

Day 84 ~ 91.

## <宇宙演化简史>

$P \propto a^{-3}$ ,  $P \propto a^{-4}$ . 各种观测与计算表明, 从辐射主导转向物质为主的时期大约在  $t = 10^{11} s$ . ( $3000 \sim 4000$  yr.).

由于宇宙根本没有“外界”, 所以我们将宇宙膨胀是绝对的. 对于辐射, 从设计物理方程易知,  $P \propto T^4$ , 而在辐射平面上有  $P \propto a^{-4} \Rightarrow T \propto a^{-1}$ .

对于早期的辐射宇宙, 我们有  $a = (2Bt)^{1/2} \Rightarrow T \propto \frac{1}{\sqrt{t}}$ . 经过计算可知  $T = \frac{10^{10}}{\sqrt{t}}$ .

→ 大爆炸奇点 (原初奇点).

许多物理量 (e.g. 温度) 在  $t \rightarrow 0$  时趋于无穷大, 从而一切物理定律在此时失效. <有人认为这种奇点不存在, 是时间膨胀作的妨碍的结果>.

但后来 Penrose 和 Hawking 用整体微分方法证明了一个定理: 为避免奇点, 必须满足几个条件, 时空奇点就不可避免.

另一个是而来的方向是所谓广义相对论 (引力理论) 的量子化. <量子力学没有量化时空, 只能简化它, 因此并非能引力理论>.

虽然我们说 classical GR 在奇点附近不适用, 应该以量子引力理论, 所以我们只在  $t \gg t_c$  的时候, classical GR 适用. 如何估计  $t_c$ ?

由于时间既涉及时空, 又涉及能量, 所以我们用 C. J. 方程一下时间量纲的量, 得出  $t_c = \left(\frac{G\hbar}{c^5}\right)^{1/2} \sim 10^{-43} s$ . (称为 Planck 时间).

→ 早期宇宙热平衡.

粒子的自旋 (spin) <  $\frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \dots$  (e, p, n, ...). Fermion

0, 1, 2, ... (0), Boson.

粒子间相互作用: 自然界中相互作用只有三个: grav, EM, strong (短程力, 例如核子之间), weak 没弱的排序: strong > EM > weak > gravity.

Schrödinger 方程不符合狭相框架, 引起微扰理论. Dirac 改造后形成 Dirac 方程, 改后可进入狭相框. 但 Dirac 方程包含反粒子.

由于 Pauli 不相容, 且电子有自旋, 所以每一个能级上最多有 2 电子. 所以, Dirac 称: 对于电子体, 有无穷多能级中充满了  $E < 0$  的区域 (negative Energy Sea).

从而阻止  $E > 0$  的电子向下跃迁, 使布洛赫能隙中出现一个空穴. 则该空穴等效电荷为  $+e$ . 能量  $+me$  ( $m$  为电子质量). 行这样的空穴称为 anti-particle.

电子的反粒子称为正电子 (positron), 表示  $e^+$ . 随着实验上, 人们发现了 position 和反粒子, 于是人们认为任何粒子都有其反粒子.

$e^-$  正电子产生需要的能量.

对于某些放射性核素在衰变时放出  $\beta$  线:  $nX \xrightarrow{\text{衰变}} AY + \beta$ . 其中  $\beta$  线是  $n - p + e^-$  (β 是负流).

但是, 人们发现在这个过程中除了电荷守恒, 别的并不守恒. (动量、能量、角动量) 那么一定有某种东西逃开了我们的观察.

$e^- + e^+ \rightarrow e^+ + e^-$ .

$E = 0$

↓ negative E. sea.

空穴

根据实验数据结果, 粒子微子的能量为 0. 自旋为  $S = +1/2$ . 电荷为 0.

为什么叫 neutrino? 它与其他粒子的相互作用太弱了. 我们认为它参与 weak/gravity, 弱相互作用, 甚至它可以穿过地球!

Mesoscopic (宏观的), Macro (介子). 用量子力学的语言, 当子是传递带电粒子间相互作用的媒介. 将这个推广到至 strong interaction.

(而川事件)

认为强相互作用粒子的静质量取决定力程，对于强 strong int. 的情况，认为其静质量为 200 meV。人们检测到了这个质量的粒子，但发现它没有与胶子交换发生相互作用。后来，(坂田昌一)认为介子场，介子和胶子，而介子不参与相互作用。

于是这时假设了粒子分类和 ①. 强子 (hadron): 参与强相互作用. ( $p, n, \pi^{\pm}, \eta, \cdots$ ) = "重子" + "介子".

$$n \rightarrow p + e + \bar{\nu} \quad (\text{不违反中性, 为保证电荷守恒})$$

②. 轻子 (lepton): 不参与强相互作用. ( $e, \mu, \tau, \nu_e, \nu_{\mu}, \nu_{\tau}, \cdots$ )

③. 胶子 =

强子是由更小的粒子组成的这些粒子称作 quark. 美化中子间相互作用是由带电荷的电荷. 而 quark 间强相互作用是 quark 带有颜色 (color).  $\rightarrow$  QCD.

quark 间相互作用由 gluon (胶子) 引起.  $p, n$  是由三色 (R, G, B) quark 组成的无色粒子。为什么  $p$  带  $e^+$  而  $n$  不带? 这是由于 quark 除了有 3 个色。

还有 6 个味 (flavor). 下 上 反 烟 灰 顶

down	up	strange	charm	bottom	top
elect. charge	$-\frac{1}{3}e$	$\frac{2}{3}e$	$-\frac{1}{3}e$	$\frac{2}{3}e$	$-\frac{1}{3}e$

$$p = d u \bar{u}, \quad n = d \bar{d} \bar{u}, \quad \pi^+ = \bar{d} \bar{u}, \quad \pi^- = d \bar{u}$$

所以现在我们有 18 种 quarks.

①. quarks.

在此之后，物理学家们  
②. leptons.  $e^- : \bar{\nu}_e$

$\mu^- : \bar{\nu}_{\mu}$

③. "中间玻色子": ( $\gamma, g, \cdots$ ).

Einstein 曾想在高学生建立某种“统一论”，但他失败了。本质上，他并非从场的极点性语言。事实上，所有试图统一相互作用的理论均使用了 Gauge theory.

而它又被 Yang - Mills 由 1954 年提出。所谓“对称”是我们的引入一个，通常地粒子场的加上对称破缺。除非不满足应添加一个 b. 通过这种所谓的“对称破缺”。

我们假设组成开群，所谓 U(1) 群。推广 U(2)、SU(2)。这样就必须引入 3 种不同颜色的“gauge particles”。

后面的 gauge particle 可通过能对称性破缺获得位置。“gauge group”:

$$\begin{matrix} U(1) \times SU(2) \\ \downarrow \\ W^+ W^- Z^0 \end{matrix}$$

$10^{15} \text{ GeV}$ .

"Grand Unification Theory": 强 - EM, strong, weak.  $\rightarrow$  SU(5) Group 24 种 particles.  $\theta = 174^\circ$ ,  $W^+ - Z^0 - 3 \bar{\nu}$ , gluon-8 个,  $X_p - 12$  个。

在这个模型中，重粒子不带电，且强子寿命  $10^{-28} \sim 10^{-32}$  year.

接下来，宇宙演化从  $t = 10^{-45}$  开始。此时，宇宙温度极高，存在的粒子为反夸克 - 夸克 - 中微子 - 光子。由于粒子密度极高，这导致粒子平均自由程很短。

导致它们可以快速达到平衡。宇宙被比作“一个均匀粒子汤”，里面粒子的能量主要是动能( $\sim kT$ )。e.g.  $T \sim 0.01\text{ eV}$ ,  $T \sim 10^4\text{ K}$ ,  $kT \sim 10\text{ meV}$ .

$m_e \sim 0.5\text{ meV} \ll 10\text{ meV}$  这意味着：对产生:  $2p \rightarrow e^+e^-$  对湮灭:  $e^- + e^+ \rightarrow 2p$ .

由于反子中子的质量为  $1840\text{ meV}$ ，它们并非相对论性粒子。由于它们的  $E$  太高，故而将飞离成  $(p\bar{p})$ ,  $(n\bar{n})$  相对平衡。故只有少量  $(p\bar{p})$ ,  $(n\bar{n})$

→ 物质与反物质不对称性。

在更长时间  $T = 10^{13}\text{ K}$ ,  $kT > mp$  从而还有  $(p\bar{p})$ ,  $(n\bar{n})$  在场。由于今天宇宙的物质由  $p$ ,  $n$ ,  $p\bar{n}$  组成。因此我们可以认为当时仍有少量“纯”  $p\bar{n}$ 。因此我们说物质-反物质不对称。两个可能的原因是：①在最初时就有不对称 ②演化中改变了对称 (GUT)。重子数密度比例为  $10^{-10}$ 。

→ 中微子退耦。

$t \sim 15\text{ Myr}$ ,  $T \sim 10^{10}\text{ K}$ . 中微子相互作用很弱，它们与其它粒子无相互作用耦合。从而它不再与其他粒子处于平衡。作物孤立粒子，它今天温度大约为  $2\text{ K}$ .

→ 早期核合成

由于宇宙只有氢可以看作中原材料。在宇宙中  $He/H \approx 1/4$ ，必须国际参加核合成的过程加以解释。

实验室验证产生的温度在  $10^9 \sim 10^{10}\text{ K}$ ，更高的温度会有所谓的“光辐射”。

生成的反应有： $p + p \rightarrow ^3H + \gamma$ ,  $^3H + n \rightarrow ^3H + \gamma$ ,  $^3H + p \rightarrow ^3He + \gamma$ ,  $^3H + ^3H \rightarrow ^3He + n$ ,  $^2H + ^3H \rightarrow ^3He + n$ ,  $^3He + ^3He \rightarrow ^4He + 2p$ .

主要产物： $^4He$ 。不存在质量数为 5, 8, 11 的稳定核素，所以早期核合成大约终止在  $^7Li$ 。其余核素是在恒星内部反应产生的。(以及超新星爆发)

以质量数  $^4He \rightarrow 1$ ,  $^2H$ ,  $^3He \rightarrow 10^{-5}$ ,  $^7Li \rightarrow 10^{-10}$ . He 丰度随年龄中子/质子数之比  $n/n_p$

中微子退耦后，我们有  $p + e \leftrightarrow \gamma + ne$ ,  $ne \leftrightarrow \gamma + e^+$ . 由于  $mp + me = mn - 1.5\text{ meV} < mn$ .  $p$  为  $p \rightarrow n + \gamma$ , 而  $n \rightarrow p$  是

由于此时电子能量远高于前解，所以该反应很难发生。但正向反应概率仍随温度而变。这说明物理系明  $n/n_p = \exp(-\frac{\Delta m}{kT})$ 。在温度到  $T_{rd} \sim 10^9\text{ K}$  时中微子退耦 - 百万倍以上从而比例固定。令  $\zeta = n/n_p$ , then  $N = (\zeta + 1)n_p$  由于  $\zeta$  的指数衰变， $n/n_p$  由  $\zeta$  变为  $\zeta^2$  的值约  $-1/3$ ,  $\zeta^3/3$  约  $-1/7$  以下。 $\Rightarrow n \rightarrow p + e + \bar{e}$ . 半衰期约  $10\text{ min}$ 。  
( $n$  为  $n$  和  $n_p$  之和  $= He$ ).

$He$  中所含核子数  $N_{He} = 2Un = 2n_p$ , 所谓丰度  $\Upsilon = \frac{He\text{中核子数}}{总核子数} = \frac{2n_p}{(6+1) \cdot n_p}$  计算可知  $\Upsilon = (\frac{n_p}{\zeta}) + (\frac{n_p}{\zeta^2}) + \dots \sim 1/4$ . 与测量值  $0.25$  符合地好。

从而这个被称为“标准模型”的第二基石。 $^2H$ ,  $^3He$ ,  $^7Li$  的丰度与  $\Upsilon = n_p/n_0$  有关。 $\Upsilon \sim 10^{-10}$   $\Upsilon \rightarrow 1$  表示一个原子周围核子数。

若假定  $\Upsilon \sim (3.4 \sim 5) \times 10^{-10}$ ，则理论与实验相符。此外，可用  $T_{rd}$  来推断中微子种类数。在宇宙早期有  $H^2 = 8np \Rightarrow$   $n \propto T^3$  从而  $T \propto n^{1/3}$ ,  $p \propto T^4$  膨胀快。

中微子退耦后，从而  $T_{rd} \propto \zeta \rightarrow 1/\zeta$ 。从而得出  $N_p \propto \zeta^2$  后有结果  $N_p \leq 3.3$

→ 宇宙微波背景辐射 (CMBR).

$t \sim 10^{13} \text{ s} \sim 4 \times 10^5 \text{ year}$ . 温度:  $3000\text{K} \sim 4000\text{K}$ . 此时质子与电子开始结合, 从而中性原子开始形成.

由于强弱吸引电磁相互作用, 电子与中性原子互相作用, 所以此时有光子辐射. 在运动着的、处在膨胀着的宇宙中, 光子频率随时间而有如下分布.

$$du = \frac{8\pi hc}{\lambda^5} (\exp(\frac{hc}{kT\lambda}) - 1)^{-1} d\lambda. \quad \text{在膨胀后, 上式依然满足, 但 } T \rightarrow \text{微宇宙膨胀 } a' = a\alpha. \rightarrow \lambda' = \alpha\lambda \text{ (Hubble 红移).} \quad \text{单位体积内光子数} \rightarrow \alpha^{-3} \text{ 倍.}$$

$$\Rightarrow \text{膨胀后 } du = \alpha^{-3} du = \frac{8\pi hc}{\alpha^5 \lambda'^5} (\exp(\frac{hc}{kT'\lambda'}) - 1)^{-1} d\lambda'. = \frac{8\pi hc}{\lambda'^5} \cdot [\exp(\frac{hc}{kT'\lambda'}) - 1]^{-1} d\lambda'. \quad T' = \alpha^{-1} T. \quad \text{从而膨胀的两个原因: 陈立为数, 以及 } T_0 = 2.73\text{K}.$$

宇宙辐射信号最早被两个射电天文学家在完全不同的频段下测得. 他们分别在  $7.35\text{ cm}$  的波长上测得信号, 令实验非常困难. 可表示为  $T = T_0 + T_1(1 + T_2)$ , 这说明银河不相干于各向同性的“本动速度”以外的因素. 为简而言之,  $T_1/T_0 \sim 10^{-3}$ ,  $T_2/T_0 \sim 10^{-5}$ ,  $T_1/T_2$  可用“本动速度”解释可能本动速度  $350\text{ km/s}$ .

而  $T_0$  与宇宙大尺度结构形成有关. 宇宙微波背景辐射是 standard model 的第三大基石. (第一大基石: 宇宙膨胀).

由于光需要一段时间到达地球, 因而通过背景辐射, 我们了解到宇宙年前信息.

→ 宇宙结构形成.

极早期宇宙中有极低密度扰动  $\delta\rho/\rho$ . 且热, 引力对膨胀有放大作用. 早期认为宇宙要由重子组成, 从而对结构建造成严重困难.

后来引入了非重子暗物质.   
hot DM. 自上而下形成结构

cold DM. 自下而上 → 需要提供“原初扰动”