

Probabilidade

Teorema do Limite Central

Prof. Dr. Tetsu Sakamoto

Instituto Metr pole Digital - UFRN

Sala A224, ramal 182

Email: tetsu@imd.ufrn.br





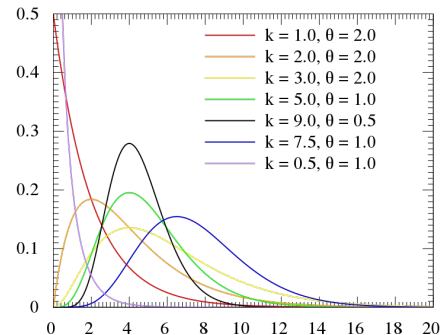
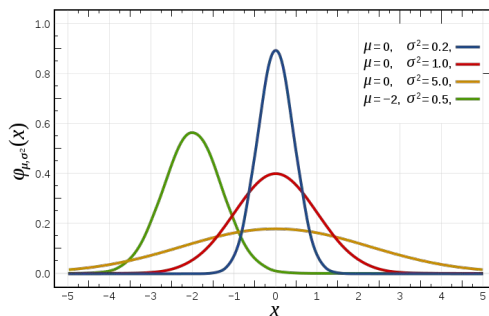
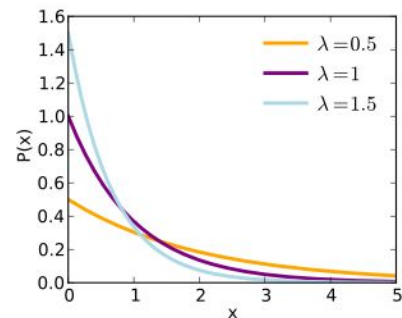
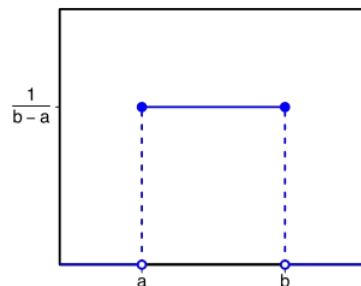
Slides e notebook em:

github.com/tetsufmbio/IMD0033/



Famílias de distribuição de variáveis aleatórias contínuas

- Uniforme;
- Normal (Gaussiana);
- Exponencial;
- Gama;
- etc...





Distribuição normal (gaussiana)

Uma das distribuições mais importantes na estatística (**Teorema Central do Limite**).

Formato de sino;

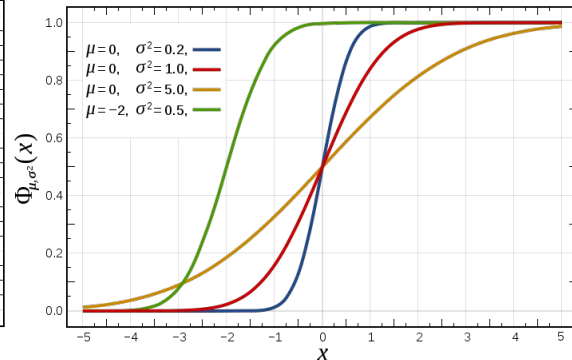
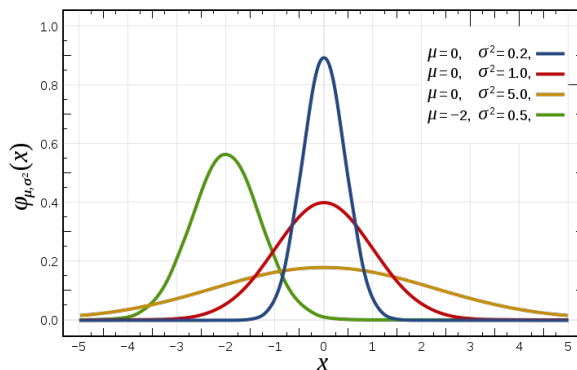
$$X \sim N(\mu, \sigma^2)$$

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

$$F(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} dx.$$

$$E(X) = \mu$$

$$V(X) = \sigma^2$$



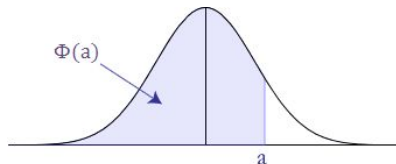
$$X \sim N(\mu, \sigma^2)$$

$$Y = aX + b$$

Y também terá uma distribuição normal!

$$\mu_Y = a\mu_X + b$$

$$\sigma_Y = a\sigma_X$$



Valores de probabilidades para dist. normal padrão ($\mu = 0, \sigma^2 = 1$)

[illegible]



Exercício

É conhecido que o nível de colesterol em homens de 30 anos segue uma distribuição normal com a média 220 mg/dl e desvio padrão de 30 mg/dl. Se existem 20.000 homens com 30 anos na população:

- a) Quantos dels possuem colesterol entre 210 e 240 mg/dl?
- b) Se um nível de colesterol acima de 250 mg/dl pode provocar trombose, quantos deles possuem o risco de ter trombose?
- c) Calcule o nível de colesterol onde 20% dos homens estejam acima dele.



Exercício

É conhecido que o nível de colesterol em homens de 30 anos segue uma distribuição normal com a média 220 mg/dl e desvio padrão de 30 mg/dl. Se existem 20.000 homens com 30 anos na população:

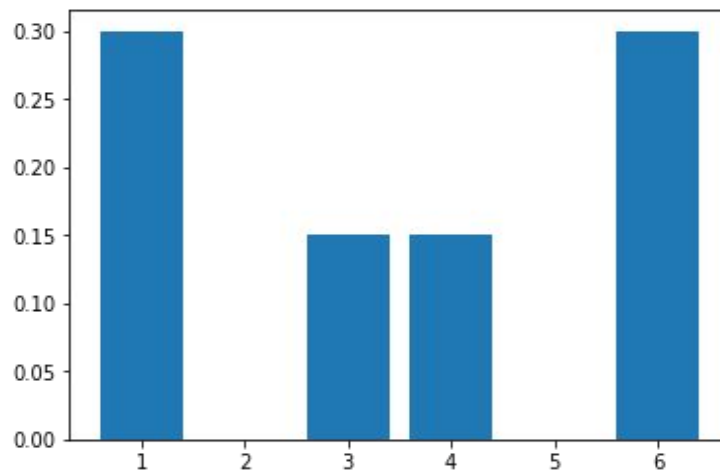
- a) Quantos deles possuem colesterol entre 210 e 240 mg/dl? $P(210 \leq X \leq 240) = 0.3781 \Rightarrow 7561.3$
- b) Se um nível de colesterol acima de 250 mg/dl pode provocar trombose, quantos deles possuem o risco de ter trombose? $P(X > 250) = 0.1587 \Rightarrow 3173.1$
- c) Calcule o nível de colesterol onde 20% dos homens estejam acima dele.

$$P_{80} = 245.2486 \text{ mg/dl}$$



Teorema do Limite Central

Suponha que estamos lidando com um dado que possui a distribuição de probabilidade:

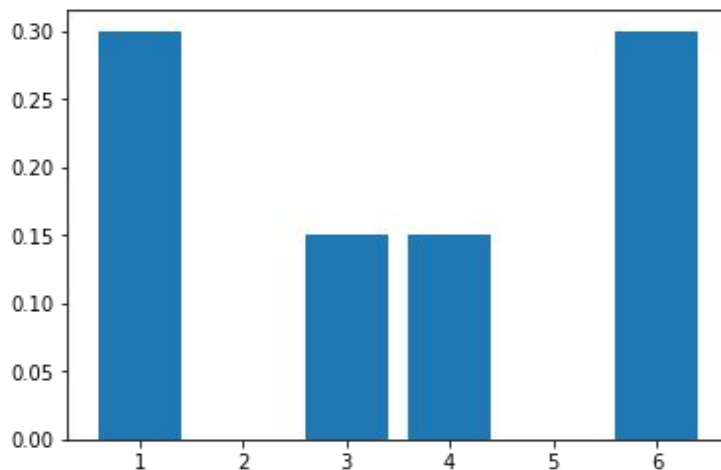


Suponha que nós vamos jogar este dado quatro vezes e vamos calcular a média dos resultados.



Teorema do Limite Central

Suponha que nós vamos jogar este dado quatro vezes e vamos calcular a média dos resultados.



$$n = 4$$

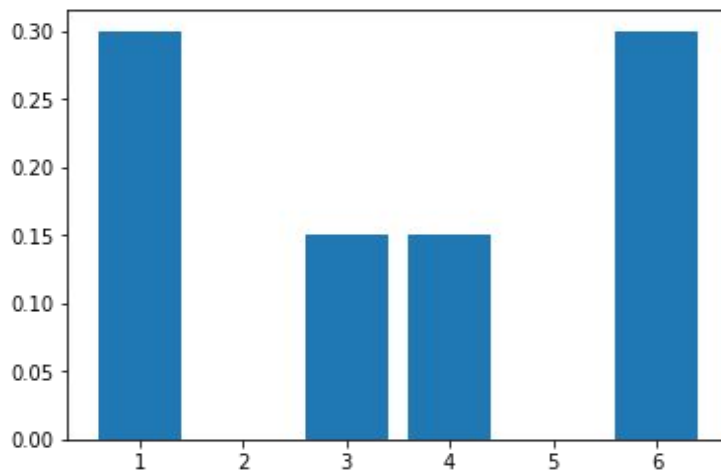
$$X_1 = \{1, 3, 1, 6\} \rightarrow \text{média}_1 = 2,75$$

Média amostral



Teorema do Limite Central

Repetiremos o mesmo experimento várias vezes:



$n = 4$

$X_1 = \{1, 3, 1, 6\} \rightarrow \text{média}_1 = 2,75$

$X_2 = \{6, 3, 4, 6\} \rightarrow \text{média}_2 = 4,75$

$X_3 = \{4, 1, 1, 6\} \rightarrow \text{média}_3 = 3$

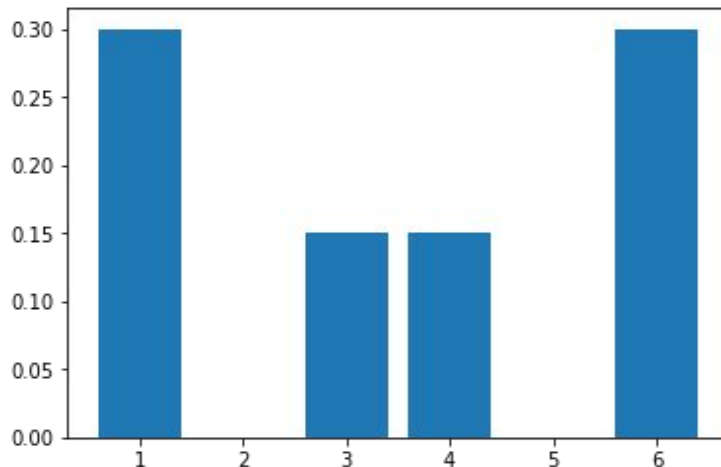
$X_4 = \{1, 4, 6, 6\} \rightarrow \text{média}_4 = 4,25$

...



Teorema do Limite Central

Se plotarmos um gráfico das médias, esse gráfico aproximará de uma distribuição normal de média μ e variância σ^2/n



$n = 4$

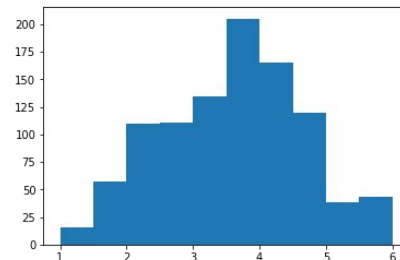
$X_1 = \{1, 3, 1, 6\} \rightarrow \text{média}_1 = 2,75$

$X_2 = \{6, 3, 4, 6\} \rightarrow \text{média}_2 = 4,75$

$X_3 = \{4, 1, 1, 6\} \rightarrow \text{média}_3 = 3$

$X_4 = \{1, 4, 6, 6\} \rightarrow \text{média}_4 = 4,25$

...



Distribuição da
média amostral



Teorema do Limite Central

Distribuição das médias amostrais tende a seguir uma distribuição normal de média igual a μ e variância σ^2/n quando o tamanho da amostra é suficientemente grande.

$$X \sim N(\mu, \sigma^2)$$

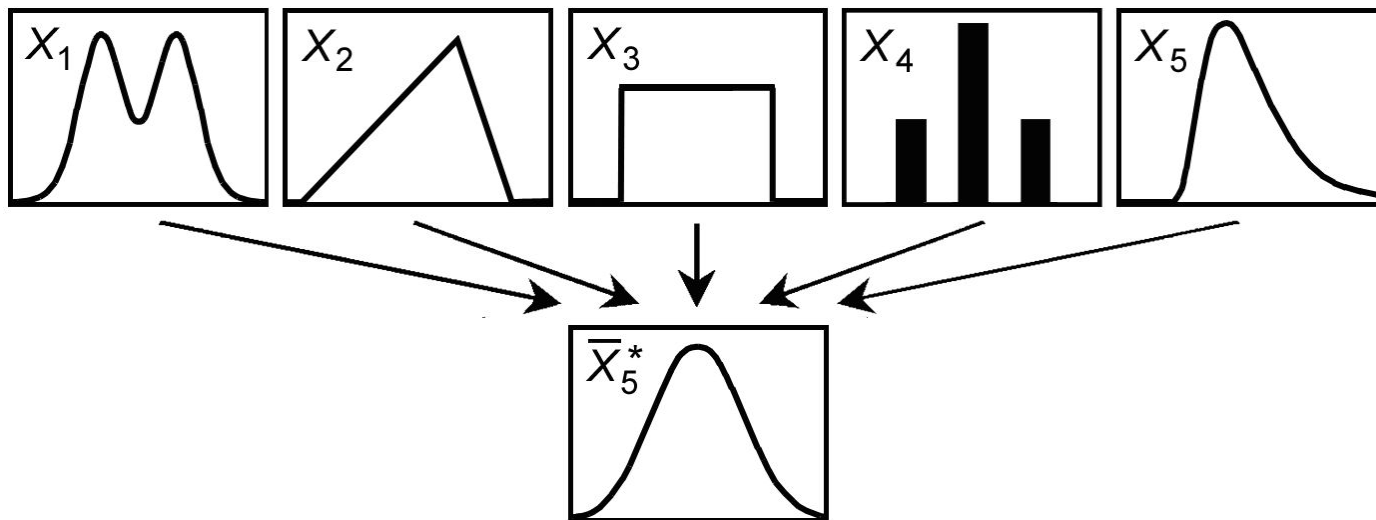
$$Y = \{\bar{X}_1, \bar{X}_2, \bar{X}_3, \dots\} \sim N(\mu, \frac{\sigma^2}{n})$$

$n = \text{tamanho da amostra}$



Teorema Central do Limite

O teorema aplica-se independentemente da forma da distribuição da população:





Exercício

Um homem normal bebe cerca de 2L de água quando pratica atividades ao ar livre (com um desvio padrão de 0,7L). Você está planejando um dia inteiro na natureza com 50 homens e levará 110L de água. Qual a probabilidade de você ficar sem água?



Exercício

Um homem normal bebe cerca de 2L de água quando pratica atividades ao ar livre (com um desvio padrão de 0,7L). Você está planejando um dia inteiro na natureza com 50 homens e levará 110L de água. Qual a probabilidade de você ficar sem água?

Resposta: 0,0217