Origami, Teselaciones y Teoría de Conjuntos.

Por Erick Rodríguez.

UAA, LMA.

September 29, 2022

El *origami* (), es el arte japonés de crear superficies de papel a través de realizar *dobleces* a una sola hoja.

Sean $a < b$ y $c < d$. Entonces al conjunto $[a, b] \times [c, d] \subseteq \mathbb{R}^2$ se le llama ***rectángulo***. Es decir, un ***origami*** es una transformación continua $T : [a, b] \times [c, d] \longrightarrow \mathbb{R}^3$, y esperamos que satisfaga lo siguiente.

1. Existe una partición de $[a, b] \times [c, d]$ tal que $T\big|_A$ es inyectiva para cada A en la partición.
2. T preserva ángulos y distancias entre cada par de elementos de un conjunto en la partición.
3.

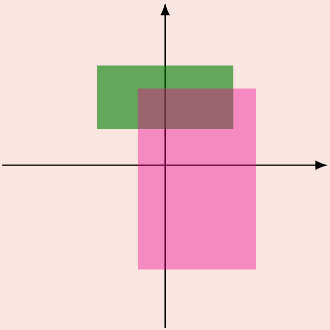
Por ser T continua y D compacto, $T(D)$ es compacto.

Observación.

La intersección de rectángulos siempre es un rectángulo.

La unión de rectángulos no-necesariamente es rectángulo.

$$\left(\bigcup_{i=1}^{n} A_i\right)\times\left(\bigcup_{i=1}^{m} B_i\right) = \bigcup_{i,j=1}^{n,m} A_i\times B_j.$$



Es decir, no se puede definir una topología cuyos abiertos sólo sean rectángulos.

Definición.

Sea $X \neq \varnothing$. Una colección $\mathscr{C} \subseteq \mathscr{P}(X)$, es un π*–sistema* si satisface la siguiente condición.

1. $\forall A_1, \ldots, A_n \in \mathscr{C} \quad \Rightarrow \bigcap_{i=1}^{n} A_i \in \mathscr{C}$.

Lema.

Sea $\mathscr{A}$ conjunto de índices. Si $\mathscr{C}_\alpha$, $\alpha \in \mathscr{A}$ es un $\pi-$sistema, para todo $\alpha \in \mathscr{A}$, entonces

$$\bigcap_{\alpha \in \mathscr{A}} \mathscr{C}_\alpha \text{ es un } \pi\text{−sistema.}$$

Demostración.

- Si $A_1, \ldots, A_n \in \bigcap_{\alpha \in \mathscr{A}} \mathscr{C}_\alpha$, entonces
- $A_1, \ldots, A_n \in \mathscr{C}_\alpha, \forall \alpha \in \mathscr{A}$. Por ser $\mathscr{C}_\alpha$, $\pi-$sistema: