

演化博弈论的阅读报告

ZYZ

2018 年 11 月 30 日

目录

1	历史上的研究	2
2	演化博弈论(Evolutionary Game Theory)	2
2.1	演化稳定性(Evolutionary Stability)	2
2.1.1	一些概念及公式	2
2.1.2	鹰和鸽子的博弈	3
2.2	囚徒困境(Prision's Dilemma)	3
2.2.1	简单描述	3
2.2.2	稳定状态	4
2.2.3	实验描述	4
2.2.4	实验复现结果	4
3	演化博弈论的优势	7
3.1	纳什均衡	7
3.2	绝对理性的参与者	7
3.3	传统博弈论中动态理论的缺失	7
4	演化博弈论的应用——分蛋糕	8
4.1	简单情形	8
4.2	实验描述	8
4.3	实验复现结果	8

1 历史上的研究

演化博弈论最初是由 R.A.Fisher [参见遗传理论的自然选择 (1930)] 在他试图解释哺乳动物性别比例的近似平等。费舍尔面临的难题是：在大多数雄性从不交配的物种中，为什么雄雌比大致相等？在这些物种中，非交配雄性似乎是过量的，没有实际用途。费舍尔意识到，如果我们根据预期的后代数衡量个体适应度，那么个体适应度取决于雄性和雌性的分布。当雌性较多时，雄性的个体适应度较高；当人口中有更多的雄性时，雌性的个体适应性更高。费舍尔指出，在这种情况下，进化动力学导致性别比例固定在相同数量的雄性和雌性身上。个体适应度取决于人口中雄性和雌性的相对频率，这一事实为进化提供了依据。

费舍尔的论证在理论上可以理解为博弈，但他没有用这些术语来陈述。1961年，R.C. Lewontin在“进化与游戏理论”中首次明确将博弈论应用于进化生物学（不要与Maynard Smith的同名作品混淆）。1972年，梅纳德·史密斯在“博弈论与战斗的演变”一文中定义了进化稳定策略 evolutionarily stable set（以下简称ESS）的概念。然而，正是由 Maynard Smith 和 Price 出版的“动物冲突的逻辑”。1973年，将ESS的概念引入广泛流通。1982年，梅纳德·史密斯的开创性文本“演化”和“游戏理论”出现，随后不久，罗伯特·阿克塞尔罗德的著名著作“1984年的合作演变”开始。从那时起，经济学家和社会科学家对进化博弈论的兴趣大增。

2 演化博弈论(Evolutionary Game Theory)

2.1 演化稳定性(Evolutionary Stability)

2.1.1 一些概念及公式

适应度(Fitness) 根据达尔文的理论，适应度是在生物进化的自然选择中，一种量的表示。

策略的稳定演化 如果一种策略是种群中几乎所有个体都采取的策略，并且在出现了另外一种全新的策略，即产生突变的情况下，新策略无法僭越易主，原策略依然占据主体，那么这个策略就是稳定演化的。

公式化描述

$$\Delta F(\sigma, \sigma) > \Delta F(\mu, \sigma) \quad (1)$$

$$\Delta F(\sigma, \sigma) = \Delta F(\mu, \sigma), \Delta F(\sigma, \mu) > \Delta F(\mu, \mu) \quad (2)$$

演化稳定策略 σ 满足(1)或者(2)，采取该策略总是可以获得更多的收益。该策略之所以成为主流，就是在于它比其他策略能获得更多的收益，不然其他策略就会成为主流。

2.1.2 鹰和鸽子的博弈

表 1: 鹰和鸽子的博弈矩阵

	鹰	鸽子
鹰	$(V - C)/2$	V
鸽子	0	$V/2$

如果采取纯策略，即自始至终只采取固定的一种策略，有如下几种情况：

$V > C$ ，则显然有 $\Delta F(Hawk, Hawk) > \Delta F(Dove, Hawk)$ ，鹰的策略是演化稳定的；

$V = C$ ，则有 $\Delta F(Hawk, Hawk) = \Delta F(Dove, Hawk)$ ， $\Delta F(Hawk, Dove) > \Delta F(Dove, Dove)$ ，鹰的策略是演化稳定的；

$V < C$ ，此时没有演化稳定的策略。

如果采取混合策略，则始终存在演化稳定的策略。

2.2 囚徒困境(Prision's Dilemma)

2.2.1 简单描述

一般的囚徒困境中，代价矩阵如下表所示：

表 2: 囚徒困境代价矩阵

	合作	对抗
合作	(R, R')	(S, T')
对抗	(T, S')	(P, P')

其中，收益满足如下规则

$$T > R > P > S, T' > R' > P' > S' \quad (3)$$

2.2.2 稳定状态

囚徒困境中，采取纯策略，则对抗是演化稳定的。对抗策略的平均适应度 W_D 大于合作策略的平均适应度 W_C ，随时间推移，合作策略会消失，达到稳定状态。

一般的，如果只有两种纯策略存在，给出一种演化稳定的策略，可能是混合的，不断重复推移，总能达到稳定的状态。

2.2.3 实验描述

实验采用 Nowak 和 May (1992, 1993)的空间模型。

所有人分布在 $n * n$ 的空间中格子上的每个人都与他们的八个最近的邻居进行囚徒博弈。在每轮博弈结束时，计算他自身的收益之和，将得分与邻居的得分进行比较。如果他的一个邻居获得了更高的分数，那么他会在下一轮博弈中使用该邻居在这一轮中使用的策略。如果没有邻居获得更高的分数，他将继续使用相同的策略进行下一轮博弈。所有人都同时切换策略。

最终状态会出现循环，因为对于有限个参与者，有限的策略，总是有有限个状态空间。

2.2.4 实验复现结果

实验1 在 $T = 2.8, R = 1.1, P = 0.1, S = 0$ 的情形下，迭代情况如图1所示

实验2 在 $T = 1.2, R = 1.1, P = 0.1, S = 0$ 的情形下，迭代情况如图2、图3所示

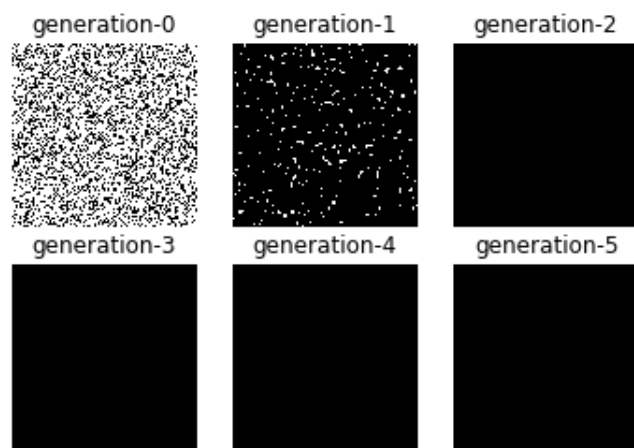


图 1: 囚徒困境仿真: 全部对抗

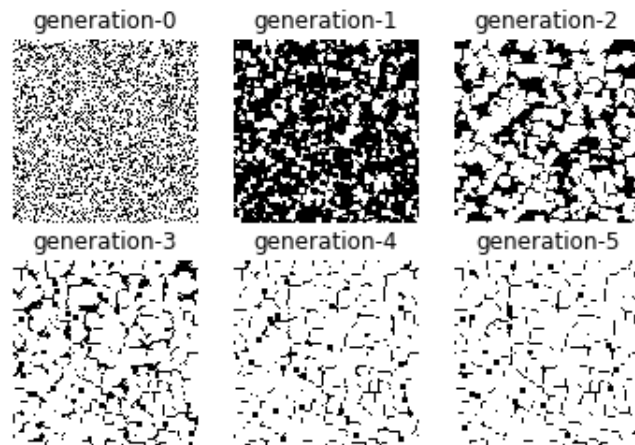


图 2: 囚徒困境仿真：合作（1）

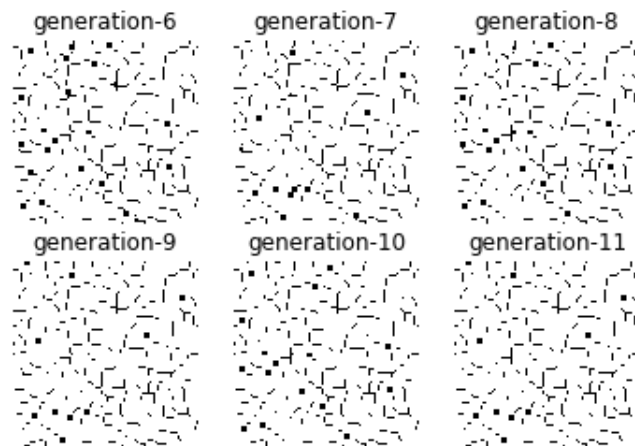


图 3: 囚徒困境仿真：合作（2）

3 演化博弈论的优势

3.1 纳什均衡

在纳什均衡中，每一个参与者在其他人的策略之下，所选择的策略是最优的。没有一个参与者可以在其他参与者不改变策略的情况下，改变自己的策略以获得更多的收益。每一个参与者在纳什均衡中的策略都是最优的。

囚徒困境的纳什均衡是都选择对抗。全局来看，其实这是次优的，都选择合作，收益更高。但是都合作不是纳什均衡，因为参与者可以转换为对抗获得更高的收益。

如果要求只能使用纯策略，并不是所有博弈都存在纳什均衡。匹配便士的游戏就是一个例子。还有一些博弈存在多个不同的纳什均衡。演化博弈论的发展有望解决这些问题。

3.2 绝对理性的参与者

传统的博弈论假设参与者是绝对理性的，表里如一。这些要求并不适用于真实的人，不是人人都是理性的。可能一个人比起B更喜欢A，比起C更喜欢B，但是比起A更喜欢C，喜好不满足传递性。

演化博弈论成功的解释了一些昆虫和动物的特定行为，对于绝对理性的要求降低了，绝对理性的要求不再处于核心地位。演化博弈论在描述和预测人类行为方面很可能取得成功。

3.3 传统博弈论中动态理论的缺失

演化博弈论属于动态理论。演化博弈论可以模拟个体之间相互作用的关系。传统的博弈论缺乏对理性思考的动态处理，因此进化博弈论在某种程度上可以看作是填补了传统博弈论的空白。

在博弈过程中，参与者可以观察对手的行为策略，从其他参与者身上学习，做出更优的决策。传统博弈论缺乏了这种情况，无法对此情形建模。演化博弈论中加入了动态的考虑，更具有优势。

4 演化博弈论的应用——分蛋糕

4.1 简单情形

两个人分一块蛋糕，二人处境对称。蛋糕是意外收获，分法未能达成一致，蛋糕就浪费掉。显然直觉上的做法是每人各分一半。每个人想要尽可能最大化期望收益，分蛋糕的顺序不知道的情况下，第一个人获得 p 块，第二个人获得 $C - p$ 块，

$$p/2 + (C - p)/2 = C/2 \quad (4)$$

期望收益是 $C/2$ ，即一半，公式化了直觉考虑。

4.2 实验描述

一群人配对，重复玩分蛋糕的游戏。假定蛋糕可以被分为10块，存在11种策略，要求0块、要求1块...要求10块。 p_i 表示要求 i 块蛋糕的策略出现的频次，整体的策略分布用向量 $(p_1, p_2, \dots, p_{10})$ 表示。

从特定的初始条件出发，可以得到不同的演化结果。

4.3 实验复现结果

实验1 在 $(0.0544685, 0.236312, 0.0560727, 0.0469244, 0.0562243, 0.0703294, 0.151136, 0.162231, 0.0098273, 0.111366, 0.0451093)$ 的初值下，演化结果如图4所示。

在图4可以看出，选择5块，即半个蛋糕的策略在最后占据了主体地位，符合直觉。

实验2 在 $(0.410376, 0.107375, 0.0253916, 0.116684, 0.0813494, 0.00573677, 0.0277155, 0.0112791, 0.0163166, 0.191699, 0.00607705)$ 的初值下，演化结果如图5所示。

在图5中，最终选择5块的频率近乎于0，选择4块占到了0.68，选择6块占到0.32。初值对于演化结果有很大影响。

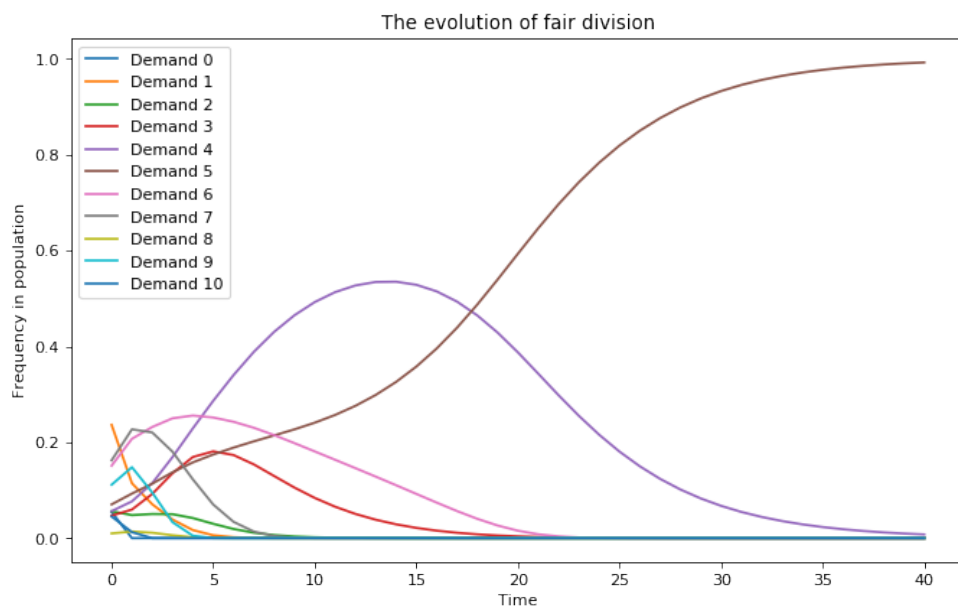


图 4: 平等的分蛋糕

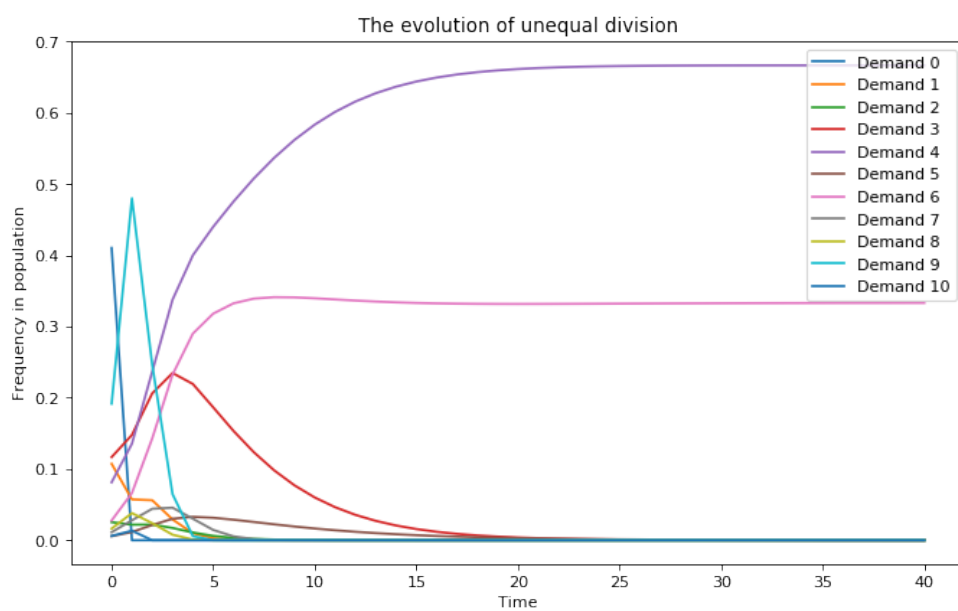


图 5: 不平等的分蛋糕

参考文献

- [1] Alexander J M K. Evolutionary game theory[J]. 2002.
- [2] May R M, Bohoeffer S, Nowak M A. Spatial games and evolution of co-operation[C]//European Conference on Artificial Life. Springer, Berlin, Heidelberg, 1995: 747-759.