



#MCM

对于本题的评论

建模功率曲线

功率曲线描绘了一个骑手的功率随着时间的变化情况——骑手的功率输出，以及它们能保持在这个输出水平上多长时间。因此，一条功率曲线描绘了骑手的有氧和无氧运动能力，帮助区分了骑手的类型。

在实际中，功率曲线可以被多种体育上的测试来衡量，许多数学模型也描绘了这条曲线，其中最重要的概念是**临界功率**，这一功率衡量的是骑手可以无限时间，长久保持的功率水平；另外一个则是**存储的无氧功**，这一部分则是衡量骑手的爆发力。临界功率为区分有氧功和无氧功奠定了坚实的理论基础。

对于今年的模型，几个可行的做法是：**二参数的功率曲线、三参数的功率曲线**，还有一些队伍将模型按照时间分成了不同的区域，在每一段上定义一个拟合函数；还有些队伍根据能量消耗的程度分区，确定拟合函数；还有些队伍使用了冷门的做法，例如 Skiba energy store model，或者 Three tank Model，等等。另外有一些队伍仔细钻研了人体内能量流动的**生物学原理**，使用 ODE 建立了模型，这也是可以的。

一件重要的事情是，**队伍的功率曲线模型给出的结果必须符合他们的期望**，裁判非常希望看到，每一个队伍根据曲线分析每一类型的骑手有哪些优点、哪些缺点，并且验证这条曲线是符合期望、符合现实、正确被估计的。

以上所有的模型都是可行的，但是我们必须说明，为何选择了论文中的这个模型。可以写一小段 Literature Review，横向比较各个模型的优点和缺点，并说明为何你选择了这个模型；也有一些队伍选择了发展式的建模方法：先使用最简单的两参数模型进行建模，但是考虑到模型的限制（可能存在无限大的最大输出功率），换成了三参数模型。

在进行参数拟合时，各个队伍必须基于已有的数据，各个队伍需要**说明他们的拟合方法，报告拟合的结果和优劣，并对各个参数的合理性进行说明**

建模车手-自行车系统

建模这一系统时，应该考虑到作用在车上的各种力，同时也要考虑各种不同的地形——下坡、上坡、平地 and 转角，等等。

大多数队伍将自行车和人看作一个整体，使用功率-速度关系或者列出牛二律来找到使得车子向前的合力，再将它与功率和速度联系起来。为了向前行进，一个骑手必须克服重重阻力——例如重力的分力、摩擦的阻力，等等，他们与赛道的斜率有关；除此之外，还有空气的阻力，这通常与风速、风向和空气密度相关；某些队伍还考虑了自行车的机械部件摩擦带来的阻力。

将赛道分成不同的阶段也是重要的，例如上坡、下坡、平地、转角，其中，上坡和下坡的受力与斜率有关。常见的做法是求解每一段的功率，更加少见（独一无二）的方法是使用贝叶斯推理模型，通过一段路的难度系数（基于斜率、曲率、海拔、长度等得出）推理得到一段路的期望速率。

转角处需要仔细考虑，这是因为转角处必然存在一个临界最大速度，转弯越急，通过这个转角的限速也越高。对于转角有多种处理方式，一些队伍使用了硬性速度约束，而更细致的队伍则将向心力加入了考虑。

除此之外，一些队伍画出了自行车的受力分析图，使得裁判可以更好地理解他们的公式。最吸引裁判眼球的队伍还对方程中的每一项受力做出了合理的解释。

形成一个优化问题

一旦上面的物理模型完成，队伍们就需要建立一个优化模型。通常，队伍们使用的约束条件包括能量输出的最大值（根据功率曲线得到）、最大输出功率、骑手的最大速度，以及功率不能为负值，等等

这个优化问题需要在三个场地上运行，这首先需要将地图离散化，并从地图中抽取信息——这些信息包括地形信息（海拔、斜率、曲率，等等），对于这张地图，有多种离散化的方法，例如每隔 100m 算成一段，或者将道路分成不同的类型。大多数队伍认为，在每一段道路上的功率应该是相同的。裁判喜欢仔细地解释了他们的假设、道路离散化和建模方法的队伍。

此后，队伍必须求解这个优化问题。一些队伍使用了遗传算法，另一些使用了梯度下降法，还有一些队伍使用动态规划求解了这个最优控制问题。

很少一些队伍使用现控的知识，列出了哈密顿函数，还有一些队伍使用了贝叶斯优化/模拟退火，等等。

裁判最喜欢的是：**完整定义的约束条件和目标函数，清晰的假设、验证、解决优化问题的方法的完整解释（解释算法时可以画图）**

问题的分析

对于题目选择的两条赛道，其实各有千秋：东京赛道蜿蜒曲折，并且有难以完成的上下坡；另一条赛道则相对平直，没有太多转弯。

在结果的表达上，队伍必须提供清晰的可视化来表达他们的结果，图像应该清晰、大小合适，并且在各个轴上必须带有清晰的图例。更多的队伍选择了用文字表述他们的结果。**一些队伍将他们计算的时间与真实比赛的时间进行对比，从而验证其中的正确性**（这是很符合比赛精神的）

敏感性分析是问题的另一个重要组成部分——队伍必须分析天气对比赛完成时间的影响，并且确定是哪个因素的影响最大。**优秀的队伍仔细地解释了这些因素是如何影响他们的模型的**，例如风

速、风险、湿度、气压、温度，等等。这些因素通常作用在空气动力学阻力上；还有一些队伍认为降雨降低了路面的摩擦因数。凡是清晰表达了过程和结果的队伍都被视为是好的队伍。

为了讨论对于正常功率的偏移会带来什么样的效果，有几种做法：加入高斯白噪声，加入人工扰动，使用一个与时间相关的函数来加入扰动。只要你的方法被完整地解释并验证，就可以认为是一个好的方法。一些更加细致的队伍探究了比赛中的哪一部分是最为重要的。

模型的最后一部分要求各个队伍讨论如何将他们的模型应用于自行车团体赛，大多数的队伍选择了**使得六个人轮流成为排头，并使之暂时输出更高的功率**的方案，这样，由于队员在后面时可以恢复体力，这样讲使得整支队伍以更高的平均速率前进。这个问题中，最需要讨论的就是空气阻力，将目前已经建立的模型根据不同位置的骑手调节他们所受空气阻力即可。

最后，好论文必备的要素是：仔细声明的优化问题、解决方法的详细解释、思考了最优骑行方法的结论，以及对于模型改进的详细描述。

写信

在摘要里，最好的队伍**展示了他们建模的思考过程，总结了主要的结果，以及这些结果的显著性**在小文章中，需要使用合适的语言（不能带有太强技术性，避免说“数学建模的黑话”），提供模型的结果，并根据结果再次提出有效的建议。这些建议应该能被队伍的教练/队员直接使用。很多队伍使用了图，必须注意：图片中必须包含附加的信息，不能只是为了美化论文。

对于未来参赛选手的一般性建议

模型的建立

在建立一个模型时，确定你们队伍是在充足的假设上建立的。一个简洁的文献回顾应该是建模的第一步，这将可以帮助你**知道前人做了什么，知道模型的优缺点，并且在时间和资源的限制下选择最合适的模型**。由于时间有限，因此复杂的文献回顾并不需要，但是裁判希望看到简单的文献回顾，这有利于你在接下来的评选中脱颖而出。

每年都想要说明的是模型的复杂度问题。带有很多参数的复杂模型不是最好的，一个**简明的、可扩展的模型**当然是最优的解决方案。

一旦模型建立，必须检查所有假设是不是被很好地描述、每一个方程是否配有相应描述、所有变量是否被定义。使用适当的图来支持你的模型。

详细地说明参数的来源，确保作品可以被读者复制。如果是从文献中引用，请给出文献的链接，如果是估计的，说明估计方式。

敏感性分析

好好表达结果，选择合适方法，不糊弄裁判即可。

模型的求解和表达

如果你使用了优化模型/ODE，解释你的求解器；如果你使用了统计模型。解释拟合方法以及拟合效果

当你获得结果，确保这个结果合理，符合预期，并且使用正确的表达方式（例如，报告完赛时间时，请使用时：分：秒的格式，不要报告使用多少秒，在表达功率曲线时，应该使用适当的图片，例如，可以凸显运动员之间差距的图片）

不要使用很多小图，而要选择一张信息充分、标记完好的大图（轴上标识、单位、图例都得画好），每张图下面都需要 Caption 和解释

假设

在文中另写假设时，要使得其非常显眼！

引用和参考

Literature Review 是必须的，除了文中的正常引用之外，数据集、图像、参数值，等等，都需要引用。裁判有可能偷偷地去看你的引用哦！

结构和排版

不要通过减小图的尺寸来缩小页数！可以用流程图代替大段文字描述！

文章的清晰度和结构是决定 F 以上的关键！排上合适的图！

确保信息传递有效！避免语法错误！