Kapitel 2, Übung 1
Grundlagen Informatik
Vorlesung vom 11.10.2023

Noah Tjorven Burdorf

23/10/11

1. Stellen Sie die Wahrheitstabelle folgender aussagenlogischer Formeln auf.

   (a) $(\neg A \wedge \neg B) \vee C$

A	B	C	$\neg A \wedge \neg B$	$(\neg A \wedge \neg B) \vee C$
F	F	F	T	T
F	F	T	T	T
F	T	T	F	T
F	T	F	F	F
T	F	F	F	F
T	F	T	F	T
T	T	F	F	F
T	T	T	F	T

   (b) $\neg A \vee \neg B \vee C$

A	B	C	$\neg A$	$\neg B$	$\neg A \vee \neg B \vee C$
F	F	F	T	T	T
F	F	T	T	T	T
F	T	F	T	F	T
F	T	T	T	F	T
T	F	F	F	T	T
T	F	T	F	T	T
T	T	F	F	F	F
T	T	T	F	F	T

2. Stellen Sie die Wahrheitstabelle folgender aussagenlogischer Formel auf. Reduzieren Sie vorher die Anzahl der benötigten Zwischenaussagen durch Anwendung von der Regel nach DeMorgan.

   $\neg(\neg A \wedge B) \vee \neg C \equiv A \vee \neg B \vee \neg C$

A	B	C	$\neg B$	$\neg C$	$A \vee \neg B \vee \neg C$
F	F	F	T	T	T
F	F	T	T	F	T
F	T	F	F	T	T
F	T	T	F	F	F
T	F	F	T	T	T
T	F	T	T	F	T
T	T	F	F	T	T
T	T	T	F	F	T

3. Vereinfachen Sie die folgenden Ausdrücke, bis nur noch die booleschen Operatoren $\vee$ und $\neg$ vorkommen:

   (a) $(\neg A \wedge \neg B) \vee C$

$$(\neg A \wedge \neg B) \vee C \equiv \neg(A \vee B) \vee C$$

   (b) $\neg(A \wedge \neg(B \Rightarrow C))$

$$\begin{aligned} \neg(A \wedge \neg(B \Rightarrow C)) &\equiv \neg A \vee (B \Rightarrow C) \\ &\equiv \neg A \vee (\neg B \vee C) \\ &\equiv \neg A \vee \neg B \vee C \end{aligned}$$

   (c) $\neg((A \wedge \neg B) \wedge \neg(C \Rightarrow D))$

$$\begin{aligned} \neg((A \wedge \neg B) \wedge \neg(C \Rightarrow D)) &\equiv \neg(A \wedge \neg B) \vee (C \Rightarrow D) \\ &\equiv (\neg A \vee B) \vee (\neg C \vee D) \\ &\equiv \neg A \vee B \vee \neg C \vee D \end{aligned}$$

4. Stellen Sie fest, ob die folgenden aussagenlogischen Formeln Tautologien sind: Nutzen Sie dazu keine Wertetabelle/Wahrheitstabelle sondern erklären Sie Ihre Feststellung! Falls es keine Tautologie ist, genügt eine Belegung mit dem Ergebnis „falsch“.

   (a) $(A \wedge \neg A) \Rightarrow (B \vee C)$
   Ist eine Tautologie da $(A \wedge \neg A)$ eine Kontradiktion ist, und somit immer falsch. Woraufhin der erste Teil der Implikation immer falsch ist, weswegen die Aussage immer wahr ist.

   (b) $(A \wedge B) \Leftrightarrow (A \vee B)$
   falsch

5. Stellen Sie fest, ob die folgenden Aussagenlogischen Formeln Kontradiktionen sind:

   (a) $A \wedge \neg A$
   Ist eine Kontradiktion, da immer A oder $\neg A$ faslch ist.

   (b) $(A \wedge \neg B) \Leftrightarrow (\neg A \vee B)$
   Ist eine Kontradiktion, da immer eine Seite falsch und eine Seite wahr ist, und eine Äquivalenz vorliegt.
   Da eine Äquivalenz immer falsch ist wenn beide Seiten unterschiedliche Wahrheitswerte haben, ist die gesamte Aussage falsch.

6. Zeigen Sie folgende Äquivalenz durch Umformung der linken Seite. Notieren Sie bei jedem Schritt alle Rechenregeln die Sie anwenden.

$$(C \wedge T) \vee \neg(\neg A \Rightarrow B) \vee (\neg A \wedge \neg C) \vee \neg(\neg C) \vee (\neg A \wedge A) \equiv (A \vee (B \wedge C)) \Rightarrow C \tag{1}$$
$$C \vee \neg(A \vee B) \vee \neg(A \vee C) \vee C \vee K \equiv \tag{2}$$
$$C \vee \neg(A \vee B) \vee \neg(A \vee C) \vee C \equiv \tag{3}$$
$$C \vee (\neg A \wedge \neg B) \vee (\neg A \wedge \neg C) \vee C \equiv \tag{4}$$
$$((\neg A \wedge \neg B) \vee (\neg A \wedge \neg C)) \vee C \equiv \tag{5}$$
$$(\neg A \wedge (\neg B \vee \neg C)) \vee C \equiv \tag{6}$$
$$\neg A \wedge \neg(B \wedge C) \vee C \equiv \tag{7}$$
$$\neg(A \vee (B \wedge C)) \vee C \equiv (A \vee (B \wedge C)) \Rightarrow C \tag{8}$$

1. Originale Aufgabe
2. Kürzungsregel 2x, DeMorgan'sche Regel 2x, Doppelte Verneinung
3. Kürzungsregel
4. DeMorgan'sche Regel
5. Idempotenz
6. Distributiv Gesetz
7. DeMorgan'sche Regel
8. DeMorgan'sche Regel, Implikationsregel