

线控作业3

张蔚桐 2015011493 自55

2017 年 3 月 27 日

1

考虑这些二次型的实对称矩阵

$$V_a(x) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 1 & 3 & -2.5 \\ -1 & -2.5 & 1 \end{pmatrix}$$

V_a 的特征值为-0.74,0.58,5.15。故 V_a 不定

$$V_b(x) = \begin{pmatrix} -1 & 1 & -1 \\ 1 & -3 & -0.5 \\ -1 & -0.5 & -11 \end{pmatrix}$$

V_b 的特征值为-11.12,-3.4134,-0.4677。故 V_b 负定

$$V_c(x) = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & 5 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

V_c 的特征值为0,1,6故 V_c 。半正定

2

2.1

构造 $V(\mathbf{x}) = x_1^2 + 2x_1x_2 + x_2^2$ 显然 $V(\mathbf{x})$ 正定，且当 $\|\mathbf{x}\| \rightarrow \infty$ 时有 $V(\mathbf{x}) \rightarrow \infty$

$$\begin{aligned} V'(\mathbf{x}) &= \frac{\partial V}{\partial \mathbf{x}} \mathbf{A} \\ &= 2x_1(-x_1 + x_2 + x_1^2) + 2x_1(-x_2 + 2x_1 - x_1^2) + \\ &\quad 2x_2(-x_1 + x_2 + x_1^2) + 2x_2(-x_2 + 2x_1 - x_1^2) \\ &= 2(x_1 + x_2)x_1 \end{aligned} \tag{1}$$

2.2

构造 $V(\mathbf{x}) = x_1^2 + x_2^2$ 显然 $V(\mathbf{x})$ 正定，且当 $\|\mathbf{x}\| \rightarrow \infty$ 时有 $V(\mathbf{x}) \rightarrow \infty$

$$\begin{aligned} V'(\mathbf{x}) &= \frac{\partial V}{\partial \mathbf{x}} \mathbf{A} \\ &= 2x_1(-x_1 + x_1x_2) + 2x_2(-x_2 - 2x_1 - x_1^2) \\ &= -2x_1^2 + -2x_2^2 \end{aligned} \tag{2}$$

显然 $V'(\mathbf{x})$ 负定，系统在原点处大范围渐进稳定

3