

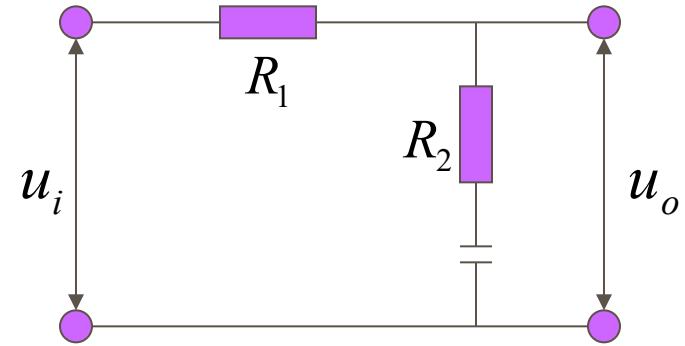


第二节 相位滞后校正

一、相位滞后校正装置

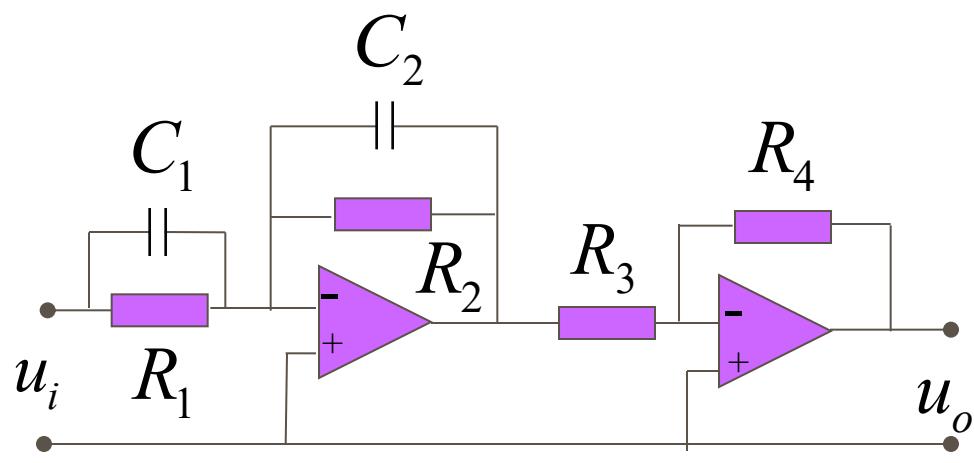
无源滞后校正装置：

$$\begin{aligned}
 G_c(s) &= \frac{u_o}{u_i} = \frac{R_2 + \frac{1}{Cs}}{R_1 + R_2 + \frac{1}{Cs}} \\
 &= \frac{1 + R_2 Cs}{1 + (R_1 + R_2)Cs} = \frac{1 + \frac{R_2}{R_1 + R_2} (R_1 + R_2)Cs}{1 + (R_1 + R_2)Cs} = \frac{1 + \beta Ts}{1 + Ts} \\
 &= \beta \frac{s + \frac{1}{\beta T}}{s + \frac{1}{T}}
 \end{aligned}$$



其中： $T = (R_1 + R_2)C$, $\beta = \frac{R_2}{R_1 + R_2}$ $\beta < 1$

有源滞后校正装置：



$$\begin{aligned}
 G_c(s) &= \frac{u_o}{u_i} = \frac{R_4 C_1}{R_3 C_2} \frac{s + \frac{1}{R_1 C_1}}{s + \frac{1}{R_2 C_2}} \\
 &= \frac{R_2 R_4}{R_1 R_3} \frac{R_1 C_1 s + 1}{R_2 C_2 s + 1}
 \end{aligned}$$

当 $R_1 C_1 > R_2 C_2$ 超前校正网络

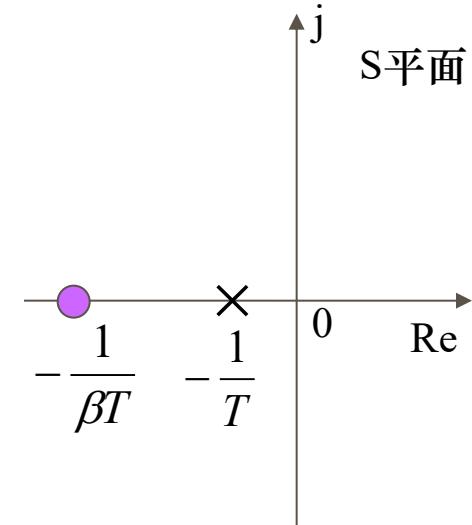
当 $R_1 C_1 < R_2 C_2$ 滞后校正网络

二、相位滞后校正网络的特性

$$G_c(s) = \frac{1 + \beta Ts}{1 + Ts}, \quad \beta < 1$$

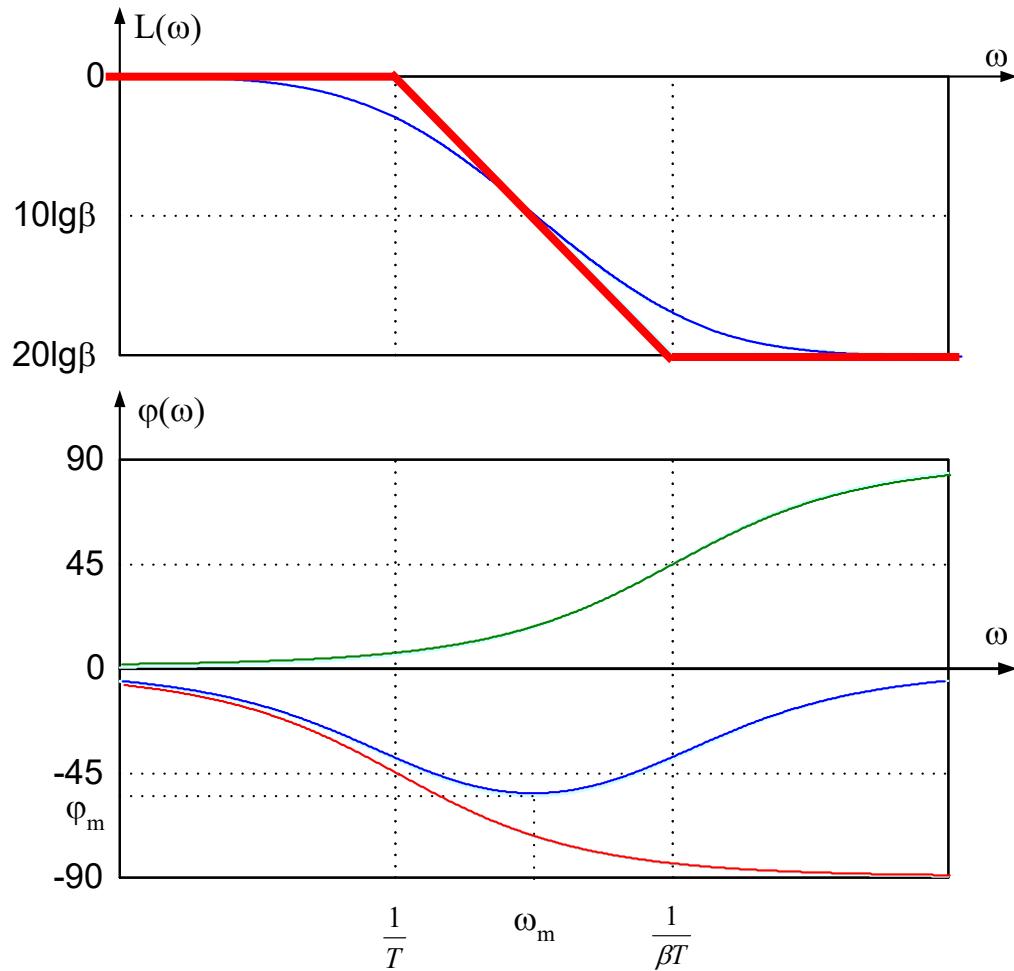
1. 零极点分布图

它的零点在 $z = -\frac{1}{\beta T}$ ，极点在 $p = -\frac{1}{T}$ 。
 因 $\beta < 1$ ，所以在复平面上，极点总是在零点的右面。由于极点较零点更接近原点，对输入信号具有明显的积分作用。故相位滞后校正也称为积分校正。



2. Bode图

$$L(\omega) = 20\lg \sqrt{1 + (\beta T \omega)^2} - 20\lg \sqrt{1 + (T \omega)^2}$$



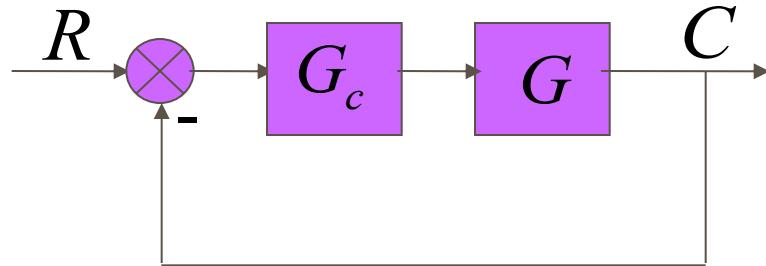
$$\varphi(\omega) = \operatorname{tg}^{-1} \beta T \omega - \operatorname{tg}^{-1} T \omega$$

频率特性的主要特点是：

(1) 所有频率下相频特性为负值(滞后)，这点对系统的性能无好处，但在实际校正中并不用这个特点

(2) 当 β 确定后，在 $\omega > 1/(\beta T)$ 后的最大幅值衰减为 $L = 20\lg\beta$

三、基于频率响应法的滞后校正



图中， G_c 为校正装置， G 为对象。

利用频率响应法设计滞后校正装置的步骤如下：

- ① 求出满足稳态性能指标的开环增益 K 值；
- ② 根据求出的 K 值，画出校正前的Bode图，确定此时的幅值穿越频率 ω_{c1} 和相位裕量 γ_1 ；

- ③ 选择一新的幅值穿越频率点 ω_{c2} ，使得在 $\omega = \omega_{c2}$ 处原系统的相位滞后量为：

$$\varphi(\omega_{c2}) = -180^\circ + \gamma_0 + (5^\circ \sim 12^\circ)$$

此式实际就是由相角裕量定义式得到

$$\gamma_0 = 180^\circ + \varphi(\omega_{c2})$$

γ_0 为系统期望的相角裕量。

- ④ 求出校正网络中的 β 值后,为使校正后系统的幅值穿越频率为 ω_{c2} ，必须把原系统在 ω_{c2} 的幅值 $L(\omega_{c2})$ 衰减到0dB，即当相位滞后校正网络起作用后应使得

$$20\lg \beta + L(\omega_{c2}) = 0 \quad 20\lg \beta = -L(\omega_{c2}) \quad \beta = 10^{-\frac{L(\omega_{c2})}{20}}$$

⑤ 选择校正网络零点

$$\frac{1}{\beta T} = \left(\frac{1}{2} \sim \frac{1}{10}\right) \omega_{c2}$$

理论上讲, $\frac{1}{\beta T}$ 离开 ω_{c2} 越远, 相位滞后网络的相位滞后特性对系统的影响越小, 因此 $\frac{1}{\beta T}$ 选得越小越好。

另一方面, 当 β 固定时, $\frac{1}{\beta T}$ 越小, 则要求 T 大, 这给物理实现带来困难, 因此一般将 $\frac{1}{\beta T}$ 选在 ω_{c2} 的 $\frac{1}{2} \sim \frac{1}{10}$ 倍频处即可。

当 $\frac{1}{\beta T}$ 确定后, $\frac{1}{T}$ 也可确定, 于是 $G_c(s) = \frac{1 + \beta Ts}{1 + Ts}$

- ⑥ 画出校正后的Bode图，确定此时的幅值穿越频率 ω_{c2} 和相位裕量 γ_2 ，校验系统的性能指标。一定要校验，不满足重做。
- ⑦ 求出网络参数。这步在实现中是必不可少的，但电路参数的选择有很多技巧，如不特别申明，可省略不做。

[例]已知一单位反馈系统的开环传递函数为 $G(s) = \frac{2500K_g}{s(s+25)}$ 。
试设计一个相位滞后校正装置满足：

- (1)相位裕量大于45°；
- (2)对单位速度函数输入，输出的稳态误差小于或等于0.01rad。

[解]: ① 对I型系统 $e_{ss} = R/K_v$, 现 $R=1$

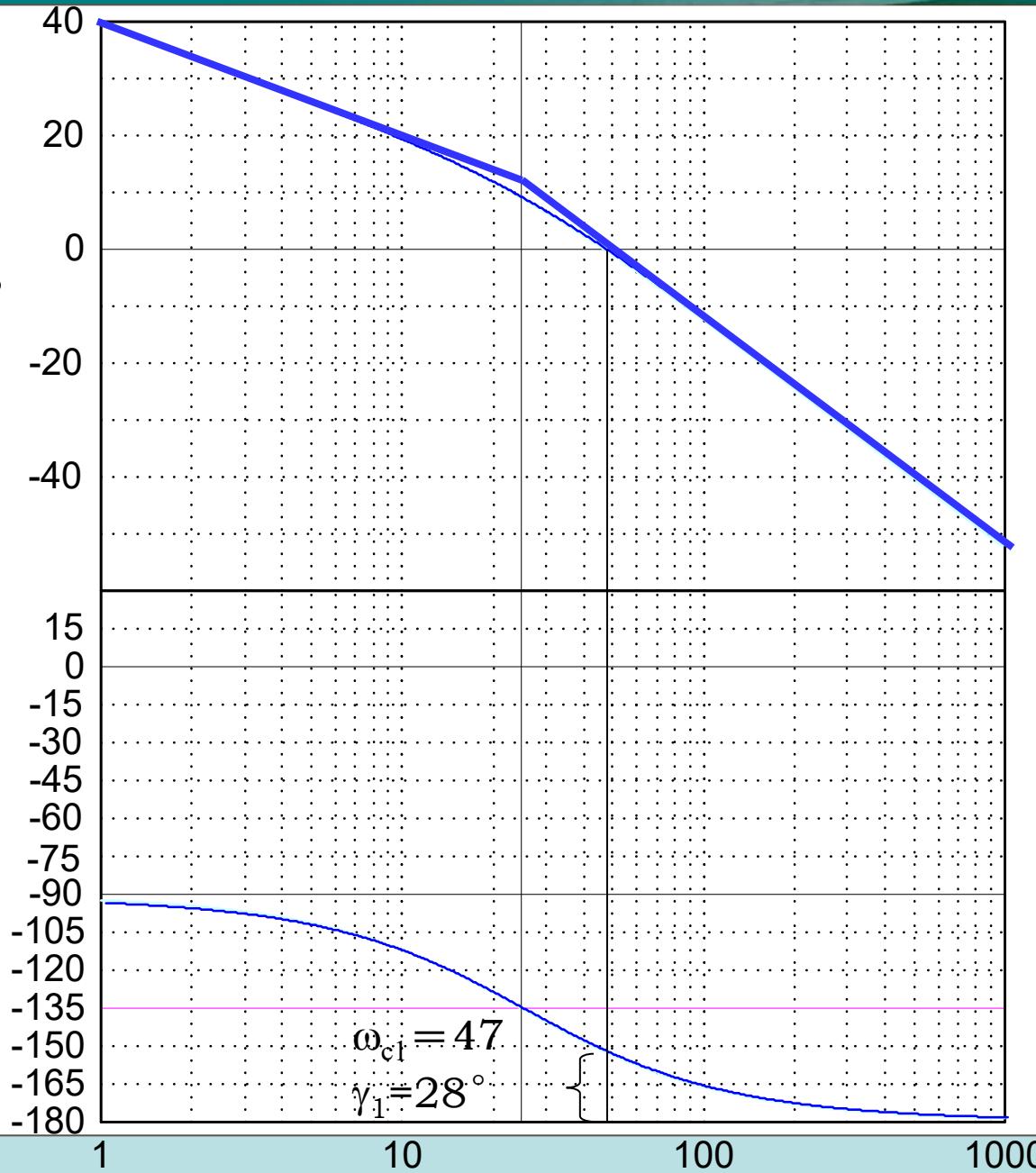
$$K_v = \lim_{s \rightarrow 0} sG_k(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{2500K_g}{s(s+25)} = 100K_g$$

要求 $e_{ss} = \frac{1}{100K_g} \leq 0.01$, 即 $K_g \geq 1$ 取 $K_g = 1$

$$G(j\omega) = \frac{100}{j\omega(1 + 0.04\omega j)}$$



② 画出 $K_g=1$ 时未校正系统 Bode 图，确定此时的 ω_{c1} 和 γ_0 。



③ 选择一个新的幅值穿越频率点 ω_{c2} , 使得在 $\omega = \omega_{c2}$ 处原系统的相位滞后量为:

$$\varphi(\omega_{c2}) = -180^\circ + \gamma_0 + (5^\circ \sim 12^\circ) = -180^\circ + 45^\circ + 5^\circ = -130^\circ$$

$$\varphi(\omega) = -90^\circ - \operatorname{tg}^{-1} 0.04\omega = -130^\circ$$

$$\operatorname{tg}^{-1} 0.04\omega = 40^\circ$$

$$\omega = 25 \operatorname{tg} 40^\circ \approx 21$$

④ 在 $\omega_{c2}=21$, 原系统在 ω_{c2} 的幅值 $L(\omega_{c2})$

$$L(\omega_{c2}) = 20[\lg 100 - \lg \omega - \lg \sqrt{1 + (0.04\omega)^2}] \Big|_{\omega=21} = 11.2368$$

$$20 \lg \beta = -L(\omega_{c2})$$

$$\beta = 10^{-\frac{L(\omega_{c2})}{20}} = 0.27426$$

⑤ 选择校正网络零点

$$\frac{1}{\beta T} = \frac{\omega_{c2}}{10} = 2.1 \quad \beta T = 0.4762$$

$$\frac{1}{T} = \beta \frac{\omega_{c2}}{10} = 2.1\beta = 0.575946 \quad T = 1.7363$$

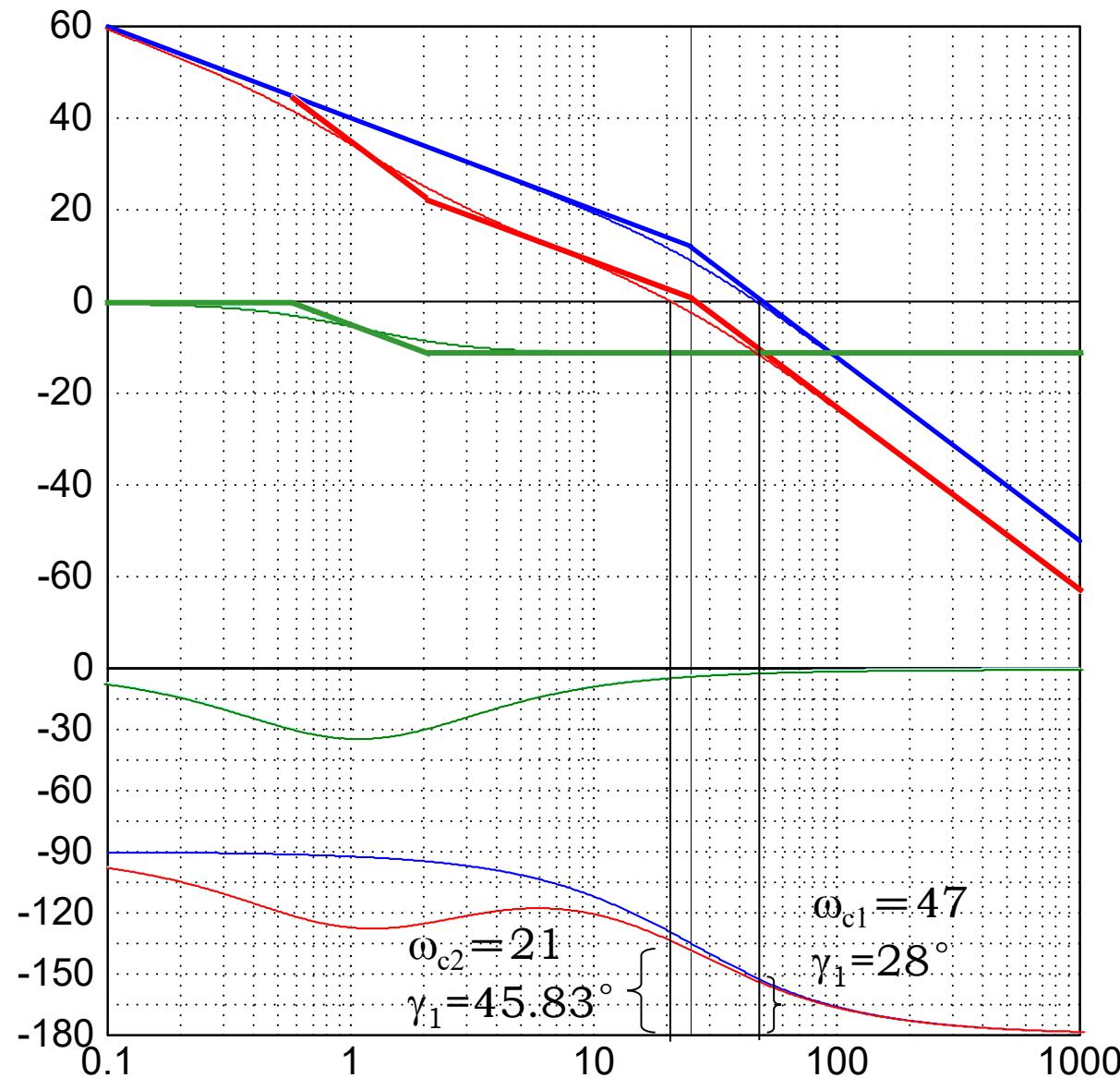
$$G_c(s) = \frac{1 + 0.4762s}{1 + 1.7363s}$$

$$G_k(s) = G_c(s)G(s) = \frac{100(1 + 0.4762s)}{s(1 + 0.04s)(1 + 1.7363s)} = \frac{685.65(s + 2.1)}{s(s + 25)(s + 0.575946)}$$

⑥ 画出校正后的Bode图，确定此时的幅值穿越频率 ω_{c2} 和相位裕量 γ_2 ，校验系统的性能指标。此时

$$\varphi(\omega) = -90^\circ - \operatorname{tg}^{-1} 0.04\omega - \operatorname{tg}^{-1} 1.7363\omega + \operatorname{tg}^{-1} 0.4762\omega$$

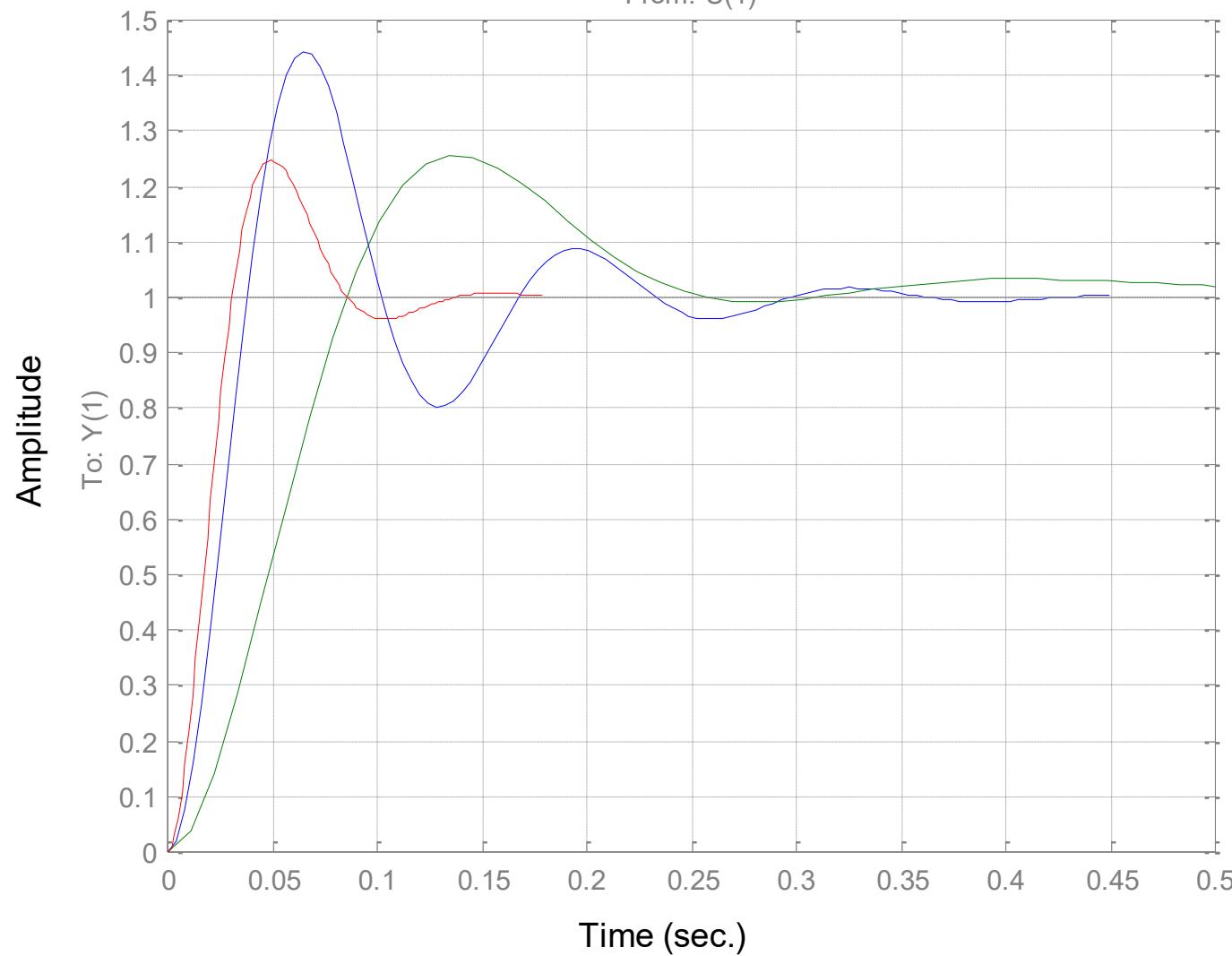
$$\varphi(21) = -134.17^\circ \quad \gamma = 180^\circ + \varphi(\omega_{c2}) = 45.83^\circ$$

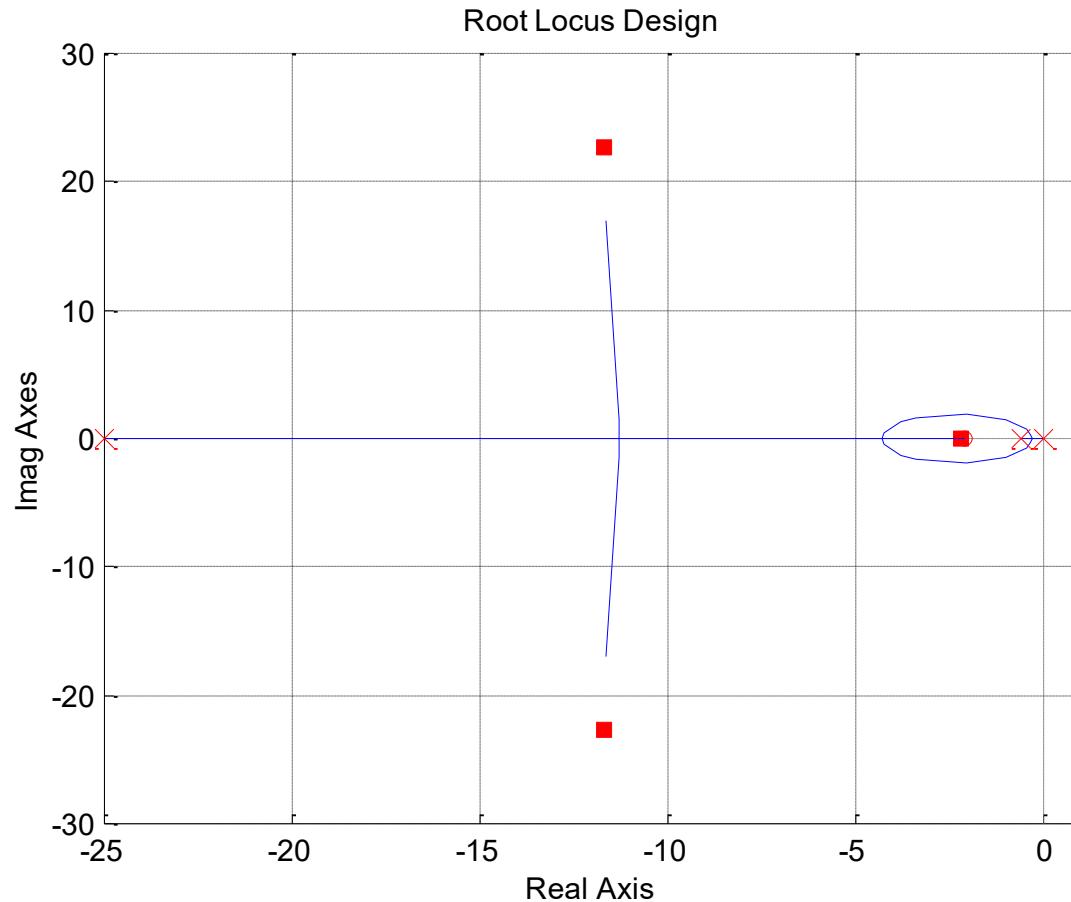




Step Response

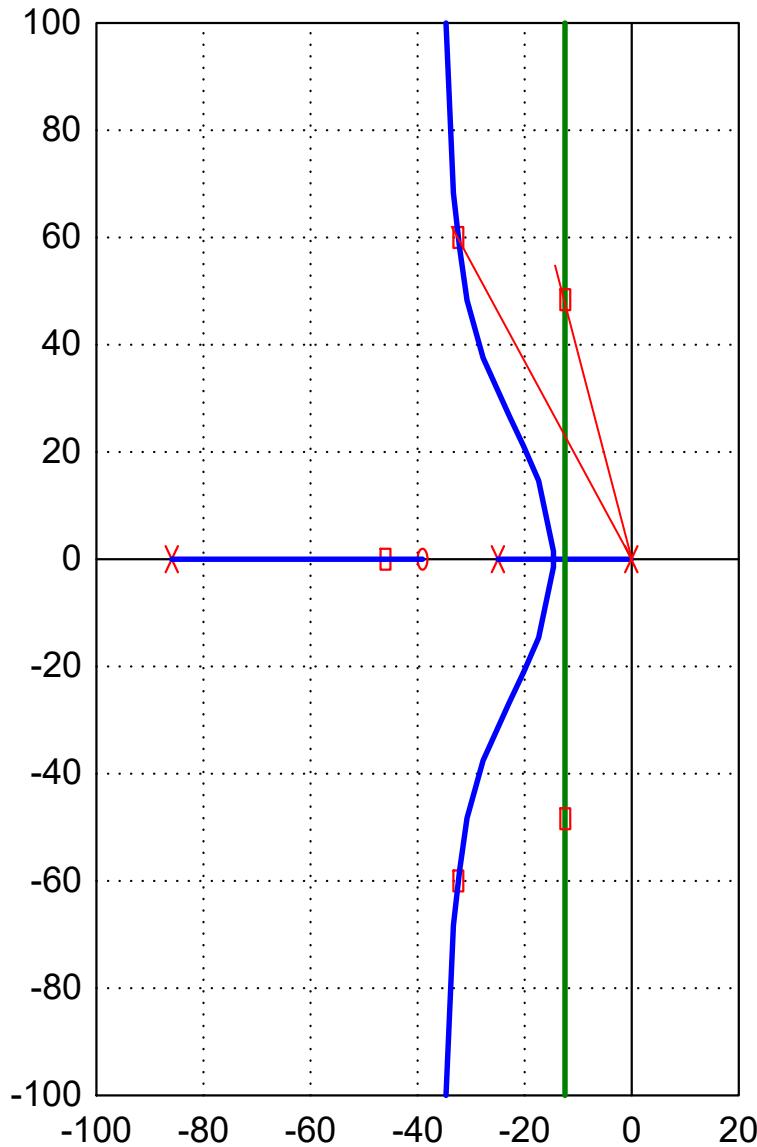
From: U(1)





校正前闭环极点为 $s_{1,2} = -12.5 \pm 48.4j$, $\zeta = 0.25$

校正后闭环极点为 $s_{1,2} = -11.6773 \pm 22.6232j$, $s_3 = -2.2214$,
 $z = -2.1$, $\zeta = 0.459$



校正前闭环极点为
 $s_{1,2} = -12.5 \pm 48.4j$,
 $\zeta = 0.25$

校正后闭环极点为
 $s_{1,2} = -32.4815 \pm 60.0354j$,
 $s_3 = -46.037$,
 $\zeta = 0.476$

四、相位滞后校正对系统的影响和限制

1. 影响：

- ① 从Bode图看系统的幅值穿越频率 ω_c 减小了，对应 ω_b 减小
- ② 幅频特性在 ω_c 附近的斜率减小了，即曲线平坦了；
- ③ 改善了系统的相位裕量 γ 和增益裕量 K_g ，提高了系统的相对稳定性；
- ④ 减小了系统的最大超调量，但上升时间等增大；
- ⑤ 本身对系统的稳态误差没有影响，但由于对中高频段幅值的衰减，所以可以提高低频段的幅值，提高稳态性能。

2. 限制：

当系统在低频段相频特性上找不到满足系统相位裕量点时，不能用相位滞后校正。



五、相位超前和相位滞后校正小结

1. 相位超前校正通过在幅值穿越频率点附近，提供一个相位超前量而使系统的相位裕量满足要求；相位滞后校正通过对中频及高频幅值衰减的特性，使幅值穿越频率向低频方向移动，同时使中频及高频的相位特性基本不变，从而使系统的相位裕量满足要求。
2. 相位超前校正可使幅频特性在中高频有所提升，因此带宽总大于原系统；而滞后校正的中频及高频衰减使带宽变窄。因此，对于同一系统，超前校正的带宽总大于滞后校正的带宽。若希望一个宽的带宽及快的响应，应采用超前校正。然而，宽的带宽意味着高频增益的增大，使噪声信号得以通过，在需要抑制干扰及噪声的情况下，应采用滞后校正。

3. 超前校正通常用来改善稳定裕量；滞后校正通常用来改善系统的稳态性能。由于降低了高频增益，系统的总增益可以增大，所以低频增益可以增加，故改善了稳态精度（降低了稳态误差）。此外，系统中包含的任何高频噪音，都可以得到衰减。
4. 超前校正需要有一个附加的增益增量，以补偿超前网络本身的衰减。