forall u \in V, \exists v \in V$ tal que u y v son vecinos

Def.:

Dado un grafo $G = (V, E)$, un subgrafo G' es un par $V' \subseteq U \wedge E' \subseteq V' \times V'$ con $G' = (V', E')$.

Def.:

Un área o región de un manifold es un subgrafo $\boxed{\text{conexo}}$ $G' \subseteq G$ tal que $c(G')$ tiene un solo elemento.

Obs.:

Todos los nodos de un área tienen el mismo color.

Def.:

Un nodo frontera es un $a \in M$ tal que $c(a) \neq c(b)$ para algún nodo $b \in M$ adyacente a a

Def.:

Definimos

$B = \{b \in M | c(b) = 1\}$,

$N = \{n \in M | c(n) = 2\}$,

$T = \{t \in M | c(t) = 3\}$

Obs.:

B es el conjunto de triángulos blancos, N los negros y T los transparentes.

Obs.: $\{B, N, T\}$ es una partición de M

Def.:

Denotaremos como

$E_1 = \{\{u, v\} : u, v \in B \wedge |\pi_i(u) \cap \pi_i(v)| > 1, \text{ para algún } i\}$

$E_2 = \{\{u, v\} : u, v \in N \wedge |\pi_i(u) \cap \pi_i(v)| > 1, \text{ para algún } i\}$

$E_3 = \{\{u, v\} : u, v \in T \wedge |\pi_i(u) \cap \pi_i(v)| > 1, \text{ para algún } i\}$

Obs.:

Para resolver el problema hay que considerar las componentes conexas de los grafos

$$G_1 = (B, E_1), G_2 = (N, E_2) G_3 = (T, E_3)$$

y sus fronteras.

Def.:

Un área máximal es un área de G que es una componente conexa de G_i para algún i.

4. identificar las áreas maximales y sus fronteras

5. trazar los dobleces de todas las fronteras.

Sea $J_n = \{1, 2, ..., n\} = \mathbb{N} \cup [1, n]$

Sea $V = J_n \times J_n \times \{-1, 1\} \cup \{(0, 0, 0)\}$

Def.:

Sean $\pi_1 : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^3$ por $\pi_i(?) = x_i$

Def.:

Sea $C \subseteq V \times V$ por

$$(x, y) \iff \pi_i(x) = \pi_i(y)$$
$$C_1 = \{(x, y) \in V^2 : \pi_1(x) = \pi_1(y)\}$$

Sea $R_2 = \{(x, y) \in V^2 : \pi_2(x) = \pi_2(y)\}$

entonces claramente C_1 y R_2 son clases de equivalencia, y una clase de equivalencia en C_2 es la columna en la parte superior y C en la inferior. Una clase de equivalencia en R_1 es una ¿? sin la cara inferior y R_2 es la superior

Teo.:

$$C = C_1 \cup C_2 = \{(x, y) \in V^2 : \pi_1(x) = \pi_1(y)\} \wedge R = R_1 \cup R_2 = \{(x, y) \in V^2 : \pi_2(x) = \pi_2(y)\}$$

son clases de equivalencia.

Def.:

$$R_k(a_1, a_2, b_1, b_2) = \{x \in V, a_1 \leqslant \pi_1(x) \leqslant a_2, b_1 \leqslant \pi_2(x) \leqslant b_2\} = R_1 \cup R_2$$

Def.:

$$C_2(a) = R_2(a, a, 1, m), a \in J(n)$$
$$F_i(b) = R_2(1, n, b, b), b \in J(m)$$

Obs.:

$$V = \bigcup_{k=1, a \in J(n)} C_i(a) = \bigcup_{k=1, b \in J(m)} F_i(b)$$

son ajenos

$$V = \bigcup_{a \in J(n)} C_i(a) = \bigcup_{b \in J(m)} F_i(b)$$

Def.:

$C(a) = G(a) \cup C(a)$

$F(b) = F_1(b) \cup F_2(b)$

$$f_1^{-1}(x) = \begin{cases} (0, 0, 0) & x \in R(1, ?, 1, m) \\ (\pi_1(x) + 1, \pi_2(x), -\pi_3(x)) & x \in C(1) \\ x & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$f_2^{-1}(x) = \begin{cases} (0, 0, 0) & x \in R(1, 2(2), 1, m) \\ (\pi_1(x) - 3, \pi_2(x), \pi_3(x)) & x \in C_1(1) \\ (\pi_1(x) + 1, \pi_2(x), -\pi_3(x)) & x \in C_1(2) \\ x & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$f_2^1(x) = \begin{cases} (0,0,0) & x \in R(1,2(2),1,m) \\ (\pi_1(x)+3, \pi_2(x), -\pi_3(x)) & x \in C(1) \\ (\pi_1(x)+1, \pi_2(x), -\pi_3(x)) & x \in C(2) \\ x & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$f_3^{-1}(x) = \begin{cases} (0,0,0) & x \in R(1,2(3),1,m) \\ (\pi_1(x)+5, \pi_2(x), -\pi_3(x)) & x \in C(1) \\ (\pi_1(x)+3, \pi_2(x), -\pi_3(x)) & x \in C(2) \\ (\pi_1(x)+1, \pi_2(x), -\pi_3(x)) & x \in C(3) \\ x & \text{otherwise} \end{cases}$$