Bokmål

Universitetet i Bergen
Det matematisk-naturvitenskapelige fakultet
OBLIGATORISKE OPPGAVER MAT 221– DISKRETT MATEMATIKK
Innlevering: måndag 07.october 2013, kl. 14:15

1. Kapittel 1-2 (opptelling og rekursjonsformler)

Oppgave 1

En lottorekke består av 7 forskjellige tall valgt blant tallene 1– 34.

(a) Hvor mange ulike lottorekker finnes det?
(b) Hvor mange ulike lottorekker finnes det der tallet 2 forekommer og tallet 10 ikke forekommer?

Anta vinnerrekken en uke består av tallene 2, 8, 13, 15, 23, 27 og 31

(c) Hvor mange ulike rekker finnes det der nøyaktig fem av tallene i vinnerrekken er med?
(d) Hva er sannsynligheten for at vinnerrekken neste uke ikke har noen av de samme tallene som vinnerrekken denne uken?

Oppgave 2

I en kortstokk er det 52 kort. 13 hjerter, 13 ruter, 13 spar og 13 kløver. En hånd består av 5 kort fra kortstokken. Hvor mange hender består av:

(a) 5 kort av samme type? (for eksempel 5 hjerter)
(b) 4 like (for eksempel 4 toere) + et vilkårlig kort?
(c) 3 like + 2 like? (for eksempel 3 firere og 2 treere)

Oppgave 3

Per, Kari, Ole og Hilde er ute og fisker. De får 11 makrell. De skal dele fisken mellom seg.

(a) Hvor mange måter kan de dele fisken på?
(b) Hvor mange måter kan de deles på når Per skal ha minst 3 fisk, mens Kari skal ha minst 2 fisk.

Faren til Per sier at de må la minst 2 fisk (men gjerne flere) ligge igjen i båten slik at han har agn til neste gang han skal ut å fiske.

(c) Hvor mange måter kan de nå dele fiskene på?

Oppgave 4

Per, Kari, Ole og Hilde er ute og fisker. De får 9 småsei, en torsk og en makrell. De skal dele fisken mellom seg og alle skal ha minst en fisk. Hvor mange måter kan de gjøre det på?

Oppgave 5

Hvor mange omstokkinger (anagram) kan du lage av ordet KOKKELIKO?

Oppgave 6

(a) Finn en formel for løsningen til den lineære rekursjonen $a_n = 5a_{n-1} - 6a_{n-2}$ der $a_1 = -1$ og $a_2 = 1$.
(b) Finn den genererende funksjonen til $a_n = 2a_{n-1} + a_{n-2}$ der $a_0 = 1$ og $a_1 = 1$.
(c) Finn den genererende funksjonen til $a_{n+1} = 2a_n + n$ der $a_0 = 1$.
(d) Bruk gjentatte iterasjoner til å finne en eksplisitt formel for rekursjonen $a_n = 3 \cdot 2^{n-1} - a_{n-1}$ som fremkommer når vi teller antall trefargede flagg med n striper.

Oppgave 7

(a) Løs rekurrens relasjonen (finn a_n).

$$a_n = a_{n-1} + 2a_{n-2} + \cdots + (n-1)a_{n-(n-1)} + na_n$$

der $a_0 = 1$ og $n \geq 1$.
Hint: sammenlign uttrykkene $a_n - a_{n-1}$ og $a_{n-1} - a_{n-2}$.
(b) Hva er det største antallet biter vi kan dele planet inn i, ved hjelp n linjer?