$$L = \left\{a^i b^j c^k | i \neq j \wedge i \neq k \wedge j \neq k\right\}$$

Claim 0.1. *L ist nicht kontextfrei.*

Proof. Mit Hilfe des Ogden Lemma's.

$$w' = \underline{a}^n b^{n+n!} c^{n+2n!}$$

Alle a's sind markiert. Es existiert keine Zerlegung $w' = uvwxy$, sodass in vwx maximal n Buchstaben und in vx mindestens ein Buchstabe markiert sind und $\forall i \geq 0 \; uv^i wx^i y \in L$.

Fall 1: v enthält mindestens ein a und mindestens einen weiteren anderen Buchstaben.
Für $i = 2$ ist das Wort uv^2wx^2y offensichtlich nicht in L, da es nicht von der Form $a^*b^*c^*$ ist.

Fall 2: x enthält mindestens zwei unterschiedliche Buchstaben.
Für $i = 2$ ist das Wort uv^2wx^2y offensichtlich nicht in L, da es nicht von der Form $a^*b^*c^*$ ist.

Fall 3: $v = a^r, x^s, r + s > 0$ und u, w, y beliebig.
Da $t = r + s \leq n$ muss t Teiler von $n!$ sein. Daraus folgt das $i = 1 + \frac{n!}{t}$ eine ganze Zahl ist.

$$v^i x^i = (a^r)^{1+\frac{n!}{t}} (a^s)^{1+\frac{n!}{t}} = a^{(r+s)(1+\frac{n!}{t})} = a^{t+n!}$$

$$uv^i wx^i y = a^{n+n!} b^{n+n!} c^{n+2n!} \notin L$$

Fall 4: $v = a^r, x = b^s, r > 0, s > 0$ und u, w, y beliebig.
Für $i = 1 + \frac{2n!}{r}$:

$$uv^i wx^i y = a^{n+2n!} b^{n+n!+s\frac{2n!}{r}} c^{n+2n!} \notin L$$

Fall 5: $v = a^r, x = c^s, r > 0, s > 0$ und u, w, y beliebig.
Für $i = 1 + \frac{n!}{r}$:

$$uv^i wx^i y = a^{n+n!} b^{n+n!} c^{n+2n!+s\frac{n!}{r}} \notin L$$

$\square$