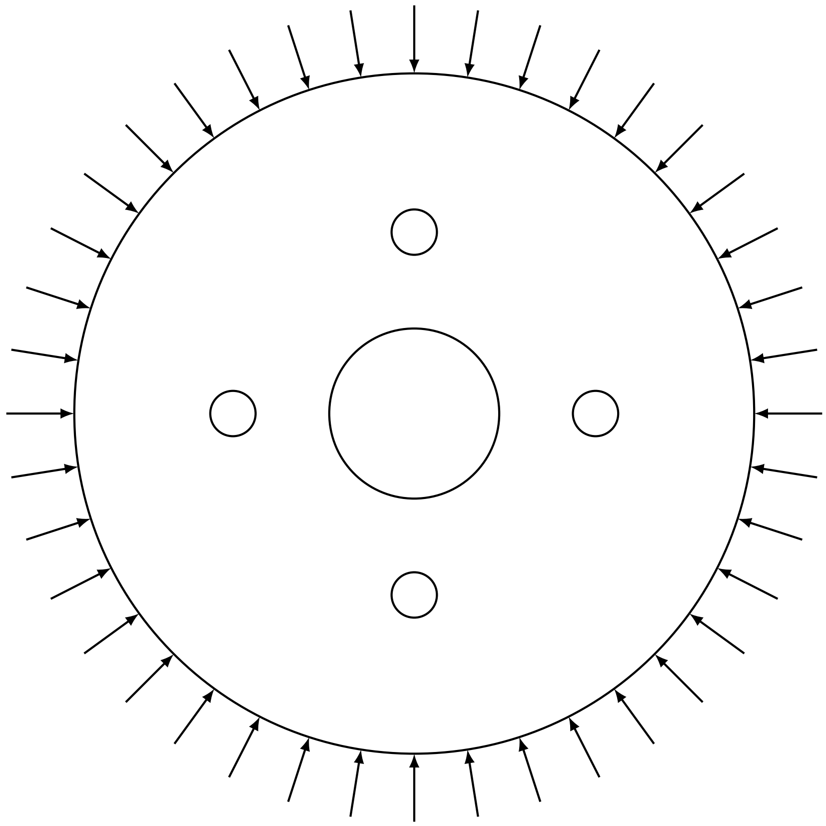


# 1 Analytische Lösung für vereinfachtes Rechenmodell

$$u_r = C_1 r + \frac{C_2}{r} - \frac{1-v^2}{8E}\varrho\omega^2 r^3 + (1+v)\frac{\alpha}{r}\int_a^r r'\Delta T dr'$$
$$\sigma_r = \frac{E}{1-v}C_1 - \frac{E}{(1+v)r^2}C_2 - \frac{3+v}{8}\varrho\omega^2 r^2 + \frac{E\alpha}{r^2}\int_a^r r'\Delta T dr'$$
$$\sigma_\varphi = \frac{E}{1-v}C_1 + \frac{E}{(1+v)r^2}C_2 - \frac{1+3v}{8}\varrho\omega^2 r^2 + E\alpha(\Delta T - \frac{1}{r^2}\int_a^r r'\Delta T dr')$$

Aus $\omega = 0$ und $\Delta T = 0$ folgt:

$$u_r = C_1 r + \frac{C_2}{r}$$
$$\sigma_r = \frac{E}{1-v}C_1 - \frac{E}{(1+v)r^2}C_2$$
$$\sigma_\varphi = \frac{E}{1-v}C_1 + \frac{E}{(1+v)r^2}C_2$$

Gegeben sind $\sigma_r(r_1) = \sigma_1$ und $u_r(r_2) = 0$. Damit kann man $C_1$ und $C_2$ herleiten:

$$0 = C_1 r_2 + \frac{C_2}{r_2}$$

$$C_1 = -\frac{C_2}{r_2^2} \tag{1}$$

$$\sigma_1 = \frac{E}{1-v} C_1 - \frac{E}{(1+v) r_1^2} C_2$$

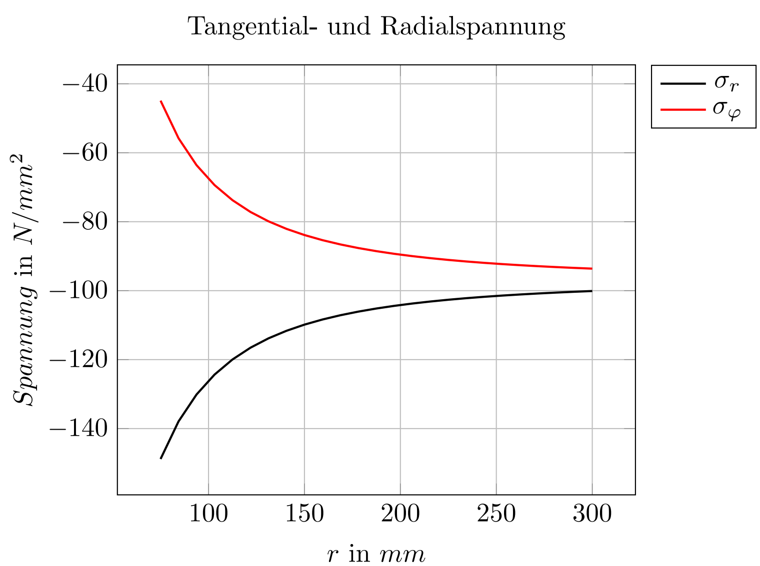
$$\sigma_1 = -\frac{E}{(1-v) r_2^2} C_2 - \frac{E}{(1+v) r_1^2} C_2$$

$$C_2 = -\frac{\sigma_1 (1-v)(1+v) r_2^2 r_1^2}{E(1+v) r_1^2 + E(1-v) r_2^2} \tag{2}$$

Mit $\sigma_1 = -100 N/mm^2$ und $u_r(r_2) = 0\ mm$ folgt:

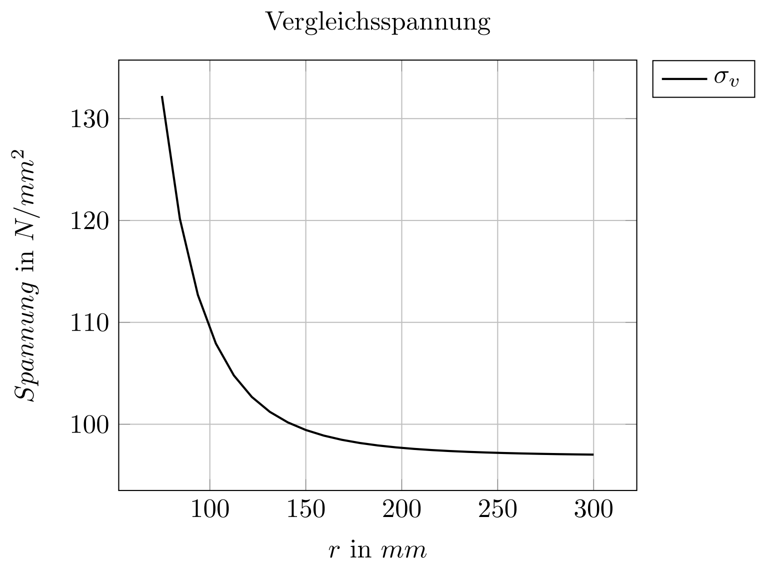
$$C_1 \approx -3,39 \cdot 10^{-4}$$

$$C_2 \approx 1,90\ mm^2$$

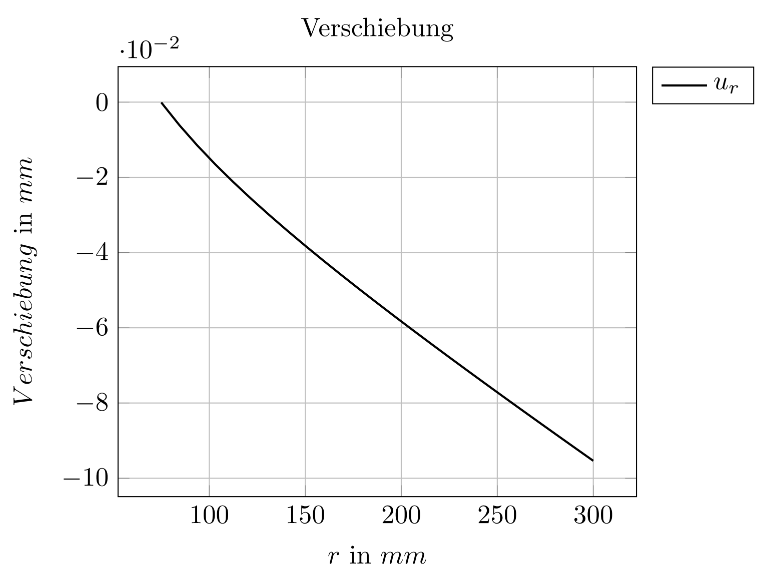



Vergleichsspannung

$$\sigma_v = \sqrt{\sigma_r^2 + \sigma_\varphi^2 - \sigma_r \sigma_\varphi}$$



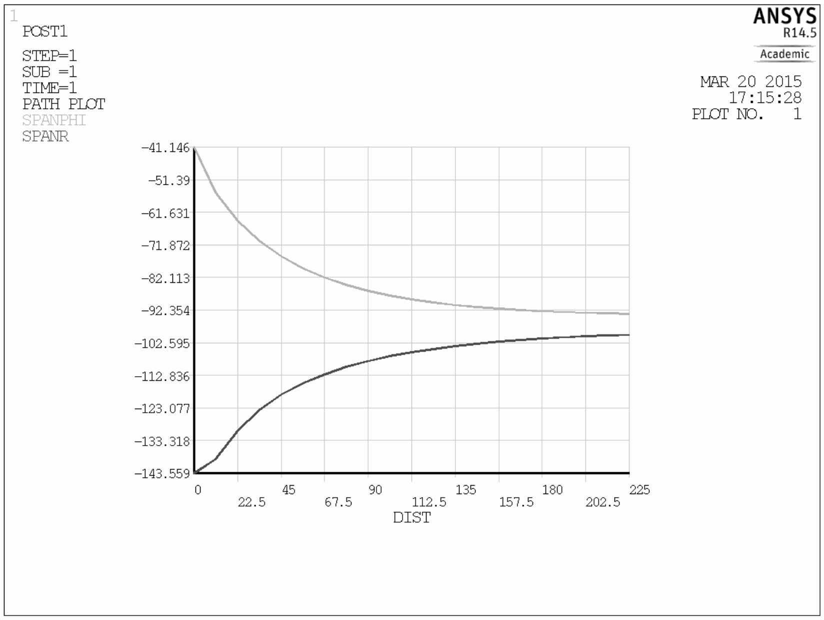

Größte Vergleichsspannung bei $r = 75\ mm$,
$\sigma_r(75\ mm) \approx -148.82\ N/mm^2$
$\sigma_\varphi(75\ mm) \approx -44.89\ N/mm^2$
$\sigma_v(75\ mm) \approx 132,22\ N/mm^2$.



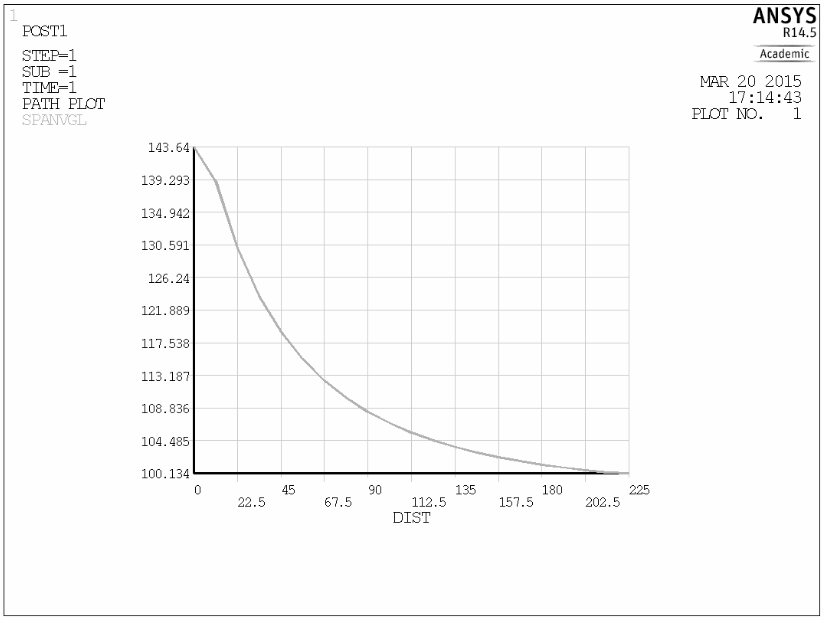

Betragsmäßig maximale Verschiebung bei $r = 300\ mm$, $|u_r(300\ mm)| \approx 0,095\ mm$.

# 2 ANSYS-Lösung

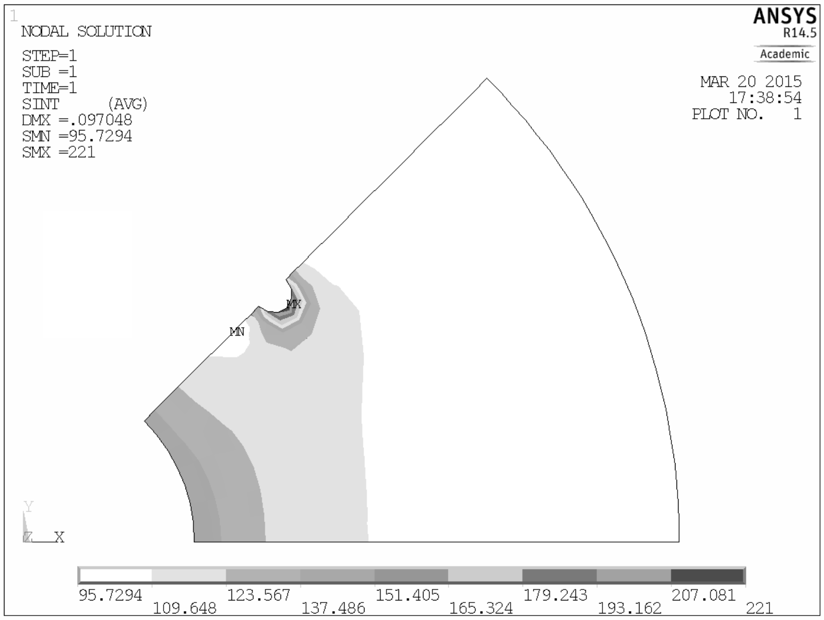
Tangential- und Radialspannung nach ANSYS-Lösung.




Vergleichsspannung

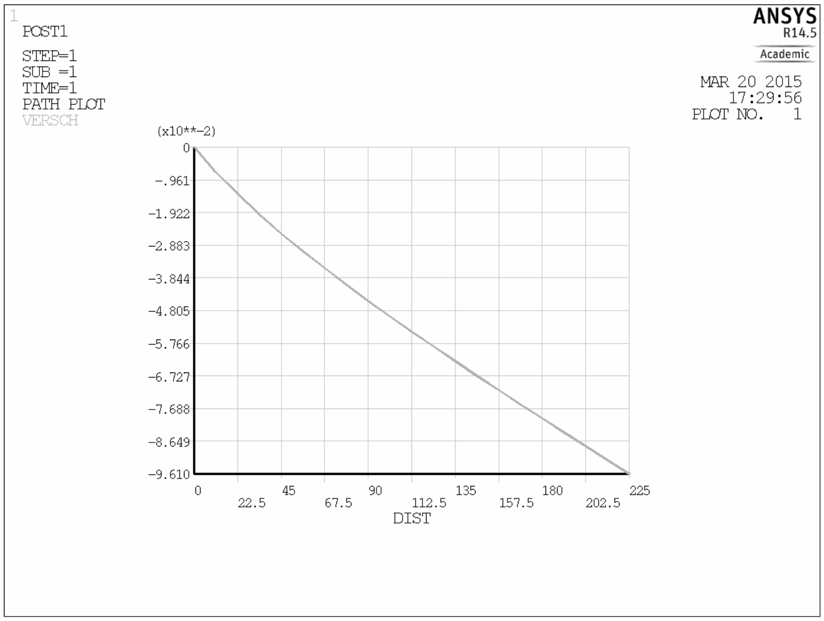


Maximale Vergleichspannung im ungestörten Scheibenbereich bei $r = 75\,mm, \sigma_v(75\,mm) \approx 143,64\ N/mm^2$.




Größte Vergleichsspannung befindet sich am Lochrand mit $\sigma_v = 221 N/mm^2$.

Die Verschiebung ist bei $r = 300\ mm$ und $\varphi = \pi/4$ mit $0,097\ mm$ betragsmäßig maximal.




# 3 Gegenüberstellung

Gegenüberstellung beider Lösungen im ungestörten Scheibenbereich.

| | Analytische Lösung | ANSYS-Lösung |
|---|---|---|
| max $\lvert u_r \rvert$ | $0,095\ mm$ | $0,096\ mm$ |
| max $\sigma_v$ | $132,22\ N/mm^2$ | $143,64\ N/mm^2$ |

Wie man an den Funktionsverläufen sieht unterscheiden sich die analytische und die ANSYS-Lösung im ungestörten Scheibenbereich kaum. Da die Löcher sehr klein sind haben sie hier kaum einen Einfluss.