

$$L = \{a^i b^j c^k \mid i \neq j \wedge i \neq k \wedge j \neq k\}$$

**Claim 0.1.** *L ist nicht kontextfrei.*

*Proof.* Mit Hilfe des Ogden Lemma's.

$$w' = \underline{a}^n b^{n+n!} c^{n+2n!}$$

Alle  $a$ 's sind markiert. Es existiert keine Zerlegung  $w' = uvwxy$ , sodass in  $vw$  maximal  $n$  Buchstaben und in  $vx$  mindestens ein Buchstabe markiert sind und  $\forall i \geq 0 \ uv^i w x^i y \in L$ .

Fall 1:  $v$  enthält mindestens ein  $a$  und mindestens einen weiteren anderen Buchstaben.

Für  $i = 2$  ist das Wort  $uv^2 w x^2 y$  offensichtlich nicht in  $L$ , da es nicht von der Form  $a^* b^* c^*$  ist.

Fall 2:  $x$  enthält mindestens zwei unterschiedliche Buchstaben.

Für  $i = 2$  ist das Wort  $uv^2 w x^2 y$  offensichtlich nicht in  $L$ , da es nicht von der Form  $a^* b^* c^*$  ist.

Fall 3:  $v = a^r, x = a^s, r + s > 0$  und  $u, w, y$  beliebig.

Da  $t = r + s \leq n$  muss  $t$  Teiler von  $n!$  sein. Daraus folgt das  $i = 1 + \frac{n!}{t}$  eine ganze Zahl ist.

$$v^i x^i = (a^r)^{1+\frac{n!}{t}} (a^s)^{1+\frac{n!}{t}} = a^{(r+s)(1+\frac{n!}{t})} = a^{t+n!}$$

$$uv^i w x^i y = a^{n+n!} b^{n+n!} c^{n+2n!} \notin L$$

Fall 4:  $v = a^r, x = b^s, r > 0, s > 0$  und  $u, w, y$  beliebig.

Für  $i = 1 + \frac{2n!}{r}$ :

$$uv^i w x^i y = a^{n+2n!} b^{n+n!+s\frac{2n!}{r}} c^{n+2n!} \notin L$$

Fall 5:  $v = a^r, x = c^s, r > 0, s > 0$  und  $u, w, y$  beliebig.

Für  $i = 1 + \frac{n!}{r}$ :

$$uv^i w x^i y = a^{n+n!} b^{n+n!} c^{n+2n!+s\frac{n!}{r}} \notin L$$

□