

# Excelで学ぶアート数学-フラクタルとカオス編-

本日は和からの「Excelで学ぶアート数学」にご参加いただき、ありがとうございます。

17:00 開始です。

- ・マイクは【ミュート】にしていただきご参加ください。
- ・チャット機能をご活用ください。  
コメントや感想、質問など、なんでも構いません！

本日はよろしくお願ひします。

万が一、接続の影響等でZoomから出てしまった場合、  
恐れ入りますが同じURLから入り直しをお願いいたします。

# Excelで学ぶアート数学

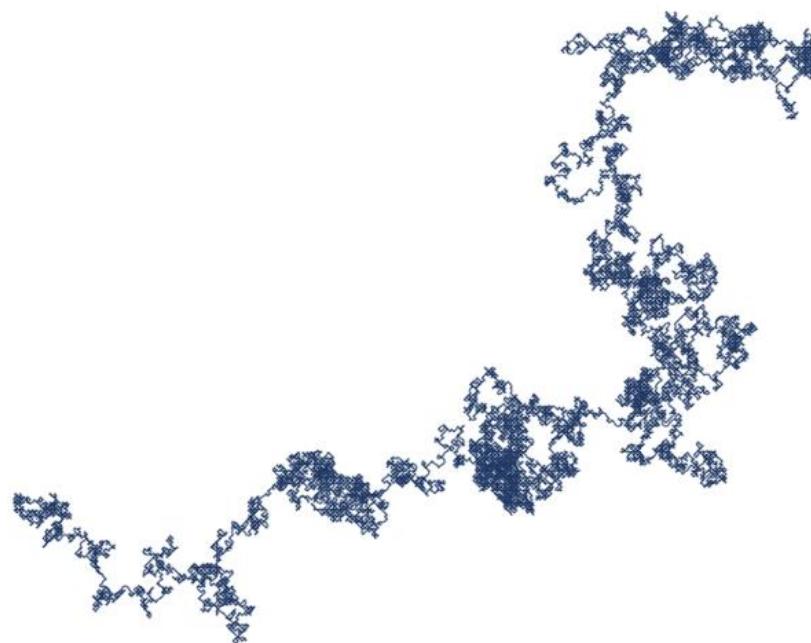
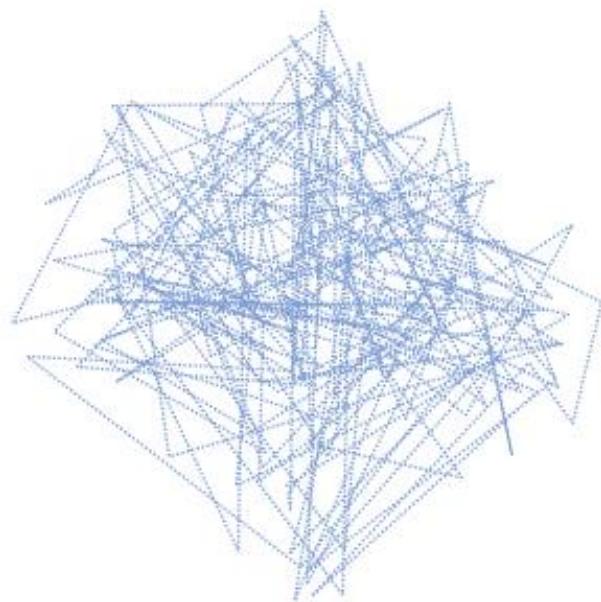
— フラクタルとカオス編 —

第2回

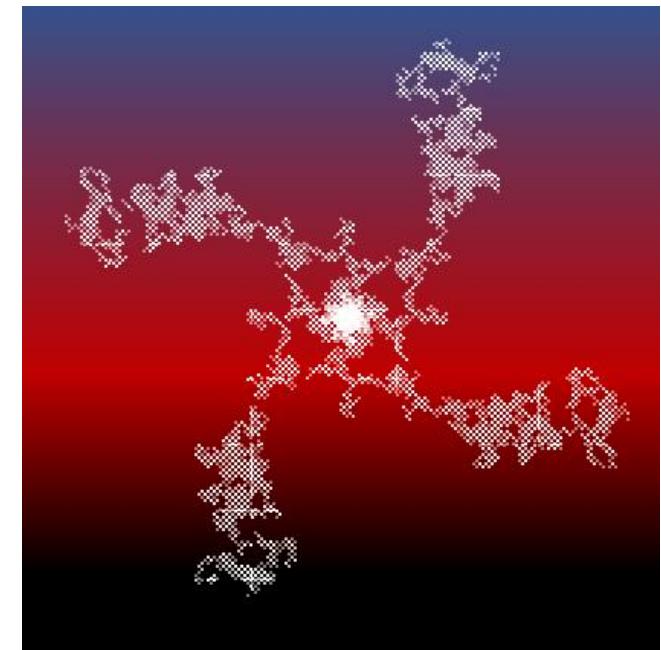
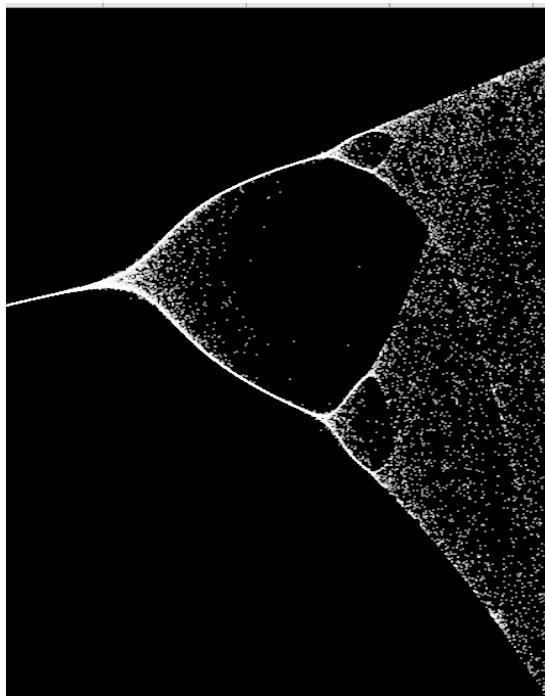
「カオスの世界」

# Excelを使ったランダム・アート

「乱数」を使った、偶発的なデザイン



# カオス現象とアート



# ランダムの歴史

# ランダムの歴史

## ランダムと運命

古来より、人々は「**運命**」を決定するためにサイコロを投げた。



「ゲーム」へと進化



宗教、哲学、政治にも広がっていく。

微分積分の発展により、ランダム性の解析が行われるようになった。

# ランダムと数学

## 確率

偶然性の数学的記述のために「ランダム」が使われた。

## 統計学

標本(サンプル)の無作為抽出のためにランダム性が必要になる。

例: データの中のランダム性

$$\text{時系列データ} = \text{ベースライン} + \text{周期的な変動} + \text{ランダムな変動}$$

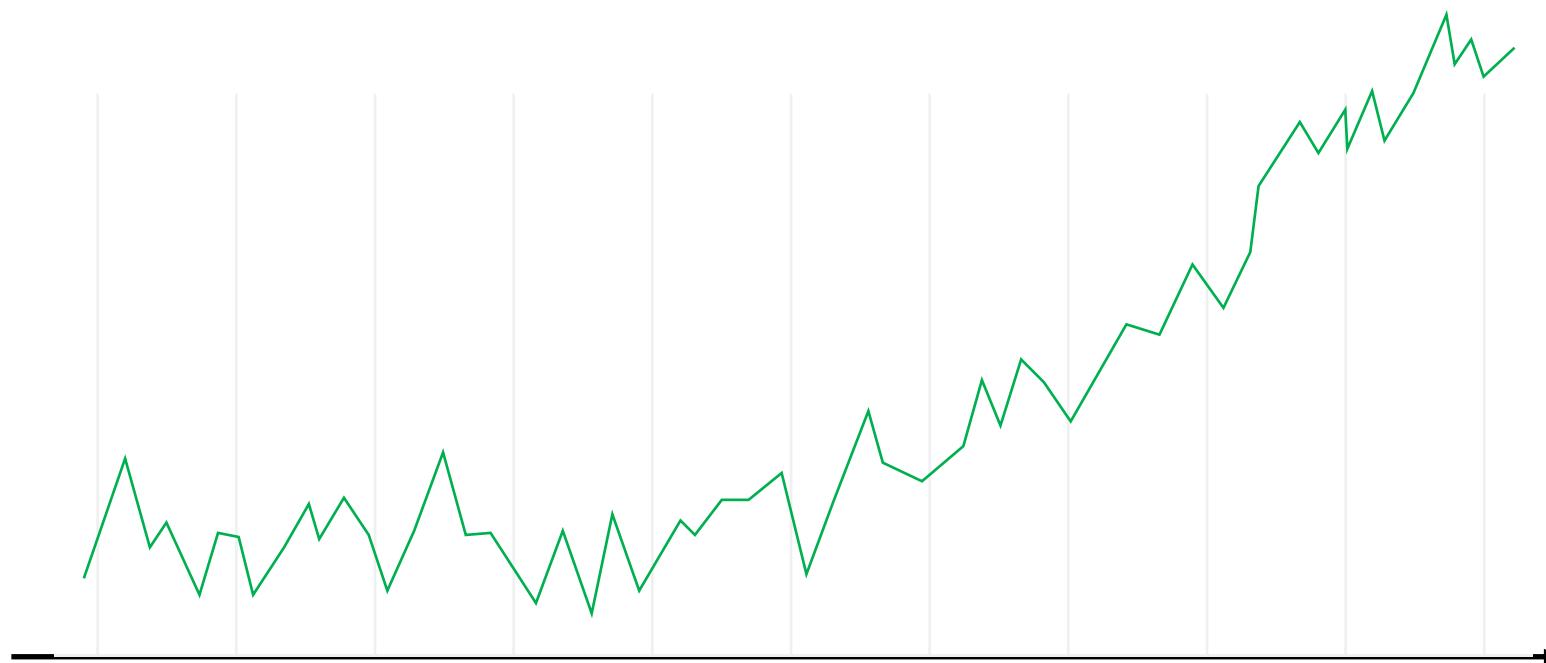
# データの中のランダム性

時系列データ = ベースライン + 周期的な変動 + ランダムな変動



# データの中のランダム性

$$\text{時系列データ} = \text{ベースライン} + \text{周期的な変動} + \text{ランダムな変動}$$



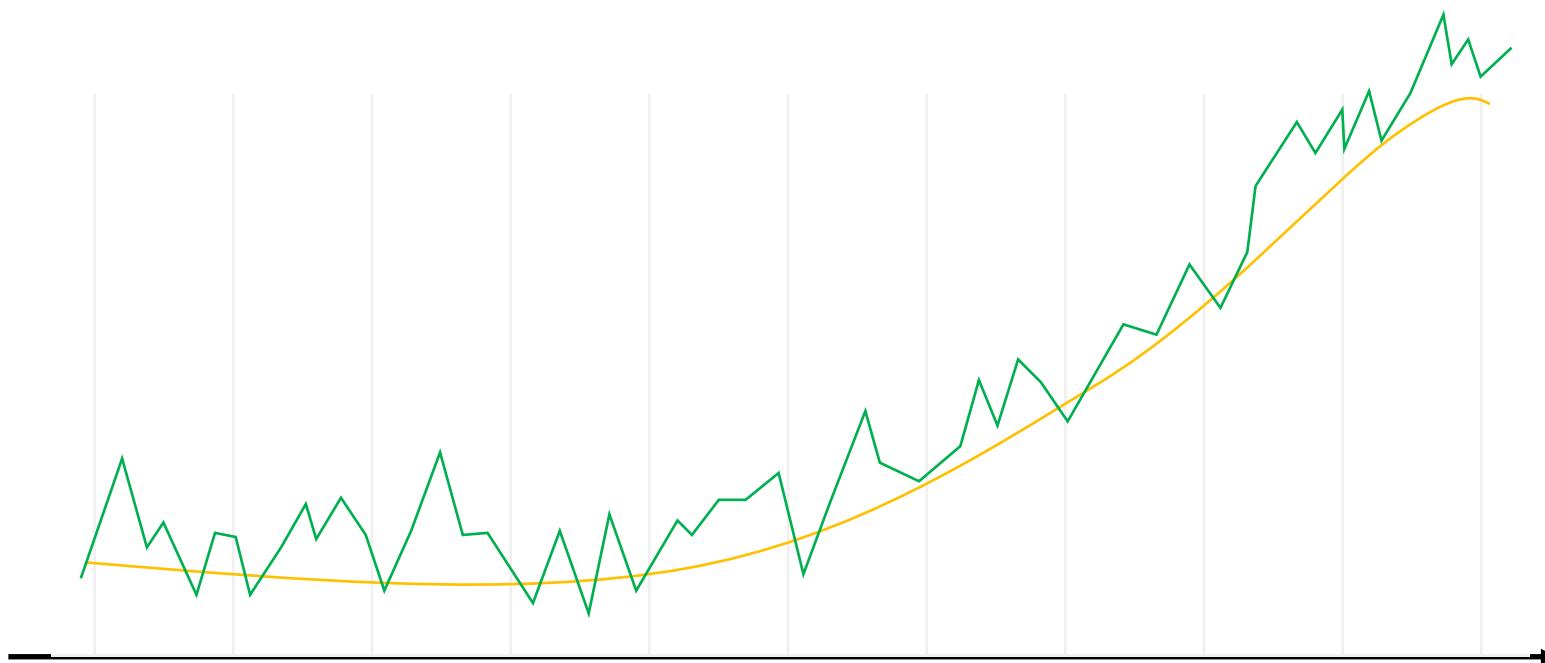
# データの中のランダム性

時系列データ =

ベースライン

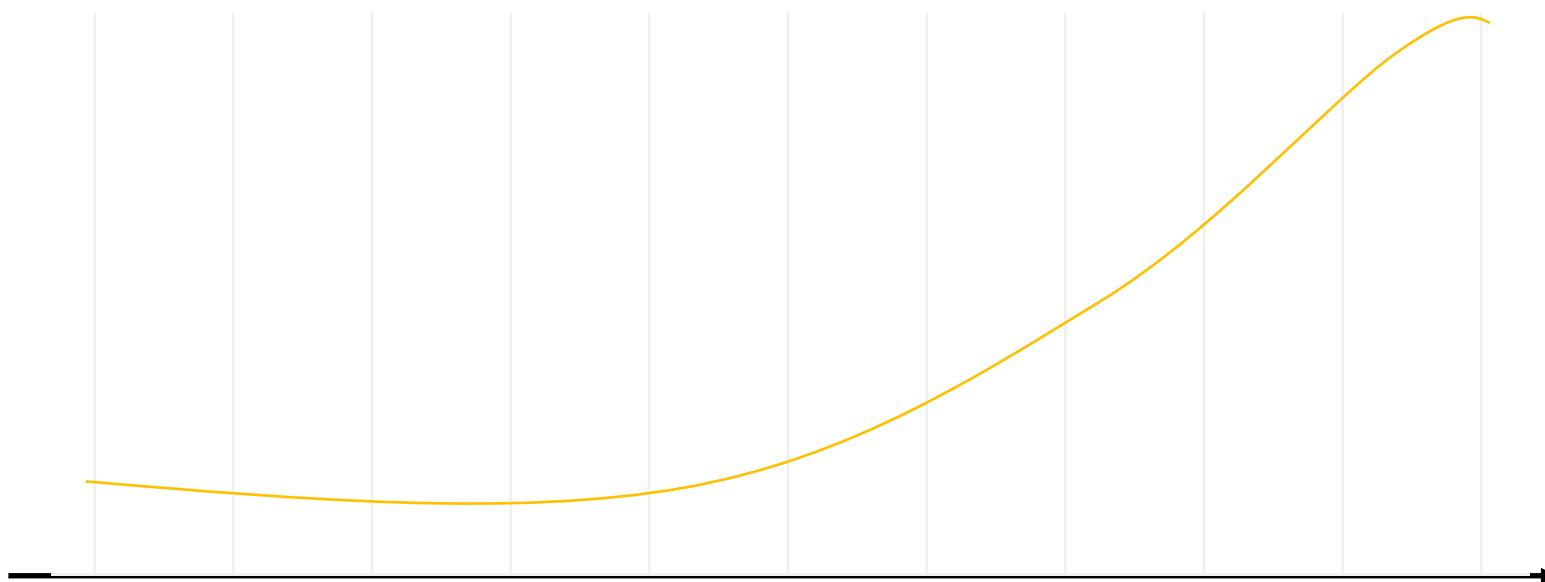
+ 周期的な変動

+ ランダムな変動



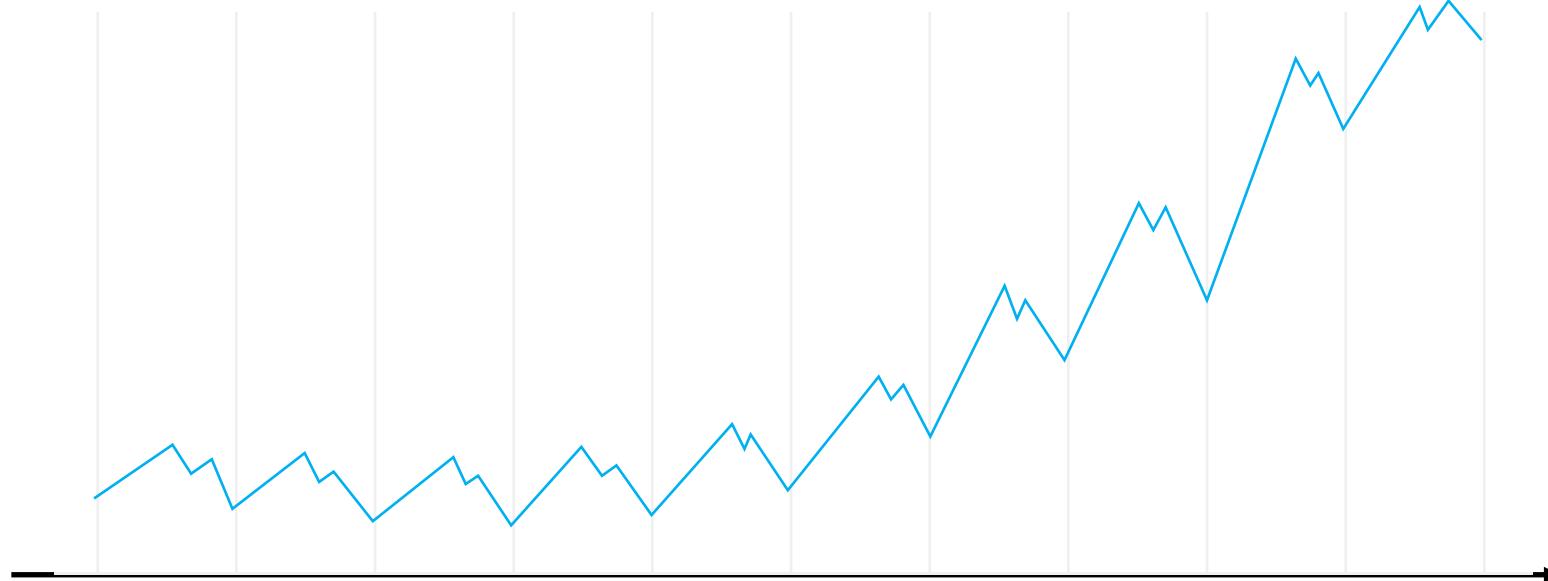
# データの中のランダム性

時系列データ = ベースライン + 周期的な変動 + ランダムな変動



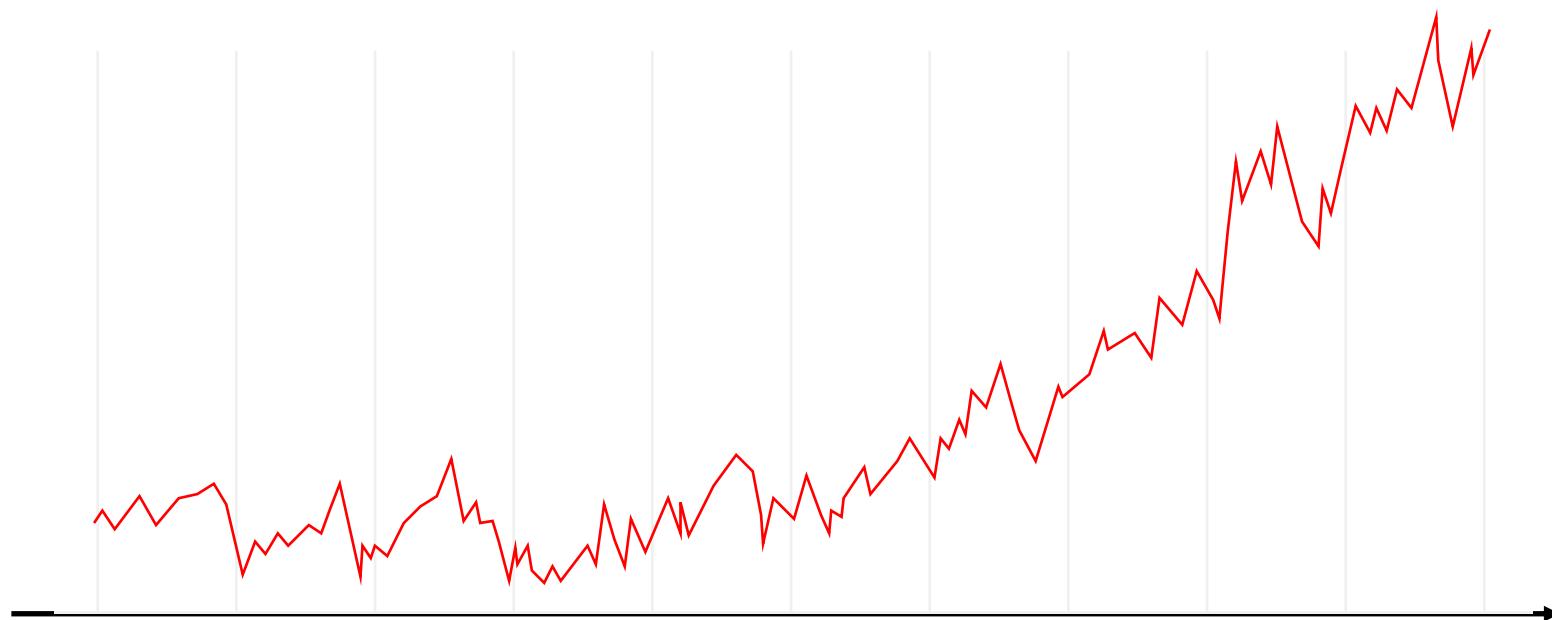
# データの中のランダム性

$$\text{時系列データ} = \text{ベースライン} + \text{周期的な変動} + \text{ランダムな変動}$$



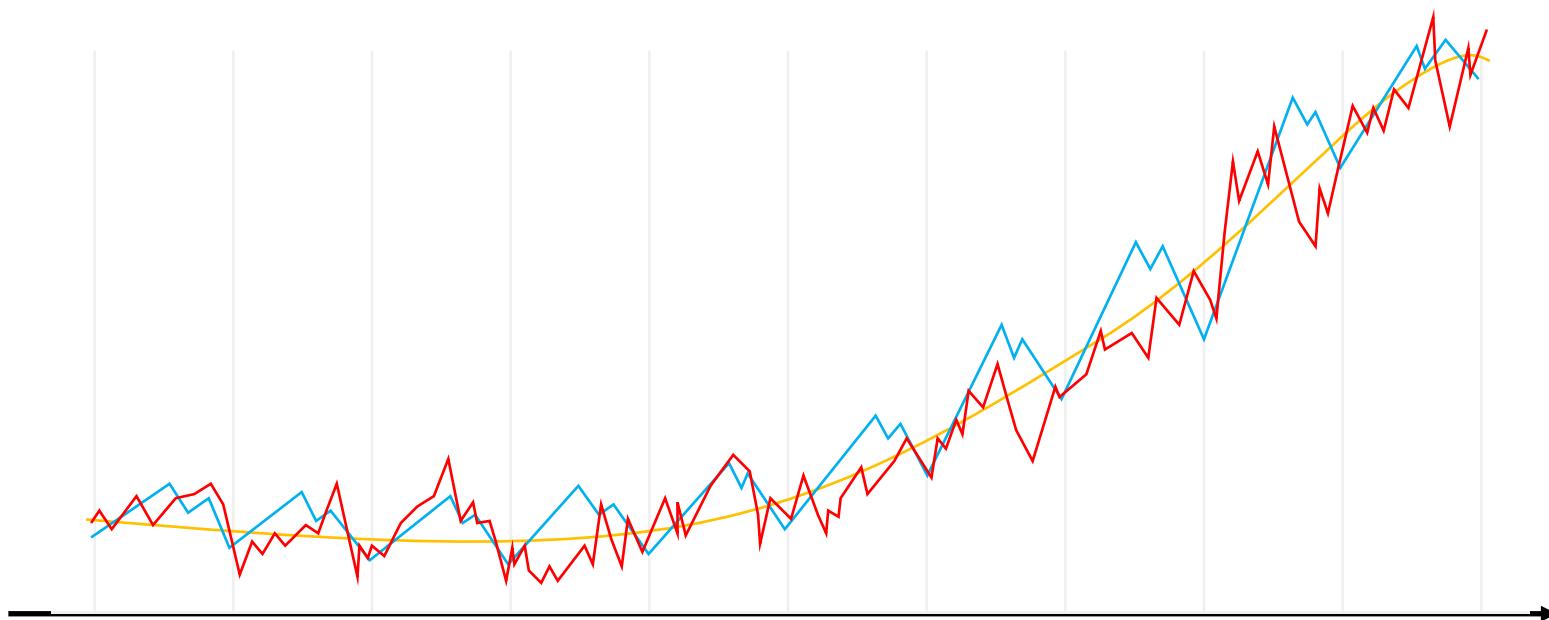
# データの中のランダム性

$$\text{時系列データ} = \text{ベースライン} + \text{周期的な変動} + \text{ランダムな変動}$$



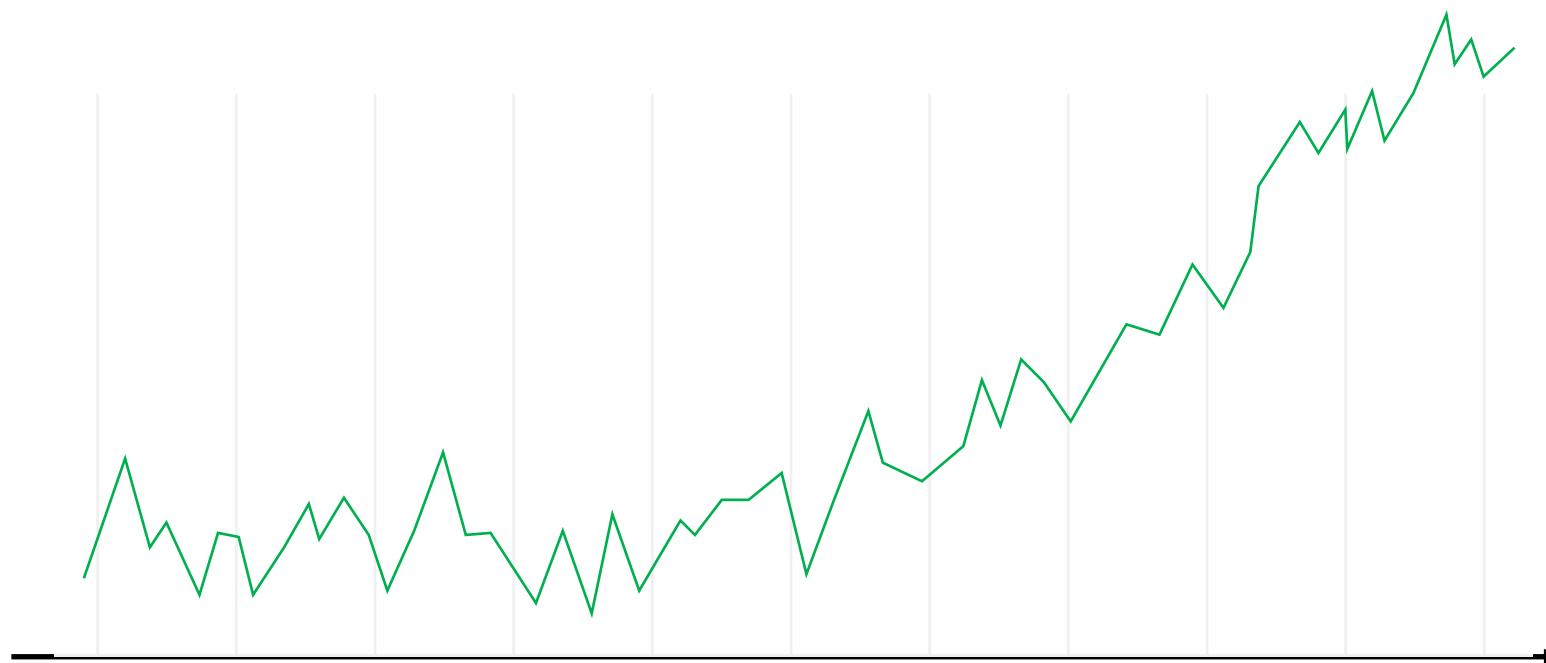
# データの中のランダム性

時系列データ = ベースライン + 周期的な変動 + ランダムな変動



# データの中のランダム性

$$\text{時系列データ} = \text{ベースライン} + \text{周期的な変動} + \text{ランダムな変動}$$



# 乱数

## 乱数列

ランダムな数の列のこと。次に出力される数が予測できないもの。

## Excelの関数

=RAND()



0～1までの数をランダムに出力する。

## 余談

コンピュータが乱数を作り出しているように見えますが、実際に「アルゴリズム（ルール）」をもとに人工的に作り出しています（つまり完全にランダムではありません！）しかし、ランダム性の基準をおおよそ満たすように整数論を駆使してアルゴリズムが構築されています。このような数列を「疑似乱数」といいます（例：メルセンヌ・ツイスター）。

# 演習問題 1 (ランダムのイメージ)

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	AA	AB	AC	AD	AE	AF	AG	AH	AI
1																																			
2																																			
3																																			
4																																			
5																																			
6																																			
7																																			
8		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30				
9	1																																		
10	2																																		
11	3																																		
12	4																																		
13	5																																		
14	6																																		
15	7																																		
16	8																																		

# 演習問題 1 (ランダムのイメージ)

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	AA	AB	AC	AD	AE	AF	AG	AH	AI
1																																			
2																																			
3																																			
4																																			
5																																			
6																																			
7																																			
8		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30				
9	1																																		
10	2																																		
11	3																																		
12	4																																		
13	5																																		
14	6																																		
15	7																																		
16	8																																		

=RAND()

各セルに0~1までの乱数を入力する。

# 演習問題 1 (ランダムのイメージ)

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	AA	AB	AC	AD	AE	AF	AG	AH	AI
1																																			
2	<p><b>演習問題 1</b></p> <p>(1) 亂数 (=rand()) を出力しましょう。</p> <p>(2) カラースケールを使ってランダムな色を付けてみましょう。</p>																																		
3																																			
4																																			
5																																			
6																																			
7																																			
8																																			
9																																			
10																																			
11																																			
12																																			
13																																			
14																																			
15																																			
16																																			

# 演習問題 1 (ランダムのイメージ)

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	AA	AB	AC	AD	AE	AF	AG	AH	AI																																																																																																																																																																																																																																																																					
1																																																																																																																																																																																																																																																																																																								
2	<p><b>演習問題 1</b></p> <p>(1) 亂数 (=rand()) を出力しましょう。</p> <p>(2) カラースケールを使ってランダムな色を付けてみましょう。</p>																																																																																																																																																																																																																																																																																																							
3																																																																																																																																																																																																																																																																																																								
4																																																																																																																																																																																																																																																																																																								
5																																																																																																																																																																																																																																																																																																								
6																																																																																																																																																																																																																																																																																																								
7																																																																																																																																																																																																																																																																																																								
8	<table border="1"><thead><tr><th></th><th>1</th><th>2</th><th>3</th><th>4</th><th>5</th><th>6</th><th>7</th><th>8</th><th>9</th><th>10</th><th>11</th><th>12</th><th>13</th><th>14</th><th>15</th><th>16</th><th>17</th><th>18</th><th>19</th><th>20</th><th>21</th><th>22</th><th>23</th><th>24</th><th>25</th><th>26</th><th>27</th><th>28</th><th>29</th><th>30</th></tr></thead><tbody><tr><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr><tr><td>2</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr><tr><td>3</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td></tr><tr><td>4</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td></tr><tr><td>5</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td></tr><tr><td>6</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr><tr><td>7</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td></tr><tr><td>8</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td></tr></tbody></table>																															1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	1	0	0	0	0	0	1	1	0	1	1	0	1	0	1	0	0	0	1	0	1	1	0	1	1	1	0	0	0	0	2	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	1	1	1	3	1	1	1	0	0	0	0	1	0	0	1	1	1	1	0	0	1	0	1	1	1	0	1	1	1	0	0	1	0	4	1	1	1	1	0	0	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	0	0	1	0	1	1	0	0	1	0	5	1	1	1	1	1	1	0	1	0	1	1	1	1	1	1	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	0	1	6	1	1	1	1	1	1	0	1	0	1	1	0	1	0	1	1	1	0	1	0	1	0	1	1	1	0	0	0	7	1	1	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	1	1	0	1	1	8	1	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	1	1	1	0	0	1	1	1	1	1	0	0	0	1	1	1	0
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30																																																																																																																																																																																																																																																																										
1	0	0	0	0	0	1	1	0	1	1	0	1	0	1	0	0	0	1	0	1	1	0	1	1	1	0	0	0	0																																																																																																																																																																																																																																																																											
2	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	1	1	1																																																																																																																																																																																																																																																																											
3	1	1	1	0	0	0	0	1	0	0	1	1	1	1	0	0	1	0	1	1	1	0	1	1	1	0	0	1	0																																																																																																																																																																																																																																																																											
4	1	1	1	1	0	0	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	0	0	1	0	1	1	0	0	1	0																																																																																																																																																																																																																																																																												
5	1	1	1	1	1	1	0	1	0	1	1	1	1	1	1	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	0	1																																																																																																																																																																																																																																																																												
6	1	1	1	1	1	1	0	1	0	1	1	0	1	0	1	1	1	0	1	0	1	0	1	1	1	0	0	0																																																																																																																																																																																																																																																																												
7	1	1	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	1	1	0	1	1																																																																																																																																																																																																																																																																												
8	1	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	1	1	1	0	0	1	1	1	1	1	0	0	0	1	1	1	0																																																																																																																																																																																																																																																																												
9																																																																																																																																																																																																																																																																																																								
10																																																																																																																																																																																																																																																																																																								
11																																																																																																																																																																																																																																																																																																								
12																																																																																																																																																																																																																																																																																																								
13																																																																																																																																																																																																																																																																																																								
14																																																																																																																																																																																																																																																																																																								
15																																																																																																																																																																																																																																																																																																								
16																																																																																																																																																																																																																																																																																																								

データ内を全て選択し、「カラースケール」で色を付ける。

# 演習問題 1 (ランダムのイメージ)

A B C D E F G H I J K L M N O P Q R S T U V W X Y Z AA AB AC AD AE AF AG AH AI

1

2

3 演習問題 1

(1) 亂数 (=rand()) を出力しましょう。

(2) カラースケールを使ってランダムな色を付けてみましょう。

8

9

10

11

12

13

14

15

16

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
1	0	0	0	0	0	1	1	0	1	1	0	1	0	1	0	0	0	1	0	1	1
2	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0
3	1	1	1	0	0	0	0	1	0	0	1	1	1	1	0	0	1	0	1	1	1
4	1	1	1	1	0	0	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0
5	1	1	1	1	1	1	0	1	0	1	1	1	1	1	1	0	0	1	1	1	1
6	1	1	1	1	1	1	0	1	0	1	1	0	1	0	1	1	1	0	1	0	1
7	1	1	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1
8	1	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	1	1	1	0	0	1	1	1	1	0

セルの強調表示ルール(H) >

上位/下位ルール(T) >

データバー(D) >

カラー スケール(S) >

アイコン セット(I) >

新しいルール(N)...

ルールのクリア(C) >

ルールの管理(R)...

BT BU BV BW

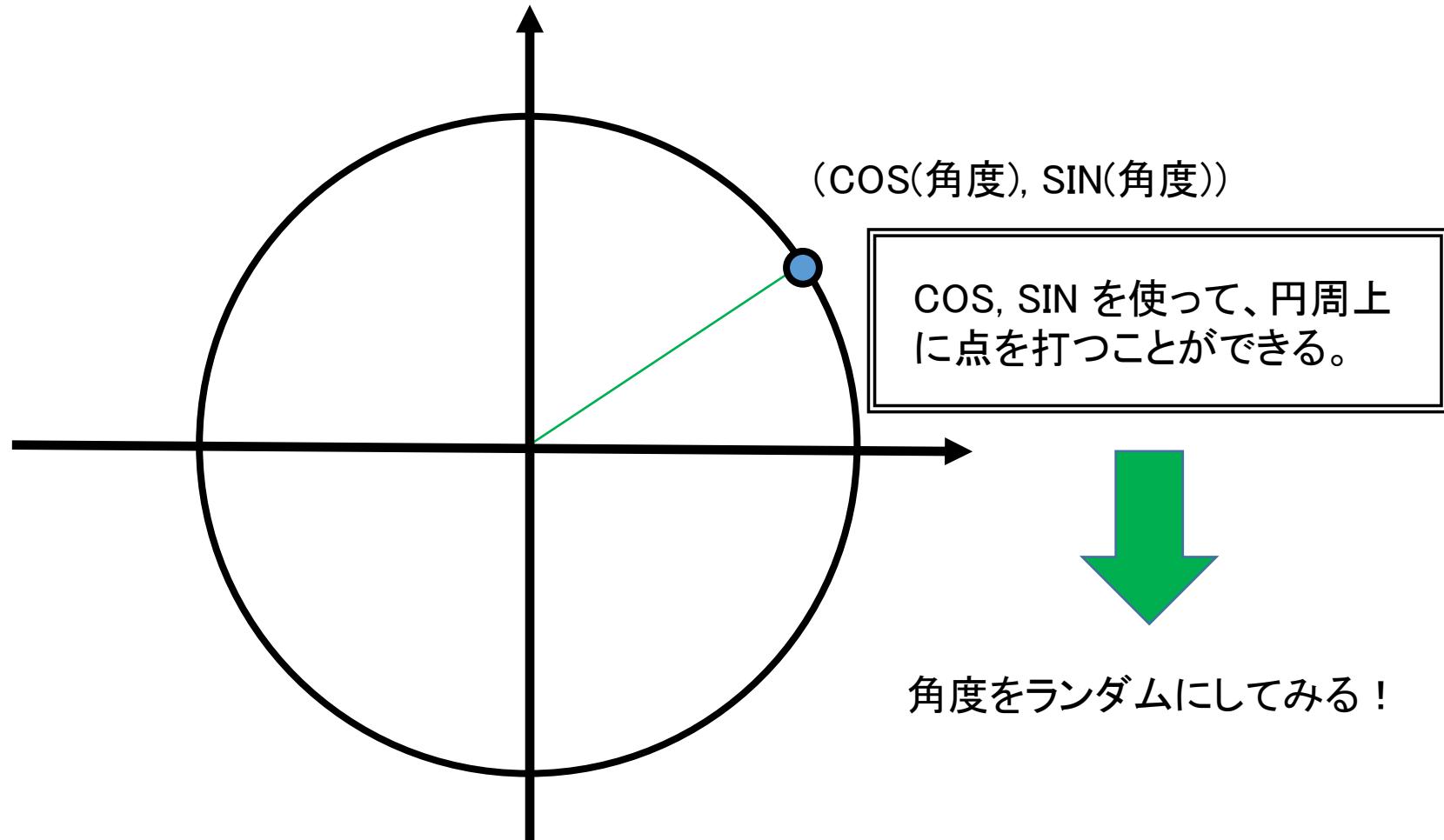
データ内を全て選択し、「カラースケール」で色を付ける。

# 演習問題 1 (ランダムのイメージ)

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
1	0	0	0	0	0	1	1	0	1	1	0	1	0	0	0	1	0	1	1	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	
2	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0	1	1	1	1	1	
3	1	1	1	0	0	0	0	1	0	0	1	1	1	0	0	1	0	1	1	1	0	1	1	1	0	0	1	0	0	
4	1	1	1	1	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	0	0	1	0	1	0	1	1	0	0	1	0	0	
5	1	1	1	1	1	1	0	1	0	1	1	1	1	1	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	0	1	0	1	
6	1	1	1	1	1	1	0	1	0	1	0	1	0	1	1	0	1	0	1	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	
7	1	1	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1	1	0	1	
8	1	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	1	1	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	0	1	0	
9	0	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	1	0	0	1	1	1	0	1	0	
10	0	0	1	0	1	1	0	1	0	1	1	0	1	0	1	0	0	1	1	0	0	1	1	1	0	1	0	1	0	
11	1	0	1	0	0	1	1	1	0	0	1	0	1	1	0	1	1	0	1	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0	
12	1	1	1	0	1	0	0	1	2	0	0	0	0	0	1	0	1	0	1	1	0	1	0	0	1	2	0	0	0	
13	1	0	1	1	1	1	1	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1	1	1	1	0	0	1	0	1	
14	0	0	1	0	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	1	1	1	1	1	0	1	0	
15	1	0	0	1	1	0	0	1	0	1	1	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	0	0	0	0	0	
16	0	0	0	1	0	0	1	0	2	1	0	1	0	1	0	2	1	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0	
17	0	1	0	1	0	0	0	1	1	0	1	0	1	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	1	1	0	
18	0	0	0	0	1	1	1	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	
19	1	1	0	0	1	1	1	0	0	1	0	1	1	1	0	1	0	1	1	0	0	0	1	1	0	1	0	1	0	
20	0	0	0	1	0	0	1	0	1	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	1	0	1	0	
21	1	1	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	0	1	0	1	0	1	0	
22	0	1	1	0	1	0	0	0	1	1	1	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	0	1	0	1	0	
23	0	1	1	1	0	1	1	0	0	0	1	0	1	0	0	1	1	1	0	1	1	0	0	0	1	0	1	0	1	
24	0	1	1	1	0	0	0	1	0	0	1	1	0	0	1	1	1	1	1	0	0	0	1	1	1	0	1	0	1	
25	1	0	1	1	0	1	1	0	0	1	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	
26	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1	1	1	1	1	1	0	0	0	1	1	1	0	1	1	1	0	0	0	0	
27	1	1	1	0	1	1	0	1	0	0	1	1	1	1	0	0	1	0	0	1	1	0	0	1	0	1	0	1	0	
28	1	0	1	0	1	0	0	1	1	0	1	1	1	0	0	0	1	0	0	1	1	0	1	0	1	1	1	0	0	
29	1	1	0	1	0	1	0	0	1	1	1	1	0	1	1	1	0	1	1	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	
30	0	1	1	1	0	0	1	1	0	1	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	1	0	1	1	1	0	1	1	0	

数字の大きさによりグラデーションがつく。  
※F9キーで乱数の更新ができます。

# 円上の点の配置



# 演習問題2（ランダム・プロット）

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1													
2													
3													
4													
5													
6													
7													
8													
9													
10													
11	問題 (1)	n	x	y									
12		1	0.691321	0.607212									
13		2											
14		3											
15		4											
16		5											
17		6											
18		7											
19		8											
20		9											
21		10											

下までコピー

# 演習問題2（ランダム・プロット）

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1													
2													
3													
4													
5													
6													
7													
8													
9													
10													
11	問題 (1)	n	x	y									
12		1	0.691321	0.607212									
13		2											
14		3											
15		4											
16		5											
17		6											
18		7											
19		8											
20		9											
21		10											

## 演習問題1

(1) 亂数を使って点をプロットしてみましょう。

(2) 亂数を使って円上にランダム糸掛けを行ってみましょう。

下までコピー

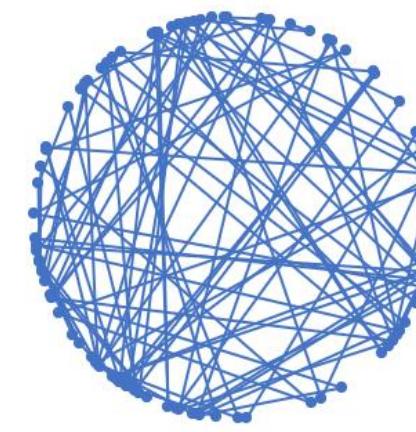
↓  
散布図で描写

n	ランダム	x	y
1	0.031083	0.98099	0.194059
2			
3			
4			
5			
6			
7			
8			
9			
10			
11			

# 演習問題2（ランダム・プロット）



問題1



問題2

# ランダム・ウォーク

# ランダム・ウォーク

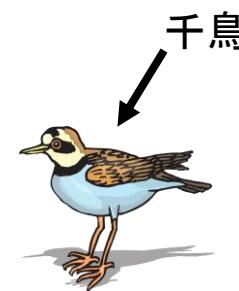
## ランダム・ウォーク

次の位置がランダム(無作為)に決定されるような運動。  
酔歩(すいほ)ともいう。

# ランダム・ウォーク

## ランダム・ウォーク

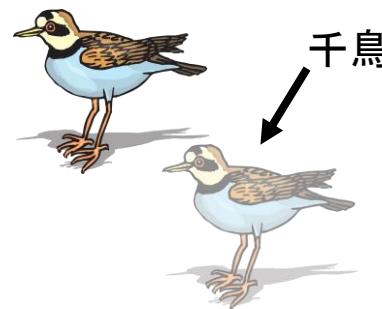
次の位置がランダム(無作為)に決定されるような運動。  
酔歩(すいほ)ともいう。



# ランダム・ウォーク

## ランダム・ウォーク

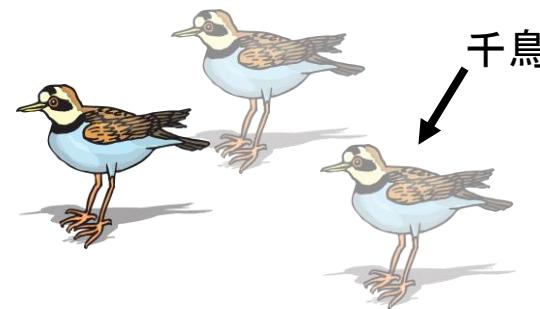
次の位置がランダム(無作為)に決定されるような運動。  
酔歩(すいほ)ともいう。



# ランダム・ウォーク

## ランダム・ウォーク

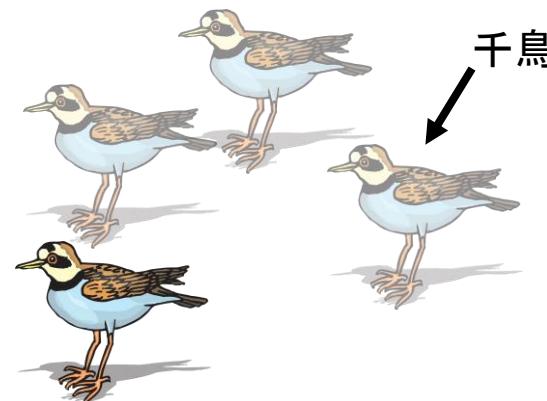
次の位置がランダム(無作為)に決定されるような運動。  
酔歩(すいほ)ともいう。



# ランダム・ウォーク

## ランダム・ウォーク

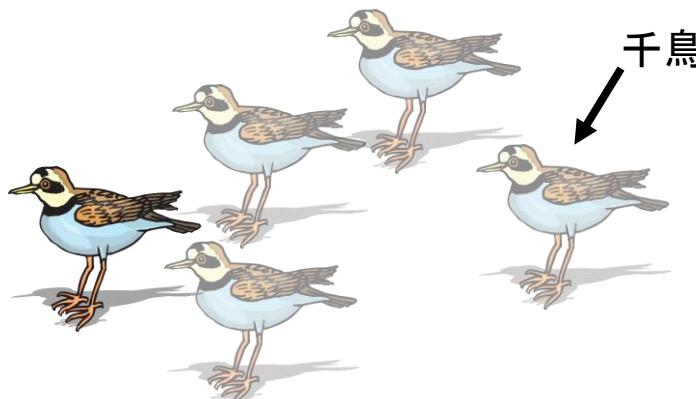
次の位置がランダム(無作為)に決定されるような運動。  
酔歩(すいほ)ともいう。



# ランダム・ウォーク

## ランダム・ウォーク

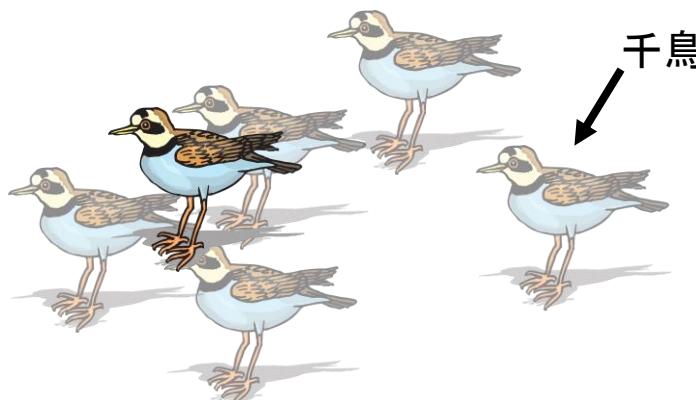
次の位置がランダム(無作為)に決定されるような運動。  
酔歩(すいほ)ともいう。



# ランダム・ウォーク

## ランダム・ウォーク

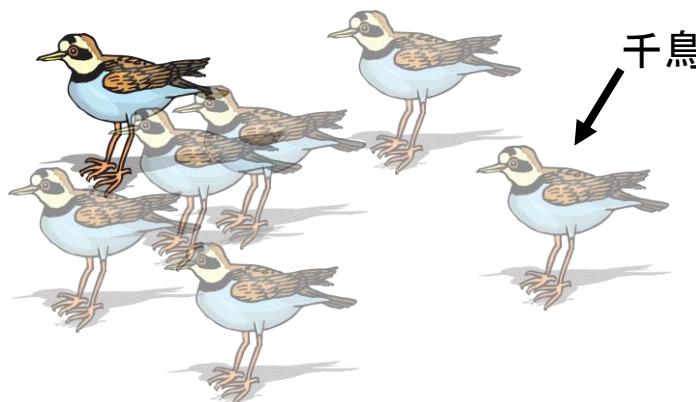
次の位置がランダム(無作為)に決定されるような運動。  
酔歩(すいほ)ともいう。



# ランダム・ウォーク

## ランダム・ウォーク

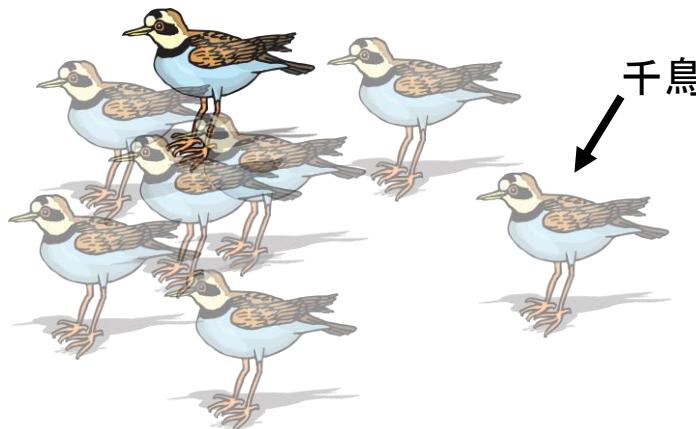
次の位置がランダム(無作為)に決定されるような運動。  
酔歩(すいほ)ともいう。



# ランダム・ウォーク

## ランダム・ウォーク

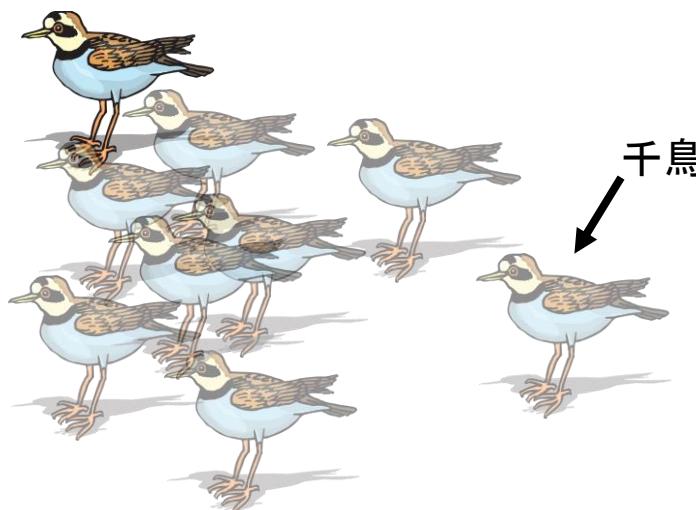
次の位置がランダム(無作為)に決定されるような運動。  
酔歩(すいほ)ともいう。



# ランダム・ウォーク

## ランダム・ウォーク

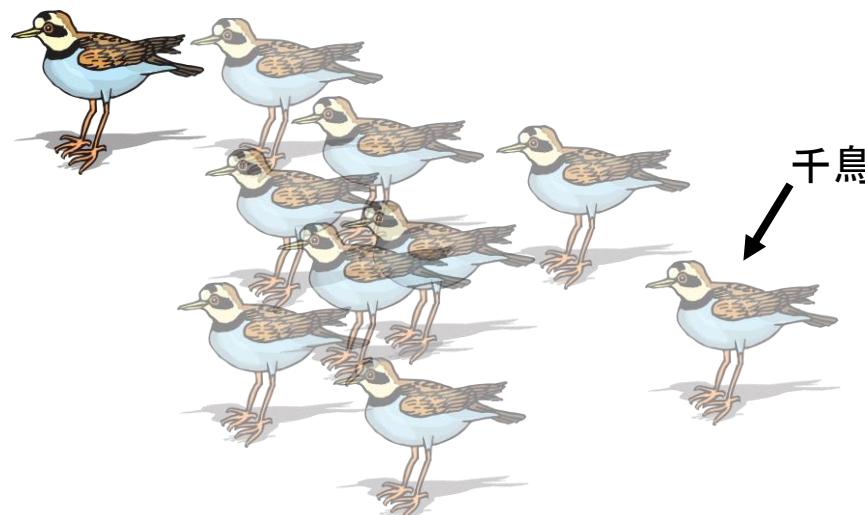
次の位置がランダム(無作為)に決定されるような運動。  
酔歩(すいほ)ともいう。



# ランダム・ウォーク

## ランダム・ウォーク

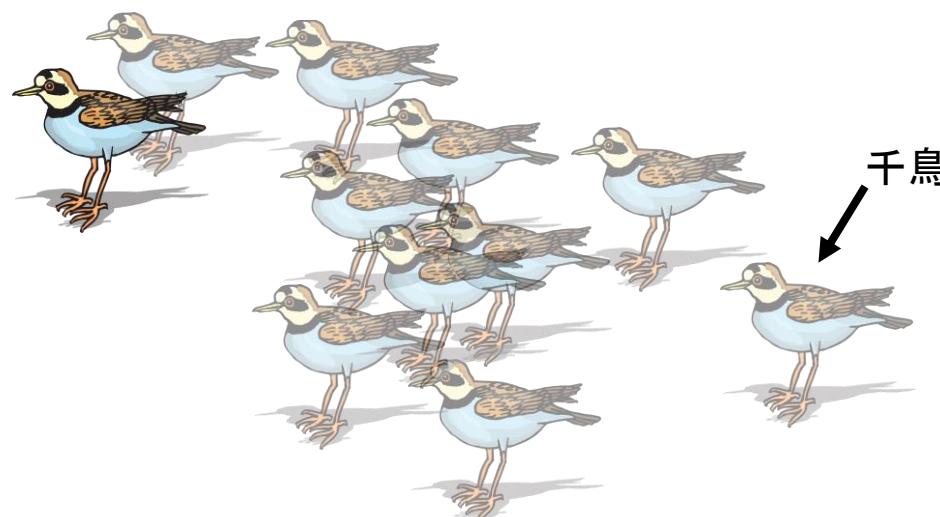
次の位置がランダム(無作為)に決定されるような運動。  
酔歩(すいほ)ともいう。



# ランダム・ウォーク

## ランダム・ウォーク

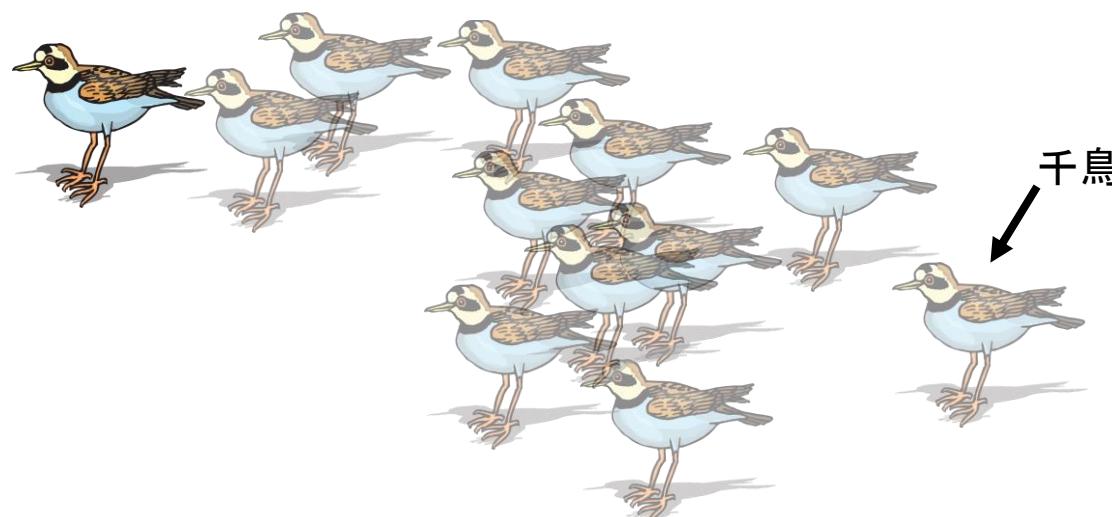
次の位置がランダム(無作為)に決定されるような運動。  
酔歩(すいほ)ともいう。



# ランダム・ウォーク

## ランダム・ウォーク

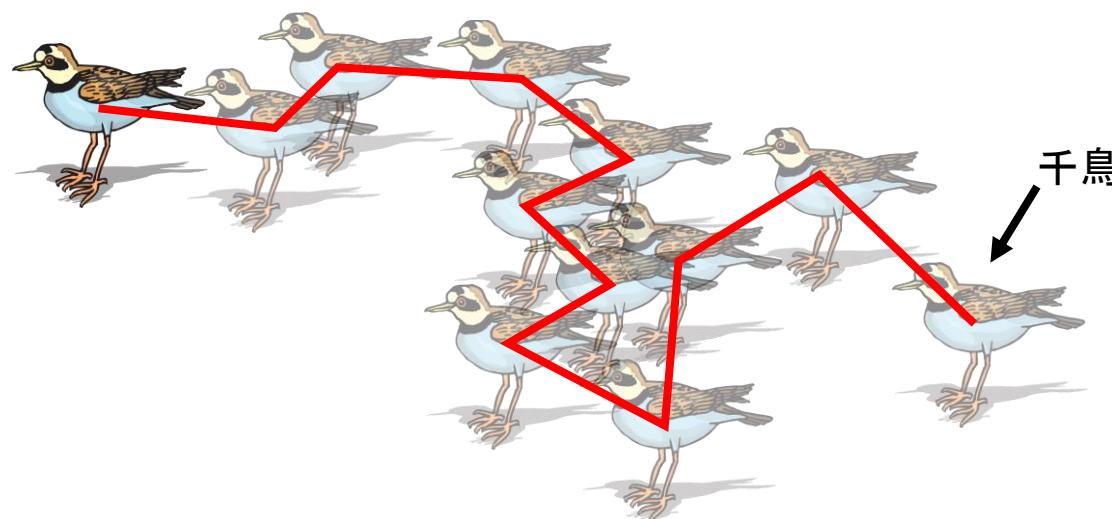
次の位置がランダム(無作為)に決定されるような運動。  
酔歩(すいほ)ともいう。



# ランダム・ウォーク

## ランダム・ウォーク

次の位置がランダム(無作為)に決定されるような運動。  
酔歩(すいほ)ともいう。

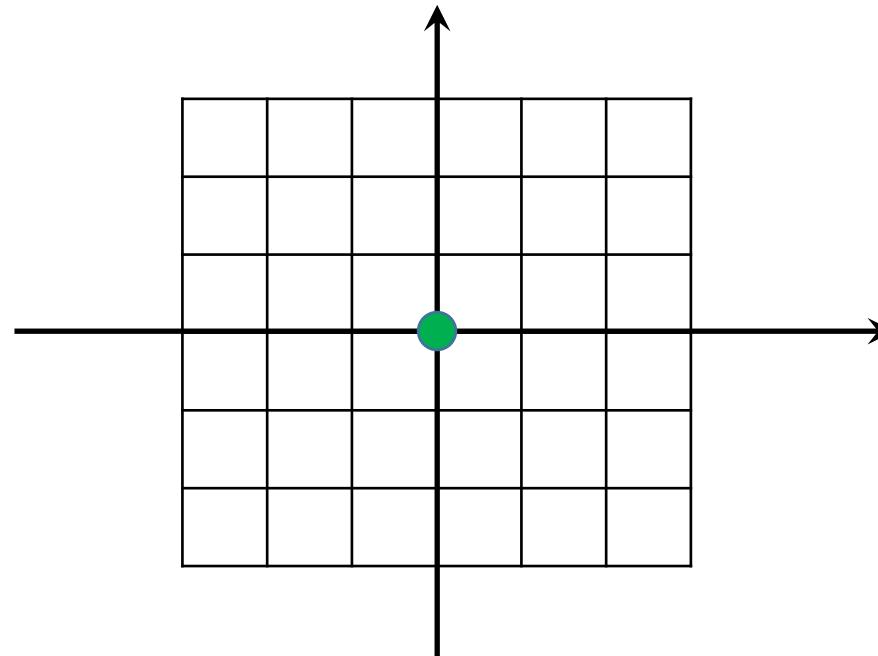


# ランダム・ウォーク

## ランダム・ウォーク

次の位置がランダム(無作為)に決定されるような運動。  
酔歩(すいほ)ともいう。

動く方向を絞る

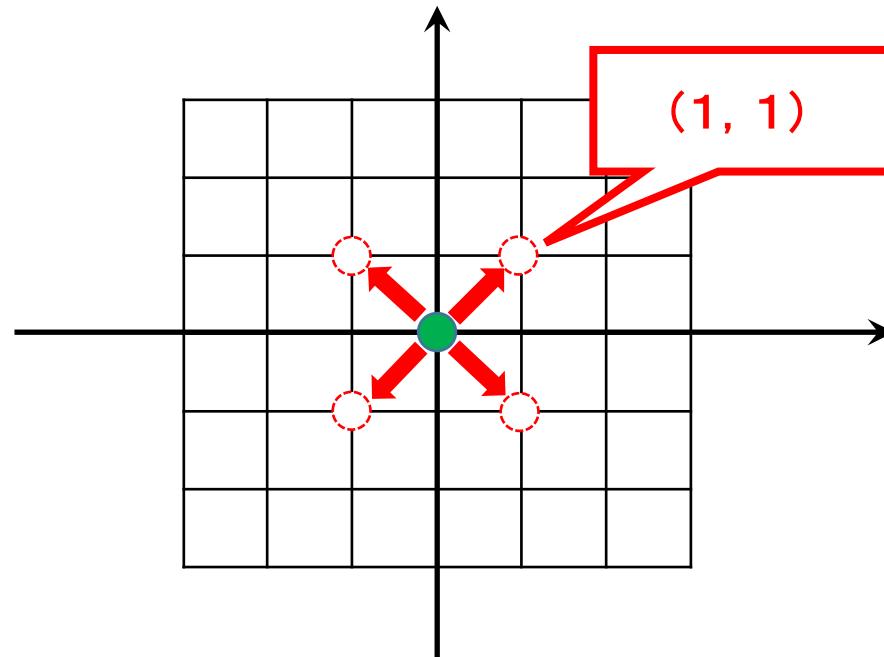


# ランダム・ウォーク

## ランダム・ウォーク

次の位置がランダム(無作為)に決定されるような運動。  
酔歩(すいほ)ともいう。

動く方向を絞る

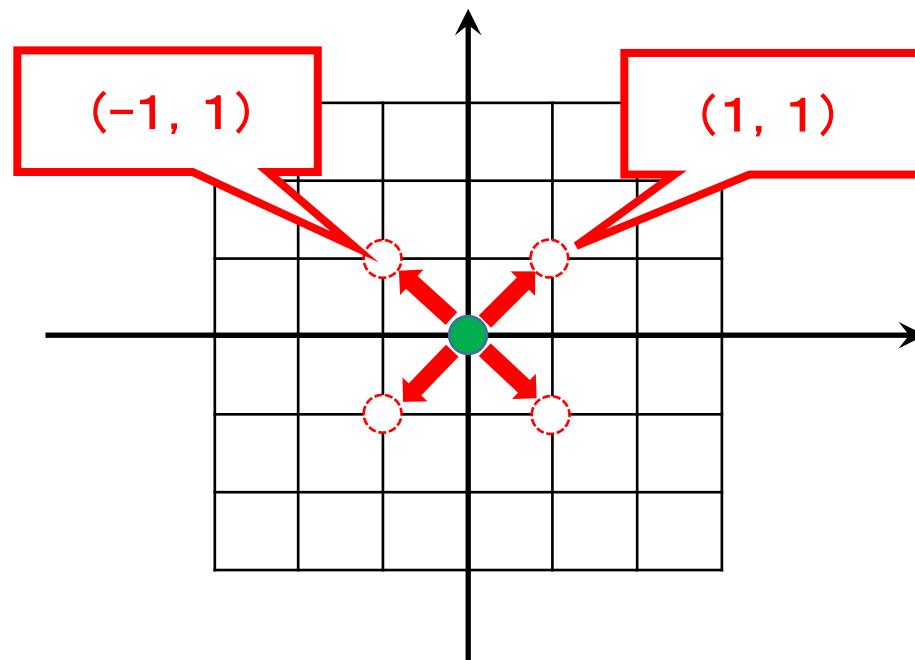


# ランダム・ウォーク

## ランダム・ウォーク

次の位置がランダム(無作為)に決定されるような運動。  
酔歩(すいほ)ともいう。

動く方向を絞る

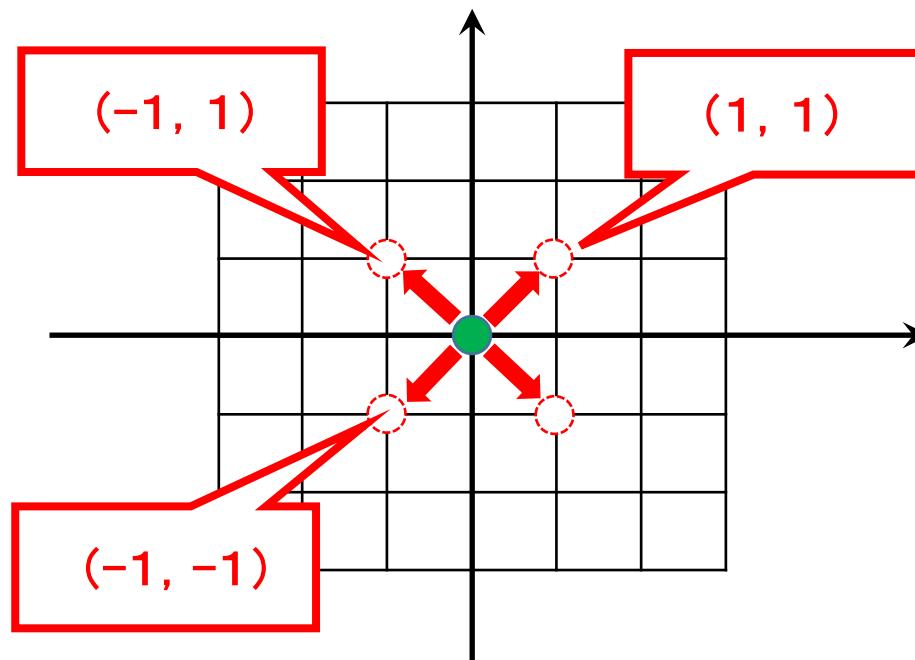


# ランダム・ウォーク

## ランダム・ウォーク

次の位置がランダム(無作為)に決定されるような運動。  
酔歩(すいほ)ともいう。

動く方向を絞る

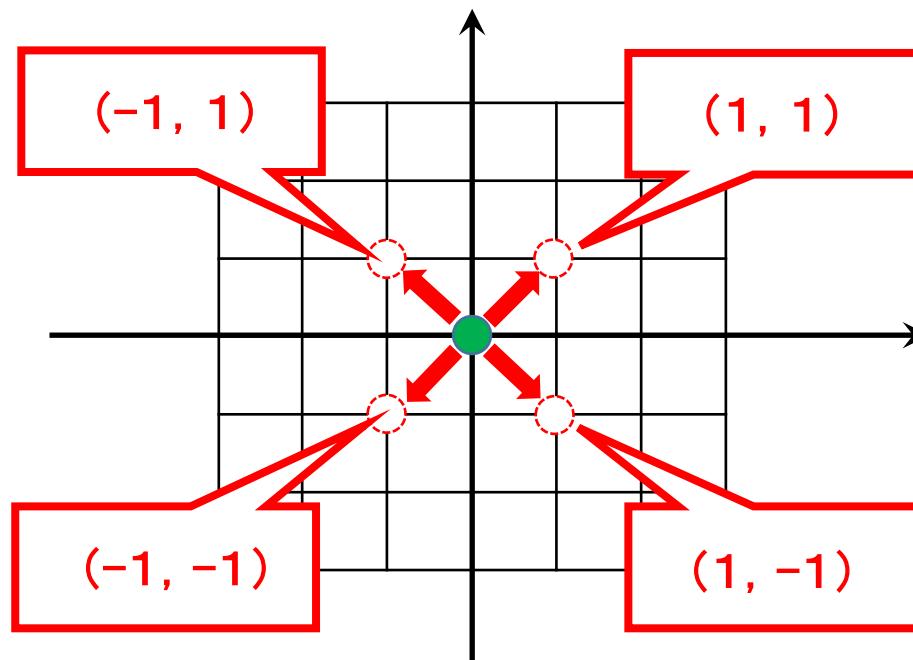


# ランダム・ウォーク

## ランダム・ウォーク

次の位置がランダム(無作為)に決定されるような運動。  
酔歩(すいほ)ともいう。

動く方向を絞る



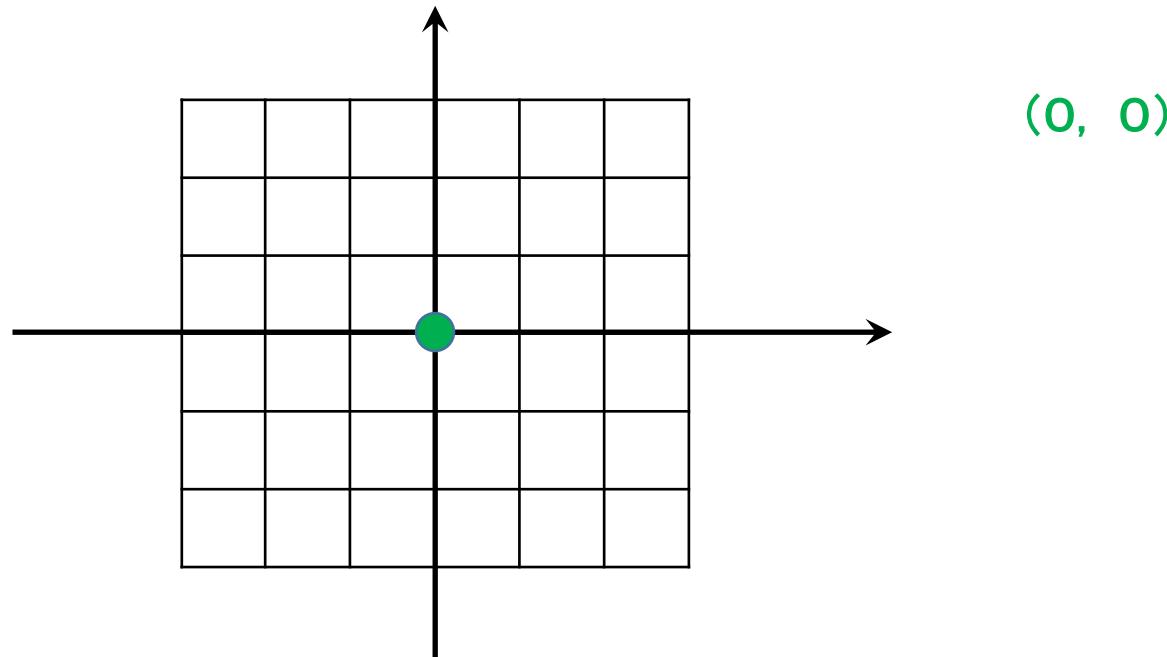
2次元ランダム・ウォーク

# ランダム・ウォーク

## ランダム・ウォーク

次の位置がランダム(無作為)に決定されるような運動。  
酔歩(すいほ)ともいう。

動く方向を絞る

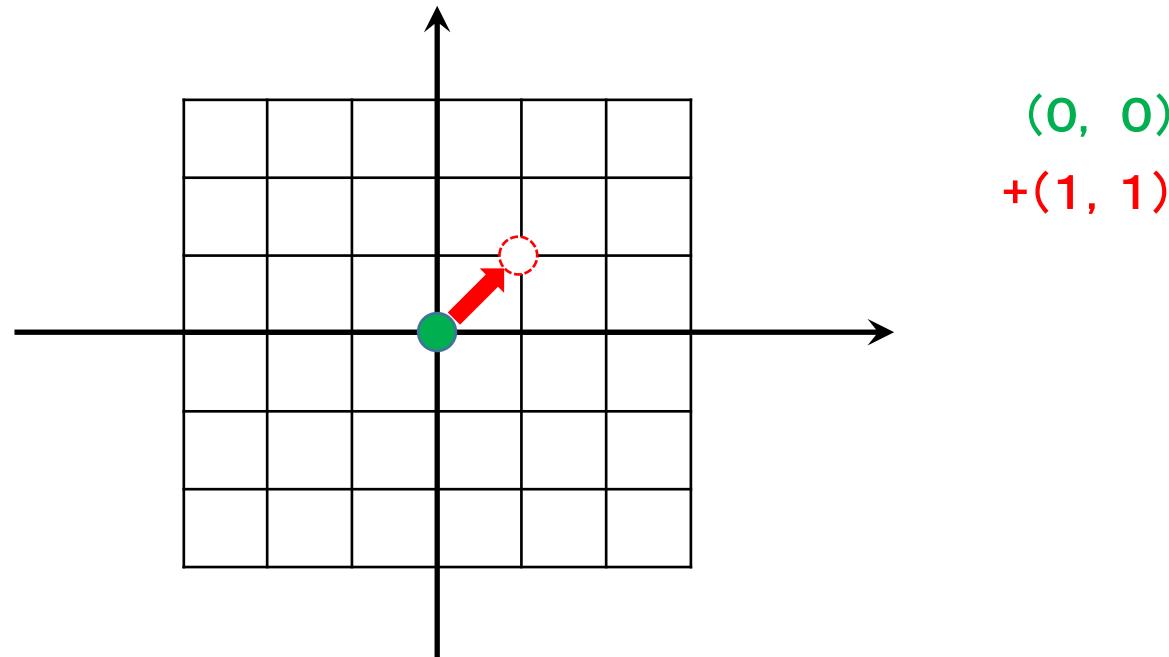


# ランダム・ウォーク

## ランダム・ウォーク

次の位置がランダム(無作為)に決定されるような運動。  
酔歩(すいほ)ともいう。

動く方向を絞る

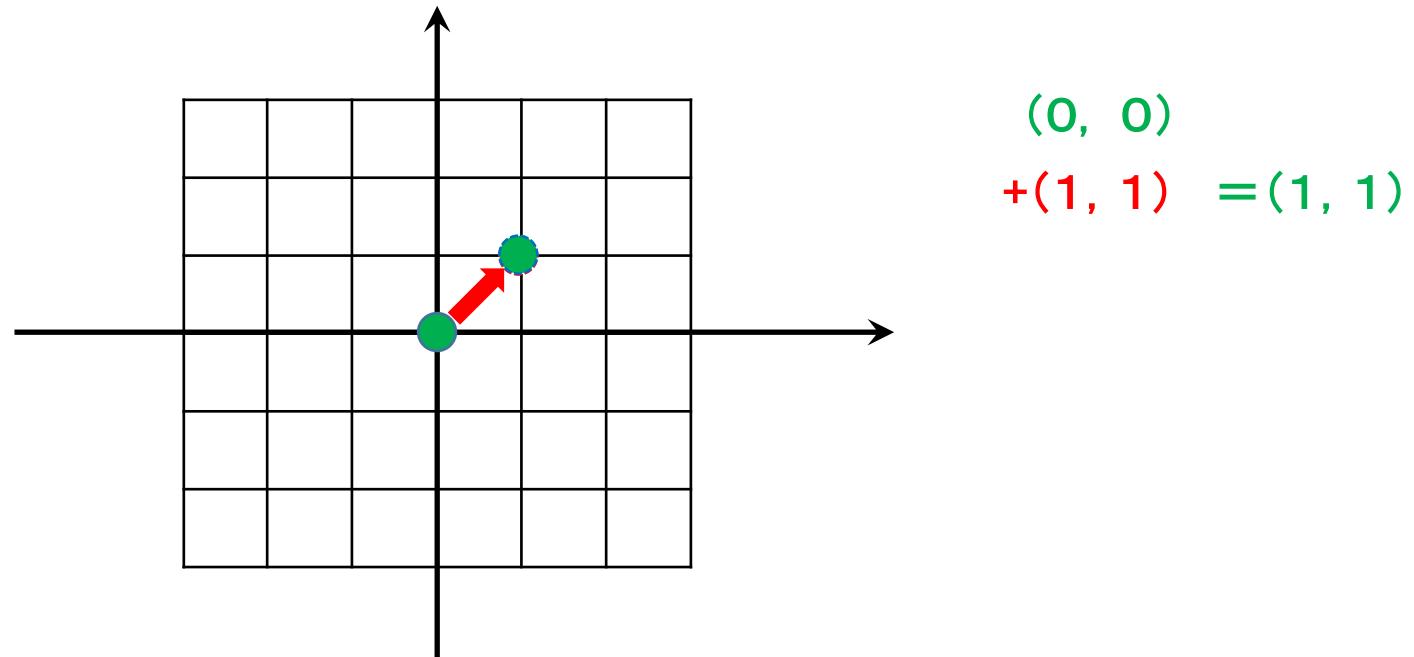


# ランダム・ウォーク

## ランダム・ウォーク

次の位置がランダム(無作為)に決定されるような運動。  
酔歩(すいほ)ともいう。

動く方向を絞る

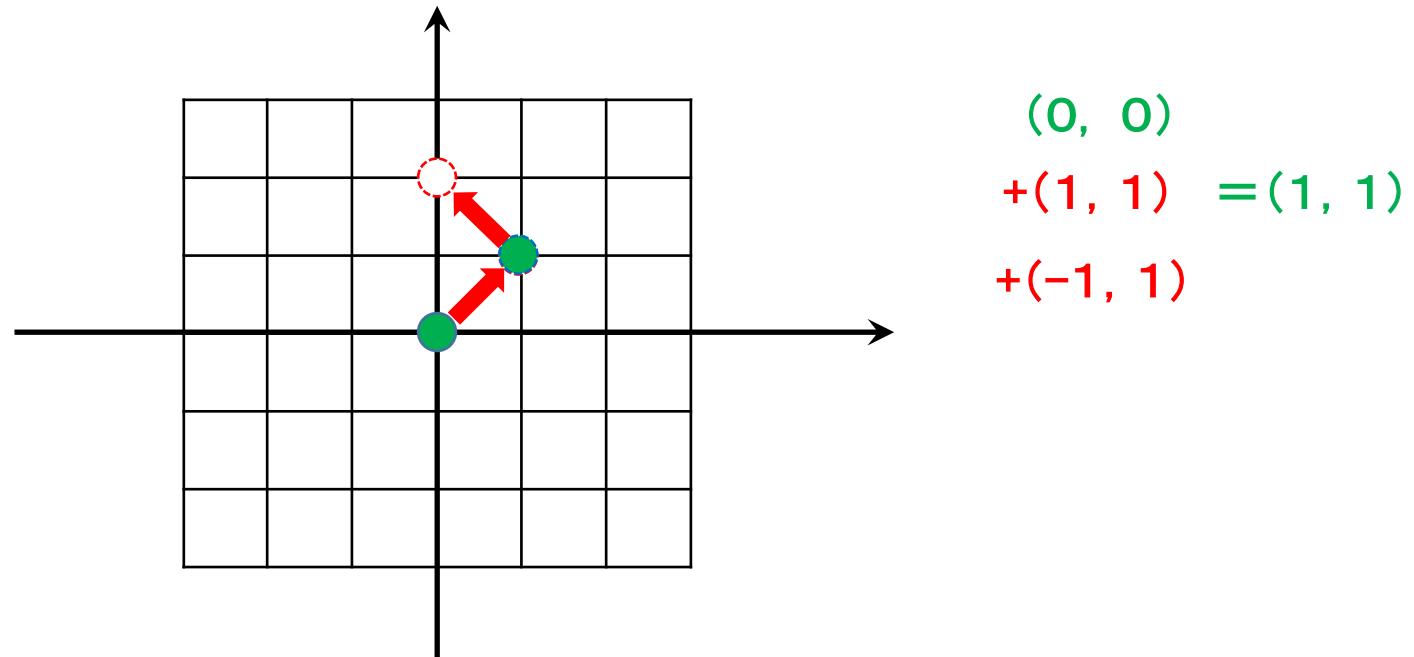


# ランダム・ウォーク

## ランダム・ウォーク

次の位置がランダム(無作為)に決定されるような運動。  
酔歩(すいほ)ともいう。

動く方向を絞る

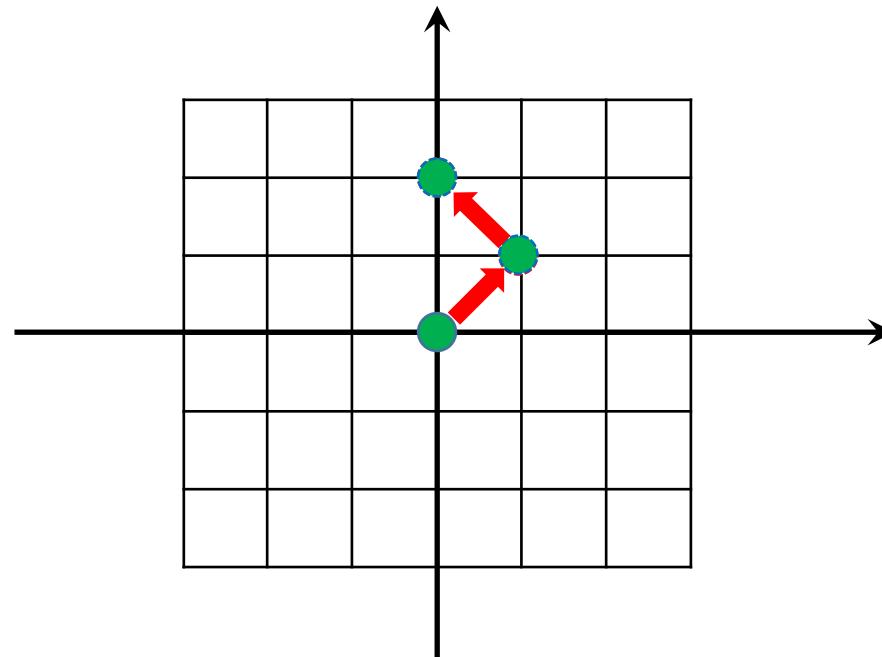


# ランダム・ウォーク

## ランダム・ウォーク

次の位置がランダム(無作為)に決定されるような運動。  
酔歩(すいほ)ともいう。

動く方向を絞る



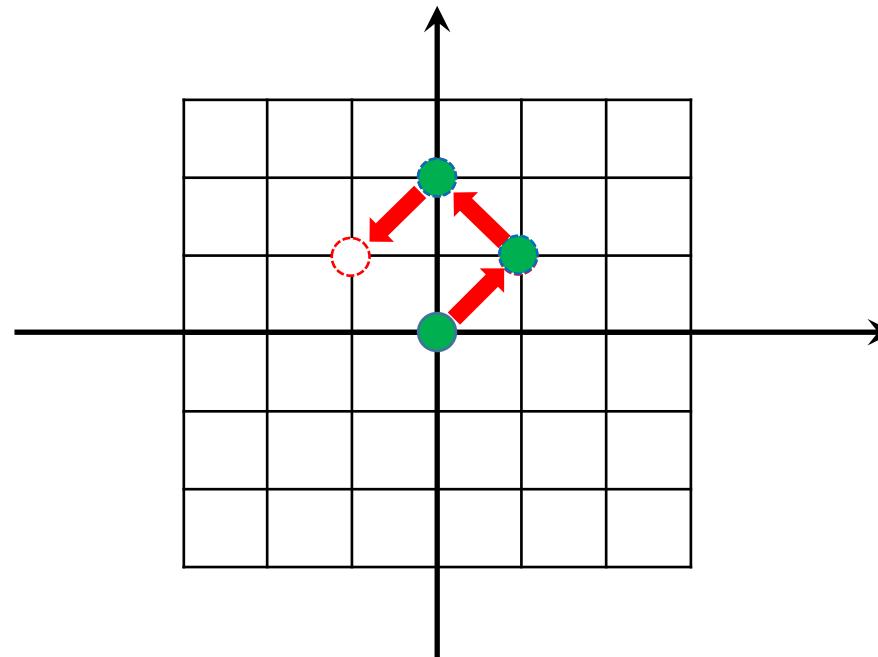
$$\begin{aligned}(0, 0) \\ +(1, 1) &= (1, 1) \\ +(-1, 1) &= (0, 2)\end{aligned}$$

# ランダム・ウォーク

## ランダム・ウォーク

次の位置がランダム(無作為)に決定されるような運動。  
酔歩(すいほ)ともいう。

動く方向を絞る



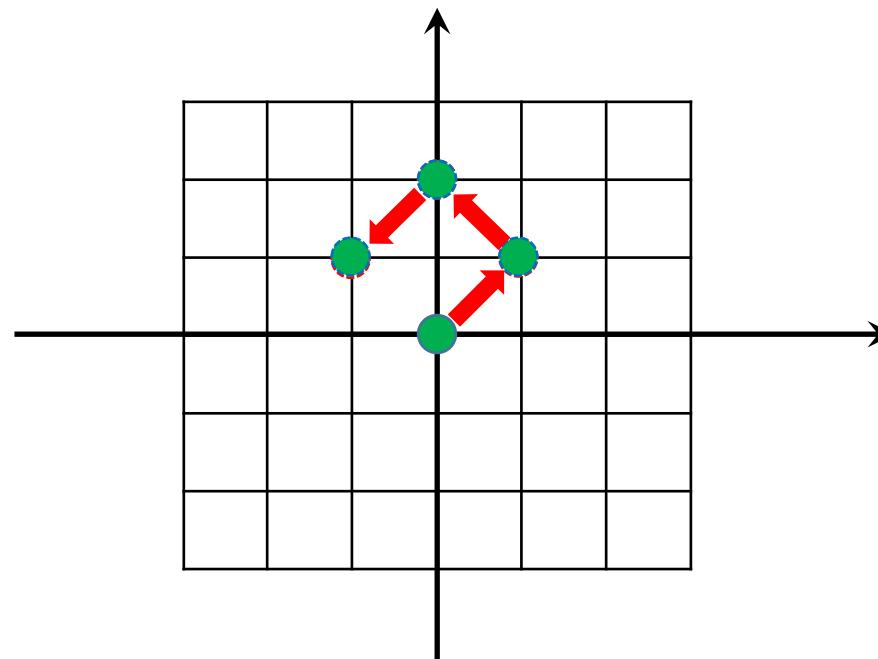
$$\begin{aligned}(0, 0) \\ +(1, 1) &= (1, 1) \\ +(-1, 1) &= (0, 2) \\ +(-1, -1)\end{aligned}$$

# ランダム・ウォーク

## ランダム・ウォーク

次の位置がランダム(無作為)に決定されるような運動。  
酔歩(すいほ)ともいう。

動く方向を絞る



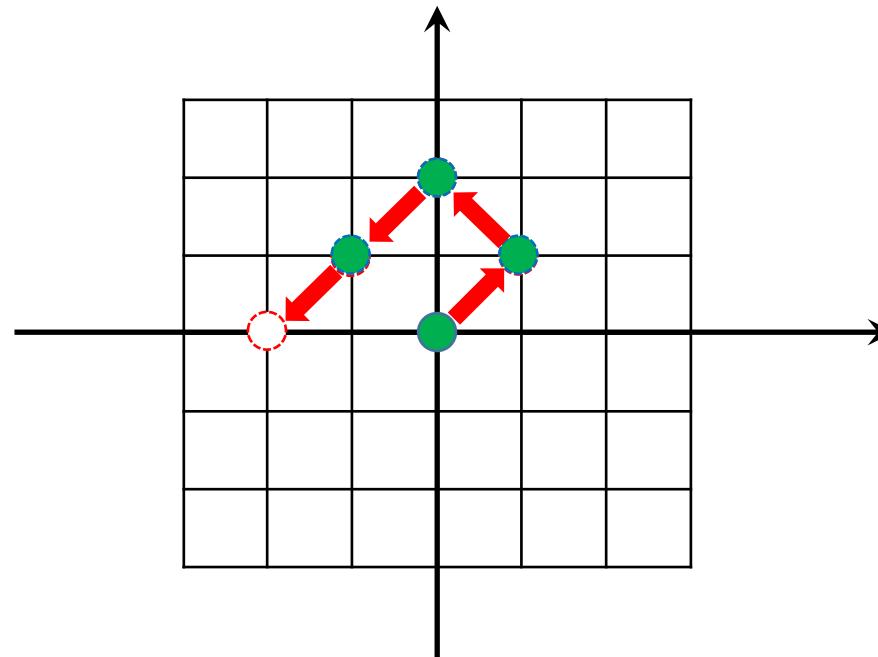
$$\begin{aligned}(0, 0) \\ +(1, 1) &= (1, 1) \\ +(-1, 1) &= (0, 2) \\ +(-1, -1) &= (-1, 1)\end{aligned}$$

# ランダム・ウォーク

## ランダム・ウォーク

次の位置がランダム(無作為)に決定されるような運動。  
酔歩(すいほ)ともいう。

動く方向を絞る



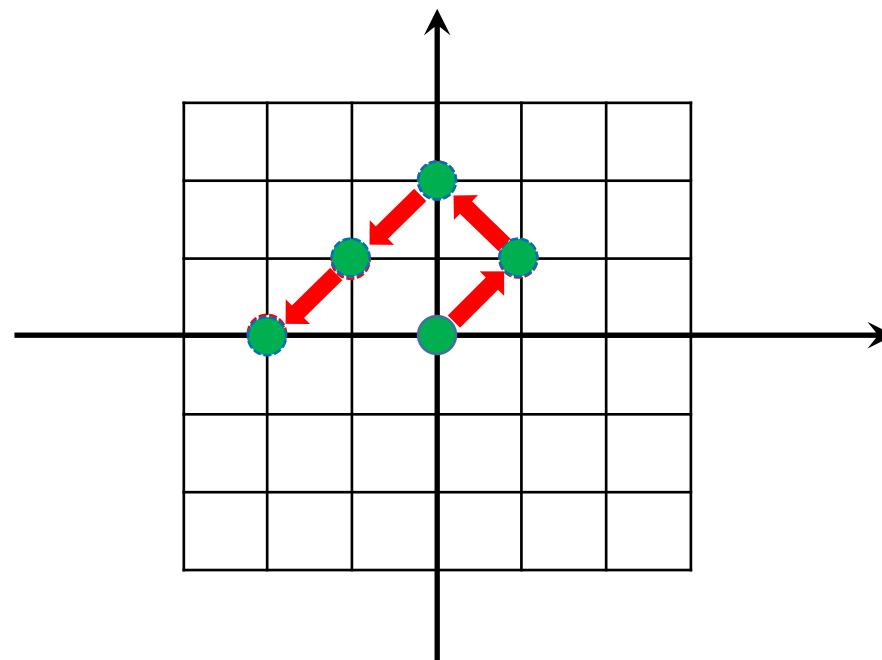
$$\begin{aligned}(0, 0) \\ +(1, 1) &= (1, 1) \\ +(-1, 1) &= (0, 2) \\ +(-1, -1) &= (-1, 1) \\ +(-1, -1)\end{aligned}$$

# ランダム・ウォーク

## ランダム・ウォーク

次の位置がランダム(無作為)に決定されるような運動。  
酔歩(すいほ)ともいう。

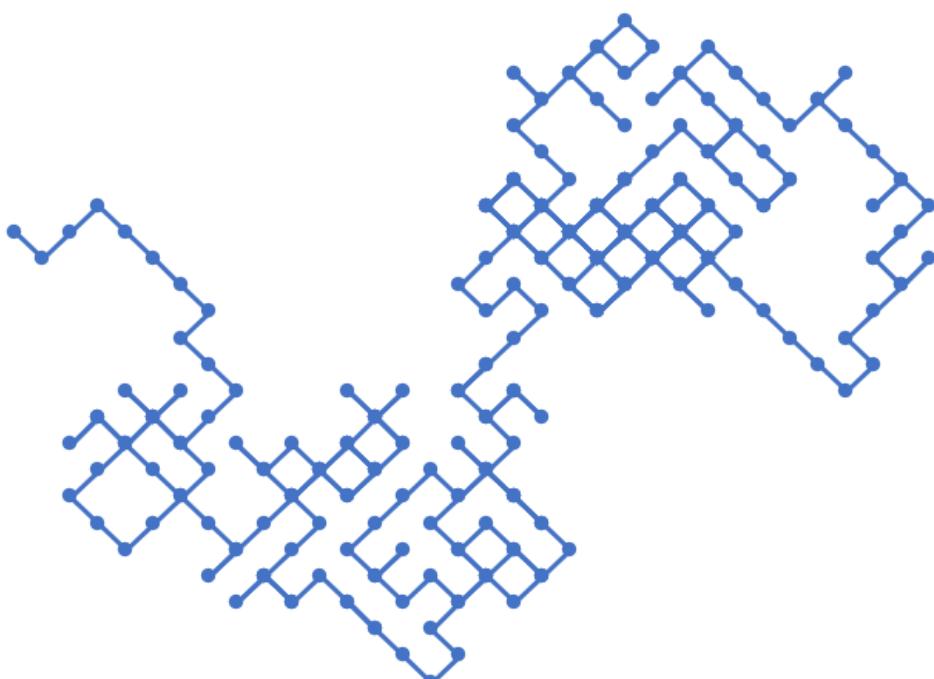
動く方向を絞る



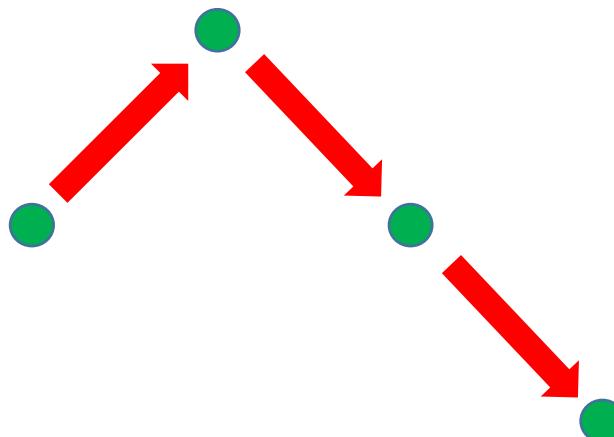
$$\begin{aligned}(0, 0) \\ +(1, 1) &= (1, 1) \\ +(-1, 1) &= (0, 2) \\ +(-1, -1) &= (-1, 1) \\ +(-1, -1) &= (-2, 0)\end{aligned}$$

# 2次元ランダム・ウォーク

## 2次元ランダム・ウォーク



動く方向:(直交する)4方向  
歩幅:一定



# 演習問題3（ランダム・ウォーク）

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1										
2										
3										
4										
5										
6										
7										
8										
9										
10										
11										
12										
13										
14										
15										
16										
17										

**演習問題3**

ランダム・ウォークを完成させましょう。

n	x	y
0	0	0
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		

← 初期状態

# 演習問題3（ランダム・ウォーク）

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1										
2										
3										
4										
5										
6										
7										
8										
9										
n	x	y								
0	0	0								
1										
2										
3										
4										
5										
6										
7										
8										

初期状態

=D9+IF(RAND()>0.5,1,-1)

1つ前の値 + (乱数が0.5より大きければ1、そうでなければ-1)

# 演習問題3（ランダム・ウォーク）

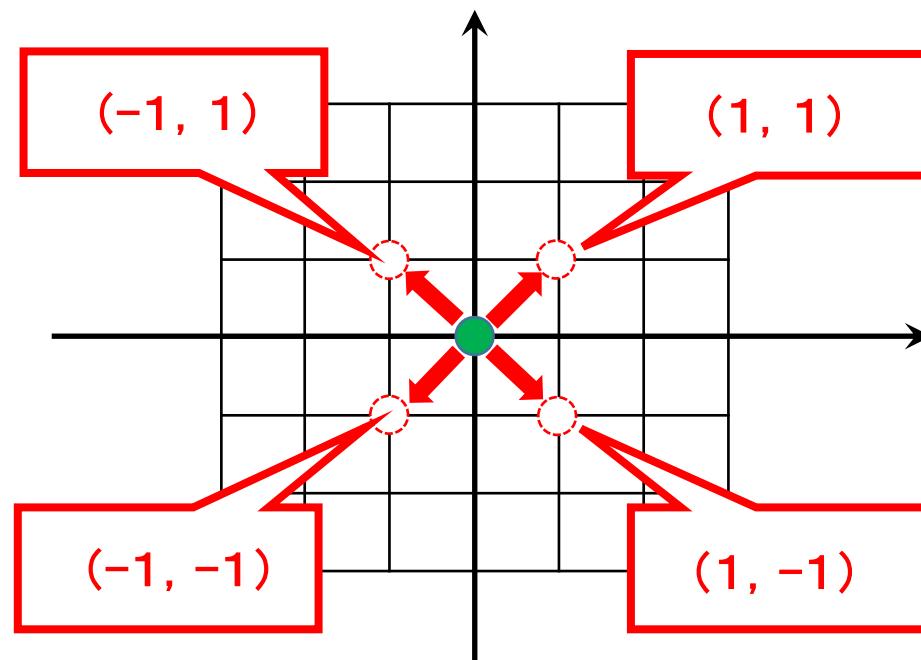
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1										
2										
3										
4										
5										
6										
7										
8										
9										
n	x	y								
0	0	0								
1										
2										
3										
4										
5										
6										
7										
8										

初期状態

=E9+IF(RAND()>0.5,1,-1)

1つ前の値 + (乱数が0.5より大きければ1、そうでなければ-1)

# 演習問題3（ランダム・ウォーク）



乱数とIF関数を使って、 $1/4$ の確率で各方向をランダムに決めることができる。

# 演習問題3（ランダム・ウォーク）

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1										
2										
3										
4										
5										
6										
7										
8										
9										
10										
11										
12										
13										
14										
15										
16										
17										

演習問題3  
ランダム・ウォークを完成させましょう。

n	x	y
0	0	0
1	1	1
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		

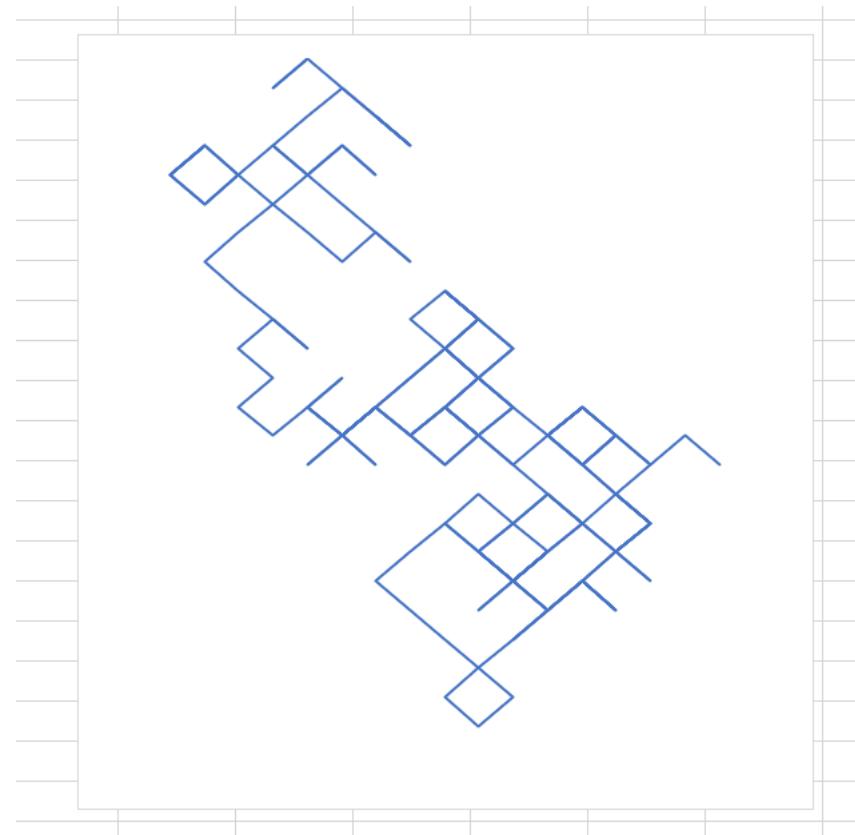
①下までコピー

②xとyの2列に対して散布図を作成する

Copyright © 2020 Wakara Corp. All Rights Reserved.

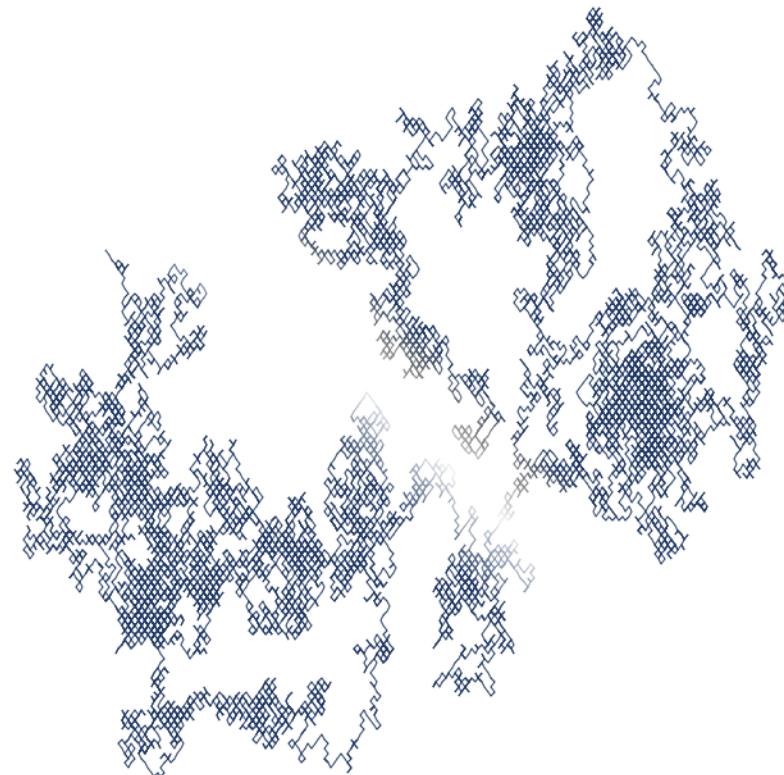
61

# 演習問題 3 (ランダム・ウォーク)



200歩の場合のランダムウォーク

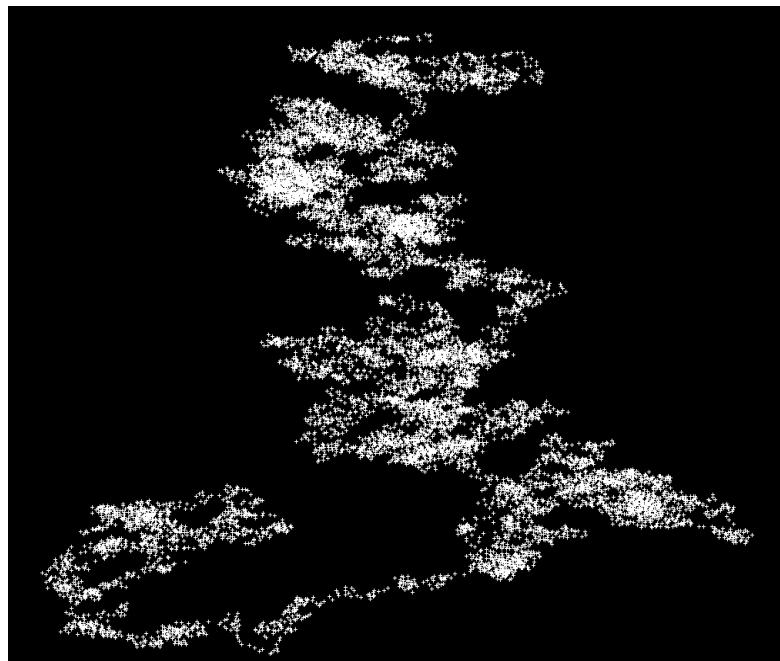
# ランダム・ウォークの作成例



20000歩の場合のランダムウォーク

# レビイのダスト

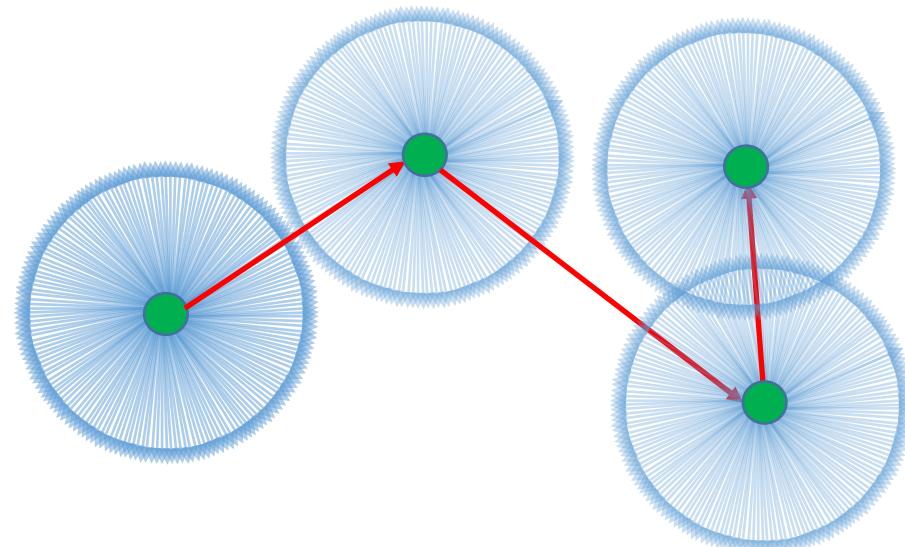
## レビイのダスト



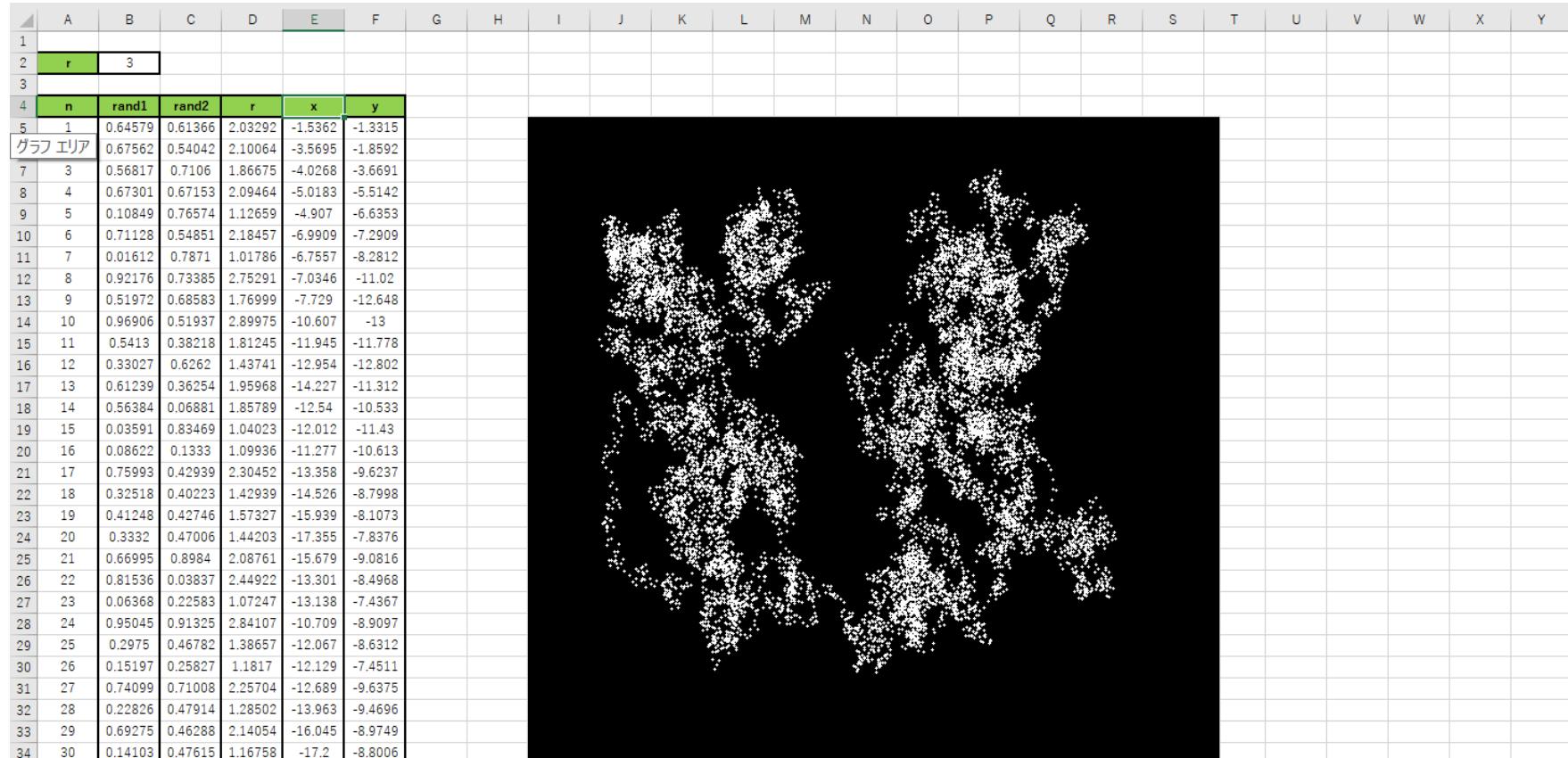
ランダム・ウォークの一種  
宇宙空間上の星の分布のモデル

動く方向:  $360^\circ$  自由

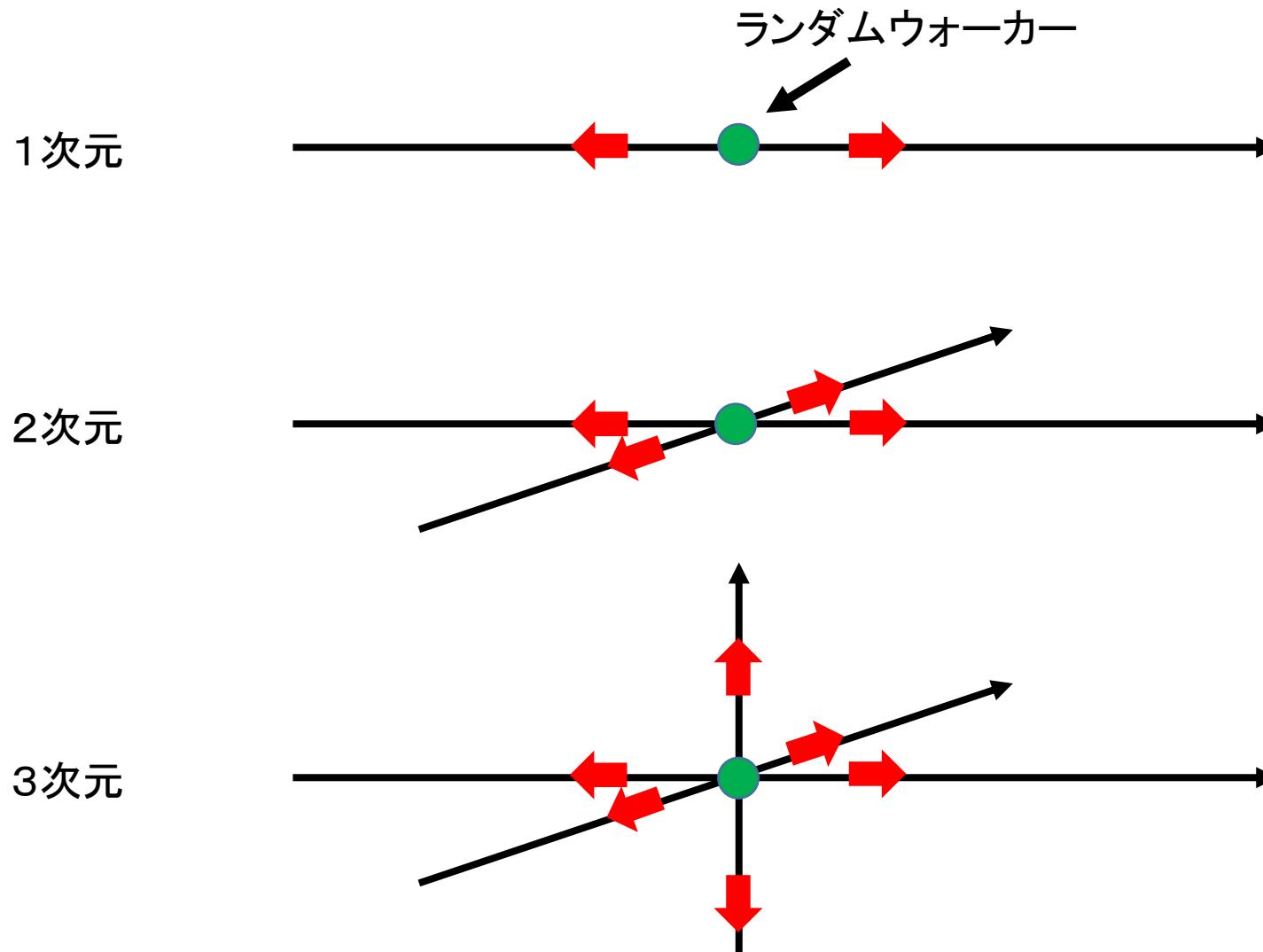
歩幅: 指数関数的にランダム



# 付録 1 (レビイのダスト)



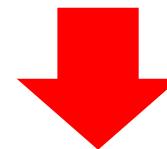
# 様々な次元のランダム・ウォーク



# 様々な次元のランダム・ウォーク

## ランダム・ウォークの再帰性問題

ランダムウォーカーが元の位置に戻ってくるだろうか？



## 事実

1次元、2次元のランダム・ウォークに関しては再帰性があり、3次元以上の場合は、再帰性はない。

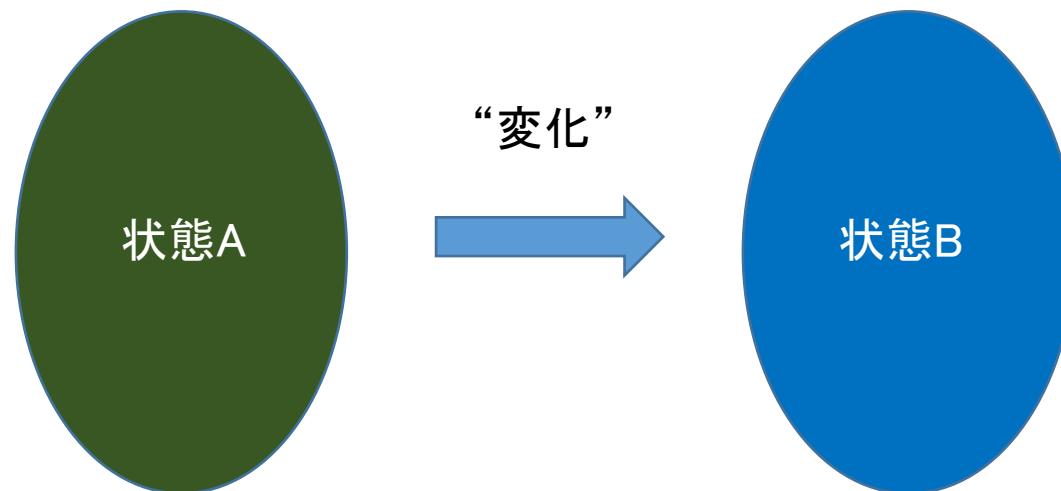
1、2次元のランダムウォークは100%の確率で元の場所に戻ってくる(**再帰性**)。

3次元の場合、100%ではない(必ずしも戻ってくるとは限らない)。 約34%

# カオス現象

# 状態変化と力学系

「力学系(Dynamical System)」



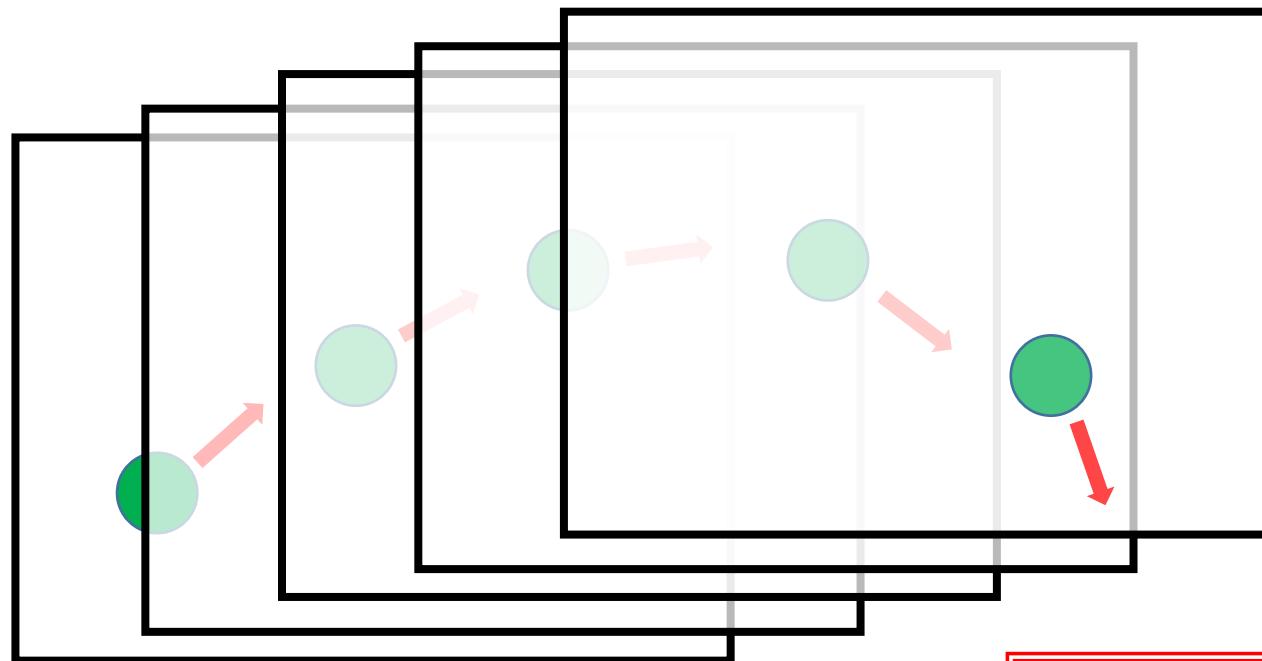
例: 時間による変化

投げたボールの  
時刻Aにおける位置

投げたボールの  
時刻Bにおける位置

# 状態変化と力学系

## 「力学系(Dynamical System)」



投げたボールの位置

数学・物理

初期状態がわかれば、指定された時刻におけるボールの位置を割り出すことができる

# 状態変化と力学系

「力学系(Dynamical System)」

初期状態がわかれば、数式でどんな  
状態でも決定することができる！

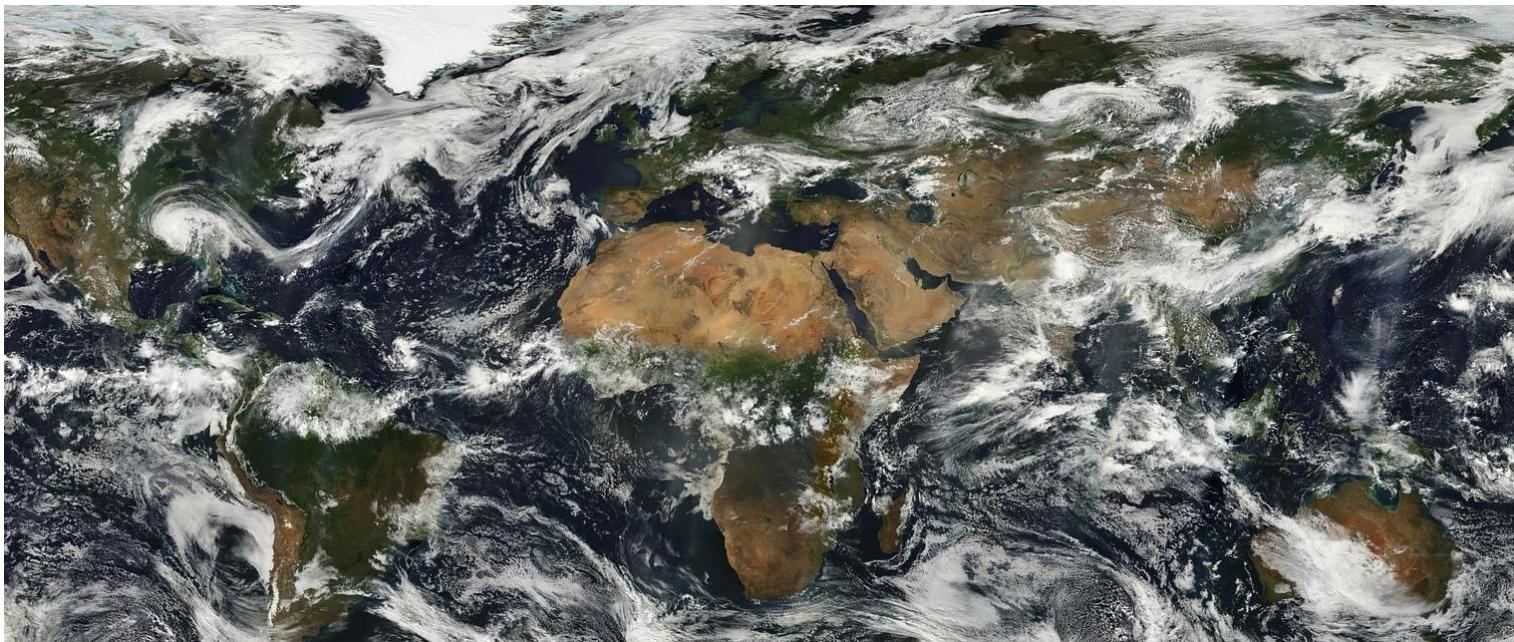


決定論的力学系

本当にできるのか？

# 複雑な状態変化

## 気象



わずかな条件の違い(山頂・海水の温度、風の向き、火山活動など)により、天候は複雑な変化をみせる。

**天気予報の困難さ**

# カオスの登場



エドワード・ローレンツ  
1917～2008  
気象学者

気象モデルの研究により、複雑すぎる挙動を発見



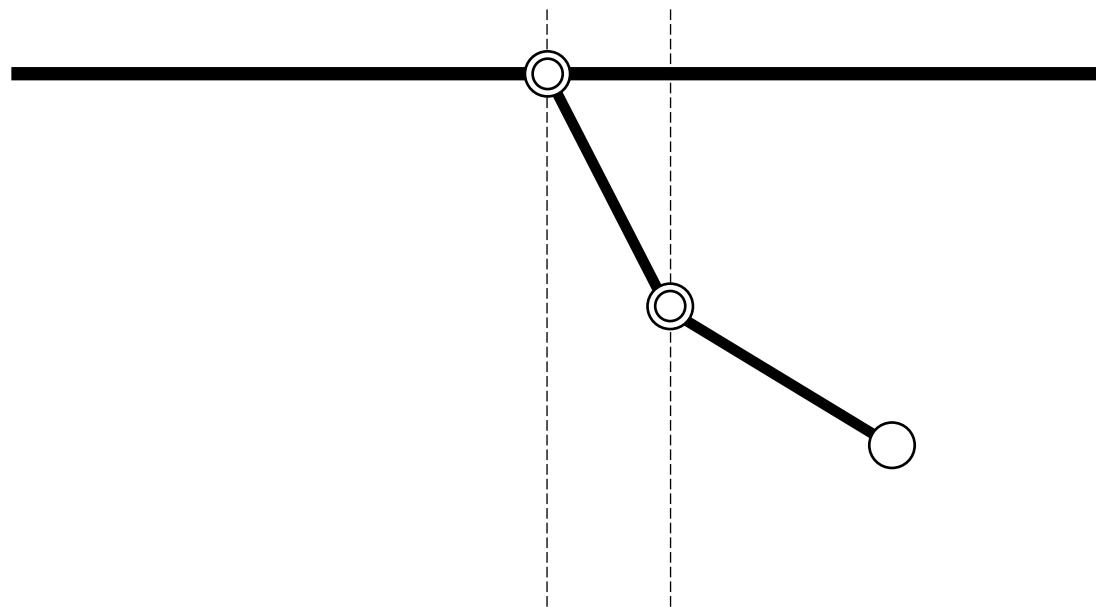
少し値を変えただけで全く予想がつかない動きをする

“バタフライ効果”

「Does the Flap of a Butterfly's Wings in Brazil Set Off a Tornado in Texas?」

「ブラジルの1匹の蝶の羽ばたきがテキサスで竜巻を引き起こす？」

# 複雑な力学系の例



身近な例: 2重振り子

<https://www.youtube.com/watch?v=25feOUNQB2Y>

# カオスとは



ジェームズ・A・ヨーク  
1941～



ロバート・デバニー  
1945～2020

1975年の論文「Period three implies chaos」において、「カオス」の数学的な定義が導入された。

その後、ロバート・デバニーによって定義が整備された。

## 位相的(直感的)なカオスの定義

- ① 初期値鋭敏依存性(初期値により大きく結末が変わる)
- ② 位相的推移性(変化によりどんな値もとる)
- ③ 周期点の稠密性(周期的なふるまいをする点はたくさんある)

# ロジスティック写像

$$X_{n+1} = \alpha X_n (1 - X_n)$$

0~4までの定数  
↓  
 $X_{n+1}$  =  $\alpha X_n (1 - X_n)$   
↑ n+1番目の数      ↑ n番目の数

生物の個体数が世代を重ねることでどう変化していくかを表すモデル

初期値  $X_1$  と定数  $\alpha$  を定め、 $X_n$  がどのような結末を迎えるのかを観察する。

# ロジスティック写像

$$X_{n+1} = aX_n(1 - X_n)$$

0~4までの定数  
↓  
 $X_{n+1}$  =  $a$  $X_n$ (1 -  $X_n$ )  
↑  $n+1$ 番目の数      ↓  $n$ 番目の数

例:  $a = 0.5$ , 初期値  $X_1 = 0.5$

$$X_2 = 0.5X_1(1 - X_1) = 0.5 \times 0.5 \times (1 - 0.5) = 0.125$$

$$X_3 = 0.5X_2(1 - X_2) = 0.5 \times 0.125 \times (1 - 0.125) = 0.0546875$$



$$X_{30} = 3.66 \times 10^{10}$$



0に近づく

実は初期値をどんな値にしても0に近づく!

# ロジスティック写像

$$X_{n+1} = aX_n(1 - X_n)$$

0~4までの定数  
↓  
 $a$   
 $n+1$ 番目の数       $n$ 番目の数

例:  $a = 2.5$ , 初期値  $X_1 = 0.5$

$$X_2 = 2.5X_1(1 - X_1) = 2.5 \times 0.5 \times (1 - 0.5) = 0.625$$

$$X_3 = 2.5X_2(1 - X_2) = 2.5 \times 0.625 \times (1 - 0.625) = 0.5859375$$



$$X_{30} = 0.6$$



0.6に近づく

実は初期値をどんな値にしても0.6に近づく!

# ロジスティック写像

$$X_{n+1} = \alpha X_n (1 - X_n)$$

0~4までの定数  
↓  
 $X_{n+1}$  =  $\alpha X_n (1 - X_n)$   
↑ n+1番目の数      ↑ n番目の数

例:  $\alpha = 0.5$  → 初期値によらず、結末は0

例:  $\alpha = 2.5$  → 初期値によらず、結末は0.6

例:  $\alpha = 1.5$  → 初期値によらず、結末は0.333333

例:  $\alpha = 2.8$  → 初期値によらず、結末は0.642857

# ロジスティック写像

$$X_{n+1} = aX_n(1 - X_n)$$

0~4までの定数  
↓  
 $a$   
 $X_n$   
 $X_{n+1}$   
 $n+1$ 番目の数       $n$ 番目の数

実は $a$ の値が3を超えた途端に結末が2つに分かれる。

例: $a = 3.3$  → 初期値によらず、結末は  $\begin{cases} 0.479427019824234 \\ 0.823603283206069 \end{cases}$

例: $a = 3.4$  → 初期値によらず、結末は  $\begin{cases} 0.451962927917861 \\ 0.842154294999636 \end{cases}$

# ロジスティック写像

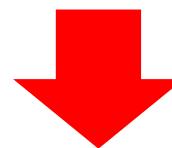
$$X_{n+1} = aX_n(1 - X_n)$$

0~4までの定数  
↓  
 $a$   
 $X_n$   
 $X_{n+1}$

$n+1$ 番目の数       $n$ 番目の数

$a$ の値が $3.4494\cdots (= 1 + \sqrt{6})$ を超えた途端に結末が4つに分かれる。

→ 結末が8つに分かれる。 → 結末が16つに分かれる。 ⋯



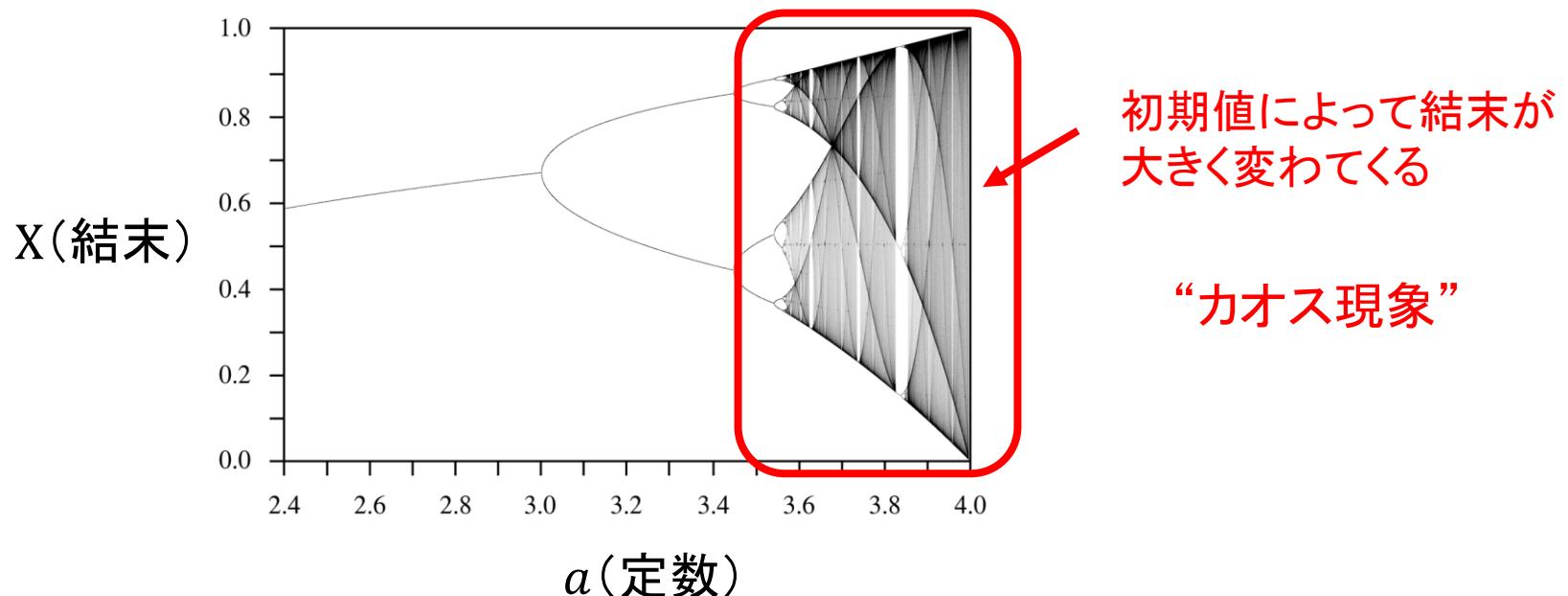
$a$ の値が $3.56995$ を超えると急激に複雑化する

# ロジスティック写像

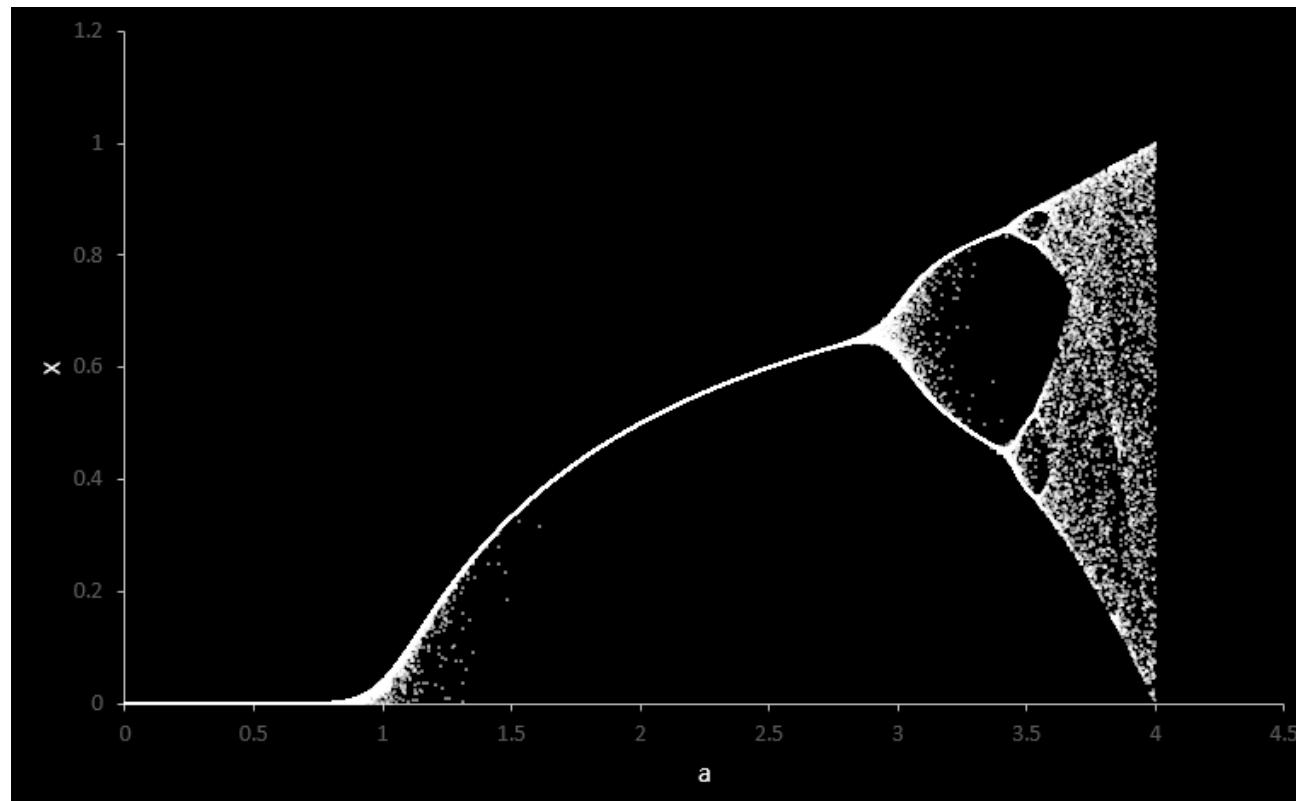
0~4までの定数

$$X_{n+1} = aX_n(1 - X_n)$$

$n+1$ 番目の数       $n$ 番目の数



## 付録2 (ロジスティック写像)

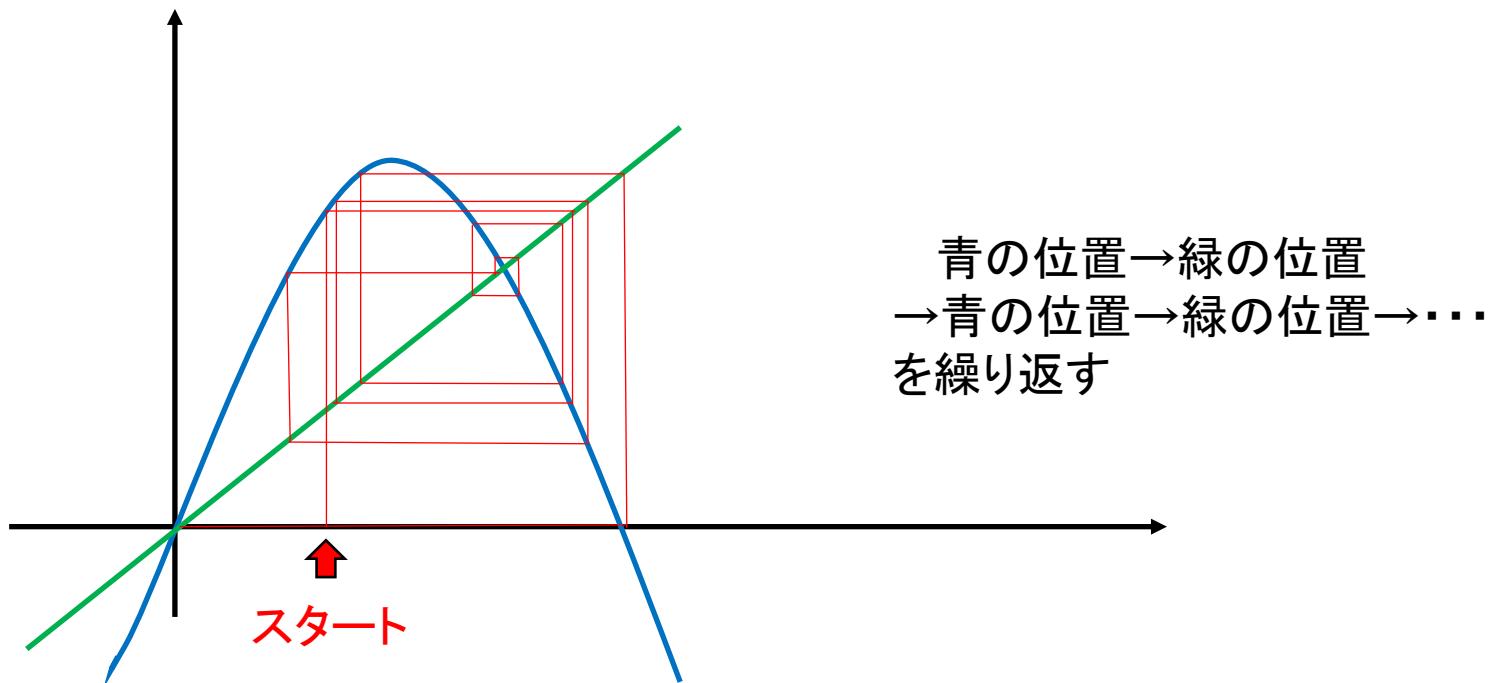


# アトラクター

# アトラクター

アトラクター

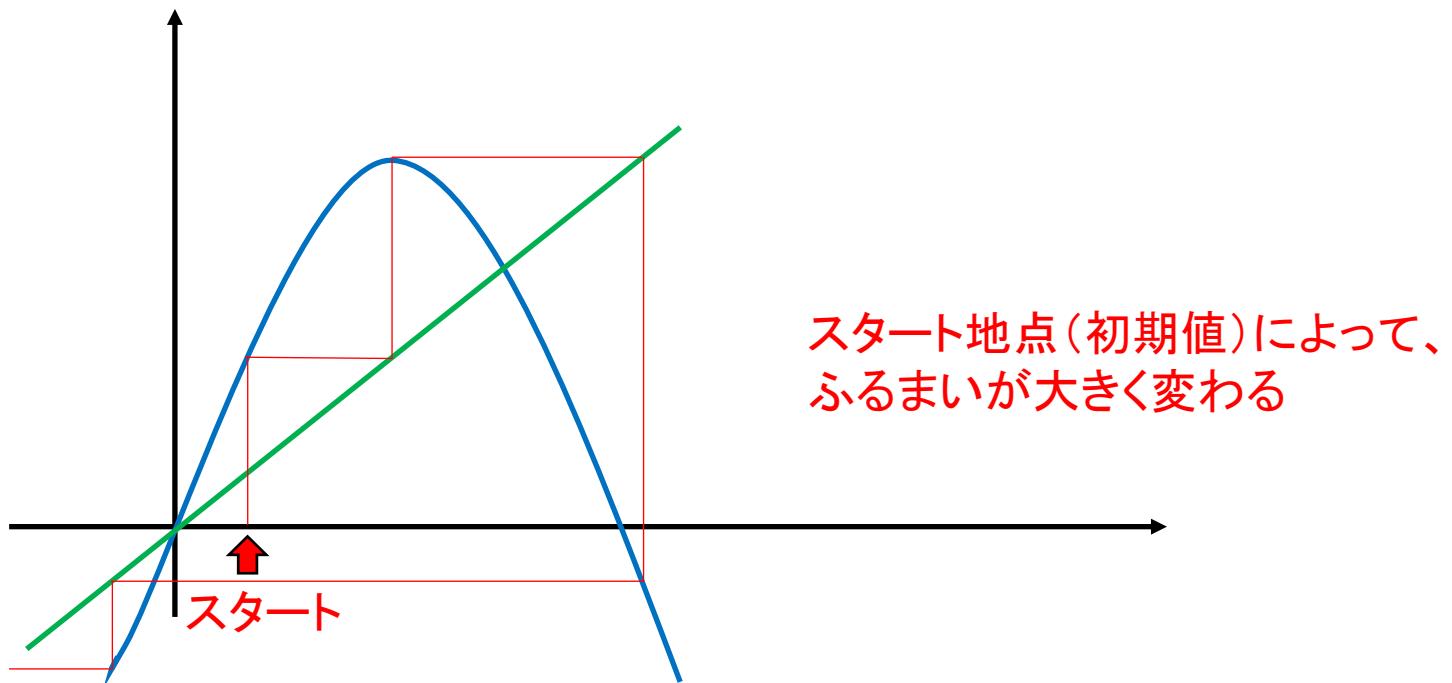
力学系の時間発展の集合 = 状態変化の様子を描いたもの



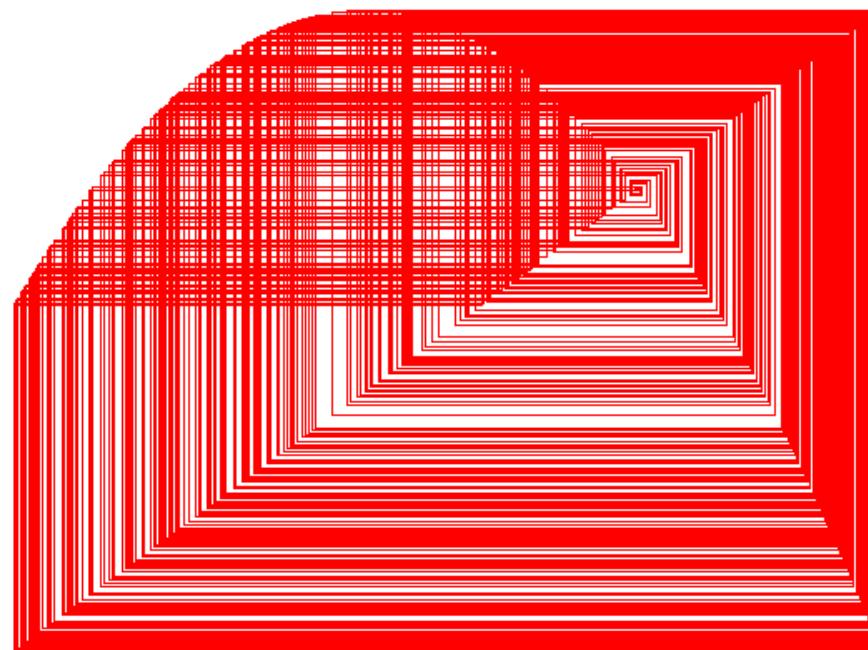
# アトラクター

アトラクター

力学系の時間発展の集合 = 状態変化の様子を描いたもの



## 付録3 (アトラクター)



初期値と係数aによって大きく様子が変わる。

# アトラクター

アトラクター

力学系の時間発展の集合 = 状態変化の様子を描いたもの

カオス的なふるまいを持つアトラクターを「ストレンジアトラクター」という。

初期値によって大きく値が変わらるような関数  
を使ってアトラクターを描いてみる

# ストレンジアトラクター

例：池田写像



# ストレンジアトラクター

例：池田写像

$$x_{n+1} = 1 + u \left\{ x_n \cos \left( 0.4 - \frac{6}{1 + x_n^2 + y_n^2} \right) - y_n \sin \left( 0.4 - \frac{6}{1 + x_n^2 + y_n^2} \right) \right\}$$

$$y_{n+1} = u \left\{ x_n \sin \left( 0.4 - \frac{6}{1 + x_n^2 + y_n^2} \right) + y_n \cos \left( 0.4 - \frac{6}{1 + x_n^2 + y_n^2} \right) \right\}$$

# 演習問題4（池田写像）

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1											
2											
3											
4											
5											
6											
7											
8											
9	<b>n</b>	<b>x</b>	<b>y</b>								
10	1	0	0								
11	2	1	0								
12	3										
13	4										
14	5										
15	6										

## 演習問題4

池田写像を使って、アトラクターを描いてみましょう。

**u** 0.9

① 関数を確認し、下までコピー

② 散布図を作成

# 付録4（カオスを描く（オリジナル））

