TD2 : Premiers programmes en `python`

MPSI - Lycée Thiers

2014/2015

Exercice 1 : Enoncé

Ecrire une fonction `abs()` prenant en paramètre un nombre et qui retourne sa valeur absolue, sans utiliser le module `math`.

Exercice 1 : Corrigé

Solution :

```
# Fonction valeur absolue
def abs(x) :
    if x >= 0 :
        return x    # résultat retourné lorsque x est positif
    else :
        return -x   # résultat retourné lorsque x est négatif
```

L'exécution donne :

```
>>> abs(-1)
1
>>> abs(3.5)
3.5
>>> abs(0)
0
```

l'exécution de `abs(x)` avec `x` de type ni '`int`' ni '`float`' produira une erreur...

Exercice 2 : Enoncé

Ecrire une fonction `fact()` prenant en paramètre un nombre entier positif et qui retourne sa factorielle (sans utiliser le module `math`).

On rappelle que : $\forall\, n \in \mathbb{N},\ n! = \prod_{k=2}^{n} k$ (remarquer que $0! = 1! = 1$).

Exercice 2 : Corrigé

Réponse :

```
# Fonction factorielle
def fact(x) :
    x = int(x)
    result = 1
    while (x > 1) :
        result = result * x
        x = x - 1
    return result
```

```
>>> fact(0)
1
>>> fact(3)
6
>>> fact(4)
24
>>> fact(5)
120
```

`fact(x)` avec `x` négatif ou de type non '`int`' produira un résultat absurde...

Exercice 3 : Enoncé

Ecrire une fonction `E()` prenant en paramètre un nombre et qui retourne sa partie entière (sans utiliser le module `math`).

(la partie entière d'un réel x, notée $\lfloor x \rfloor$, est le plus grand entier inférieur ou égal à x).

Exercice 3 : Corrigé

Réponse :

```python
# Fonction partie entière E()
def E(x) :
    if (x == int(x)) : return x
    elif (x >= 0) : return int(x)
    else : return -E(-x)-1
```

```
>>> E(3.14)
3
>>> E(-3.14)
-4
>>> E(0)
0
```

Exercice 4 : Enoncé

Améliorer le programme permettant de donner l'écriture d'un nombre en base 16, pour que les chiffres soient 0-9, A, B, C, D, E, F et que l'écriture débute par le préfixe `0x`.

Exercice 4 : Corrigé

Réponse :

```
a = int(input('Saisissez un nombre '))
res = ''
while a>0:
    b = a % 16
    if b == 10: b = 'A'
    elif b == 11: b = 'B'
    elif b == 12: b = 'C'
    elif b == 13: b = 'D'
    elif b == 14: b = 'E'
    elif b == 15: b = 'F'
    res = str(b) + res
    a = a // 16
res = '0x' + res
print(res)
```

```
Saisissez un nombre 15 * 16 ** 2 + 13 * 16 + 9
0xFD9
```

Exercice 4 : Corrigé

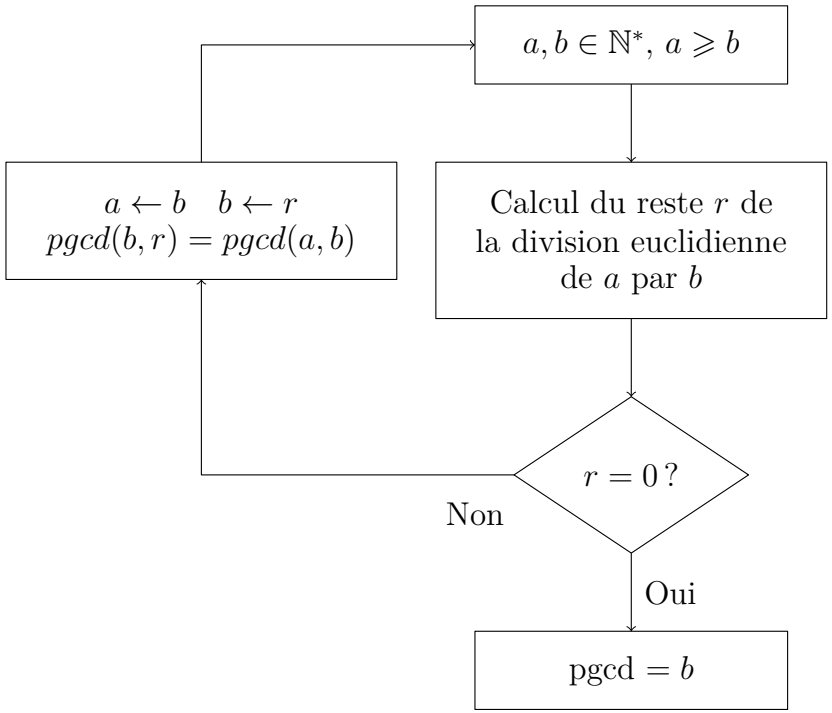
Algorithme un peu plus rapide :

```
a = input('Saisissez un nombre ')
resultat = ''
while a>0:
    b = a%16
    if b < 10: b = str(b)
    elif b == 10 : b = 'A'
    elif b == 11 : b = 'B'
    elif b == 12 : b = 'C'
    elif b == 13 : b = 'D'
    elif b == 14 : b = 'E'
    elif b == 15 : b = 'F'
    resultat = b + resultat
    a=a/16
resultat = '0x' + resultat
print resultat
```

```
Saisissez un nombre 15 * 16 ** 2 + 13 * 16 + 9
0xFD9
```

Exercice 5 : Enoncé

Ecrire un programme qui calcule le PGCD de deux nombres à l'aide de l'**algorithme d'Euclide**, que l'on commencera par justifier :



Exercice 5 : Corrigé

Preuve. Tout d'abord lorsque $r = 0$, a est un multiple de b et donc $pgcd(a, b) = b$. Lorsque $r > 0$. Puisque $\exists q \in \mathbb{N}$, $a = qb + r$, tout diviseur de b et de r est aussi diviseur de a (ainsi que de b). De même $r = a - qb$ et donc tout diviseur de a et de b est aussi diviseur de r (ainsi que de b). Ainsi a, b et b, r ont mêmes diviseurs communs ; en particulier : $pgcd(a, b) = pgcd(b, r)$.
L'algorithme se termine : la valeur de b est un entier naturel qui diminue strictement à chaque itération de la boucle tandis que le reste r est un entier naturel strictement inférieur à b, ainsi il y aura au plus b passages dans la boucle avant que le critère d'arrêt $r = 0$ ne soit satisfait. D'après ce qui précède la valeur retournée est $pgcd(a, b)$.

```
# Algorithme d'Euclide pour le pgcd
def pgcd(a,b) :
    while a%b != 0:
        a, b = b, a%b
    return b
```

```
>>> pgcd(120,36)
12
>>> pgcd(2,3)
1
>>>
```

Si au départ `a < b` la division euclidienne de `a` par `b` aura pour reste `a` (et quotient 0) et après la première itération de la boucle `while` les valeurs de `a` et `b` auront été échangées, il est donc inutile de traiter séparément le cas `a<b`.

Exercice 6 : Enoncé

Ecrire un programme pour l'arithmétique qui affiche le menu suivant et effectue les actions correspondantes :

```
 MENU :
1 - Calculer le pgcd de 2 entiers
2 - Calculer le ppcm de 2 entiers
3 - Déterminer si un nombre est premier
4 - Donner la décomposition en facteurs premiers d'un nombre
q - Quitter
```

Indication : l'instruction `break` permet la sortie d'une boucle.

Exercice 6 : Corrigé

L'écriture du menu s'obtient par :

```
# Corps du programme : boucle principale
while True:
    print("""MENU :
    1 - Calculer le PGCD de 2 nombres
    2 - Calculer le PPCM de 2 nombres
    3 - Déterminer si un nombre est premier
    4 - Donner la décomposition en facteurs premiers d'un nombre
    q - Quitter""")
    choix = input('Votre choix : ')
    # Quitter
    if (choix == 'q' or choix == 'Q'): break
```

Une chaîne de caractère placée entre 3 guillemets """ ."""" permet le saut à la ligne.

```
    # Choix 1 : pgcd
    elif (choix == '1'):
        print('\nSaisissez 2 entiers : ')
        nbr1 = int(input())
        nbr2 = int(input())
        print('Le PGCD de',nbr1,'et',nbr2,'est',pgcd(nbr1,nbr2))
```

Le choix 1 appelle la fonction `pgcd()` déjà écrite (elle doit figurer avant le programme).

Exercice 6 : Corrigé

Le choix 2 :

```
    # Choix 2 : ppcm
    elif (choix == '2'):
        print('\nSaisissez 2 entiers : ')
        nbr1 = int(input())
        nbr2 = int(input())
        print('Le PPCM de',nbr1,'et',nbr2,'est',ppcm(nbr1,nbr2))
```

appelle la fonction `ppcm()` :

```
def ppcm(a,b) :
    return (a * b) / pgcd(a,b)
```

à faire figurer avant le programme, et après la définition de la fonction `pgcd()`.

Elle utilise : $a.b = pgcd(a,b).ppcm(a,b)$.

Exercice 6 : Corrigé

Les deux derniers choix appellent des fonctions `premier()` et `Pdecomp()`, qu'il reste à écrire :

```
    # Choix 3 : test de primalité : premier()
    elif (choix == '3'):
        nbr = int(input('Saisissez un entier : '))
        if premier(nbr): print(nbr,'est premier')
        else: print(nbr,"n'est pas premier")
    # Choix 4 : décomposition : Pdecomp()
    elif (choix == '4'):
        nbr = int(input('Saisissez un entier : '))
        print('La décomposition de',nbr,'est',Pdecomp(nbr))
```

La fonction `premier()` prend en argument un entier et retourne un booléen selon si l'argument est un nombre premier ou pas.

La fonction `Pdecomp()` prend en argument un entier et retourne une chaîne de caractère donnant la décomposition en nombres premiers de l'argument.

Exercice 6 : Corrigé

La fonction `premier()` doit figurer avant le programme :

```
def premier(a):
    n = 2
    top = a**0.5
    while (n <= top):
        if a%n == 0: return False
        else: n += 1
    return True
```

Elle ne cherche qu'un diviseur de a inférieur à $\sqrt{a}$ (car si a a un diviseur il en a un $\leqslant \sqrt{a}$), et s'arrête en retournant `False` dès qu'elle en trouve un, `True` sinon.

Exercice 6 : Corrigé

La fonction `Pdecomp()` doit figurer avant le programme :

```
def Pdecomp(a):
    res = ''
    n = 2
    a0 = a
    premier = True
    while (n <= a):
        if (a%n == 0):
            premier = False
            if res == '' : res = str(n)
            else: res = res + '.' + str(n)
            a = a // n
        else: n += 1
    if premier: return str(a0)
    else: return res
```

Exercice 6 : Corrigé

Exemple :

```
MENU :
    1 - Calculer le pgcd de 2 nombres
    2 - Calculer le ppcm de 2 nombres
    3 - Déterminer si un nombre est premier
    4 - Donner la décomposition en facteur premier d'un nombre
    q - Quitter

Votre choix :4
Saisissez un entier 120
La décomposition de 120 en premiers est 2.2.2.3.5
```

On peut encore pour améliorer le programme, gérer des exceptions lorsque l'utilisateur ne saisit pas un entier positif pour lui renvoyer une message d'erreur. C'est assez facile : le plus gros du travail est fait. Nous verrons ça plus tard.