

实验一 线性系统时域特性分析预习

实验案例学习

1. 二阶系统时域动态性能指标

针对二阶系统 $\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$ 标准传递函数，当 $\zeta = 0$ 时称为无阻尼， $0 < \zeta < 1$ 时称为欠阻尼， $\zeta = 1$ 时称为临界阻尼， $\zeta > 1$ 时称为过阻尼。当输入阶跃信号时，表征系统输出的动态性能指标一般包括超调量 M_p 、稳态时间 t_s 、稳态误差 $e_{ss}(\Delta)$ 、上升时间 t_r 和峰值时间 t_p ，各参数的含义如图 2.3.1 所示。

(1) 超调量 M_p : 反映系统的平稳性，指系统输出曲线第一个波的峰值与给定值的最大偏差 $y(t_p)$ 与终值之差的百分比，即 $M_p = \frac{y(t_p) - y(\infty)}{y(\infty)} \times 100\%$ 。

(2) 稳态时间 t_s (调节时间): 反映系统的整体快速性，指输出曲线达到并保持在一个允许误差范围内所需的最短时间。

(3) 上升时间 t_r : 反映系统输出的速度快慢。指响应曲线从 0 时刻开始首次到达稳态值的时间。对于无超调系统，定义从到达稳态的 10% 上升到 90% 所需的时间。

(4) 峰值时间: 反映系统的初始快速性，指阶跃响应输出曲线到达第一峰值所需的时间。

(5) 稳态误差 e_{ss} : 反映控制系统精度，指输出曲线结束时稳态值与给定值之差，用百分数表示。工程上常取在 $\pm 5\%$ 或 $\pm 2\%$ 的误差范围。

2. 使用绘图命令获取时域动态特性指标

实验中使用 MATLAB 绘图命令 `step()`，可单击阶跃响应曲线幅值及稳态值的点，获读取值，或使用程序自动获取参数：

(1) 计算超调量：

```
y = step(sys)          %求阶跃响应曲线值  
[Y, k] = max(y)        %求 y 的峰值及峰值时间  
C = dcgain(sys)        %求取系统的终值  
Mp = 100 * (Y - C) / C %计算超调量
```

(2) 计算稳态时间：

```
[y, t] = step(sys); C = dcgain(sys); i = length(t);  
while (y(i) > 0.98 * C) & (y(i) < 1.02 * C)  
    i = i - 1;  
end  
ts = t(i)
```

(3) 计算上升时间：

```
[y, t] = step(sys); C = dcgain(sys); n = 1;  
while y(n) <= C; n = n + 1; end;  
tr = t(n)      %获得上升时间
```

(4) 计算峰值时间：

```
y = step(sys); [Y, k] = max(y)          %求 y 的峰值  
tp = t(k)                                %获得峰值时间
```

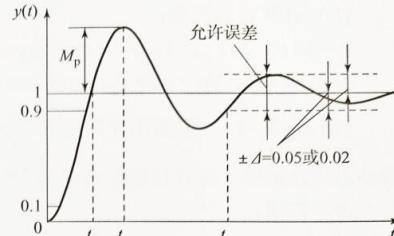


图 2.3.1 二阶系统响应曲线

(5) 计算稳态误差:

```
t = [0:0.001:15]; y = step(sys,t);  
ess = 1 - y; Ep = ess(length(ess))
```

【例 2-3-1】 根据闭环系统 $G = \frac{100}{s^2 + 3s + 100}$ 传递函数绘制阶跃响应曲线，手动单击获取动态特性参数，并查找稳态误差为 2% 下的稳态时间。

命令程序:

```
num = [100]; den = [1, 3, 100];  
G = tf(num, den)  
step(G)
```

结果如图 2.3.2 所示。

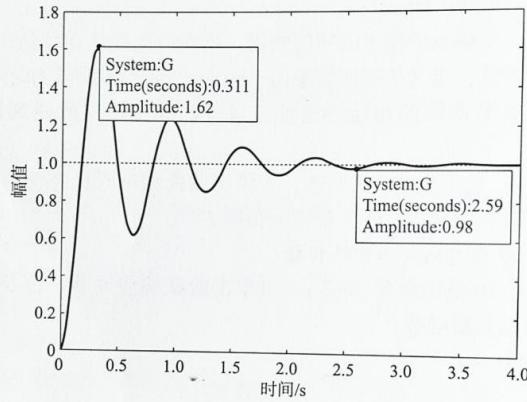


图 2.3.2 欠阻尼阶跃响应曲线

单击图上的峰值点或稳态时间点。从图 2.3.2 可以看出，超调量为 62%，峰值时间为 0.311 s；上升时间为 0.173 s；在 2% 稳态误差下，稳态时间是 2.58 s。

【例 2-3-2】 根据标准二阶系统传递函数，在自由振动频率 $\omega_n = 1$ 情况下，改变阻尼系数分别为 $\xi = 0$ （无阻尼）、 $\xi = 0.5$ （欠阻尼）、 $\xi = 1$ （临界阻尼）和 $\xi = 2$ （过阻尼），绘制阶跃响应曲线。

命令程序:

```
num = 1; den1 = [1, 0, 1]; den2 = [1, 0.5, 1];  
den3 = [1, 2, 1]; den4 = [1, 4, 1];  
t = 0:0.1:10; % 横坐标的线性空间  
G1 = tf(num, den1); G2 = tf(num, den2);  
G3 = tf(num, den3); G4 = tf(num, den4);  
step(G1, t); hold on; % 保持曲线  
text(3, 1.8, 'ξ=0') % 标注曲线  
step(G2, t); hold on; text(3, 1.4, 'ξ=0.5')
```

```

step(G3,t);hold on;text(3,0.8,'ξ=1')
step(G4,t);hold on;text(3,0.4,'ξ=2')
结果如图 2.3.3 所示。

```

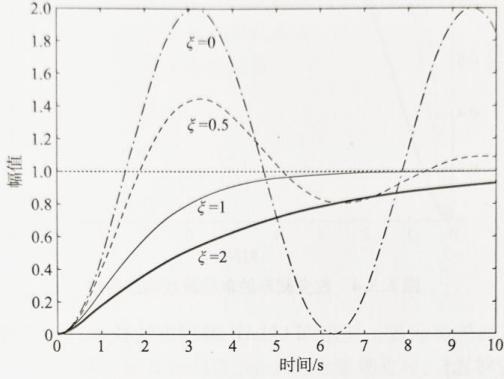


图 2.3.3 改变阻尼的单位阶跃响应曲线

结论：阻尼比越大，超调量越小，达到稳定时间越长，且当临界阻尼时超调量为零。

【例 2-3-3】 根据标准二阶系统传递函数，在阻尼系数 $\xi=0.5$ 的情况下，改变自由振动频率 $\omega_n=1, \omega_n=2, \omega_n=3$ ，绘制阶跃响应曲线。

命令程序：

```

t = [0:0.1:10]; num1 = 1; den1 = [1,1,1];
G1 = tf(num1,den1);
step(G1,t);hold on;text(0.2,1.1,'ωn=1');
num2 = 4;den2 = [1,2,4];G2 = tf(num2,den2)
step(G2,t); hold on;text(1.8,1.1,'ωn=2');
num3 = 9;den3 = [1,3,9];G3 = tf(num3,den3)
step(G3,t);hold on;text(3.5,1.1,'ωn=3');

```

结果如图 2.3.4 所示。

结论： ω_n 相同， ξ 越大，响应越快； ξ 相同， ω_n 越大，响应越快。

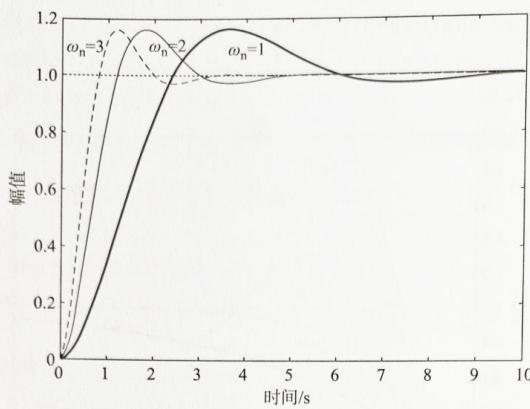


图 2.3.4 改变频率的单位阶跃响应曲线