

Estatística descritiva

Medidas de Tendência Central

Prof. Dr. Tetsu Sakamoto

Instituto Metrópole Digital - UFRN

Sala A224, ramal 182

Email: tetsu@imd.ufrn.br



Slides e notebook em:

github.com/tetsufmbio/IMD0033/aula05





Objetivos da aula

Medidas de Tendência Central

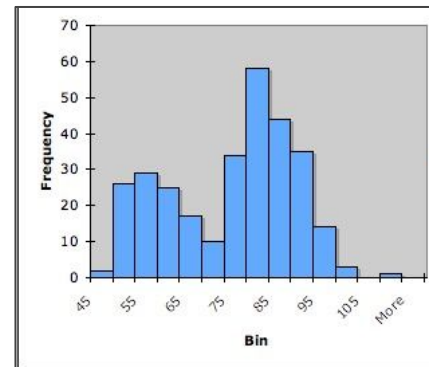
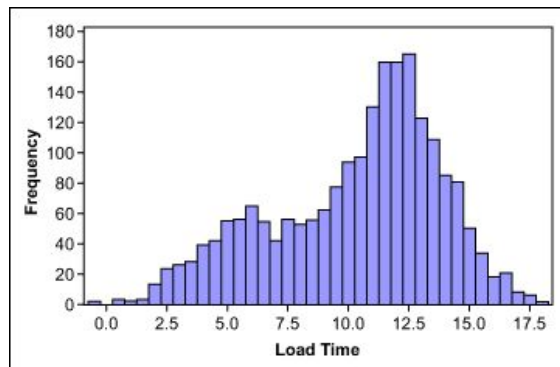
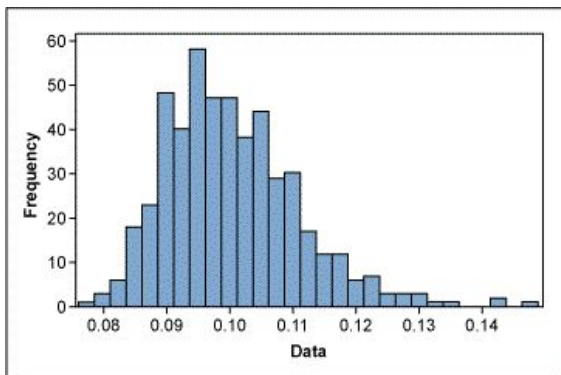
- Mediana
- Moda
- Média



Medidas de Tendência Central

Correspondem às medidas que tentam descrever numericamente os dados indicando a posição de seu valor central.

Medidas que procuram descrever o ponto onde os dados encontram-se mais concentrados.





Mediana

Mediana é o ponto médio (central) de um conjunto de dados;

É o ponto onde metade dos dados é menor, e a outra metade maior que ele.

Exemplo 1:

$A = \{1, 4, 2, 5, 0\}$

$A = \{0, 1, 2, 4, 5\}$

$\text{mediana}(A) = 2$



Mediana

Mediana é o ponto médio de um conjunto de dados;

É o ponto onde metade dos dados é menor, e a outra metade maior que ele.

Exemplo 2:

$B = \{1, 4, 2, 5, 0, 6\}$

$B = \{0, 1, 2, 4, 5, 6\}$

$\text{mediana}(B) = (2 + 4)/2 = 3$



Moda

O número mais frequente nos dados.

Exemplo 1:

$$A = \{1, 1, 2, 3, 3, 5, 5, 5, 7\}$$

$$\text{moda}(A) = 5$$



Moda

O número mais frequente nos dados.

Exemplo 2:

$$B = \{4, 3, 2, 3, 3, 5, 1, 5, 7, 5\}$$
$$\text{moda}(B) = \{3, 5\}$$



Moda

O número mais frequente nos dados.

Exemplo 3:

$$C = \{4, 3, 2, 1, 5, 7, 6\}$$

$$\text{moda}(C) = \emptyset$$



Moda

O número (ou categoria) mais frequente nos dados.

Exemplo 4:

$$D = \{\text{cat}, \text{dog}, \text{cat}, \text{cat}, \text{bird}, \text{turtle}, \text{dog}\}$$
$$\text{moda}(D) = \{\text{cat}\}$$



Moda

O número (categoria, ou intervalo) mais frequente nos dados.

Exemplo 4:

$$C = \{4, 3, 2, 1, 5, 7, 6\}$$

$$D = \{4.52, 3.96, 2.78, 1.01, \dots\}$$



Média

- Média aritmética;
- Média ponderada;
- Média geométrica;
- Média harmônica;



Média aritmética

Medida de tendência mais utilizada;

Valor obtido através da soma dos valores dividido pelo número de valores;

É um valor que, caso você some o n vezes, você obterá a soma dos valores dos dados.

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n}$$



Média aritmética

Exemplo:

$$A = \{ 1, 2, 3, 4, 5 \}$$

$$\text{média}(A) = (1 + 2 + 3 + 4 + 5) / 5 = 15 / 5 = 3$$

Caso você some a média n vezes:

$$3 + 3 + 3 + 3 + 3 = 15$$

Obtenho a soma dos valores dos dados.

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n}$$



Média ponderada

Similar a média aritmética, só que, ao invés de cada valor (x_i) contribuir igualmente para a obtenção da média final, alguns valores possuem um peso (p_i) maior ou menor.

$$M_p = \frac{x_1 p_1 + x_2 p_2 + \cdots + x_n p_n}{p_1 + p_2 + \cdots + p_n}$$

$$M_p = \frac{\sum_{i=1}^n x_i p_i}{\sum_{i=1}^n p_i}$$



Média ponderada

Exemplo: Considerando que a média para passar numa disciplina é 60, o aluno que tirou as notas abaixo passou na disciplina?

Prova 1: 50 (peso 1)

Prova 2: 80 (peso 3)

Prova 3: 40 (peso 1)

Média Ponderada =
(50*1+80*3+40*1)/(1+3+1)

Média Ponderada = 330 / 5 = 66

$$M_p = \frac{x_1 p_1 + x_2 p_2 + \dots + x_n p_n}{p_1 + p_2 + \dots + p_n}$$

$$M_p = \frac{\sum_{i=1}^n x_i p_i}{\sum_{i=1}^n p_i}$$



Questão



Suponha que você queira comprar uma câmera e está indeciso com duas delas:

- Câmera A possui um zoom de 200 e possui nota 8 de avaliação;
- Câmera B possui um zoom de 250 e possui nota 6 de avaliação;

Baseado nestes dados, qual das duas câmeras você compraria?



Questão



- Câmera A possui um zoom de 200 e possui nota 8 de avaliação;
- Câmera B possui um zoom de 250 e possui nota 6 de avaliação;

Baseado nestes dados, qual das duas câmeras você compraria?

Através da média aritmética:

$$(200 + 8) / 2 = 104$$

$$(250 + 6) / 2 = 128$$



Média geométrica

Média do produto dos elementos de um conjunto.

Restrita a valores positivos e não nulos.

Utilizada principalmente em dados que possuem natureza exponencial.

$$\left(\prod_{i=1}^n a_i \right)^{1/n} = \sqrt[n]{a_1 a_2 a_3 \dots a_n}$$



Questão



- Câmera A possui um zoom de 200 e possui nota 8 de avaliação;
- Câmera B possui um zoom de 250 e possui nota 6 de avaliação;

Baseado nestes dados, qual das duas câmeras você compraria?

Através da média aritmética:

$$(200 + 8) / 2 = 104$$

$$(250 + 6) / 2 = 128$$

Através da média geométrica:

$$(200 * 8) ** 1/2 = 40$$

$$(250 * 6) ** 1/2 = 38,7$$



Questão

Suponhamos que você tenha R\$100.000,00 que, aplicado durante 5 anos, obteve os seguintes rendimentos anuais: 1%, 9%, 6%, 2%, 15%. Qual foi o rendimento médio?



Questão

Suponhamos que você tenha R\$100.000,00 que, aplicado durante 5 anos, sofreu os seguintes rendimentos anuais: 1%, 9%, 6%, 2%, 15%. Qual foi o rendimento médio?

Através da média aritmética:

$$(0,01 + 0,09 + 0,06 + 0,02 + 0,15) / 5 = 0,066 = 6,6\%$$

$$100.000 * 1,066^{** 5} = \text{R\$ } 137.653,11$$

$$\text{Total real: } 100.000 * 1,01 * 1,09 * 1,06 * 1,02 * 1,15 = \text{R\$ } 136,883.70$$



Média geométrica

Suponhamos que você tenha R\$100.000,00 que, aplicado durante 5 anos, sofreu os seguintes rendimentos anuais: 1%, 9%, 6%, 2%, 15%. Qual foi o rendimento médio?

Através da média geométrica:

$$(0,01 * 0,09 * 0,06 * 0,02 * 0,15) ** 1/5 = 0,064805657 = 6,48\%$$

$$100.000 * 1,064805657 ** 5 = \text{R\$ } 136,883.70$$



Questão

Considere que você saiu de casa e veio para o IMD a uma velocidade de 40km/h e voltou para casa a uma velocidade de 60km/h. Qual foi a velocidade média neste trajeto?

Média aritmética: $(40 + 60)/2 = 50$ km/h



Questão

Considere que você saiu de casa e veio para o IMD a uma velocidade de 40km/h e voltou para casa a uma velocidade de 60km/h. Qual foi a velocidade média neste trajeto?

d = distância de casa ao IMD;

Na ida $\rightarrow d/40$ horas; Na volta $\rightarrow d/60$ horas

$$2d / (d/40 + d/60) = 48 \text{ km/h}$$



Média harmônica

Um tipo de média normalmente utilizada quando se trata de dados como taxas e proporções.

É o valor obtido dividindo o número de elementos pela soma dos valores recíprocos de cada elemento.

Não pode haver valores nulos.

$$H = \frac{n}{\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \dots + \frac{1}{x_n}} = \frac{n}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{x_i}}$$



Questão

Considere que você saiu de casa e veio para o IMD a uma velocidade de 40km/h e voltou para casa a uma velocidade de 60km/h. Qual foi a velocidade média neste trajeto?

$$H = \frac{n}{\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \dots + \frac{1}{x_n}} = \frac{n}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{x_i}}$$

$$H = \frac{2}{\frac{1}{40} + \frac{1}{60}} = 48 \text{ km/h}$$



Dados agrupados

Intervalo	Frequência
0-5	3
5-10	7
10-15	15
15-20	30
20-25	20
25-30	10
30-35	5
Total	90



Dados agrupados - média

Intervalo	Frequência	Ponto médio	Pm * freq
0-5	3	2,5	7,5
5-10	7	7,5	52,5
10-15	15	12,5	187,5
15-20	30	17,5	525
20-25	20	22,5	450
25-30	10	27,5	275
30-35	5	32,5	162,5
Total	90	122,5	1660

Média = $1660 / 90 = 18,44$

Dados agrupados - mediana

Intervalo	Frequência	Ponto médio	Pm * freq	acumulado
0-5	3	2,5	7,5	3
5-10	7	7,5	52,5	10
10-15	15	12,5	187,5	25
15-20	30	17,5	525	55
20-25	20	22,5	450	75
25-30	10	27,5	275	85
30-35	5	32,5	162,5	90
Total	90	122,5	1660	

Mediana = 17,5

$$Md = L + \left(\frac{\left(\frac{n}{2}\right) - B}{G} \right) w$$

L = limite inferior do grupo contendo a mediana;

n = número total de valores

B = frequência cumulativa dos grupos antes do grupo da mediana;

G = frequência do grupo de mediana;

w = largura do grupo

$$Md = 15 + \left(\frac{\left(\frac{90}{2}\right) - 25}{30} \right) 5$$
$$Md = 18,33$$

Dados agrupados - mediana

Intervalo	Frequência	Ponto médio	Pm * freq	acumulado
0-5	3	2,5	7,5	3
5-10	7	7,5	52,5	10
10-15	15	12,5	187,5	25
15-20	30	17,5	525	55
20-25	20	22,5	450	75
25-30	10	27,5	275	85
30-35	5	32,5	162,5	90
Total	90	122,5	1660	

Classe modal = 15-20

Moda = 17,5

$$\text{Mode} = l_1 + \left[\frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2} \right] \times i$$

l_1 : limite inferior da classe modal

f_1 : frequência da classe modal

f_0 : frequência da classe modal anterior

f_2 : frequência da classe modal posterior

i : tamanho da classe modal

$$\text{moda} = 15 + \left(\frac{30-15}{2(30)-15-20} \right) 5$$

$$\text{moda} = 18$$



Exercício

Calcule a média, mediana e moda dos dados agrupados a seguir:

Segundo	Frequência
50 - 55	2
55 - 60	7
60 - 65	8
65 - 70	4



Exercício

Calcule a média, mediana e moda dos dados agrupados a seguir:

Segundo	Frequência	Pm	Pm * Freq	Acumulado
50 - 55	2	52,5	105	2
55 - 60	7	57,5	402,5	9
60 - 65	8	62,5	500	17
65 - 70	4	67,5	270	21
Total	21	240	1277,5	

Média = 60,8333

Mediana = 60,9375

Moda = 61



Referências

<https://statistics.laerd.com/statistical-guides/measures-central-tendency-mean-mode-median.php>

<https://towardsdatascience.com/on-average-youre-using-the-wrong-average-geometric-harmonic-means-in-data-analysis-2a703e21ea0>

https://www.somatematica.com.br/estat/basica/pagina5_2.php