

CLASSE : MPSI 3

NOM :

PRENOM :

Exercice 1

a) Quelle instruction permet d’obtenir le résultat de 14^{21} ?
.....
Quel est le chiffre des centaine dans le résultat obtenu ?
b) Comment obtenir le reste dans la division euclidienne de $3 \times 4^{12} + 1$ par 13 ?
.....
Quelle est la valeur obtenue ?
c) Quelle instruction permet de déterminer si le nombre $2^{31} - 1$ est un multiple de 7 ?
.....
 $2^{31} - 1$ est-il multiple de 7 ?

Exercice 2

a) Quelle est le PGCD des nombre 7112 et 195 902 ?
Ecrire le code utilisé :
.....
.....
.....
.....
.....
.....

b) Quelle est l’écriture en binaire du nombre 108 ?
Ecrire le code utilisé :
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Exercice 3

Ecrire une fonction `arithmetico_geom(a,q,r,N)` prenant en paramètre 4 nombres `a,q,r` et un entier `N` et qui retourne le terme de rang N u_N de la suite arithmético-géométrique définie par : $u_0 = a$ et $\forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = q.u_n + r$.

Code de la fonction :
.....
.....
.....
.....
.....

b) Quel est la valeur du terme u_{10} de rang 10 de la suite arithmetico-géométrique définie par : $u_0 = 2$, et $\forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = 2.u_n - 1$?

Exercice 4

Déterminer le plus petit entier naturel N tel que $\sum_{k=1}^N \frac{1}{k} \geq 6$:
Donner le code utilisé :
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Exercice 5

Ecrire une fonction `syracuse()` qui prend en paramètre un entier n et qui retourne la liste des $n + 1$ premiers termes u_0, u_1, \dots, u_n de la suite $(u_n)_n$ définie par la relation de récurrence :

$$u_0 = 7 \quad \forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = \begin{cases} \frac{u_n}{2} & \text{si } u_n \text{ est pair} \\ 3u_n + 1 & \text{si } u_n \text{ est impair} \end{cases}$$

a) Donner le code de la fonction :
.....
.....
.....
.....
.....

[illegible]

b) Quelle est la valeur de u_{100} ?

Exercise 6

On cherche les solutions de l'équation diophantienne :

$$(x, y, z) \in N^3, 0 < x, y, z \leq 57, x^2 + y^2 = z^2 \quad (*)$$

a) A l'aide d'une compréhension de liste créer la liste L constituée de toutes les listes $[x, y, z]$ pour lesquelles (x, y, z) est solution de l'équation (*).

.....

b) En déduire la longueur des côtés du triangle rectangle qui parmi tous les triangles rectangles dont les côtés sont des entiers naturels inférieurs ou égaux à 57, a le plus grand périmètre. Réponse :

Code utilisé :

.....

.....

.....

.....

.....

Exercice 7

Pour un entier naturel $n \in \mathbb{N}^*$ le n -ième nombre de Catalan C_n est le nombre de façon de décomposer un polygone régulier ayant $n + 2$ côtés en triangles en le découpant le long de diagonales. On peut aussi définir la suite $(C_n)_{n \in \mathbb{N}}$ par la relation de récurrence :

$$C_0 = 1, \quad \forall n \in \mathbb{N}, \quad C_{n+1} = \sum_{k=0}^n C_k \cdot C_{n-k}$$

Exemple : $C_3 = 5$ (voir la figure suivante).



a) Ecrire une fonction `catalan()` prenant en paramètre un entier n et qui retourne la liste des nombres de Catalan de C_0 à C_N .

Code de la fonction :

[illegible]

b) Quel est le résultat de l'appel de `catalan(12)` ?

.....

.....