计算流体力学期末大作业

朱林-2200011028

2025 年 6 月 14 日

1　数理算法原理

1.1　问题描述

1.1.1　物理情形

Sod 激波管问题是一个一维理想气体流动问题：无限长管道中，初始时刻 $(t = 0)$ 在 $x = 0$ 处有一薄膜分隔两侧气体：

- 左侧 $(x < 0)$: 高压区，状态为 (ρ_L, u_L, p_L)
- 右侧 $(x > 0)$: 低压区，状态为 (ρ_R, u_R, p_R)

薄膜在 $t = 0^+$ 时刻瞬时破裂，两侧气体开始相互作用，产生复杂的波系结构。

1.1.2　标准初始条件

采用以下无量纲初始条件：

$$
\begin{aligned}
\text{左侧:}\quad & \rho_L = 1.0, u_L = 0.0, p_L = 1.0 \\
\text{右侧:}\quad & \rho_R = 0.125, u_R = 0.0, p_R = 0.1
\end{aligned}
$$

1.2　控制方程

流动由一维欧拉方程描述：

$$
\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \frac{\partial f(\mathbf{U})}{\partial x} = 0 \tag{1}
$$

$$
\mathbf{U} = \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ E \end{bmatrix}, \quad f(\mathbf{U}) = \begin{bmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + p \\ u(E + p) \end{bmatrix} \tag{2}
$$

其中总能密度 $E = \rho e = \rho(C_v T + \frac{1}{2}u^2)$。

1.3　Riemann 问题精确解

通过查阅资料，Sod 激波管问题的精确解可以通过黎曼问题的解法得到。该问题的解由四个区域组成，分别对应不同的流动状态和波系结构。

1.3.1 波系结构

1.3.2 解析解表达式

作为黎曼问题的最简单形式，Sod 激波管是理解更复杂流动机理的基础。同时常用于计算流体中作为典型案例检验算法和格式。

A AI 工具使用声明表

使用内容	工具名称	使用目的
hw2.tex 1-9 行、图片插入	Github Copilot	调整 pdf 格式，调用宏包，省略插入图片的重复性工作
main.py 6-15 行	DeepSeek	修正 matplotlib 中文显示问题
ReadMe.md 框架	DeepSeek	在 DeepSeek 的帮助下生成一个框架，在此基础上增加而来
.gitignore	Github Copilot	针对于 python 和 latex 的.gitignore 文件，完全由 Copilot 生成