Bewohntheit in $\boldsymbol{\lambda 2}$

Florian Starke

October 9, 2015

Structure

luiuh

Bewohntheitsproblem

asd

Gegeben ein $\boldsymbol{\lambda 2}$ Typ t.

Gibt es einen $\boldsymbol{\lambda 2}$ Term M sodass $\emptyset \vdash M : t$?

Bewohntheitsproblem

asd

Gegeben eine Basis Γ und ein $\boldsymbol{\lambda 2}$ Typ t.

Gibt es einen $\boldsymbol{\lambda 2}$ Term M sodass $\Gamma \vdash M : t$?

P-Formeln

asd

Eine prädikatenlogische Formel φ ist eine
atomare Formel falls $\varphi = \textbf{false}$ oder $\varphi = P(a, b)$.

P-Formeln

asd

Eine prädikatenlogische Formel φ ist eine

atomare Formel falls $\varphi = \textbf{false}$ oder $\varphi = P(a, b)$.

universelle Formel falls $\varphi = \forall\vec{\alpha}(A_1 \to A_2 \to \cdots \to A_n)$ und für alle $\alpha \in \mathsf{FV}(A_n) \cap \mathsf{GV}(\varphi)$ existiert ein $i < n$ sodass $\alpha \in \mathsf{FV}(A_i)$.

P-Formeln

asd

Eine prädikatenlogische Formel φ ist eine

atomare Formel falls $\varphi = \textbf{false}$ oder $\varphi = P(a, b)$.

universelle Formel falls $\varphi = \forall\vec{\alpha}(A_1 \to A_2 \to \dots \to A_n)$ und für alle $\alpha \in \mathrm{FV}(A_n) \cap \mathrm{GV}(\varphi)$ existiert ein $i < n$ sodass $\alpha \in \mathrm{FV}(A_i)$.

existentielle Formel falls $\varphi = \forall\vec{\alpha}(A_1 \to A_2 \to \dots \to A_{n-1} \to \forall\beta(A_n \to \textbf{false}) \to \textbf{false})$ und für alle $\alpha \in (\mathrm{FV}(A_n) \cap \mathrm{GV}(\varphi)) \setminus \{\beta\}$ existiert ein $i < n$ sodass $\alpha \in \mathrm{FV}(A_i)$.

P-Formeln

asd

$$\forall \alpha P(\alpha, b)$$

P-Formeln

asd

$\forall \alpha P(\alpha, b)$ keine **P**-Formel

$\forall \alpha (Q(\alpha, \alpha) \to P(\alpha, b))$

P-Formeln

asd

$\forall \alpha P(\alpha, b)$	keine **P**-Formel
$\forall \alpha (Q(\alpha, \alpha) \rightarrow P(\alpha, b))$	**P**-Formel
$\forall \beta (P(\beta, a) \rightarrow \mathbf{false}) \rightarrow \mathbf{false}$	

P-Formeln

asd

$\forall \alpha P(\alpha, b)$	keine **P**-Formel
$\forall \alpha (Q(\alpha, \alpha) \to P(\alpha, b))$	**P**-Formel
$\forall \beta (P(\beta, a) \to \textbf{false}) \to \textbf{false}$	**P**-Formel
$\forall \alpha (\forall \beta (P(\beta, \alpha) \to \textbf{false}) \to \textbf{false})$	

P-Formeln

asd

$\forall\alpha P(\alpha, b)$	keine **P**-Formel
$\forall\alpha(Q(\alpha,\alpha) \to P(\alpha, b))$	**P**-Formel
$\forall\beta(P(\beta, a) \to \mathbf{false}) \to \mathbf{false}$	**P**-Formel
$\forall\alpha(\forall\beta(P(\beta,\alpha) \to \mathbf{false}) \to \mathbf{false})$	keine **P**-Formel

asd
asd

(Axiom)	$\Gamma, A \vdash A$	
$(\rightarrow$ -Introduction)	$\dfrac{\Gamma, A \vdash B}{\Gamma \vdash A \rightarrow B}$	
$(\rightarrow$ -Elimination)	$\dfrac{\Gamma \vdash A \rightarrow B \quad \Gamma \vdash A}{\Gamma \vdash B}$	
($\forall$-Introduction)	$\dfrac{\Gamma \vdash B}{\Gamma \vdash \forall \alpha B}$	$\alpha \notin \mathsf{FV}(\Gamma)$
($\forall$-Elimination)	$\dfrac{\Gamma \vdash \forall \alpha B}{\Gamma \vdash B\,[\alpha := b]}$	$b \in \mathcal{V}_P$

asd

asd

(Axiom)	$\Gamma, x : t \vdash x : t$	
(λ-Introduction)	$\dfrac{\Gamma, x : t_1 \vdash M : t_2}{\Gamma \vdash \lambda x : t_1.M : t_1 \to t_2}$	
(λ-Elimination)	$\dfrac{\Gamma \vdash M_1 : t_1 \to t_2 \quad \Gamma \vdash M_2 : t_1}{\Gamma \vdash M_1 M_2 : t_2}$	
($\forall$-Introduction)	$\dfrac{\Gamma \vdash M : t}{\Gamma \vdash \Lambda\alpha.M : \forall\alpha.t}$	$\alpha \notin \mathrm{FV}(\Gamma)$
($\forall$-Elimination)	$\dfrac{\Gamma \vdash M : \forall\alpha.t}{\Gamma \vdash M\, t' : t\,[\alpha := t']}$	

asd

asd

$$
\dfrac{\dfrac{\dfrac{\dfrac{\overline{\Gamma} \vdash x : \forall\vec{\alpha}(P^1_{\alpha_1\beta_1} \to \cdots \to P^n_{\alpha_n\beta_n} \to P_{\alpha\beta})}{\overline{\Gamma} \vdash x\vec{t} : P^1_{s_1t_1} \to \cdots \to P^n_{s_nt_n} \to P_{st}} \qquad \overline{\Gamma} \vdash N_1 : P^1_{s_1t_1}}{\vdots}}{\overline{\Gamma} \vdash x\vec{t}N_1 \dots N_{n-1} : P^n_{s_nt_n} \to P_{st}} \qquad \overline{\Gamma} \vdash N_n : P^n_{s_nt_n}}{\overline{\Gamma} \vdash (x\vec{t}N_1 \dots N_{n-1})N_n : P_{st}}
$$