# Probabilidade

## Probabilidade condicional

**Prof. Dr. Tetsu Sakamoto**
Instituto Metrópole Digital - UFRN
Sala A224, ramal 182
Email: tetsu@imd.ufrn.br

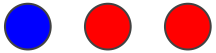
# Slides e notebook em:

github.com/tetsufmbio/IMD0033/

# Revisão

- Probabilidade condicional
    - $P( E \mid F ) = P( E \cap F ) / P( F )$
- Regra do produto
    - $P( E \mid F )P(F) = P( E \cap F )$
- Independência dos eventos
    - **Independentes** → A ocorrência de um evento **não** altera a probabilidade do segundo evento;
    - **Dependentes** → A ocorrência de um evento altera a probabilidade do segundo evento;

# Exemplo

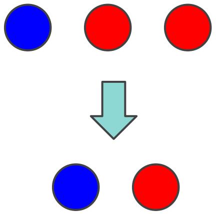


$$P(E \cap F) = P(F|E).P(E)$$

Pegando duas bolas, qual a probabilidade de pegar duas bolas vermelhas?

$V_1$ = primeira bola vermelha  $V_2$ = segunda bola vermelha;

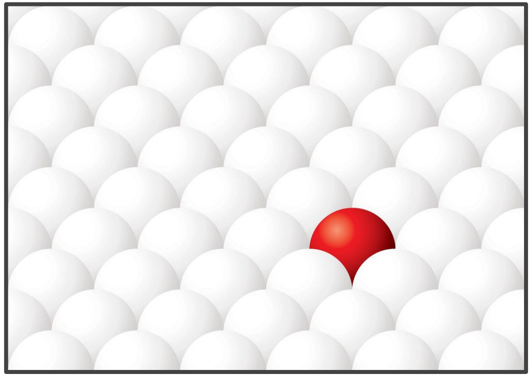
P(duas vermelhas) = $P(V_1 \cap V_2)$



P(duas vermelhas) = $P(V_1) \,.\, P(V_2 \mid V_1)$

P(duas vermelhas) = 2/3 . 1/2 = 1/3

# Exemplo



1 bola vermelha;

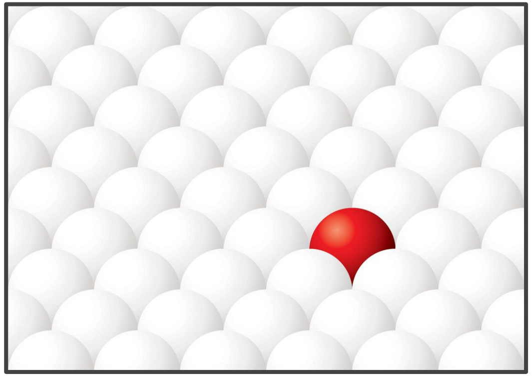
n - 1  bolas brancas

Qual a probabilidade da última bola ser vermelha?

# Regra do produto genérico

$$
\begin{aligned}
P(E \cap F \cap G) \quad &= P((E \cap F) \cap G) \\
&= P(X \cap G) \qquad\qquad X = E \cap F \\
&= P(G|X)P(X) \\
&= P(G|E \cap F)P(E \cap F) \\
&= P(G|E \cap F)P(E|F)P(F)
\end{aligned}
$$

# Exemplo



1 bola vermelha; n - 1 bolas brancas; Qual a probabilidade da última bola ser vermelha?

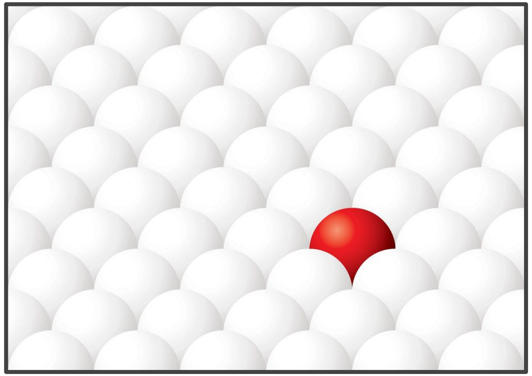
$B_i$ → i-ésima bola ser branca, $B_1$, $B_2$, $B_3$, ... $B_i$,

P(última bola vermelha) = $P(B_1).\,P(B_2|B_1).\,P(B_3|B_2 \cap B_1)\ldots P(B_{n-1}|\bigcap_{i=1}^{n-2} B_i)$

P(última bola vermelha) = $\frac{n-1}{n}\,\frac{n-2}{n-1}\,\frac{n-3}{n-2}\cdots\frac{2}{3}\,\frac{1}{2}$

P(última bola vermelha) = 1/n

# Exemplo



1 bola vermelha; n - 1  bolas brancas; Qual a probabilidade da última bola ser vermelha?

$V_n$ → vermelha como a última bola

P(última bola vermelha) = $|V_n| / |\Omega|$

$$|\Omega| = \binom{n}{1} = n$$

P(última bola vermelha) = 1/n

# Lei da probabilidade total

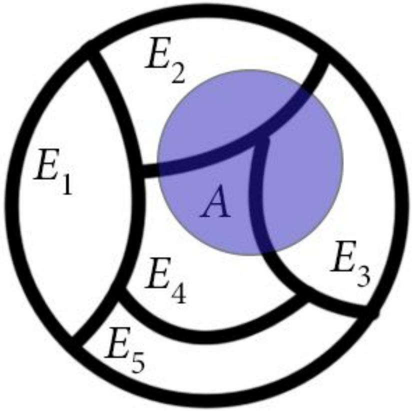
Às vezes é mais fácil dividir os eventos em diferentes partes;

Calcular a probabilidade de cada parte;

Somar as probabilidades;

Dividir e conquistar;

$P(A) = P(E_1 \cap A) + P(E_2 \cap A) + \ldots + P(E_5 \cap A)$



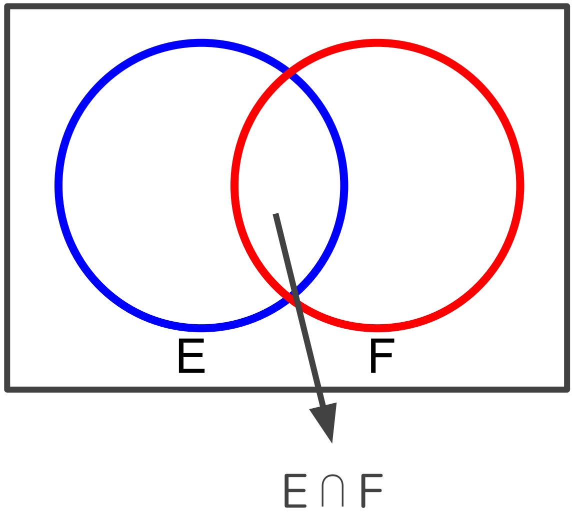
# Lei da probabilidade total

Eventos E, F; $P(F) = ?$

$F = (E \cap F) \cup (E^c \cap F)$

$P(F) = P(E \cap F) + P(E^c \cap F)$

$P(F) = P(E)*P(F|E) + P(E^c)*P(F|E^c)$



# Lei da probabilidade total

Exemplo: 2 moedas

$Ca_i$ = i-ésima moeda é cara

$\exists Ca$ = cara existe

$P(\exists Ca) = ?$

# Lei da probabilidade total

Exemplo: 2 moedas

$Ca_i$ = i-ésima moeda é cara

$\exists Ca$ = cara existe

$P(\exists Ca) = ?$

$P(\exists Ca) = P(Ca_1 \cap \exists Ca) + P(Ca_1^c \cap \exists Ca)$

$P(\exists Ca) = P(Ca_1)P(\exists Ca|Ca_1) + P(Ca_1^c)P(\exists Ca|Ca_1^c)$

$P(\exists Ca) = ½ * 1 + ½ * ½ = ¾$

# Lei da probabilidade total

Exemplo: 2 dados

$D_i$ = resultado do i-ésimo dado

$S = D_1 + D_2$

$P(S=5) = ?$

# Lei da probabilidade total

Exemplo: 2 dados

$D_i$ = resultado do i-ésimo dado

$S = D_1 + D_2$

$P(S=5) = ?$

$$P(S=5) = \sum_{i=1}^{4} P(D_1 = i) P(D_2 = 5 - i | D_1 = i)$$

$$P(S=5) = \sum_{i=1}^{4} P(D_1 = i) P(D_2 = 5 - i)$$

$$P(S=5) = 4.\frac{1}{36} = 1/9$$

# Lei da probabilidade total

Exercício

Três fábricas produzem 50%, 30% e 20% dos Iphones no mercado. A taxa de iphones com defeito é de 4%, 10% e 5% respectivamente. Qual a probabilidade de você comprar um iphone com defeito?

# Lei da probabilidade total

Exercício

Três fábricas produzem 50%, 30% e 20% dos Iphones no mercado. A taxa de iphones com defeito é de 4%, 10% e 5% respectivamente. Qual a probabilidade de você comprar um iphone com defeito?

Resposta: 0.06

# Doença rara

Uma doença rara acomete 1 a cada 1000 pessoas. Um teste para detectar esta doença possui uma taxa de falso positivo de 5%. Assuma que o teste possui uma taxa de falso negativo de 0%. Se pegarmos uma pessoa aleatória que apresentou o resultado positivo para o teste, qual a probabilidade dele ter realmente a doença?

a) 95%
b) 56%
c) 5%
d) 2%