Уравнение баланса масс для двух фаз: воды и нефти

$$\frac{\partial (S_w \phi \rho_w)}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho_w \mathbf{v}_{rw}) = \rho_w q_w, \quad \mathbf{v}_{rw} = -\frac{K k_{rw}}{\mu_w} \nabla p_w,
\frac{\partial (S_o \phi \rho_o)}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho_o \mathbf{v}_{ro}) = \rho_o q_o, \quad \mathbf{v}_{ro} = -\frac{K k_{ro}}{\mu_o} \nabla p_o.$$
(1)

Правило производной произведения

$$\frac{\partial (S_w \phi \rho_w)}{\partial t} = \phi \rho_w \frac{\partial S_w}{\partial t} + S_w \rho_w \frac{\partial \phi}{\partial t} + S_w \phi \frac{\partial \rho_w}{\partial t} \tag{2}$$

Зависимость пористости от давления

$$\phi = \phi^0 [1 + c_r(p - p^0)] \tag{3}$$

Правило производной сложной функции $\phi = \phi(p)$

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = \frac{\partial \phi}{\partial p} \frac{\partial p}{\partial t} \tag{4}$$

Объемный коэффициент фазы l

$$B_l = \frac{\rho_{lsc}}{\rho_l} = \frac{B_l^0}{1 + c_l(p - p^0)} \tag{5}$$

Зависимость плотности от давления

$$\rho_l = \rho_l^0 [1 + c_l(p - p^0)] \tag{6}$$

Правило производной сложной функции $\rho = \rho(p)$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = \frac{\partial \rho}{\partial p} \frac{\partial p}{\partial t} \tag{7}$$

Подставляя в уравнение 8 выражения 3, 4,6, 7 получим

$$\frac{\partial (S_w \phi \rho_w)}{\partial t} = \phi(\rho_l^0 [1 + c_l(p - p^0)]) \frac{\partial S_w}{\partial t} + S_w(\rho_l^0 [1 + c_l(p - p^0)]) (\phi^0 [1 + c_r(p - p^0)]) \frac{\partial p}{\partial t} + S_w \phi \rho_l^0 c_l \frac{\partial p}{\partial t} \tag{8}$$