

抗灾抢险中的设备投放策略

我国是世界上自然灾害最严重的国家之一。党的十八大以来，习近平总书记高度重视防灾减灾救灾工作，深刻指出“人类对自然规律的认知没有止境，防灾减灾、抗灾救灾是人类生存发展的永恒课题”，要始终坚持“以人为本、生命至上”的原则和理念，处理好防灾减灾救灾和经济社会发展的关系，提高自然灾害防治能力，推动人类社会不断进步。

灾害应急救灾设备投放工作是抗灾救灾工作的重要一环，救灾设备投放结果直接影响到灾区灾民的人心安定和社会稳定。由于抗灾抢险的需要，政府部门计划向某山区投放一批设备。设备的件数和重量在表 1 中给出。

设备需要空运到指定位置，分组装箱空投。空投物质需要订购降落伞和制作空运箱体，降落伞有 3 种不同规格，详情见表 2。在投放过程中，不同类型降落伞的载重对飞机消耗费用(含燃油费等)的影响可忽略不计。另外，降落伞可以回收，三种降落伞的回收价分别是 500 元、300 元和 200 元。

箱体的大小和形状可以根据空投物质的重量定制，重量越大箱体的成本越高。根据测算，按照不同重量，空投物质对应的箱体价格和重量见表 3。由于设备较重，箱体的尺寸与降落伞的面积相比可忽略不计。

为了降落伞的规格的选择需要，我们进行了对 500m 高空利用中型降落伞投放 300kg 物体的试验，飞机在以 120m/s 的速度水平飞行时将挂有设备的降落伞抛出机舱，得到的数据见表 4(抛投时的飞机水平速度为 120m/s)。

表 1：计划投放设备信息

设备	件数	重量(kg/件)
设备 A	10	220
设备 B	15	100
设备 C	64	69
设备 D	51	45

表 2：降落伞的规格和单价

规格	伞面面积(m ²)	价格(元)
大	40	2500
中	25	1680
小	18	1100

表 3: 箱体价格、装载重量和自重的关系表

装载重量(kg)	40	80	100	120	150	180	200
箱体价格(元)	36	60	68	74	80	86	90
箱体自重(kg)	2	3.6	4.2	4.6	4.9	5.1	5.2

表 4: 不同时刻物体在空中位置

$t(s)$	0	3	6	9	12	15	18
$x(m)$	0	256	380.1	440.2	470	482	490
$y(m)$	500	476	437	398	359	318	279
$t(s)$	21	24	27	30	33	36	
$x(m)$	493	495	495.8	496.2	496.4	496.5	
$y(m)$	236	197	157	117	76	37	

注: x : t 时刻距抛投处的水平距离; y : t 时刻的物体高度。

假设空投设备均在距离地面 500m 的高空投放, 为了保证设备的安全, 空投设备的落地瞬间速度不能超过 12m/s。

下面请你的团队解决如下问题:

问题 1: 在确保设备能安全落地的前提下, 求出三种伞的最大装载重量。

问题 2: 如果要设备投放到指定地点, 飞机的投放位置如何选择?

问题 3: 如何进行设备的搭配装箱和选择合适的降落伞, 使得投放的费用最低?

问题 4: 如果降落伞的价格发生变化(比如某种伞的价格有 10%~20% 的浮动), 对投放费用有何影响?

(注意: 针对问题 1 和 2, 建议建立相应的微分方程模型, 不推荐直接采用数据拟合方法进行求解。)