

## 1 Analytische Lösung für vereinfachtes Rechenmodell

$$u_r = C_1 r + \frac{C_2}{r} - \frac{1-v^2}{8E} \rho \omega^2 r^3 + (1+v) \frac{\alpha}{r} \int_a^r r' \Delta T dr'$$

$$\sigma_r = \frac{E}{1-v} C_1 - \frac{E}{(1+v)r^2} C_2 - \frac{3+v}{8} \rho \omega^2 r^2 + \frac{E\alpha}{r^2} \int_a^r r' \Delta T dr'$$

$$\sigma_\varphi = \frac{E}{1-v} C_1 + \frac{E}{(1+v)r^2} C_2 - \frac{1+3v}{8} \rho \omega^2 r^2 + E\alpha \left( \Delta T - \frac{1}{r^2} \int_a^r r' \Delta T dr' \right)$$

Aus  $\omega = 0$  und  $\Delta T = 0$  folgt:

$$u_r = C_1 r + \frac{C_2}{r}$$

$$\sigma_r = \frac{E}{1-v} C_1 - \frac{E}{(1+v)r^2} C_2$$

$$\sigma_\varphi = \frac{E}{1-v} C_1 + \frac{E}{(1+v)r^2} C_2$$

Gegeben sind  $\sigma_r(r_1) = \sigma_1$  und  $u_r(r_2) = 0$ . Damit kann man  $C_1$  und  $C_2$  herleiten:

$$0 = C_1 r_2 + \frac{C_2}{r_2}$$

$$C_1 = -\frac{C_2}{r_2^2} \quad (1)$$

$$\sigma_1 = \frac{E}{1-v} C_1 - \frac{E}{(1+v)r_1^2} C_2$$

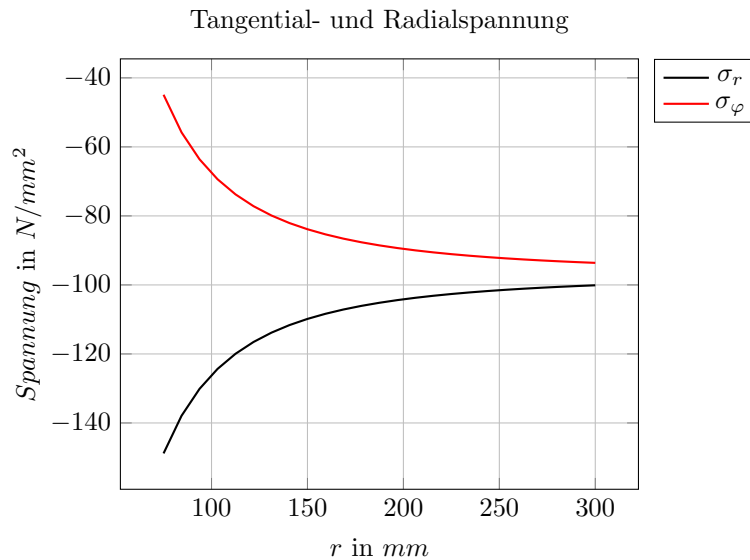
$$\sigma_1 = -\frac{E}{(1-v)r_2^2} C_2 - \frac{E}{(1+v)r_1^2} C_2$$

$$C_2 = -\frac{\sigma_1(1-v)(1+v)r_2^2 r_1^2}{E(1+v)r_1^2 + E(1-v)r_2^2} \quad (2)$$

Mit  $\sigma_1 = -100 \text{ N/mm}^2$  und  $u_r(r_2) = 0 \text{ mm}$  folgt:

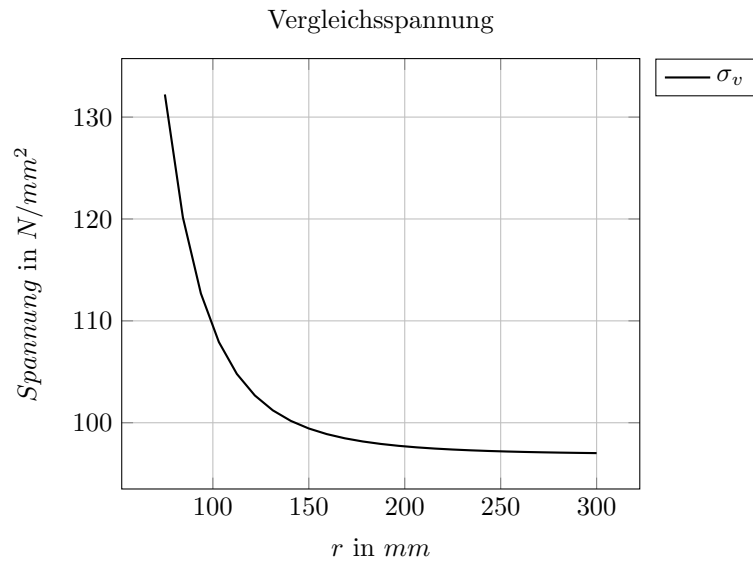
$$C_1 \approx -3,39 \cdot 10^{-4}$$

$$C_2 \approx 1,90 \text{ mm}^2$$

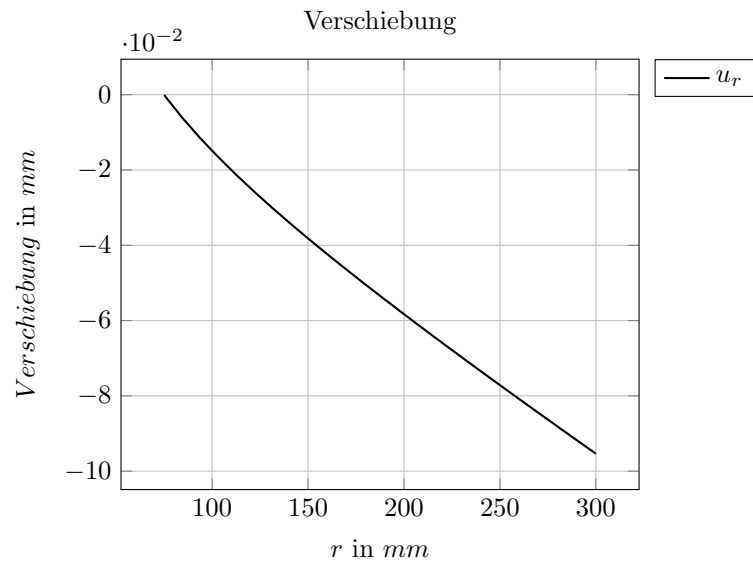


Vergleichsspannung

$$\sigma_v = \sqrt{\sigma_r^2 + \sigma_\varphi^2 - \sigma_r \sigma_\varphi}$$



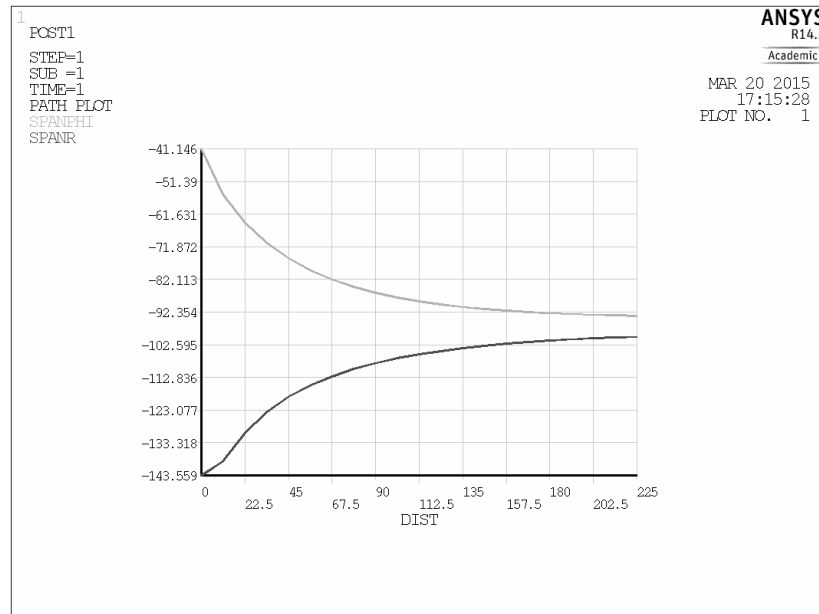
Größte Vergleichsspannung bei  $r = 75$   $mm$ ,  
 $\sigma_r(75$   $mm) \approx -148.82$   $N/mm^2$   
 $\sigma_\varphi(75$   $mm) \approx -44.89$   $N/mm^2$   
 $\sigma_v(75$   $mm) \approx 132,22$   $N/mm^2$ .



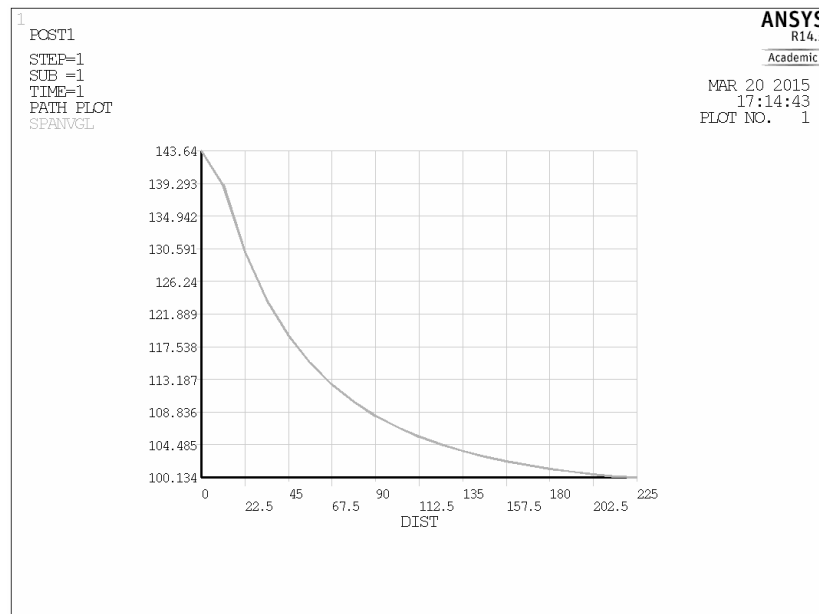
Betragsmäßig maximale Verschiebung bei  $r = 300$   $mm$ ,  $|u_r(300$   $mm)| \approx 0,095$   $mm$ .

## 2 ANSYS-Lösung

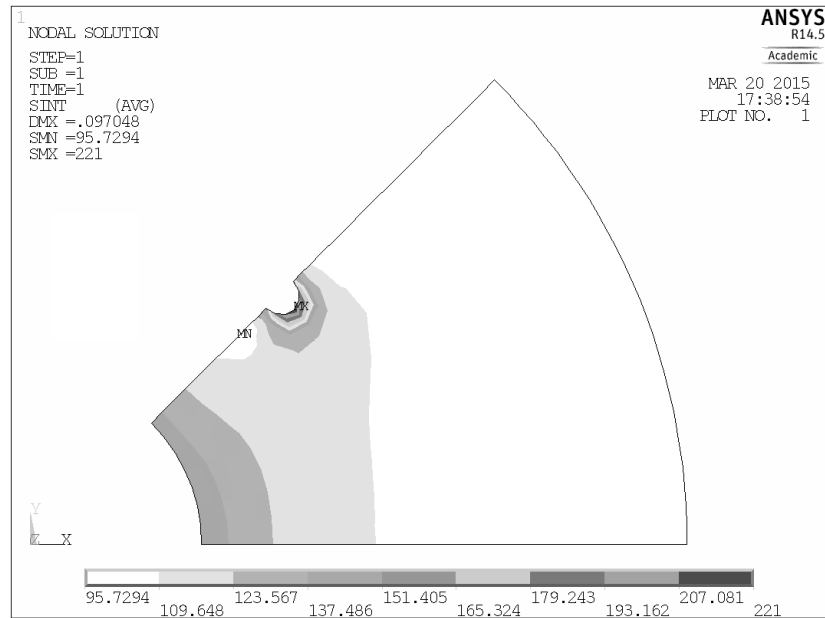
Tangential- und Radialspannung nach ANSYS-Lösung.



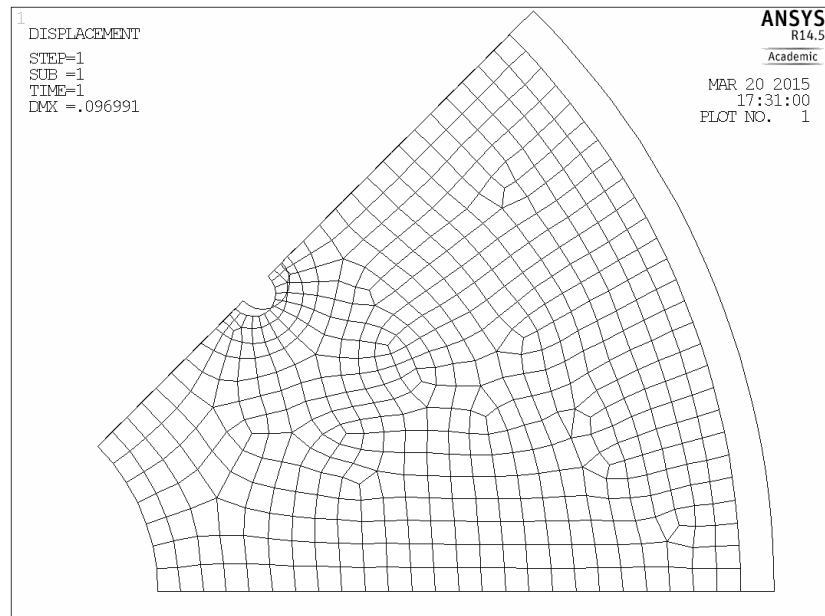
Vergleichsspannung



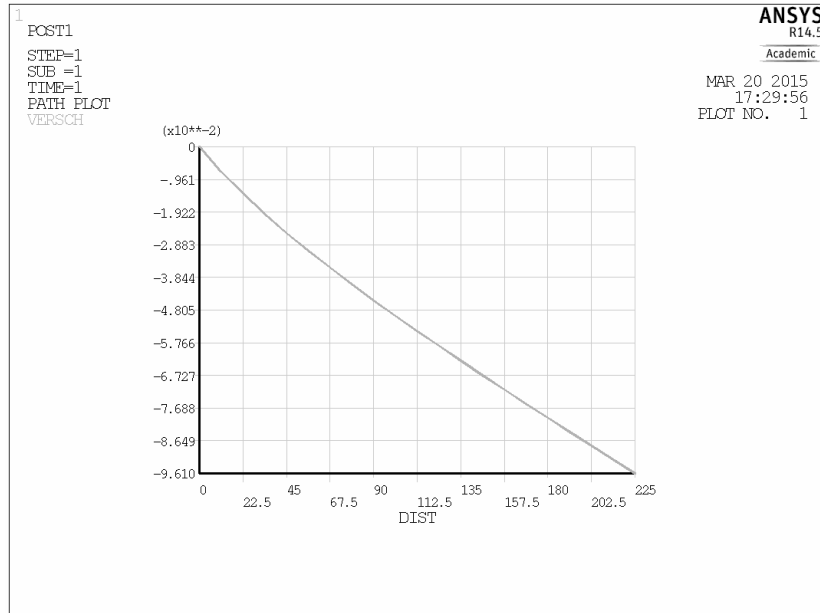
Maximale Vergleichsspannung im ungestörten Scheibenbereich bei  $r = 75 \text{ mm}$ ,  $\sigma_v(75 \text{ mm}) \approx 143,64 \text{ N/mm}^2$ .



Größte Vergleichsspannung befindet sich am Lochrand mit  $\sigma_v = 221 \text{ N/mm}^2$ .



Die Verschiebung ist bei  $r = 300 \text{ mm}$  und  $\varphi = \pi/4$  mit  $0,097 \text{ mm}$  betragsmäßig maximal.



### 3 Gegenüberstellung

Gegenüberstellung beider Lösungen im ungestörten Scheibenbereich.

	Analytische Lösung	ANSYS-Lösung
$\max  u_r $	0,095 mm	0,096 mm
$\max \sigma_v$	132,22 N/mm <sup>2</sup>	143,64 N/mm <sup>2</sup>

Wie man an den Funktionsverläufen sieht unterscheiden sich die analytische und die ANSYS-Lösung im ungestörten Scheibenbereich kaum. Da die Löcher sehr klein sind haben sie hier kaum einen Einfluss.