***Def.:***

El conjunto de dobleces posibles es $D = \{a_i, b_j, c_k | i, j \in J_{17}, k \in J_{30}\}$, un conjunto de segmentos de rectas.

***Obs.:***

Los dobleces que se harán al manifold son elementos del conjunto $D - \{a_1, b_1, a_{17}, b_{17}\}$.

***Obs.:***

Se ocupan 16 dobleces horizontales y verticales por la configuración 5 y similares.

***Obs.:***

Todo triángulo de una configuración queda atrapado por exactamente 3 dobleces (trivialmente).

***Def.:***

Definimos el conjunto de triángulos de un manifold

$M = \{(a_i, c_j, c_k), (b_i, c_j, c_k), i \in J, j \in J, k = 16..., a_i \cap c_j \neq D, a_i \cap c_j \neq \phi, c_j \cap c_k \neq D, b_i \cap c_j \neq \phi, b_i \cap c_k \neq \phi\}$

***Obs.:***

$M \subseteq D^3$

***Def.:***

Consideremos el conjunto de vértices $V = M$ y hacemos que para cada par de vértices adyacentes exista una arista

$|\pi_1(b) \cap \pi_1(e)| > 1$

$|\pi_i(a) \cap \pi_i(e)| \leqslant 1$

$|\pi_1(c) \cap \pi_1(i)| > 1$

$|\pi_i(e) \cap \pi_i(f)| \leqslant 1$

$|\pi_3(a) \cap \pi_3(d)| > 1$

$|\pi_i(b) \cap \pi_i(d)| \leqslant 1$

$|\pi_i(a) \cap \pi_i(k)| \leqslant 1$

$|\pi_3(b) \cap \pi_3(c)| > 1$

$|\pi_2(c) \cap \pi_2(d)| > 1$

$$\begin{aligned} E &= \{\{u, v\} : |\pi_i(u) \cap \pi_i(v)| > 1, \text{ para algún } i\} \\ &\subseteq \{\{u, v\} : u, v \in M\} \end{aligned}$$

ese el grafo $G = (V, E)$ que describe la forma de todos los manifolds.

***Def.:***

Sea $G = (V, E)$ el grafo anterior. Definimos una configuración de un manifold como una función $c : V \longrightarrow J_3$ donde los elementos de $J_3$ representan lo siguiente:

a) El color 1 se interpreta como blanco

b) El color 2 se interpreta como negro

c) El color 3 se interpreta como transparente

tal que $c = 1$ en 32 triángulos, $c = 2$ en 32 y $c = 3$ en 64.

ALGORITMO

1. Se tiene el grafo coloreado

***Obs.:***

del mismo color representan unión de triángulos

2. Identificar todos los triángulos de cada color.

3. Identificar todos los triángulos de un mismo color conectado.

***Def.:***

En un grafo $G = (V, E)$ decimos que $u \in V$ es vecino de $v \in V$ si $\exists (u, v) \in E$. decimos que $u, v$ son adyacentes

***Def.:***

Decimos que el grafo $G$ es conexo si $\forall u \in V, \exists v \in V$ tal que $u$ y $v$ son vecinos

***Def.:***

Dado un grafo $G = (V, E)$, un subgrafo $G'$ es un par $V' \subseteq U \wedge E' \subseteq V' \times V'$ con $G' = (V', E')$.

***Def.:***

Un área o región de un manifold es un subgrafo $\boxed{\text{conexo}}$ $G' \subseteq G$ tal que $c(G')$ tiene un solo elemento.

***Obs.:***

Todos los nodos de un área tienen el mismo color.

***Def.:***

Un nodo frontera es un $a \in M$ tal que $c(a) \neq c(b)$ para algún nodo $b \in M$ adyacente a $a$

***Def.:***

Definimos

$B = \{b \in M | c(b) = 1\}$,

$N = \{n \in M | c(n) = 2\}$,

$T = \{t \in M | c(t) = 3\}$

***Obs.:***

$B$ es el conjunto de triángulos blancos, $N$ los negros y $T$ los transparentes.

***Obs.:*** $\{B, N, T\}$ es una partición de $M$

***Def.:***

Denotaremos como

$E_1 = \{\{u, v\} : u, v \in B \wedge |\pi_i(u) \cap \pi_i(v)| > 1, \text{ para algún } i\}$

$E_2 = \{\{u, v\} : u, v \in N \wedge |\pi_i(u) \cap \pi_i(v)| > 1, \text{ para algún } i\}$

$E_3 = \{\{u, v\} : u, v \in T \wedge |\pi_i(u) \cap \pi_i(v)| > 1, \text{ para algún } i\}$

***Obs.:***

Para resolver el problema hay que considerar las componentes conexas de los grafos

$$G_1 = (B, E_1), G_2 = (N, E_2) G_3 = (T, E_3)$$

y sus fronteras.

***Def.:***

Un área máximal es un área de $G$ que es una componente conexa de $G_i$ para algún $i$.

4. identificar las áreas maximales y sus fronteras

5. trazar los dobleces de todas las fronteras.