Exercícios de revisão (prova 3)

IMD0033 - Probabilidades

### Probabilidade condicional e Teorema de Bayes

1) Suponha que foi realizada uma pesquisa com 1000 motoristas de uma região metropolitana durante o período de 3 anos. Os seguintes resultados foram encontrados:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Grupo de idade | 18-25 | 26-39 | 40-55 | 55+ | total |
| 0-1 acidentes | 100 | 150 | 250 | 75 | 575 |
| 2-3 acidentes | 150 | 25 | 125 | 25 | 325 |
| 3+ acidentes | 50 | 25 | 25 | 0 | 100 |
| Total | 300 | 200 | 400 | 100 | 1000 |

Suponha que você selecionou um motorista de forma aleatório. Qual a probabilidade do motorista:

a) Estar no grupo dos 26-39 anos, dado que ele sofreu mais de 3 acidentes?

Resposta: 0,25

b) Ter sofrido 2-3 acidentes, dado que ele está no grupo dos 18-25 anos?

Resposta: 0,5

c) Ter sofrido 0-1 acidentes, dado que ele está no grupo dos 40-55 anos?.

Resposta: 0,625

d) Estar no grupo dos 40-55 anos, dado que ele sofreu 0-1 acidentes?

Resposta: 0,435

2) Suponha que uma indústria enviou 30% de seus produtos para a empresa A e 70% para a empresa B. A empresa A reportou que 5% dos produtos estavam com defeito, e a empresa B informou que 4% dos produtos estavam com defeito.  
  
a) Encontre a probabilidade do produto ter sido enviado para a empresa A e ser defeituoso.

Resposta: 0,015  
b) Encontre a probabilidade do produto ter sido enviado para a empresa A e não ser defeituoso.

Resposta: 0,285  
c) Encontre a probabilidade do produto ter sido enviado para a empresa B e ser defeituoso.

Resposta: 0,028

d) Encontre a probabilidade do produto ter sido enviado para a empresa B e não ser defeituoso.

Resposta: 0,672

3) Uma caixa contém 7 bolas vermelhas e 3 bolas brancas; uma segunda caixa contém 6 bolas vermelhas e 4 bolas brancas. Dois dados são jogados. Se a soma dos dados for menor que 5, uma bola é selecionada da primeira caixa, do contrário, uma bola é selecionada da segunda caixa. Encontre a probabilidade de pegar uma bola vermelha.

Resposta: 0,617

4) Uma caixa contém 4 bolas vermelhas e 1 bola branca; Uma segunda caixa contém 2 bolas vermelhas e 3 bolas brancas. Uma carta é escolhida de forma aleatória de um baralho comum. Se a carta é menor que 5, uma bola é retirada da primeira caixa, do contrário uma bola é retirada da segunda caixa. Se a bola selecionada foi vermelha, qual a probabilidade dele ter vindo da segunda caixa?

Resposta: 9/17

5) Uma pequena indústria avaliou 75% de seus empregados como satisfatório e 25% como não satisfatório. Seus registros mostram que 80% dos empregados satisfatórios possuem experiência no trabalho que realizam, enquanto 15% dos trabalhadores não satisfatórios não possuem experiência no trabalho que realizam. Se uma pessoa com experiência é contratada, qual a probabilidade desta pessoa ser um empregado não satisfatório?

Resposta: 0,26

6) Um time de basquete jogará dois jogos em um torneio. A probabilidade de vencer o primeiro jogo é de 0,10. Se ele ganhar o primeiro jogo, a probabilidade dele ganhar o segundo é de 0,15. Se ele perder o primeiro jogo, a probabilidade dele ganhar o segundo jogo é de 0,25. Qual a probabilidade dele ter ganhado o primeiro jogo se eles perderam o segundo jogo?

Resposta: 0,112

7) Para avaliar um novo método de detecção de uma doença, um grupo de pessoas foi submetido ao teste. 5% das pessoas no grupo apresentam a doença. O método apresentou resultado positivo em 98% das pessoas com doença e em 3% das pessoas sem a doença. Qual a probabilidade de uma pessoa que apresentou um teste positivo ter realmente a doença?

Resposta: 0.632

### Distribuição de probabilidades (discreta)

1) Uma moeda é jogada 10 vezes. Calcule a probabilidade de 7 caras ocorrerem.

Resposta: B10,0,5(7)= 0,117

2) Um dado é jogado 5 vezes. Calcule a probabilidade de 3 seis ocorrerem.

Resposta: B5,0,167(3)= 0,032

3) Uma carta é selecionada três vezes (com reposição). Calcule a probabilidade de pegar duas das cartas da corte (JQK).

Resposta: B3,0,23(2) = 0,123

4) O teste contém 5 perguntas de múltipla escolha (com 4 alternativas cada). Calcule a probabilidade de acertar 3 de forma aleatória.

Resposta: B5,0,25(3) = 0,0879

5) Um jogador de baseball aparece para rebater 4 vezes. Calcule a probabilidade dele acertar pelo menos uma bola dado que p=0,300.

Resposta: 0,7599

6) Um jogador de baseball rebaterá 220 vezes em uma temporada. A probabilidade dele acertar uma bola é de p=0,300. Sabendo disso pergunta-se:

a) Qual o valor esperado (esperança) do número de acertos?

Resposta: 66

b) Qual o desvio padrão?

Resposta: 6,8

7) Um estudante decide chutar em uma sessão da prova do ENEM. A sessão contém 50 perguntas de múltipla escolha com 5 alternativas cada.

a) Calcule o valor esperado (esperança) do número de acertos.

Resposta: 10

b) Calcule o desvio padrão do número de acertos.

Resposta: 2,83

8) Em um jogo, você ganha R$100 se você estourar um balão jogando um dardo. Cada jogada custa R$5. Assumindo que suas chances de acertar um balão é de 10%, encontre:

a) o número esperado de dardos que você deve jogar até acertar o balão.

Resposta: 10

b) a probabilidade de gastar até R$30 para ganhar o jogo.

Resposta: 0,468

### Distribuição de probabilidades (contínua - normal)

1) Dada uma distribuição normal com x=100, µ=110 e σ=4, encontre o z-score correspondente.

Resposta: -2,5

2) Dada uma distribuição normal com x=60, µ=75 e σ=9, encontre o z-score correspondente.

Resposta: -1,6667

3) Dada uma distribuição normal, encontre a área sob a curva entre z=0 e z=1,75.

Resposta: 0,4599

4) Dada uma distribuição normal, encontre a área sob a curva entre z=0 e z=-0,83.

Resposta: 0,2967

5) Dada uma distribuição normal, encontre a área sob a curva entre z=-0,5 e z=0,75.

Resposta: 0,4649

6) Dada uma distribuição normal com µ=150 e σ=10, encontre as seguintes probabilidades:

a) P(150<x<165)

Resposta: 0,4332

b) P(x<150)

Resposta: 0,5

c) P(137<x<150)

Resposta: 0,4032

d) P(137<x<165)

Resposta: 0,8364

e) P(x<137)

Resposta: 0,0968

7) Uma empresa produz 5000 celulares. Eles esperam que os celulares aguentem 10.000 horas antes de necessitar algum reparo com um desvio padrão de 500 horas. Assuma que o tempo de sobrevivência dos celulares esteja normalmente distribuído. Sabendo disso, determine quantos celulares necessitarão de reparo:

a) após 11.000 horas.

Resposta: 114 celulares

b) antes de 9500 horas.

Resposta: 793,5 celulares

c) entre 9000 horas e 11000 horas

Resposta: 3.413 celulares

d) entre 8250 horas e 10250 horas

Resposta: 3456,5 celulares

8) Assuma que os dados das questões a seguir sigam uma distribuição normal:

a) O tempo médio de coagulação do sangue é de 7,35 segundos, com desvio padrão de 0,35. Qual a probabilidade da coagulação do sangue acontecer antes dos 7 segundos?

Resposta: 0,16

b) O tamanho médio de um robalo em um lago é de 28,9 cm, com desvio padrão de 8,1 cm. Encontre a probabilidade de pegar um robalo maior que 43.2 cm.

Resposta: 0,04

c) Uma máquina produz parafusos com um diâmetro médio de 0.3 polegadas e um desvio padrão de 0,01 polegadas. Qual a probabilidade de uma parafuso ter um diâmetro maior que 0.32 polegadas?

Resposta: 0,02

