

Modulbegleitende Aufgabe II

Shanshan Huang, Florian Starke

28. November 2015

Gegeben seien $N \in \mathbb{N}$, eine Zerlegung Δ_N des Intervalls $[-1, 1]$ durch die Stützstellen $-1 \leq x_0 \leq x_1 \leq \dots \leq x_N \leq 1$, und die Funktionen $f_R, f_1: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ mit

$$f_R(x) := \frac{1}{1 + 25x^2},$$

$$f_1(x) := (1 + \cos(\frac{3}{3}\pi x))^{2/3}.$$

1 Polynominterpolation

1.1 Gleichverteilte Stützstellen

Die $N+1$ Stützstellen sind äquidistant verteilt. Es folgt $x_i := -1 + 2i/N$ für $i = 0, \dots, N$.

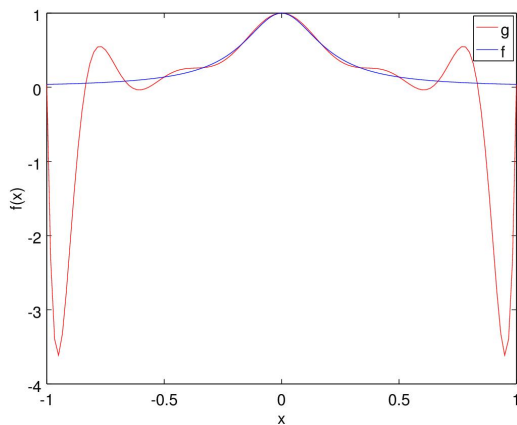


Abbildung 1

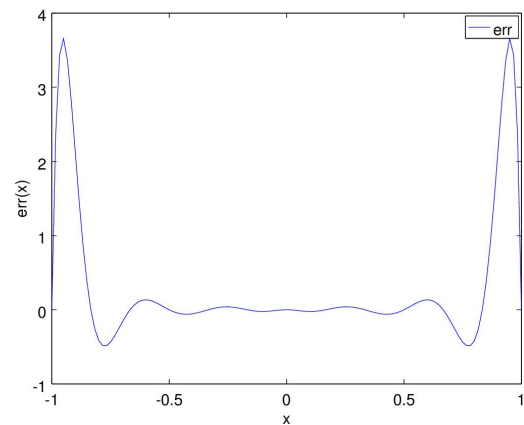


Abbildung 2

In Abbildung 1 ist f_R und das interpolierte Polynom g_{12} abgebildet. Wie erwartet ist bei einer Gleichverteilung der Stützstellen

1.2 Tschebyschow-Stützstellen

Als Stützstellen werden die Nullstellen des Tschebyschow-Polynoms T_{N+1} gewählt. Also definieren wir $x_i := \cos(\frac{2k-1}{2N+2}\pi)$ für $i = 0, \dots, N$.

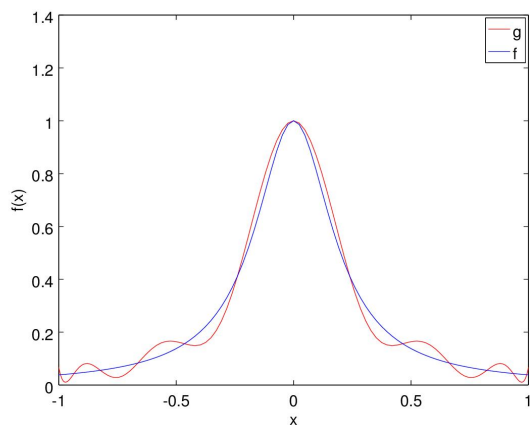


Abbildung 3

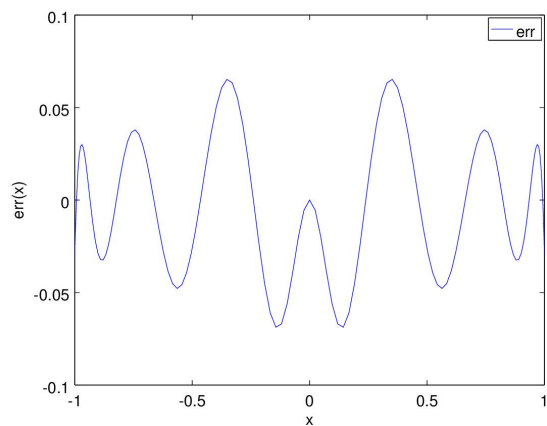


Abbildung 4

2 Spline-Interpolation

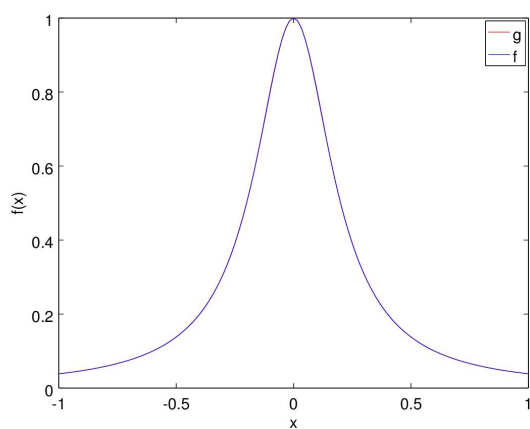


Abbildung 5

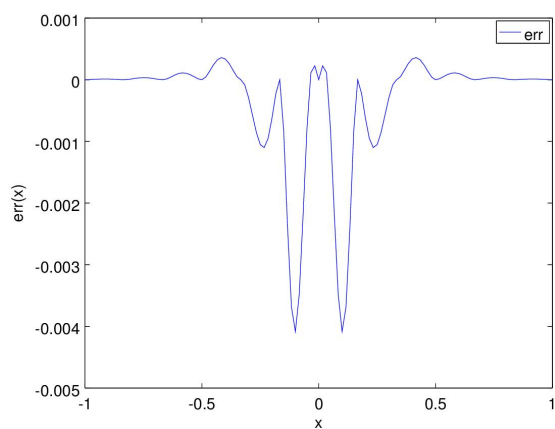


Abbildung 6

Fehler für $N_1 = 2$, $N_2 = 4$, und $N_3 = 8$.

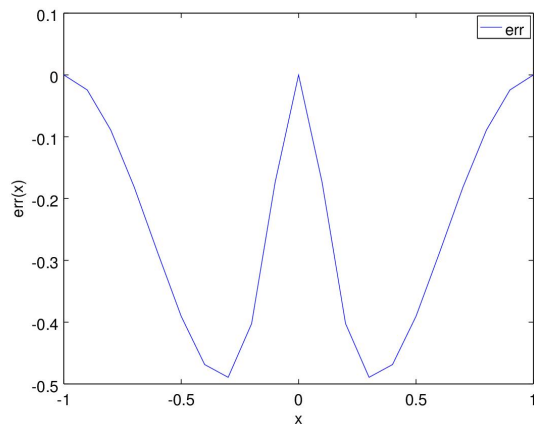


Abbildung 7: N_1

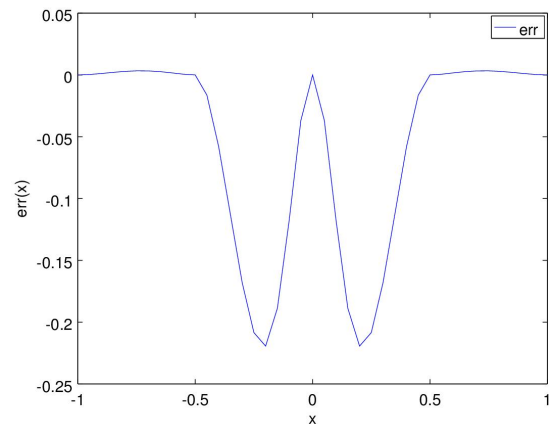


Abbildung 8: N_2

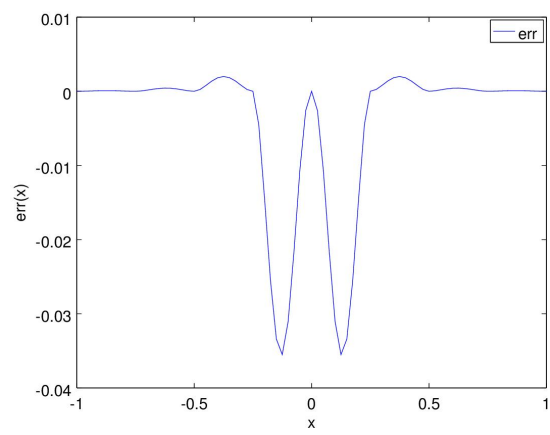


Abbildung 9: N_3