

Уравнение баланса масс для двух фаз: воды и нефти

$$\begin{aligned}\frac{\partial(S_w\phi\rho_w)}{\partial t} + \text{div}(\rho_w\mathbf{v}_{rw}) &= \rho_w q_w, & \mathbf{v}_{rw} &= -\frac{Kk_{rw}}{\mu_w}\nabla p_w, \\ \frac{\partial(S_o\phi\rho_o)}{\partial t} + \text{div}(\rho_o\mathbf{v}_{ro}) &= \rho_o q_o, & \mathbf{v}_{ro} &= -\frac{Kk_{ro}}{\mu_o}\nabla p_o.\end{aligned}\quad (1)$$

Правило производной произведения

$$\frac{\partial(S_w\phi\rho_w)}{\partial t} = \phi\rho_w\frac{\partial S_w}{\partial t} + S_w\rho_w\frac{\partial\phi}{\partial t} + S_w\phi\frac{\partial\rho_w}{\partial t}\quad (2)$$

Определение изотермической сжимаемости

$$c_l = \frac{1}{\rho_l}\frac{\partial\rho}{\partial p}\quad (3)$$

Зависимость пористости от давления

$$\phi = \phi^0[1 + c_r(p - p^0)]\quad (4)$$

Правило производной сложной функции $\phi = \phi(p)$

$$\frac{\partial\phi}{\partial t} = \frac{\partial\phi}{\partial p}\frac{\partial p}{\partial t}\quad (5)$$

Объемный коэффициент фазы l

$$B_l = \frac{\rho_{lsc}}{\rho_l} = \frac{B_l^0}{1 + c_l(p - p^0)}\quad (6)$$

Зависимость плотности от давления

$$\rho_l = \rho_l^0[1 + c_l(p - p^0)]\quad (7)$$

Правило производной сложной функции $\rho = \rho(p)$

$$\frac{\partial\rho}{\partial t} = \frac{\partial\rho}{\partial p}\frac{\partial p}{\partial t}\quad (8)$$

Подставляя в уравнение 2 выражения 4, 5, 7, 8 и поделив на ρ_l получим

$$\frac{\partial(S_w\phi\rho_w)}{\partial t} = \phi\frac{\partial S_w}{\partial t} + S_w\phi^0 c_r\frac{\partial p}{\partial t} + S_w\phi c_l\frac{\partial p}{\partial t}\quad (9)$$