实验二 线性系统稳定性分析预习

实验案例学习

1. 系统稳定性概述

控制系统得到实际应用的首要条件是系统稳定。当系统工作在平衡状态时，受到扰动会偏离原状态，当扰动消失后，系统又恢复到平衡状态，称系统是稳定的。稳定性是系统的固有特性，由结构、参数决定，与初始条件及外作用无关。

2. 判别稳定性的方法

1）使用闭环特征多项式的根判定稳定性

线性系统稳定充分必要条件：闭环系统特征方程的所有根具有负实部。由此可使用求根命令判定。

命令格式：

```
roots(den)        %由特征多项式den,确定系统的根极点
```

【例 2-4-1】 已知闭环传递函数 $G(s)=\dfrac{11}{s^4+5s^3+7s^2s+9s+11}$，使用 roots 命令判定系统稳定性。

```
den=[1 5 7 9 11];        %输入闭环传递函数特征多项式
p=roots(den);            %求特征多项式极点
p1=real(p)               %求极点的实部
if p1<0
  disp(['稳定'])
else
    disp(['不稳定'])
end
```

结果：不稳定。

2）使用零极点图判定稳定性

命令格式：

```
p=pole(G)  %计算传递函数G的极点，当系统有重极点时，计算结果不一定准确
z=tzero(G)              %得出连续和离散系统的零点
[z,gain]=tzero(G)       %获得零点和零极点增益
pzmap(G)                %绘制传递函数G的零极点图
或：pzmap(num,den)      %num,den表示传递函数分子、分母
```

该命令计算极点和零点，并在复数平面上画出。极点用×表示，零点用○表示。

若极点都落在左半平面，则系统稳定；否则，系统不稳定。因为这是系统稳定的充分必要条件。

【例 2-4-2】 根据【例 2-4-1】的传递函数，使用零极点图判定稳定性。

```
num=11;
den=[1 5 7 9 11];
pzmap
(num,den)
```

结果如图 2.4.1 所示。

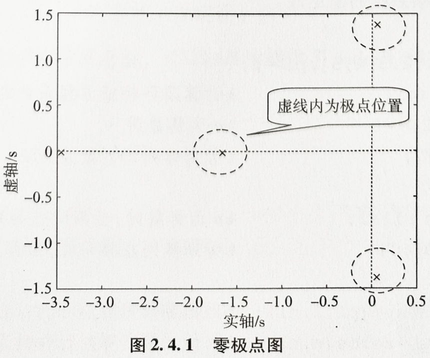

图 2.4.1 零极点图

从图 2. 4. 1 可以看出，右半平面上有两个极点，因此系统是不稳定的。

3）使用劳斯判据判断稳定性

根据已知系统的闭环特征方程，列出劳斯阵列进行判别，若闭环特征方程为

$$a_0S^n + a_1S^{n-1} + a_2S^{n-2} + \cdots + a_{n-1}S + a_n = 0$$

将各项系数，按下面的格式排成劳斯阵列：

$$\left\{\begin{array}{ccccc} s^n & a_0 & a_2 & a_4 & a_8 \\ s^{n-1} & a_1 & a_3 & a_7 & a_9 \\ s^{n-2} & b_1 & b_2 & b_3 & b_4 \\ s^{n-3} & c_1 & c_2 & c_3 & c_4 \\ & \vdots & & & \\ s^2 & d_1 & d_2 & d_3 & d_4 \\ s^1 & e_1 & e_2 & e_3 & e_4 \\ s^0 & f_1 & f_2 & f_3 & f_4 \end{array}\right. \tag{2-4-1}$$

计算第一列的数据见式（2－4－2）

$$\begin{cases} b_1 = \dfrac{a_1a_2 - a_0a_3}{a_1},\ b_2 = \dfrac{a_1a_4 - a_0a_5}{a_1},\ b_3 = \dfrac{a_1a_6 - a_0a_7}{a_1}\cdots \\ c_1 = \dfrac{b_1a_3 - a_1b_2}{b_1},\ c_2 = \dfrac{b_1a_5 - a_1b_3}{b_1},\ c_3 = \dfrac{b_1a_7 - a_1b_4}{b_1}\cdots \\ \vdots \\ f_1 = \dfrac{e_1d_2 - d_1e_2}{e_1} \end{cases} \tag{2-4-2}$$

根据劳斯阵列的第一列值 a_1，b_1，c_1，…，f_1，若都大于零，系统是稳定的；若第一列出现一个小于零的值，系统是不稳定的；若第一列有等于零的值，说明系统处于临界稳定状态。

【例 2－4－3】 已知系统的闭环特征方程为

$$s^5 + 2s^4 + s^3 + 3s^2 + 4s + 5 = 0$$

使用劳斯判据判断系统的稳定性。

命令程序：

```
clc; p=[1,2,3,4,5];p1=p;
n=length(p);                %计算闭环特征方程系数的个数 n
if mod(n,2)==0              %n 为偶数时
    n1=n/2;                 %劳斯阵列的列数为 n/2
else
    n1=(n+1)/2;             %n 为奇数时,劳斯阵列的列数为(n+1)/2
    p1=[p1,0];              %劳斯阵列左移一位,后面填写 0
end
routh=reshape(p1,2,n1);    %列出劳斯阵列前 2 行
RouthTable=zeros(n,n1);    %初始化劳斯阵列行和列为零矩阵
```

```
RouthTable(1:2,:) = routh; %将前2行系数放入劳斯阵列
  for i = 3:n               %从第3行开始到s^0计算劳斯阵列数值
  ai = RouthTable(i-2,1)/RouthTable(i-1,1);
      for j = 1:n1-1        %按照式(2-4-1)计算劳斯阵列所有值
      RouthTable(i,j) = RouthTable(i-2,j+1) - ai*RouthTable(i-1,j+1)
      end
  end
p2 = RouthTable(:,1)        %输出劳斯阵列的第一列数值
  if  p2 > 0                %取劳斯阵列的第一列进行判定
  disp(['所要判定系统是稳定的!'])
  else
    disp(['所要判定系统是不稳定的!'])
  end
```

结果：

```
RouthTable =
      1    3    5
      2    4    0
      1    5    0
     -6    0    0
      5    0    0
p2 =  1
      2
      1
     -6
      5
所要判定系统是不稳定的。
```

【例2-4-4】 已知系统的开环传递函数是一阶惯性带延迟环节，其中 $\tau = 0.1$ s。使用劳斯判据，判断当 $K = 5$，15，25，35 时系统的稳定性。$G(s) = \dfrac{K}{s+1}e^{-\tau s}$。

纯时间延迟环节可以用有理函数来近似，MATLAB 中提供了 pade() 函数来计算。

命令格式：

```
[num,den] = pade(T,n)
```

或

```
[A,B,C,D] = pade(T,n)
```

其中，T 为延迟时间，n 为拟合的阶数。

该延迟系统 $e^{-\tau s}$ 可使用二阶进行拟合。

步骤：

当 $\tau = 0.1$ s 时，用 MATLAB 实现二阶拟合表达式：

```
[num,den] = pade(0.1,2)
```

```
printsys(num,den,'s')
```

结果:

```
num/den =   s^2 - 60 s + 1200
          -----------------
            s^2 + 60 s + 1200
```

此时相当于两个系统串联，等价系统框图如图 2.4.2 所示。

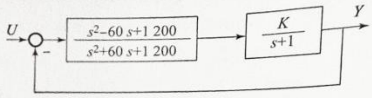

图 2.4.2　等价系统框图

命令程序:

```
for K = [5,15,25,35]
g1 = tf([1 -60 1200],[1 60 1200]); g2 = tf(K,[1 1]);
G = g1*g2; sys = feedback(G,1);
p = sys.den{1}     %取闭环的分母系数
p1 = p;n = length(p); if mod(n,2) ==0; n1 = n/2;else
n1 = (n+1)/2;p1 = [p1,0]; end
routh = reshape(p1,2,n1); RouthTable = zeros(n,n1);
RouthTable(1:2,:)= routh;
for i =3:n
ai = RouthTable(i -2,1)/RouthTable(i -1,1);
    for j =1:n1 -1
    RouthTable(i,j) =RouthTable(i -2,j +1) - ai*RouthTable(i -1,j +1)
    end
end
p2 = RouthTable(:,1)  %取劳斯阵列第一列
if  p2 >0
disp(['K = ',num2str(K),'时所要判定系统是稳定的! '])
else
    disp(['K = ',num2str(K),'时所要判定系统是不稳定的! '])
end
end
```

结果:

```
p2 =   1.0e +03*
       0.0010
       0.0660
       0.8509
       7.2000
K =5 时所要判定系统是稳定的!
p2 =   1.0e +04*
       0.0001
       0.0076
       0.0107
       1.9200
K =15 时所要判定系统是稳定的!
p2 =1.0e +04*
     0.0001
     0.0086
    -0.0603
     3.1200
K =25 时所要判定系统是不稳定的!
p2 =        1
           96
        -1290
        43200
K =35 时所要判定系统是不稳定的!
```