线控作业1

张蔚桐 2015011493 自55

2017 年 3 月 7 日

1

文章主要探讨了利用频率响应作为检测传递函数的方法对硬盘控制系统的优化等问题，这里略去

2

从图1中可以预计，系统的传递函数可以表示为$G(s)=\frac{K}{s(T_1s+1)(T_2s+1)}, T_1>0, T_2>0$可以根据相频图估计转折频率$\omega_1=18.14\mathrm{rad/s}, \omega_2=1103\mathrm{rad/s}$可得$T_1=\frac{1}{\omega_1}=0.551\mathrm{s}, \mathrm{T}_2=\frac{1}{\omega_2}=0.9066\times10^{-3}\mathrm{s}$，同时，考虑辐频在$\omega=1\mathrm{rad/s}$附近的增益可得$20lg(K)=-9.2; K=0.346$因此系统传递函数可以表示为

$$G(s)=\frac{0.346}{s(0.551s+1)(0.9066\times10^{-3}s+1)}$$

，对应的Bode图如图2所示，可以看出和实际bode图1还是基本符合的

3

如图3显然这是一个惯性环节的图像，可以直接看出

$$G(s)=\frac{0.102}{(0.001s+1)}$$

MATLAB仿真之后的图像如图4所示，和原图3基本一致

4

可以看出系统的传递函数为$G(s)=\frac{K}{s(Ts+1)}, T>0$，并由图5可以得

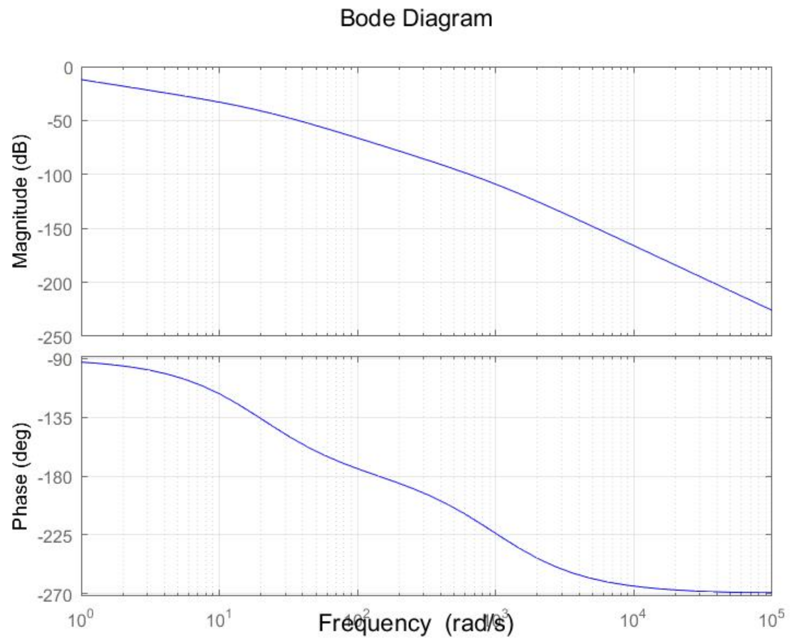

图 1: 原图像

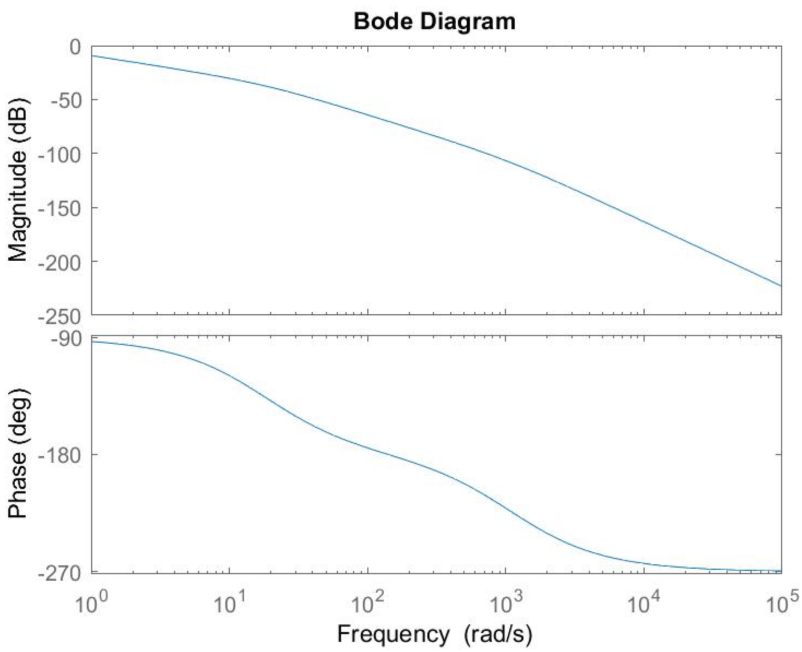

图 2: 理论图像

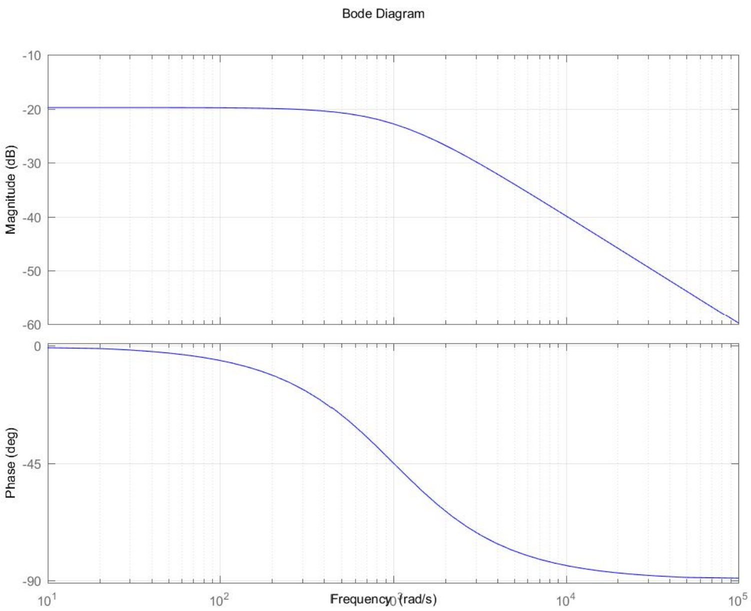

图 3: 原图像

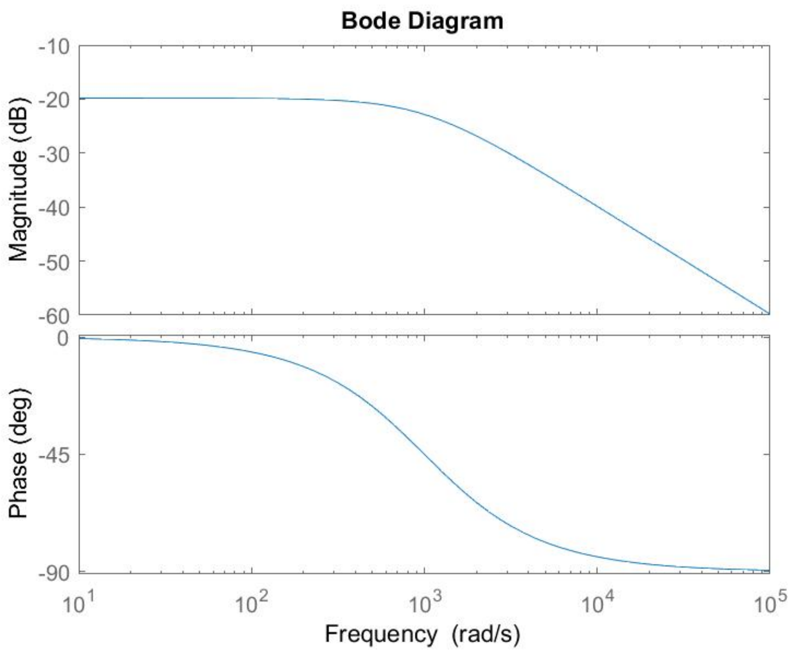

图 4: 理论图像

到$20lg(K)=7.196, K=2.29, T=\frac{1}{20}=0.05$因此

$$G(s)=\frac{2.29}{s(0.05s+1)}$$

MATLAB作图如图6所示，和实际情况相差不多

5

根据KCL，KVL，可以得到

$$\begin{cases}\dot{x_3}=\frac{1}{C_3}x_4\\ \dot{x_4}=-\frac{1}{L_1}x_1-\frac{1}{L_1}x_3+\frac{1}{L_1}u\\ \dot{x_2}=-\frac{1}{C_2R}x_1-\frac{1}{C_2R}x_2+\frac{1}{C_2R}u\\ \dot{x_1}=\frac{1}{C_1}x_4-\frac{C_2}{C_1}\dot{x_2}=\frac{1}{C_1R}x_1+\frac{1}{C_1R}x_2+\frac{1}{C_1}x_4-\frac{1}{C_1R}u\end{cases}$$

并进一步得到

$$y=RC_2\dot{x_2}=-x_1-x_2+u$$

因此得到

$$\begin{cases}\mathbf{A}=\begin{pmatrix}\frac{1}{RC_1} & \frac{1}{RC_1} & 0 & \frac{1}{C_1}\\ -\frac{1}{RC_2} & -\frac{1}{RC_2} & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{C_3}\\ -\frac{1}{L_1} & 0 & -\frac{1}{L_1} & 0\end{pmatrix};\mathbf{b}=\begin{pmatrix}-\frac{1}{RC_1} & \frac{1}{RC_2} & 0 & \frac{1}{L_1}\end{pmatrix}^{\mathbf{T}}\\ \\ \mathbf{c^T}=\begin{pmatrix}-1 & -1 & 0 & 0\end{pmatrix};\mathbf{d}=\begin{pmatrix}1\end{pmatrix}\end{cases}$$

6

由泊肃叶定律，可以得到状态方程为

$$\begin{cases}c_1x_1=u_1+\frac{\rho g}{R_2}x_2-\frac{\rho g}{R_2}x_1-\frac{\rho g}{R_1}x_1\\ c_2x_2=u_2-\frac{\rho g}{R_2}x_2+\frac{\rho g}{R_2}x_1\end{cases}$$

输出方程为

$$y=\frac{\rho g}{R_1}x_1$$

其中ρ是液体的密度，g是重力加速度

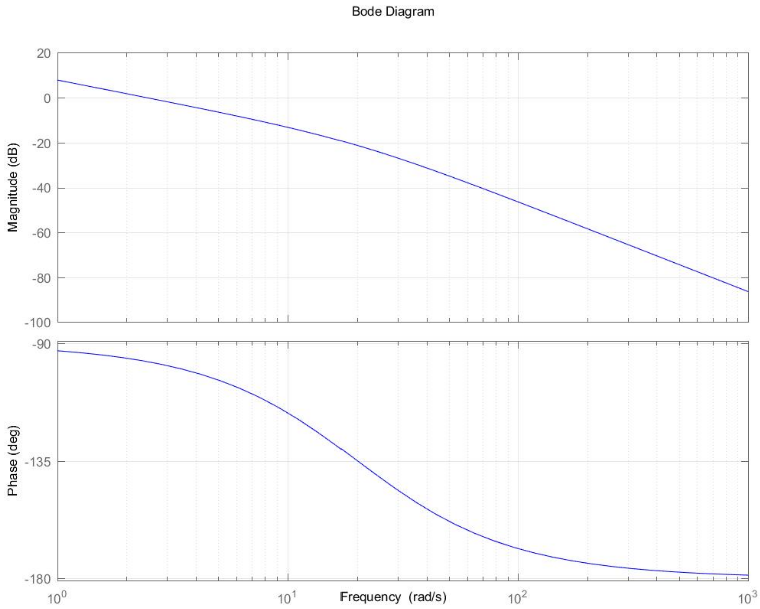

图 5: 原图像

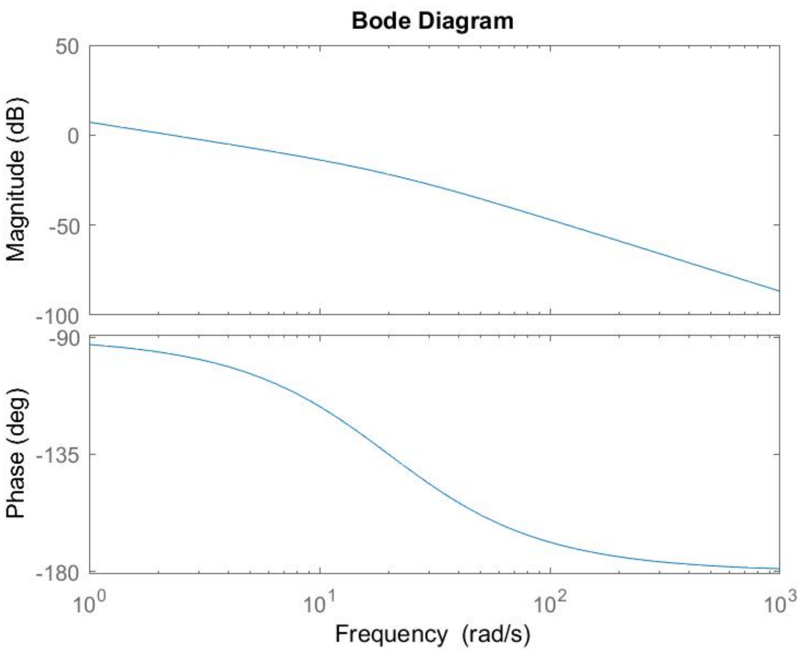

图 6: 理论图像

7

记滑块1的位置为F_1滑块2的位置为F_2，由牛顿第二定律得

$$\begin{cases} m_2\ddot{F_2} = u(t) + k(F_1 - F_2 - l) - \xi_2\dot{F_2} \\ m_1\ddot{F_1} = -k(F_1 - F_2 - l) - \xi_1\dot{F_1} \end{cases}$$

于是可以处理得到

$$\begin{cases} m_2F_2s^2 = U(s) + kF_1 - kF_2 - \xi F_2 s \\ m_1F_1s^2 = -kF_1 + kF_2 - \xi_1 F_1 s \end{cases}$$

于是

$$(m_1s^2 + \xi_1 s + k)F_1 = k\frac{U(s) + kF_1}{m_2s^2 + \xi_2 s + k}$$

整理得到

$$G(s) = \frac{k}{(m_1s^2 + \xi_1 s + k)(m_2s^2 + \xi_2 s + k) - k^2}$$

状态方程采用更简单的方式求取，设弹簧压缩的长度为x_3，两个物体的速度为x_1, x_2第1个物体的位移是x_4，由牛顿力学可得

$$\begin{cases} m_1\dot{x_1} = -\xi_1 x_1 + kx_3 \\ m_2\dot{x_2} = -\xi_2 x_2 - kx_3 + u \\ \dot{x_3} = x_2 - x_1 \\ \dot{x_4} = x_1 \end{cases}$$

于是得到

$$\begin{cases} \mathbf{A} = \begin{pmatrix} -\frac{\xi_1}{m_1} & 0 & \frac{k}{m_1} & 0 \\ 0 & \frac{\xi_2}{m_2} & -\frac{k}{m_2} & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}; \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}^{\mathbf{T}} \\ \mathbf{c}^{\mathbf{T}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}; \mathbf{d} = 0 \end{cases}$$

8

$$\begin{cases} \mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ \frac{g}{l} & 0 \end{pmatrix}; \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \end{pmatrix}^T \end{cases}$$

9

设$\dddot{x}+7\ddot{x}+14\dot{x}+8x=u$ 同时

$$\begin{cases} x_1 = x \\ x_2 = \dot{x} \\ x_3 = \ddot{x} \end{cases}$$

于是得到

$$\begin{cases} \mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -8 & -14 & -7 \end{pmatrix}; \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}^{\mathbf{T}} \\ \\ \mathbf{c}^{\mathbf{T}} = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \end{pmatrix}; \mathbf{d} = 0 \end{cases}$$

考察实现，传递函数可以化为

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{3s^{-3}}{1+7s^{-1}+14s^{-2}+8s^{-3}}$$

记

$$e(s) = \frac{u(s)}{(1+7s^{-1}+14s^{-2}+8s^{-3})}$$

于是得到

$$\begin{cases} Y(s) = 3s^{-3}e(s) \\ e(s) = u(s) - 7s^{-1}e(s) - 14s^{-2}e(s) - 8s^{-3}e(s) \end{cases}$$

可以得到模拟电路图如图7为其模拟结构图

10

显然

$$G(s) = \frac{4}{s+1} + \frac{-2}{s+2}$$

于是可以得到其系统结构图8并进一步可以得到解耦标准型:

$$\begin{cases} \mathbf{A} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}, \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 4 & -2 \end{pmatrix}^{\mathbf{T}} \\ \\ \mathbf{c}^{\mathbf{T}} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \end{pmatrix}, \mathbf{d} = 0 \end{cases}$$

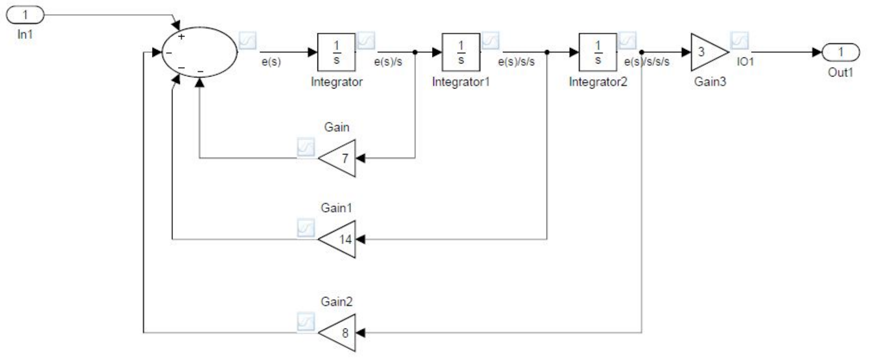

图 7: 10.模拟结构图

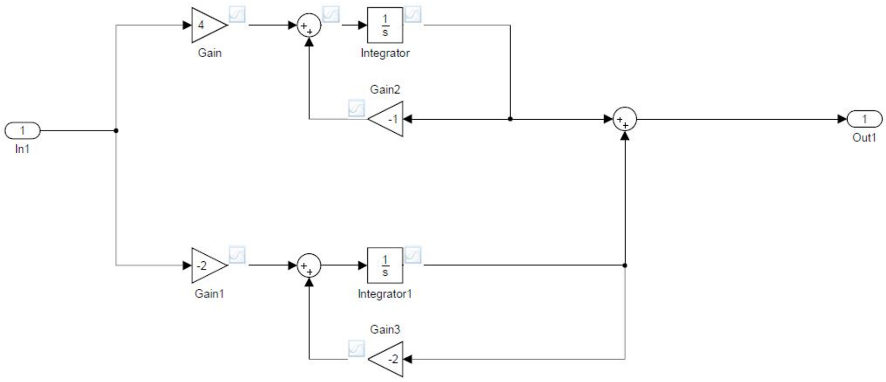

图 8: 11.模拟结构图

11

11.1

$$\begin{cases} \mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -2 & -3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -4 & -4 \end{pmatrix}; \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}^{\mathbf{T}} \\ \mathbf{c}^{\mathbf{T}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}; \mathbf{d} = 0 \end{cases}$$

11.2

$$\begin{cases} \mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -2 & -3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -4 & -4 \end{pmatrix}, \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}^{\mathbf{T}} \\ \mathbf{c}^{\mathbf{T}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}, \mathbf{d} = 0 \end{cases}$$

11.3

$$\begin{cases} \mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -2 & -3 & -1 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -4 & -4 \end{pmatrix}, \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}^{\mathbf{T}} \\ \mathbf{c}^{\mathbf{T}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \mathbf{d} = 0 \end{cases}$$

12

$$G(s)=\begin{pmatrix}1&1&1\\-2&-3&-4\end{pmatrix}\begin{pmatrix}s+2&0&0\\0&s+3&0\\0&0&s+4\end{pmatrix}^{-1}\begin{pmatrix}1&-1\\-5&4\\5&-3\end{pmatrix}$$

$$G(s)=\begin{pmatrix}\frac{1}{s+2}&\frac{1}{s+3}&\frac{1}{s+4}\\\frac{-2}{s+2}&\frac{-3}{s+3}&\frac{-4}{s+4}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&-1\\-5&4\\5&-3\end{pmatrix}$$

$$G(s)=\begin{pmatrix}\frac{1}{s+2}-\frac{5}{s+3}+\frac{5}{s+4}&-\frac{1}{s+2}+\frac{4}{s+3}-\frac{3}{s+4}\\-\frac{2}{s+2}+\frac{10}{s+3}-\frac{20}{s+4}&\frac{2}{s+2}-\frac{12}{s+3}+\frac{12}{s+4}\end{pmatrix}$$

13

$$\begin{cases}\dot{x_1}=-2x_1-50x_2-50x_3+10u\\\dot{x_2}=x_1+x_4+x_2+x_3\\\dot{x_3}=x_1+x_4+x_2\\\dot{x_4}=-x_2-x_3+3x_4\end{cases}$$

于是得到

$$\begin{cases}\mathbf{A}=\begin{pmatrix}-2&-50&-50&0\\1&1&1&1\\1&1&0&1\\0&-1&-1&3\end{pmatrix},\mathbf{b}=\begin{pmatrix}0&0&0&10\end{pmatrix}^{\mathbf{T}}\\\mathbf{c}^{\mathbf{T}}=\begin{pmatrix}0&1&1&0\end{pmatrix},\mathbf{d}=0\end{cases}$$

14

显然有

$$\mathbf{x}=\begin{pmatrix}\mathrm{e}^{2t}&t\mathrm{e}^{2t}&\frac{t^2}{2}\mathrm{e}^{2t}\\0&\mathrm{e}^{2t}&t\mathrm{e}^{2t}\\0&0&\mathrm{e}^{2t}\end{pmatrix}\mathbf{x_0},where\ \mathbf{x_0}=(x_1(0),x_2(0),x_3(0))^{\mathrm{T}}$$

15

$$\mathrm{e}^{\mathbf{A}t} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & cos(\theta t) & -sin(\theta t) \\ 0 & sin(\theta t) & cos(\theta t) \end{pmatrix}$$

16

将$\mathbf{\Phi}$(t)对角化得到

$$\mathbf{\Phi}(t) = \begin{pmatrix} -0.5 & 0.5 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathrm{e}^{-t} & 0 \\ 0 & \mathrm{e}^{3t} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -0.5 & 0.5 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}^{-1}$$

于是

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} -0.5 & 0.5 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -0.5 & 0.5 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$$

17

$$\mathbf{x}(t) = \begin{pmatrix} \mathrm{e}^{-t} & 0 \\ 0 & \mathrm{e}^{-2t} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix} + \int_0^t (\begin{pmatrix} \mathrm{e}^{-(t-\tau)} & 0 \\ 0 & \mathrm{e}^{-2(t-\tau)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix})\mathrm{d}\tau$$

整理并换元得

$$\mathbf{x}(t) = \begin{pmatrix} 2\mathrm{e}^{-t} \\ 3\mathrm{e}^{-2t} \end{pmatrix} + \int_0^t \begin{pmatrix} \mathrm{e}^{-(\tau)} \\ \mathrm{e}^{-2(\tau)} \end{pmatrix} \mathrm{d}\tau \Rightarrow \mathbf{x}(t) = \begin{pmatrix} 2\mathrm{e}^{-t} \\ 3\mathrm{e}^{-2t} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1-\mathrm{e}^{-t} \\ 1-\frac{1}{2}\mathrm{e}^{-2(\tau)} \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{x}(t) = \begin{pmatrix} 1+\mathrm{e}^{-t} \\ 1+\frac{5}{2}\mathrm{e}^{-2t} \end{pmatrix}$$