Structuri de date și algoritmi

Universitatea Politehnica Timișoara
P-ța Victoriei nr. 2
RO 300006 - Timișoara
Tel: +4 0256 403000
Fax: +4 0256 403021
rector@rectorat.upt.ro
www.upt.ro

Domeniul de studii: Informatică/ Specializarea: Informatică

SDA – Cursul 2

Ș.l. dr.ing. Adriana ALBU
adriana.albu@upt.ro
http://www.aut.upt.ro/~adrianaa

Universitatea
Politehnica
Timişoara

P-ţa Victoriei nr. 2
RO 300006 - Timişoara
Tel: +4 0256 403000
Fax: +4 0256 403021
rector@rectorat.upt.ro
www.upt.ro

1. Structuri de date fundamentale (partea întâia)

1.1 Preliminarii

- Caracteristici ale sistemelor de calcul:
  - viteza de lucru
  - capacitatea de memorare
  - posibilitățile de acces la informațiile memorate
- Sistemele de calcul prelucrează informații
  - reprezintă o abstractizare a lumii reale
  - se concretizează într-o mulțime de date
- Constituirea informațiilor furnizate unui program comportă două etape (adeseori se întrepătrund):
  - stabilirea abstractizării valabile pentru rezolvarea problemei, în urma căreia rezultă un set de date inițial
  - stabilirea modului de reprezentare în sistem a acestor date

1.2 Tipuri de date / 1.2.1 Conceptul de tip de dată

- E necesar ca fiecare constantă, variabilă, expresie sau funcție să se încadreze unui anumit tip de dată
- Un tip de data se caracterizează prin:
  - mulțimea valorilor
  - grad (nivel) de structurare
  - set de operatori specifici
- Precizarea tipurilor de date se realizează prin **declarații**
  - explicite – preced textual utilizarea obiectelor încadrate în acele tipuri
  - implicite – unele tipuri sunt recunoscute implicit prin reprezentare

1.2.1 Conceptul de tip de dată

➢ Caracteristicile conceptului de tip de dată

- determină în mod univoc mulțimea valorilor pe care le poate asuma un element încadrat în tipul respectiv (constante, variabile sau valori generate de un operator sau o funcție)
- tipul unui element sintactic poate fi dedus din forma sa de prezentare sau din declarația sa explicită, fără a fi necesară execuția unor procese de calcul suplimentare
- fiecare operator sau funcție acceptă argumente de un tip precizat și furnizează rezultate de asemenea de un tip precizat
- presupune un anumit grad de structurare a informației, grad care e evidențiat de nivelul de organizare asociat tipului de dată

➢ Datorită acestor caracteristici

- compilatoarele verifică legalitatea și compatibilitatea unor construcții de limbaj, încă în faza de compilare (fără a fi necesară execuția)

1.2.1 Conceptul de tip de dată

- Metode de structurare
  - prin agregare:
    - definirea unor tipuri de date noi prin agregare (conglomerare), pornind de la tipuri existente (anterior definite)
    - valorile tipurilor rezultate sunt conglomerate de valori ale tipurilor constitutive
    - dacă există un singur tip constitutiv, acesta se numește tip de bază
  - prin încuibare:
    - definirea unor tipuri de date în interiorul altor tipuri
- Cele două metode pot fi combinate
  - => un anumit nivel de structurare, bazat pe o ierarhie de structuri
  - tipurile de la baza structurării trebuie să fie tipuri primitive (atomi)

1.2.1 Conceptul de tip de dată

- Tipuri primitive nestructurate (fundamentale):
  - tipuri standard, numite și **predefinite**, care au de regulă corespondență cu reprezentări asociate arhitecturii hardware a sistemului de calcul
  - **definite de utilizator** prin enumerarea valorilor constitutive ale tipului
- Dacă între valorile individuale ale tipului există o relație de ordonare, atunci tipul de dată este ordonat sau **scalar**
  - majoritatea tipurilor primitive sunt scalare
- Metodele de structurare de bază generează tipuri de date structurate:
  - statice
  - dinamice
  - (sunt definite de utilizator)

1.2.2 Conceptul de tip de data abstract (TDA)

- Un TDA poate fi definit drept o asociere între:
  - un model matematic (MM)
  - un set de operatori definit pentru valorile manipulate de modelul matematic
- Un TDA
  - generalizează noțiunea de tip de dată primitiv
  - încapsulează elementele specifice definiției sale
    - încapsulează alături de structura de date corespunzătoare modelului matematic si procedurile sau funcțiile care materializează operatorii
- La rândul său, o procedură sau o funcție
  - este un element fundamental de programare care:
    - generalizează noțiunea de operator
    - încapsulează elementele specifice operatorului definit prin procedură sau funcție
      - încapsularea are ca rezultat definirea procedurii sau funcției într-un singur loc în program (încapsulare cod)

1.2.2 Conceptul de tip de data abstract (TDA)

- MM <-> structura de date
- Set de operatori <-> proceduri sau funcții

- În urma definirii, un TDA poate fi tratat în continuare ca un tip primitiv de dată
  - utilizatorul nemaifiind preocupat de maniera de proiectare a tipului de data, ci doar de maniera de acces (interfață)
- TDA permit de asemenea o abordare ierarhica în construirea tipurilor structurate abstracte (ex. TDA lista)

1.2.2 Conceptul de tip de data abstract (TDA)

➢ Avantajele utilizării TDA

- În urma definirii unui TDA, toate prelucrările se vor realiza în termenii operatorilor definiți asupra acestui tip
- Indiferent de maniera concretă de implementare a TDA, forma operatorilor, respectiv interfața acestora cu utilizatorul rămâne nemodificată
  - permite modificarea cu ușurință a implementării cu condiția păstrării prototipului funcției asociată operatorului
- Nu există nicio limită asupra numărului de operații care pot fi aplicate instanțelor unui model matematic precizat
  - cu specificația că fiecare set de operații definește și se refera la un TDA distinct

1.2.2 Conceptul de tip de data abstract (TDA)

➢ Implementarea unui TDA

- Prin implementarea unui TDA se înțelege translatarea (exprimarea) sa în termenii unui limbaj de programare:
  - definirea structurii de date care materializează modelul matematic al TDA
  - scrierea procedurilor (funcțiilor) care implementează operatorii precizați în definirea TDA (utilizând noțiunile limbajului de programare sau operatorii definiți deja)
- Un TDA se implementează pornind de la tipurile de bază specifice limbajului de programare și utilizând facilitățile de structurare puse la dispoziție de limbaj

➢ Prin implementare un TDA devine tip de data (TD)

1.2.2 Conceptul de tip de data abstract (TDA)

- TD sunt utilizate pentru declararea unor variabile de tipul respectiv
  - aceste variabile se numesc **instanțe** ale tipului de dată
  - procesul de declarare a variabilelor se numește **instanțiere**
- Variabila – un element sintactic precizat printr-un nume simbolic
  - i se asociază o zonă de memorie (de o anumită dimensiune, specifică tipului de dată), al cărei conținut îl reprezintă valoarea curentă a variabilei
- Structura de date – o colecție specifică de variabile, aparținând unuia sau mai multor tipuri de date, asociate în diverse moduri, cu scopul de a facilita accesul, prelucrarea și relațiile dintre entitățile constitutive

Rezumat pentru 1.2

Tip de date abstract (TDA)
asociere între un model matematic (MM) și un set de operatori specifici

Tip de date (TD)
implementare a unui TDA într-un limbaj de programare

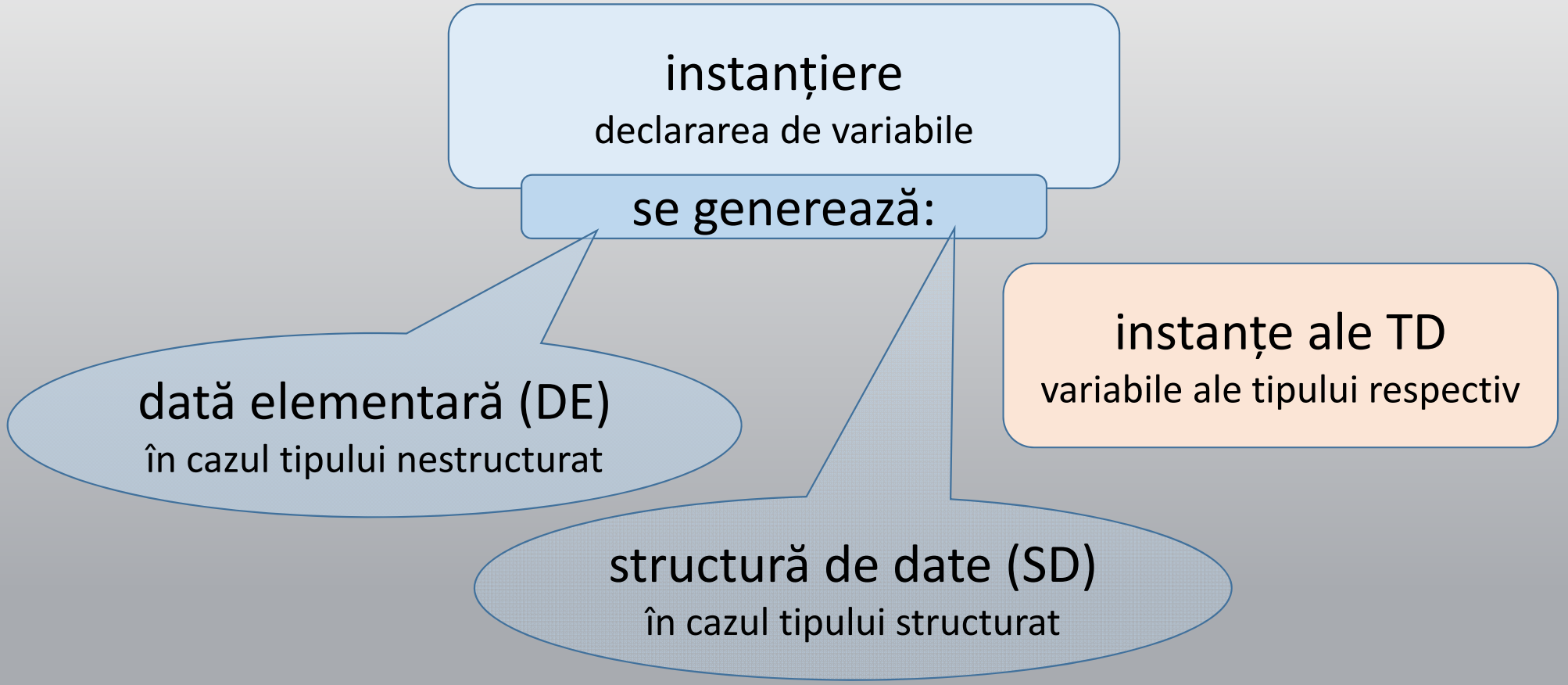
se caracterizează prin:

- mulțimea valorilor (pe care le pot lua elementele tipului respectiv)
- un anumit grad (nivel) de structurare (organizare) a informației
- set de operatori specifici

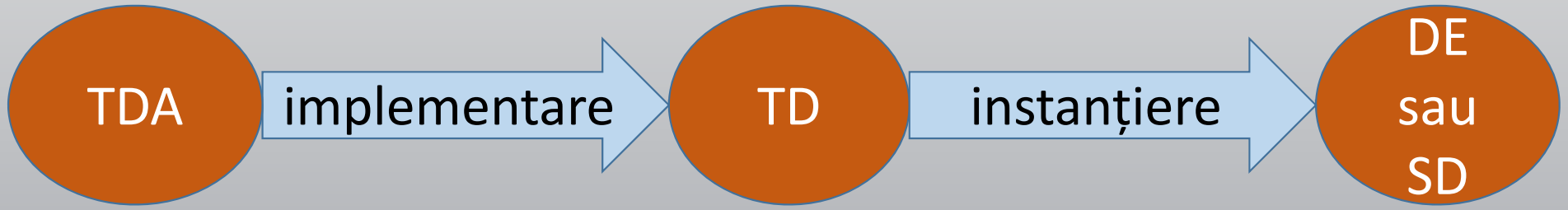
pot fi:

- nestructurate
- structurate

Rezumat pentru 1.2



Rezumat pentru 1.2



1.3 Tipuri primitive nestructurate / 1.3.1 Tipuri primitive standard (predefinite)

- Fac parte din categoria tipurilor nestructurate
- Sunt numite standard deoarece sunt implementate direct prin caracteristicile hardware ale sistemului
  - întreg
  - real
  - boolean
  - caracter
- TDA întreg, real, boolean, caracter sunt definite prin limbaj, pentru utilizare fiind necesară doar instanțierea (se încadrează în categoria tipurilor de date)

1.3.1 Tipuri primitive standard (predefinite)

- Tipul întreg
- este format din submulțimea reprezentabilă a numerelor întregi
- operatori:
  - atribuire
  - comparare
  - aritmetici (+, -, x, /, %)
  - operatorul DIV – împărțire întreagă, cu ignorarea restului
    - m - n < (m DIV n) x n <= m
  - operatorul MOD – modulo, furnizează restul împărțirii întregi
    - (m DIV n) x n + (m MOD n) = m
  - Uzual sunt mai multe categorii de tipuri întregi (signed, unsigned, short, long)

1.3.1 Tipuri primitive standard (predefinite)

➢ Tipul întreg

- MM – o mulțime de elemente scalare cu valori în mulțimea numerelor întregi ex.: {-20,..,-2,-1, 0 ,1,2,…,20}
- Notații
  - i, j, k – variabile întregi
  - inz – întreg diferit de zero
  - inn – întreg non-negativ
  - e – valoare întreagă
  - b – valoare booleană

Operatori:

AtribuireIntregi(i,e)
AdunareIntregi (i,j) -> k
ScadereIntregi(i,j) -> k
InmultireIntregi(i,j) -> k
ImpartireIntregi(i,inz) -> k
Modulo(i,inz) -> inn
EgalZero(i) -> b
MaiMareCaZero(i) -> b

- Într-un limbaj de programare implementarea acestor operatori se realizează în mod direct

1.3.1 Tipuri primitive standard (predefinite)

➢ Tipul real

- Implementează o submulțime reprezentabilă a numerelor reale
- Operatori: +, -, x, /
- Calculele se realizează cu o anumită aproximație, funcție de lungimea zonei de memorie utilizată în reprezentarea valorilor reale (rotunjiri cauzate de efectuarea calculelor cu un număr finit de zecimale)
- Implementarea operatorilor se realizează direct prin construcții sintactice ale limbajelor de programare
- Uzual sunt mai multe categorii de tipuri reale (float, double)

1.3.1 Tipuri primitive standard (predefinite)

Tipul boolean

- Implementează valorile logice standard Adevărat și Fals
- În limbajul C acest tip lipsește fiind substituit de valorile întregi:
  - 1 sau diferit de zero – adevărat
  - 0 – fals
- Operatori specifici: operatorii logici
  - conjuncție – AND, &&
  - reuniune – OR, ||
  - negație – NOT, !
- Operatorul comparație aplicat asupra valorilor oricărui tip de date conduce la rezultate de tip boolean
  - poate fi atribuit unei variabile de tip logic
  - poate fi utilizat ca operand al unui operator logic într-o expresie booleană

1.3.1 Tipuri primitive standard (predefinite)

Tipul caracter

- Mulțimea de caractere reprezentabile de regulă la un dispozitiv de afișare (mulțimea valorilor depinde de dispozitivul de ieșire)
- Au fost stabilite diverse convenții de codificare a caracterelor:
  - ISO (International Standard Organisation)
  - ASCII (American Standard Code for Information Interchange)
- Uzual se utilizează valori întregi fără semn în domeniul [0, 255], reprezentabile pe un octet
- Codurile sunt grupate (submulțimi ordonate și coerente) pe litere mari, mici, cifre, semne de punctuație, alte caractere reprezentabile etc.
  - principiul de codificare permite determinarea apartenentei unui caracter la una dintre submulțimi
- Unele limbaje de programare pun la dispoziție funcții de transfer între tipul caracter și alte tipuri (în C: atoi(), atof(), itoa())

1.3 Tipuri primitive nestructurate / 1.3.2 Tipul enumerare

- Oferă o manieră de a utiliza în cadrul programelor numere întregi în locul noțiunilor abstracte
- Este un tip definit de utilizator prin enumerarea tuturor componentelor sale
- card(T)
  - cardinalitatea tipului T – numărul valorilor distincte aparținând unui tip de dată T
  - uzual cardinalitatea este utilizată drept o măsură a cantității de memorie necesară reprezentării tipului T
- Definirea unui tip enumerare, introduce nu numai un nou identificator de tip, ci în același timp introduce identificatorii (simbolurile) care precizează valorile noului tip

1.3 Tipuri primitive nestructurate / 1.3.2 Tipul enumerare

➢ **enum**

```
enum day {Sunday, Monday, Tuesday, Wednesday, Thurs-
day, Friday, Saturday};
```

- tip scalar

```
enum day today, tomorrow;
```

- constante sunt asimilate cu numerele întregi atribuite succesiv în timpul procesului de declarare a tipului
  - excepție: situația în care utilizatorul face atribuire explicit

```
enum month {Jan=31, Feb=28, Mar=31, Apr=30, May,
Jun=30, Jul, Aug=31, Sep=30, Oct, Nov=30, Dec};
```

➢ Operatori:

- atribuire

```
today=Sunday;
```

- comparație
- succesor, predecesor

```
if(today==Sunday) tomorrow=Monday;
else tomorrow=today+1;
```

- transformare (forțare) de tip – conversia uzuală este cea între tipul enumerare și întreg

1.3 Tipuri primitive nestructurate / 1.3.3 Tipul subdomeniu

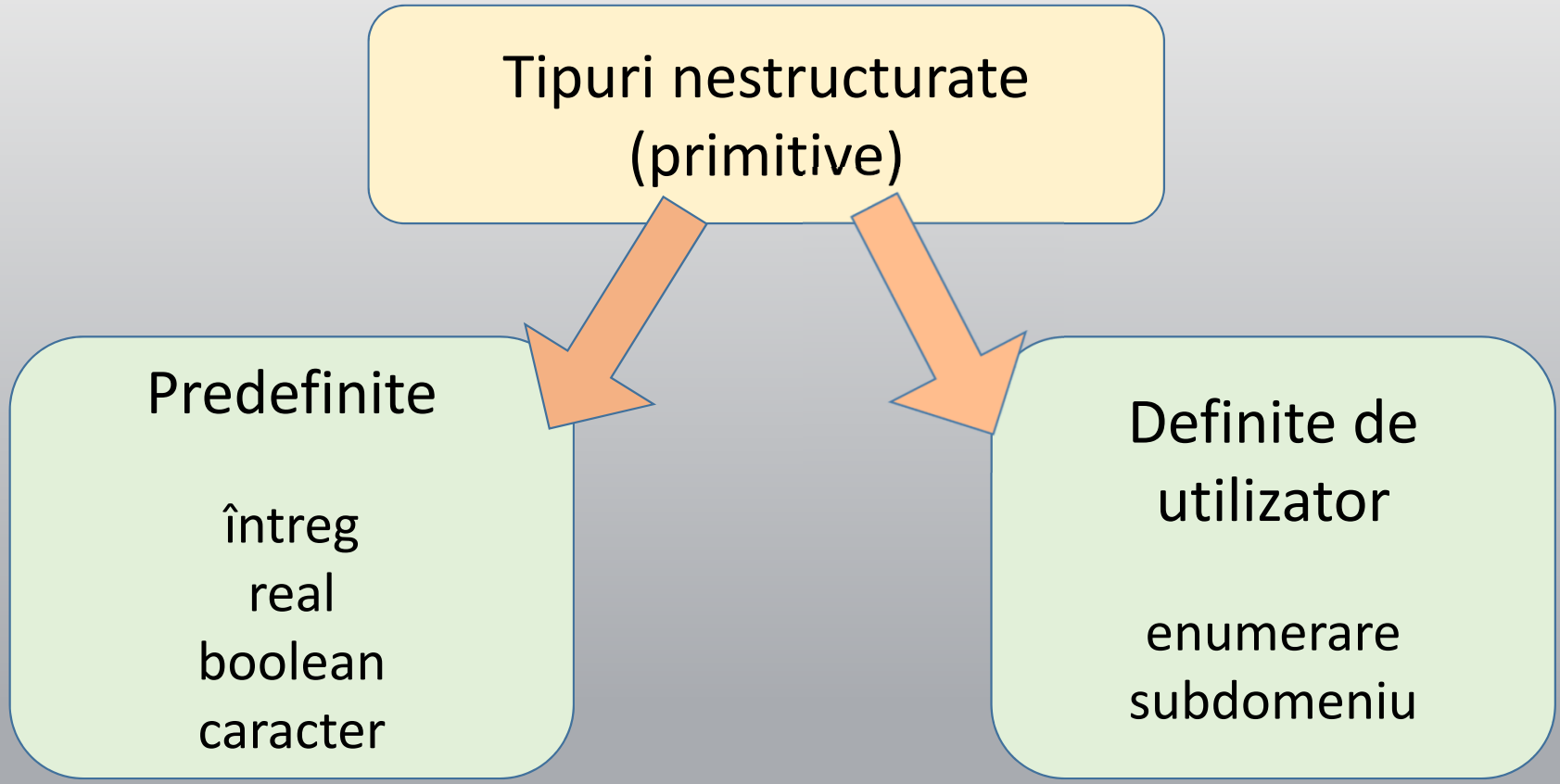
- Precizează un domeniu restrâns în care poate lua valori un anumit tip
- Se definește în raport cu un tip deja existent, numit tip scalar asociat

TYPE TipSubdomeniu = min..max;

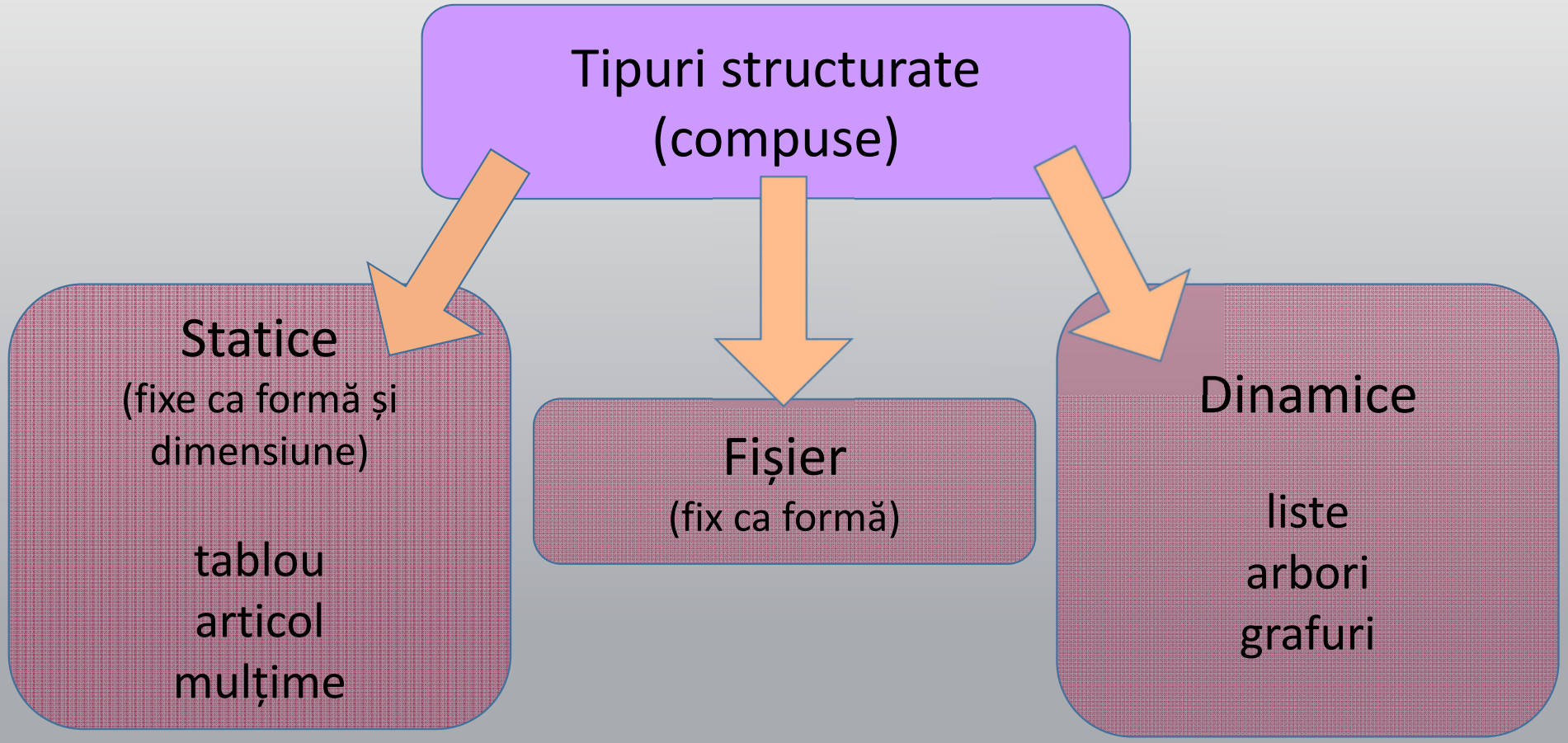
TYPE AN=2020..2023;

- Implementarea tipului subdomeniu impune verificarea de către compilator a legalității atribuirilor; în cazul atribuirii unor variabile, verificările se produc doar în timpul execuției programului. Din acest motiv scade eficienta codului generat, dar crește siguranța execuției.
- (Nu e specific limbajului C)

Rezumat pentru 1.3



Intro pentru 1.4



1.4 Tipuri structurate / 1.4.1 Structura tablou. TDA tablou

- Construcția se bazează pe facilitățile hard ale sistemului de calcul, respectiv pe mecanismul de adresare indexată
- Structură de date **omogenă** ale cărei componente aparțin aceluiași tip constitutiv, numit **tip de bază**
- Structură cu **acces direct** (random acces)
  - toate elementele sale sunt direct și în mod egal accesibile
- Structură **statică**, cu dimensiune și formă fixă
- **Indicii de acces** la elementele tabloului aparțin unui tip scalar
  - indicii selectează pozițional componenta dorită
- Operatori: constructor, selector, atribuire

TDA tablou

- MM
  - secvență de elemente de același tip
  - indicele asociat fiecărei componente aparține unui tip ordinal finit
  - există o corespondență biunivocă între valoarea indicelui și componentele tabloului
- Notații:
  - TipElement a – tablou unidimensional;
  - i – TipIndice;
  - e – obiect de TipElement
- Operatori:
  - DepuneTablou (a, i, e); // a[i]=e;
  - TipElement FurnizeazaDinTablou (a, i); // e=a[i];

1.4.2 Tehnici de căutare în tablouri

- Căutarea (regăsirea informației)
  - operație frecventă
  - => una dintre tehnicile cele mai abordate și studiate în programare
  - viteza cu care se efectuează această operație într-o bază de date de dimensiuni mari influențează în mare măsură eficiența unei aplicații
  - presupune efectuarea unor operații de comparație
  - => uneori elementele tabloului se identifică printr-o cheie, ce aparține unui tip scalar (poate fi constituită dintr-un singur câmp sau o combinație de câmpuri)
  - uzual, returnează indicele elementului din tablou pentru care cheia coincide cu cheia de căutare dată, respectiv indicele elementului a cărui valoare coincide cu valoarea de căutat dată, în cazul în care nu se utilizează o cheie pentru identificare

1.4.2 a) Căutarea liniară

- Parcurgerea secvențială (traversarea) a tabloului
  - unica metodă de căutare dacă nu avem nicio informație apriorică asupra tabloului
  - realizată într-o manieră ordonată prin incrementarea (decrementarea) indicelui
- Căutarea elementului `x` într-un tablou unidimensinal `a`
- Rezultatul:
  - găsirea elementului de valoarea x și eventuala returnare a indicelui (a[i]==x)
  - negăsirea elementului x și depășirea tabloului (i>N-1 dacă indicii aparțin 0…N-1)

Căutarea liniară

```
int i=0;
while((i<N)&&(a[i]!=x)) i++;
if(a[i]!=x)
    printf("Nu exista elementul cautat");
else
    printf("Elem. cautat este pe poz. %d", i);
```

- **invariant**: condiția care dacă este îndeplinită, permite rămânerea în buclă (respectiv reluarea buclei)
  - `(0<=i<N)&&(a[i]!=x)`
- **condiția de terminare**:
  - `((i==N)||(a[i]==x))`

Aprecierea performantelor căutării liniare

- Criteriul: numărul de comparații efectuate până la găsirea elementului căutat
- Caz particular:
  - `x` pe poziția `i` -> se efectuează `2*(i+1)` comparații
  - timpul de execuție proporțional cu `i`
- Cel mai defavorabil caz:
  - `x` pe poziția `N-1` -> `2*N` comparații
- În cazul în care elementul `x` se găsește cu siguranță în tablou, numărul de comparații cel mai probabil este `2*N/2` (apreciere timp mediu)
- **Performanța căutării liniare**: în medie un element este găsit după parcurgerea a jumătate dintre elementele tabloului
- Reducerea timpului de execuție se poate obține prin reducerea numărului de operații efectuate în fiecare ciclu

1.4.2 b) Căutarea liniară. Metoda fanionului

- Simplificarea invariantului se poate realiza garantând cel puțin o „potrivire” în procesul de căutare (prezența elementului `x` în tablou)
- Se completează tabloul cu o locație suplimentară, în care se plasează elementul căutat `x`

```
…
a[N]=x;
i=0;
while(a[i]!= x) i++;
if(i==N)
    printf(“nu exista elementul cautat”);
else
    printf(“Elem. cautat este pe poz. %d”, i);
…
```

Căutarea liniară. Metoda fanionului

- Elimină
  - `n` teste în caz de căutare fără succes
  - `i` teste în caz de căutare cu succes (reducere a timpului cu 20-50%)

- Alte variante de reducere a timpului în căutările liniare:
  - păstrarea datelor ordonate după cheie
    - permite abandonarea căutării la un moment dat
  - păstrarea datelor ordonate după frecvența cu care sunt căutate
    - timpul mediu se reduce simțitor

1.4.2 c) Căutarea binară

- Informații suplimentare referitoare la organizarea datelor prezente în tablou => accelerarea căutării
- Elementele tabloului sunt ordonate conform unui anumit criteriu:
  - $A_k: \ 0<k<N \ : \ a_{k-1}<=a_k$
- Principiul căutării binare:
  - se compară elementul căutat x cu elementul aleatoriu a_m
  - dacă $a_m<x$, căutarea continuă în intervalul care conține elemente cu indici mai mari decât m
  - dacă $a_m>x$, căutarea continuă în intervalul care conține elemente cu indici mai mici decât m
  - dacă $a_m==x$, elementul a fost găsit și căutarea se oprește
  - procesul continuă până când se găsește elementul x sau intervalul în care se execută căutarea devine vid

Căutarea binară

- indicii `s` și `d` precizează limita stângă și dreaptă a intervalului

```
int s=0, d=N-1, gasit=0, m;
while((s<=d)&&(!gasit)) {
     m=(s+d)/2; //orice valoare cuprinsa intre s si d
     if(a[m]==x) gasit=1;
     else if(a[m]<x) s=m+1;
          else d=m-1;
}
```

- Invariant: $(s<=d)\ \&\&\ (A_k : 0<=k<s : a_k<x)\ \&\&\ (A_k : d<k<N : a_k>x)$
- Eficiența algoritmului este influențată de alegerea lui `m`:
  - scopul urmărit este de a reduce în fiecare pas intervalul în care se face căutarea

Căutarea binară

- Dacă fiecare intrare în buclă asigură înjumătățirea intervalului:
  - după prima trecere vor rămâne $N/2$ elemente de procesat
  - după k treceri vor rămâne $N/2^k$ elemente de procesat
- Procesul continuă până la un interval care conține 1 element

$N/2^k < 1 \quad \rightarrow \quad N < 2^k \quad \rightarrow \quad \log_2 N < k$ (notația lg N)

- Numărul maxim de treceri: $\log_2 N$ (rotunjit superior)

- Căutarea binară, numită și bisecție, are la bază procesul eliminării:
  - ori de câte ori se face o comparație în procesul de căutare, sunt posibile două soluții pentru alegerea noului interval de căutare

1.4.2 d) Căutarea binară performată

- Simplificarea invariantului prin renuntarea la conditia „!gasit”

```
int s=0, d=N, m;
while(s<d){
     m=(s+d)/2;
     if(a[m]<x) s=m+1;
     else d=m;
}
if(d==N) printf (“elementul nu exista”)
if(d<N)
     if(a[d]==x) printf(“elem exista”);
     else printf(“elem nu exista”);
```

- Găsește elementul `x` cu cel mai mic indice

1.4.2 e) Căutarea prin interpolare

- Creșterea performanței:
  - determinarea cu mai multă precizie a intervalului în care se face căutarea
  - căutare binară: m = (s+d)/2 = s+(d-s)/2
  - căutare prin interpolare: m = s + (d-s) (x-a[s]) / (a[d]-a[s])
- În cazul unei distribuții uniforme a elementelor, (x-a[s]) / (a[d]-a[s]) va accelera procesul de căutare;
  - numărul de treceri estimat: lg(lg(N))
- Dezavantaje:
  - depinde de distribuția elementelor; orice abatere afectează performanța
  - este performantă pentru valori foarte mari ale lui N
- Avantaje:
  - se utilizează când elementele tabloului sunt structuri complexe
  - pentru căutare externă, care necesită costuri suplimentare de acces

Universitatea
Politehnica
Timişoara

P-ţa Victoriei nr. 2
RO 300006 - Timişoara
Tel: +4 0256 403000
Fax: +4 0256 403021
rector@rectorat.upt.ro
www.upt.ro

Vă mulțumesc!