

线控项目建模

张蔚桐 2015011493 自55

2017 年 4 月 17 日

选择牛顿力学进行分析

先对轮子进行受力分析，考虑到轮子是纯滚动状态，得到

$$I_w \ddot{\theta} = \tau - F_w R - \mu \dot{\theta} \quad (1)$$

$$m_w R \ddot{\theta} = -F_x + F_w \quad (2)$$

式中考虑到了 $x = R\theta$ 的纯滚条件，同时认为轮胎的摩擦系数满足纯滚条件

下一步研究杆的运动状态，角量上有

$$I_B \ddot{\phi} = F_y l \sin \phi - F_x l \cos \phi \quad (3)$$

平动方程

$$F_x = m_B \ddot{x} \quad (4)$$

$$m_B g - F_y = m_B \ddot{y} \quad (5)$$

运动学关联我们有

$$x - l \sin \phi = R\theta \quad (6)$$

$$y = l \cos \phi \quad (7)$$

下面开始解方程

从(1),(2)得到

$$I_w \ddot{\theta} + F_x R + m_w R^2 \ddot{\theta} = \tau - \mu \dot{\theta} \quad (8)$$

结合(4)得到

$$(I_w + m_w R^2) \ddot{\theta} + m_B R \ddot{x} + \mu \dot{\theta} = \tau \quad (9)$$

对(6)求导得到

$$\ddot{x} - l \cos \phi \ddot{\phi} + l \sin \phi \dot{\phi}^2 = R \ddot{\theta} \quad (10)$$

带入(9)得到

$$(I_w + m_w R^2 + m_B R^2) \ddot{\theta} + m_B R l (\cos \phi \ddot{\phi} - \sin \phi \dot{\phi}^2) + \mu \dot{\theta} = \tau \quad (11)$$

联立(3),(4),(5)得到

$$I_B \ddot{\phi} = (m_B g - m_B \ddot{y}) l \sin \phi - m_B \ddot{x} l \cos \phi \quad (12)$$

对(7)式求导得到

$$\ddot{y} = -l \cos \phi \dot{\phi}^2 - l \sin \phi \ddot{\phi} \quad (13)$$

联立(10),(12),(13)得到

$$I_B \ddot{\phi} = (m_B g + m_B l (\cos \phi \dot{\phi}^2 + \sin \phi \ddot{\phi})) l \sin \phi - m_B (R \ddot{\theta} + l \cos \phi \ddot{\phi} - l \sin \phi \dot{\phi}^2) l \cos \phi \quad (14)$$

稍作整理得到

$$I_B \ddot{\phi} = m_B g l \sin \phi + m_B l^2 \sin(2\phi) \dot{\phi}^2 - m_B l^2 \cos(2\phi) \ddot{\phi} - m_B R l \cos \phi \ddot{\theta} \quad (15)$$

联立(11),(15)并进行线性化得到

$$(I_w + m_w R^2 + m_B R^2) \ddot{\theta} + m_B R l \ddot{\phi} + \mu \dot{\theta} = \tau \quad (16)$$

$$I_B \ddot{\phi} = m_B g l \phi - m_B l^2 \ddot{\phi} - m_B R l \ddot{\theta} \quad (17)$$