

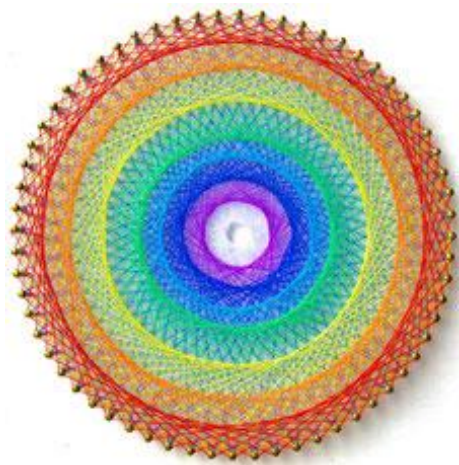
Excelで学ぶアート数学

— スtring・アート編 —

第2回

「様々な曲線上での糸掛け曼荼羅」

ストリング・アート



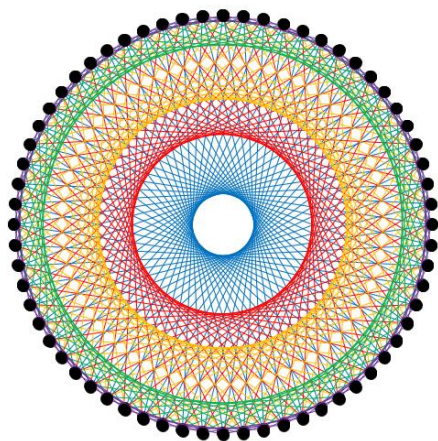
ストリングアートと糸掛け曼荼羅

曼荼羅アート的一种で、台に打った釘に糸をかけて作ります。

規則的に糸をかけていくと曼荼羅模様が出来上がります。

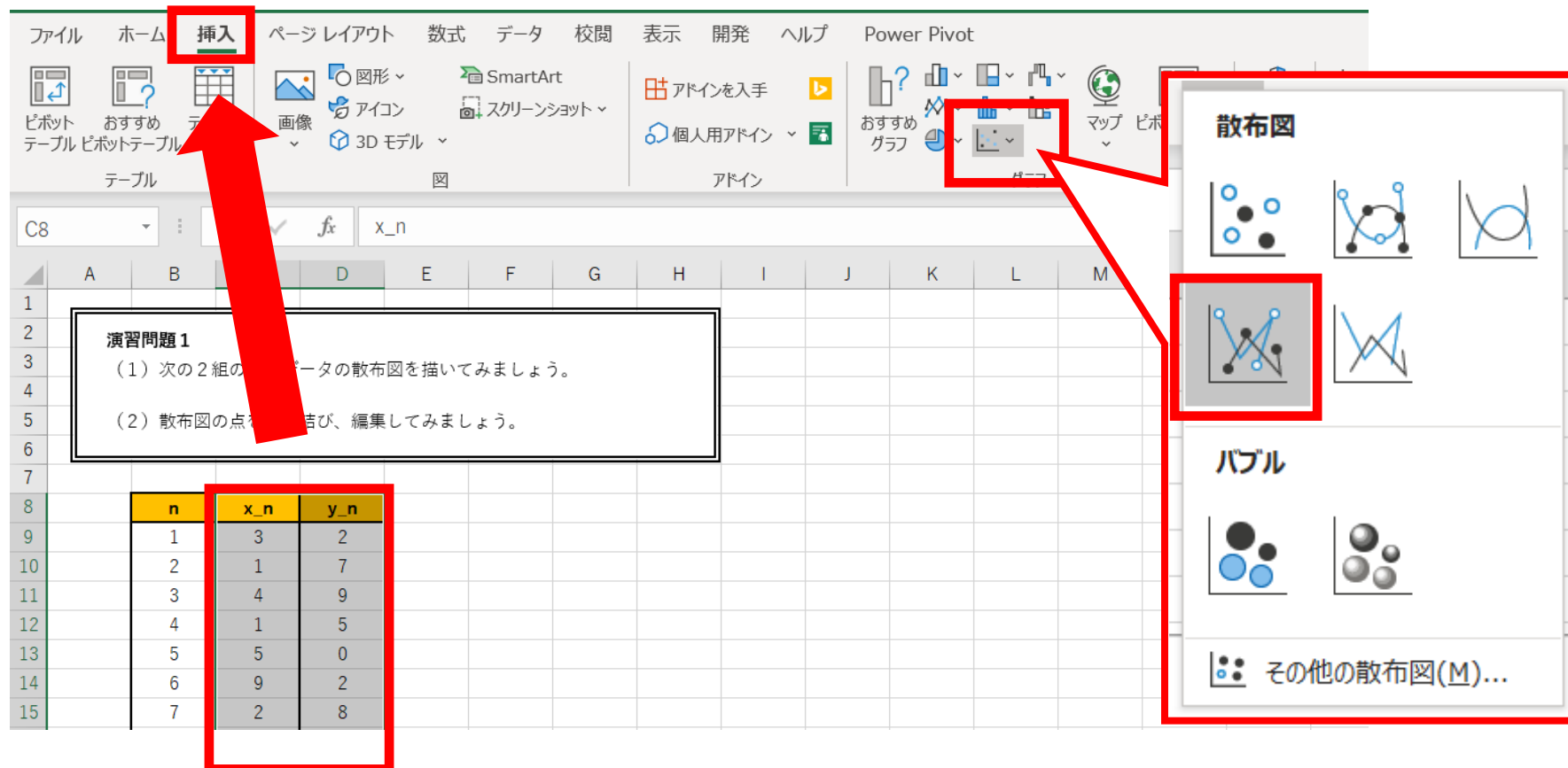


Excelを使ってデザイン



Excelでストリング・アート

Excelの「散布図」の機能を使って図形を描く



演習問題 1

(1) 次の2組のデータの散布図を描いてみましょう。

(2) 散布図の点を並び替え、編集してみましょう。

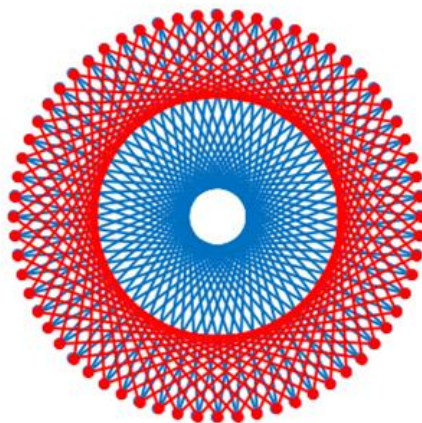
n	x_n	y_n
1	3	2
2	1	7
3	4	9
4	1	5
5	5	0
6	9	2
7	2	8

Excelでストリング・アート

SIN, COS という関数を使って円(多角形)を描き、線で結ぶ。



「周期」(＝何個飛ばしで糸を張るか)を設定すれば糸掛け曼荼羅が完成



←2つの円の組み合わせ

演習問題 1（円を描く）

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1											
2											
3											
4											
5											
6											
7											
8											
9		n	cos	sin			周期				
10		0									
11		1									
12		2									
13		3									
14		4									
15		5									
16		6									
17		7									

演習問題 1
(1) 散布図を使って円を描きましょう（正100角形を作成しましょう）。
(2) 周期を入れて糸掛けを行いましょう。

=SIN(2*PI()*B10/100)

=COS(2*PI()*B10/100)

PI():円周率 π

演習問題 1（円を描く）

演習問題 1

(1) 散布図を使って円を描きましょう（正100角形を作成しましょう）。

(2) 周期を入れて糸掛けを行いましょう。

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1											
2											
3											
4											
5											
6											
7											
8											
9											
10											
11											
12											
13											
14											
15											
16											
17											

コピー

演習問題 1（円を描く）

演習問題 1

(1) 散布図を使って円を描きましょう（正100角形を作成しましょう）。

(2) 周期を入れて糸掛けを行いましょう。

n	cos	sin
0	1	0
1	0.998027	0.062791
2	0.992115	0.125333
3	0.982287	0.187381
4	0.968583	0.24869
5	0.951057	0.309017
6	0.929776	0.368125
7	0.904827	0.425779

データを選択し、
「散布図(直線)」
を選択

Power Pivot



散布図

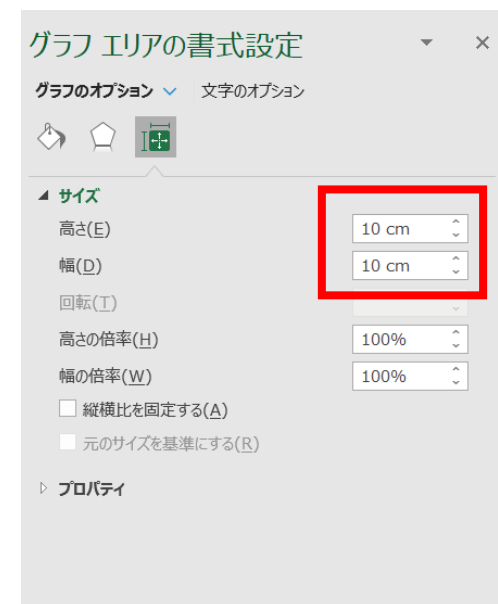
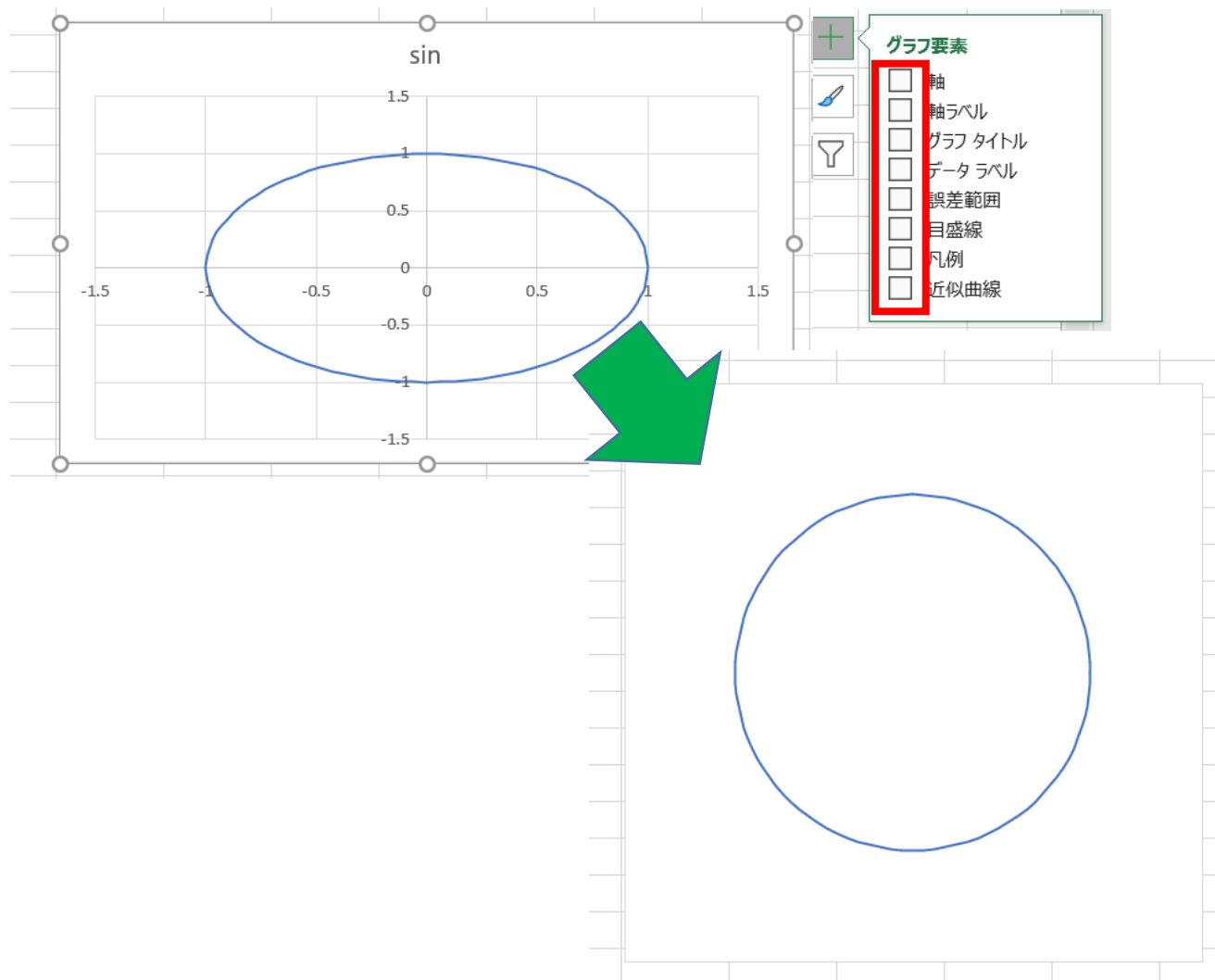


バブル



演習問題 1 (円を描く)

① グラフ要素のチェックを全て外す。



② グラフエリアの書式選定
→ サイズを10cm×10cmに

演習問題 1（周期を入れる）

演習問題 1

(1) 散布図を使って円を描きましょう（正100角形を作成しましょう）。

(2) 周期を入れて糸掛けを行いましょう。

n	cos	sin
0	1	0
1	0.99801	0.062791
2	0.992115	
3	0.982287	0.181806
4	0.969132	0.250000
5	0.951057	0.309017
6	0.929776	0.368125
7	0.904827	0.425779

周期

=SIN(2*PI()*B10*\$F\$9/100)

=COS(2*PI()*B10*\$F\$9/100)

演習問題 1（周期を入れる）

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1											
2											
3											
4											
5											
6											
7											
8											
9											
10											
11											
12											
13											
14											
15											
16											
17											

演習問題 1

(1) 散布図を使って円を描きましょう（正100角形を作成しましょう）。

(2) 周期を入れて糸掛けを行いましょう。

n	cos	sin	周期
0	1	0	
1	0.998027	0.062791	
2	0.992115	0.125333	
3	0.982287	0.187381	
4	0.968583	0.24869	
5	0.951057	0.309017	
6	0.929776	0.368125	
7	0.904827	0.425779	

コピー
(更新)

演習問題 1（周期を入れる）

1

2

3

4

5

6

7

8

9

10

11

12

13

14

15

16

17

A

B

C

D

E

F

G

H

I

J

K

演習問題 1

(1) 散布図を使って円を描きましょう（正100角形を作成しましょう）。

(2) 周期を入れて糸掛けを行いましょう。

n	cos	sin
0	1	0
1	0.998027	0.062791
2	0.992115	0.125333
3	0.982287	0.187381
4	0.968583	0.24869
5	0.951057	0.309017
6	0.929776	0.368125
7	0.904827	0.425779

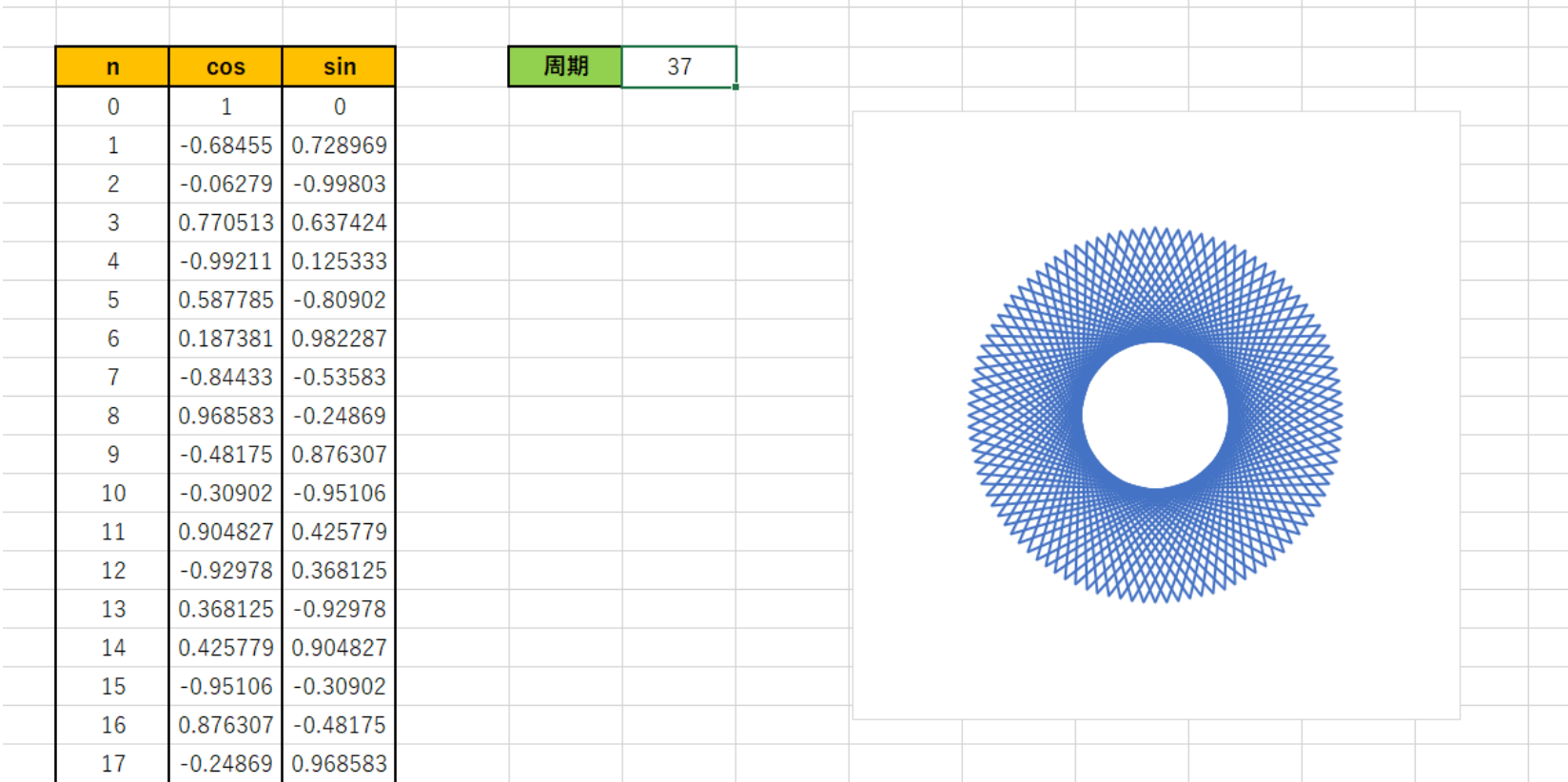
周期

1~99までの数を入れる

周期：「何個飛ばしで糸を張るか」

演習問題 1（周期を入れる）

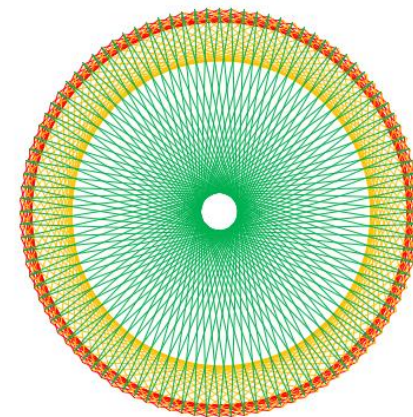
例: 周期=37 のとき



今回の内容

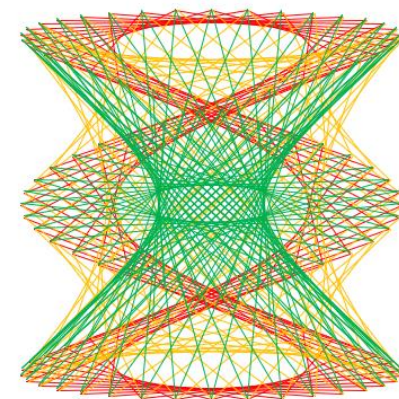
前回

円上のストリングアート



今回

様々な曲線上で考える



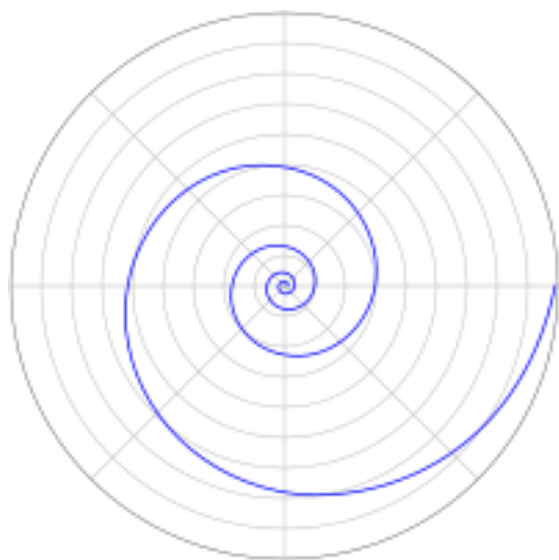
さまざまな曲線

- ・螺旋
- ・クロソイド曲線
- ・サイクロイド曲線
 - エピサイクロイド曲線
 - ハイポサイクロイド曲線
- ・リサージュ曲線

螺旋

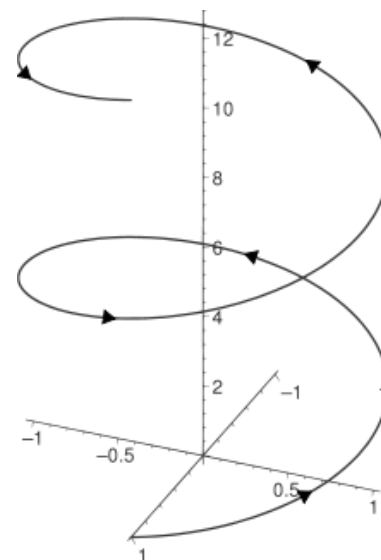
どちらも「らせん」と呼ぶ

2次元曲線



“螺旋”

3次元曲線



“螺線”

螺旋

螺旋 = Helix ↔ Helike (ヘリケー: ギリシャ神話の女神の一人)



神ゼウスにより
「北斗七星」になった。



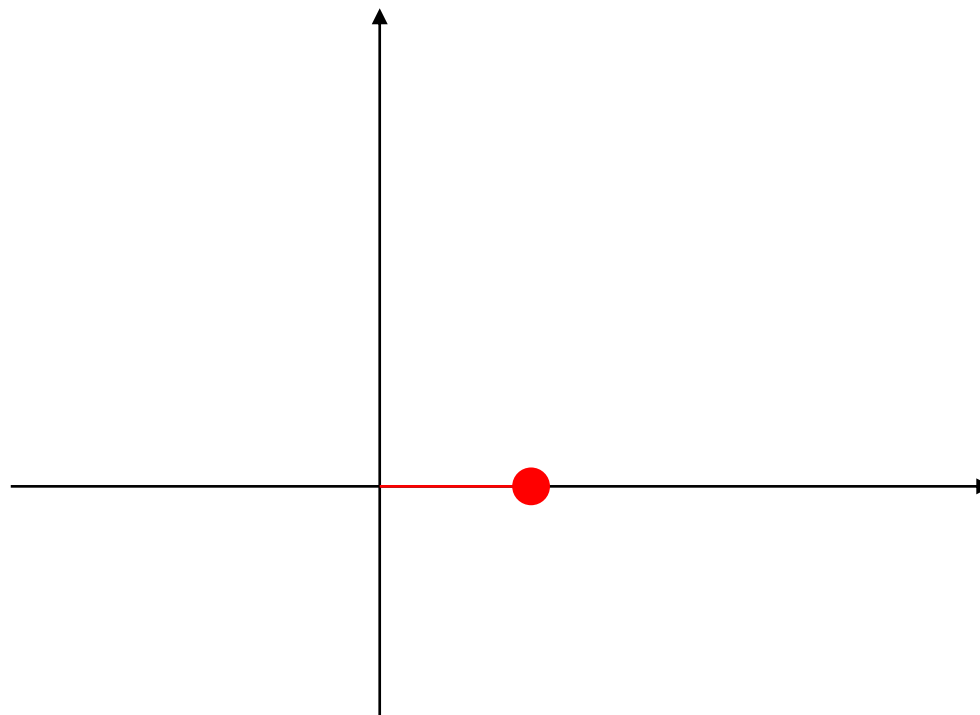
北斗七星 = 周極星

地球のある場所から見ると沈まない星

2次元螺旋

螺旋

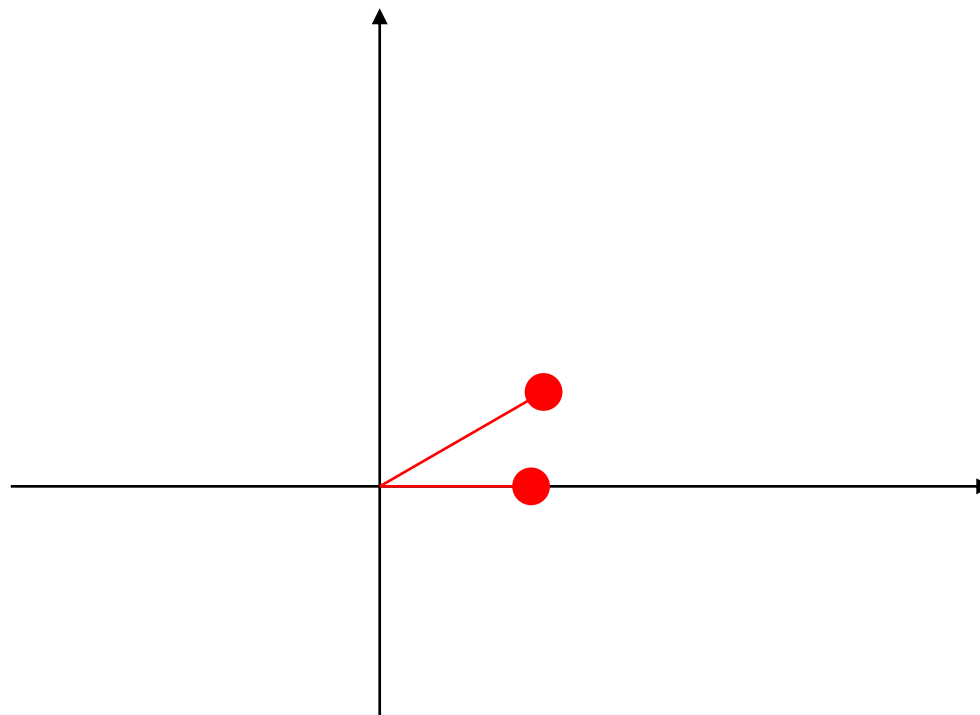
回転角度に応じて半径が単調に変化する曲線



2次元螺旋

螺旋

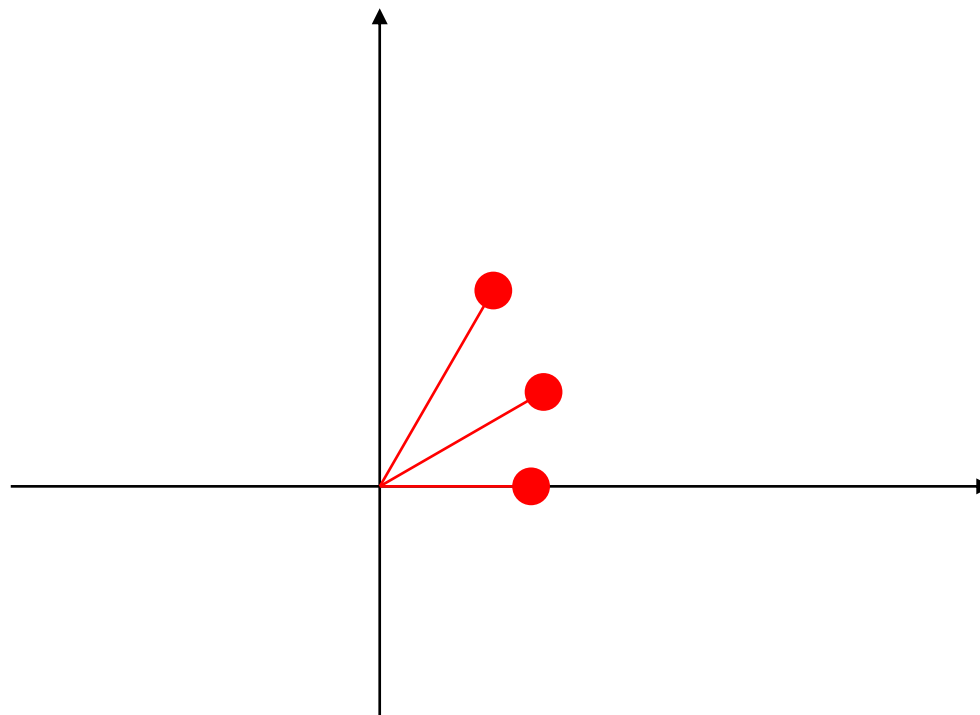
回転角度に応じて半径が単調に変化する曲線



2次元螺旋

螺旋

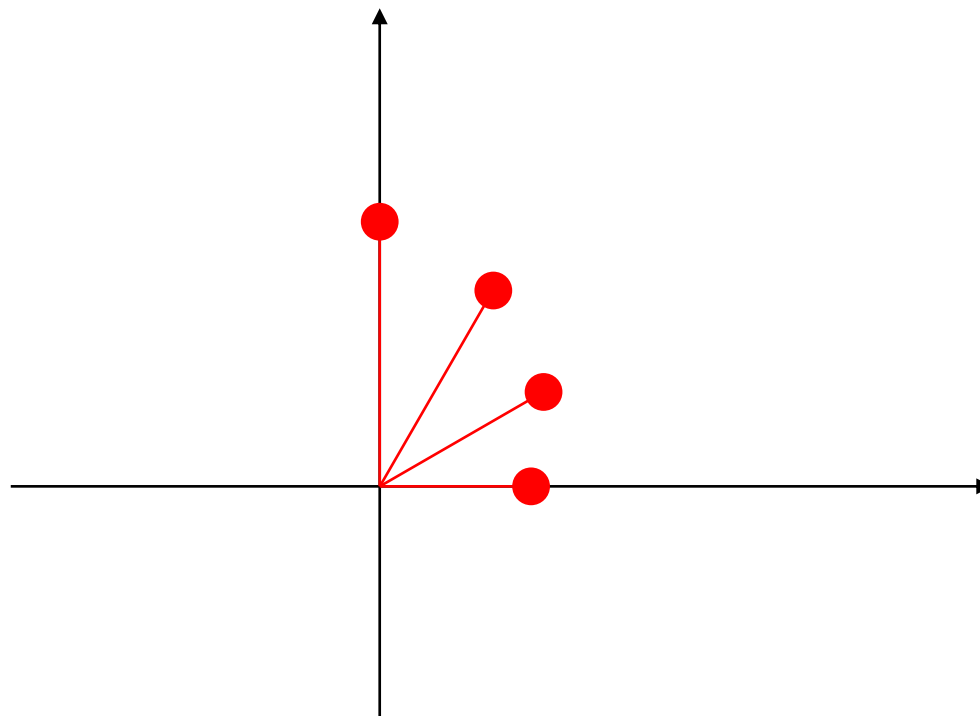
回転角度に応じて半径が単調に変化する曲線



2次元螺旋

螺旋

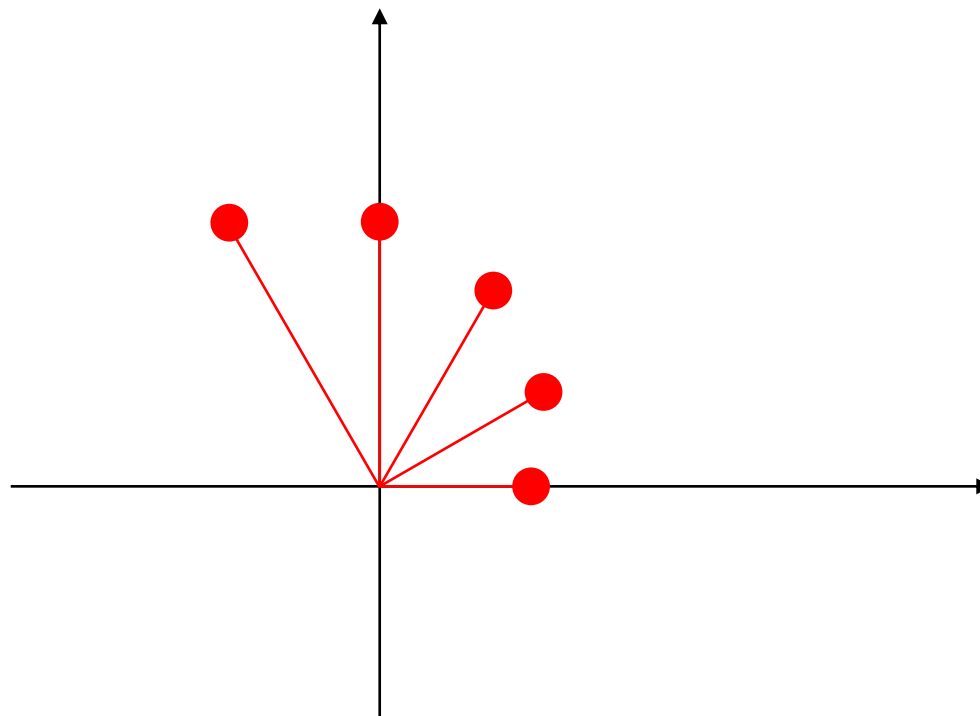
回転角度に応じて半径が単調に変化する曲線



2次元螺旋

螺旋

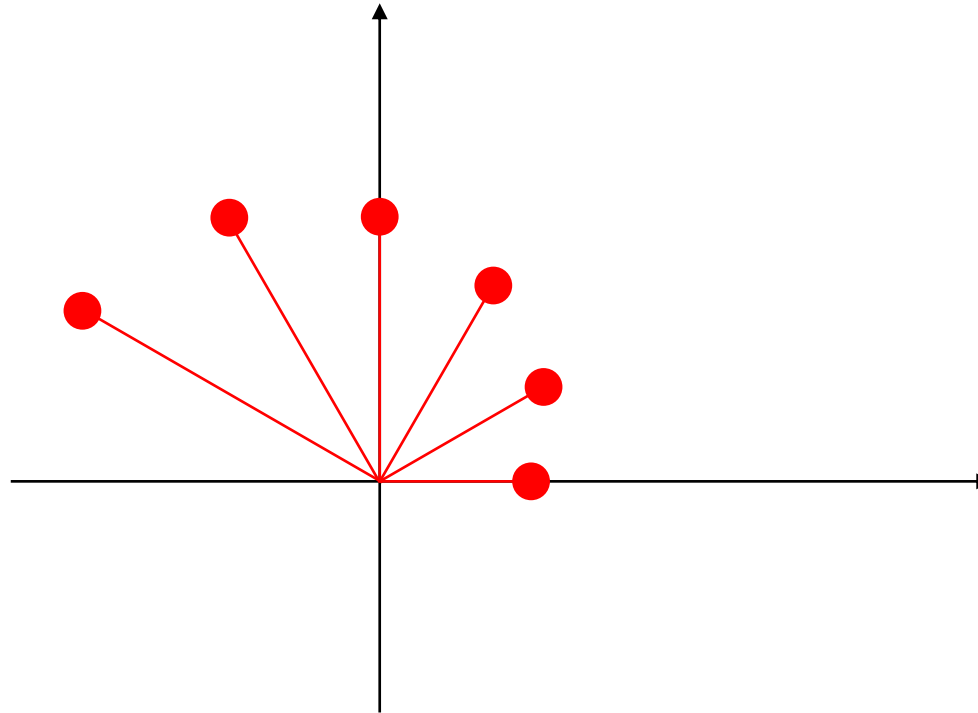
回転角度に応じて半径が単調に変化する曲線



2次元螺旋

螺旋

回転角度に応じて半径が単調に変化する曲線



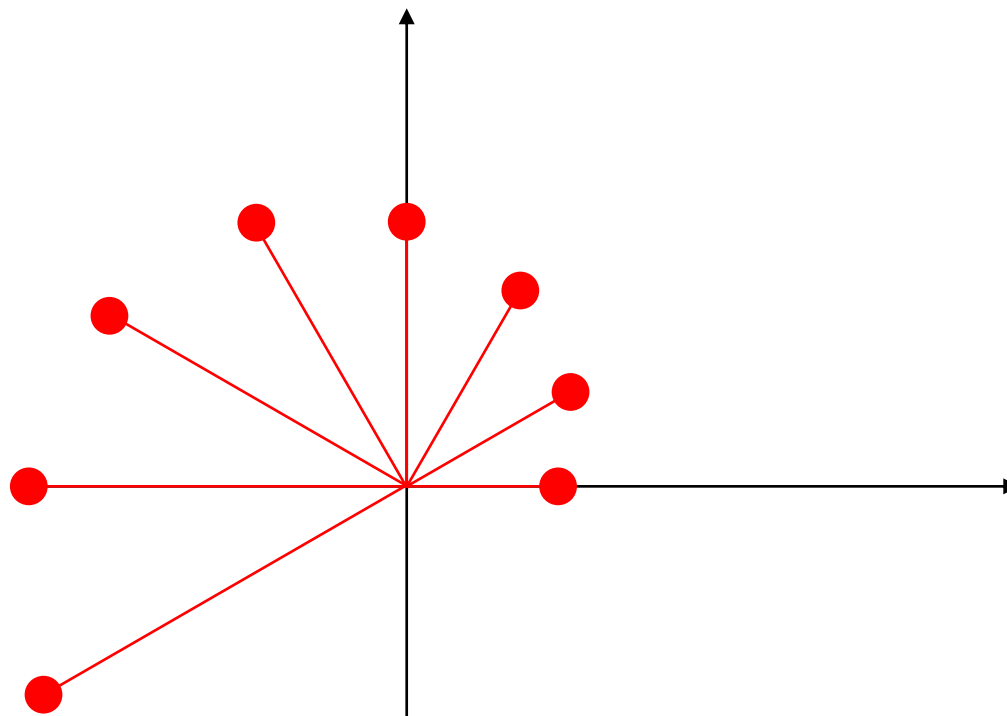
螺旋

A 2D plot illustrating a set of data points and their corresponding fitted lines. The plot features a horizontal x-axis and a vertical y-axis, both represented by black lines with arrows at their ends. There are 8 data points, each represented by a solid red circle. Each data point is connected to the origin (0,0) by a solid red line, representing a fitted line for that point. The points are distributed in the upper half-plane (positive y-values), with one point on the negative x-axis and one on the positive x-axis. The fitted lines are all red and originate from the origin.

2次元螺旋

螺旋

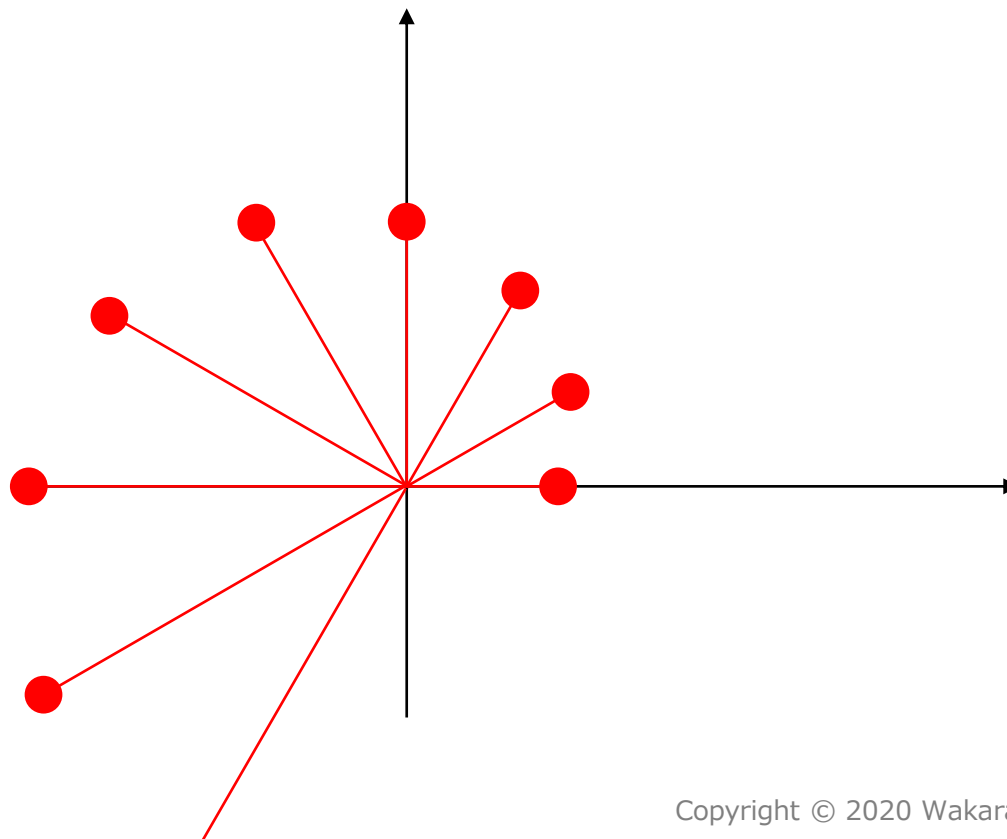
回転角度に応じて半径が単調に変化する曲線



2次元螺旋

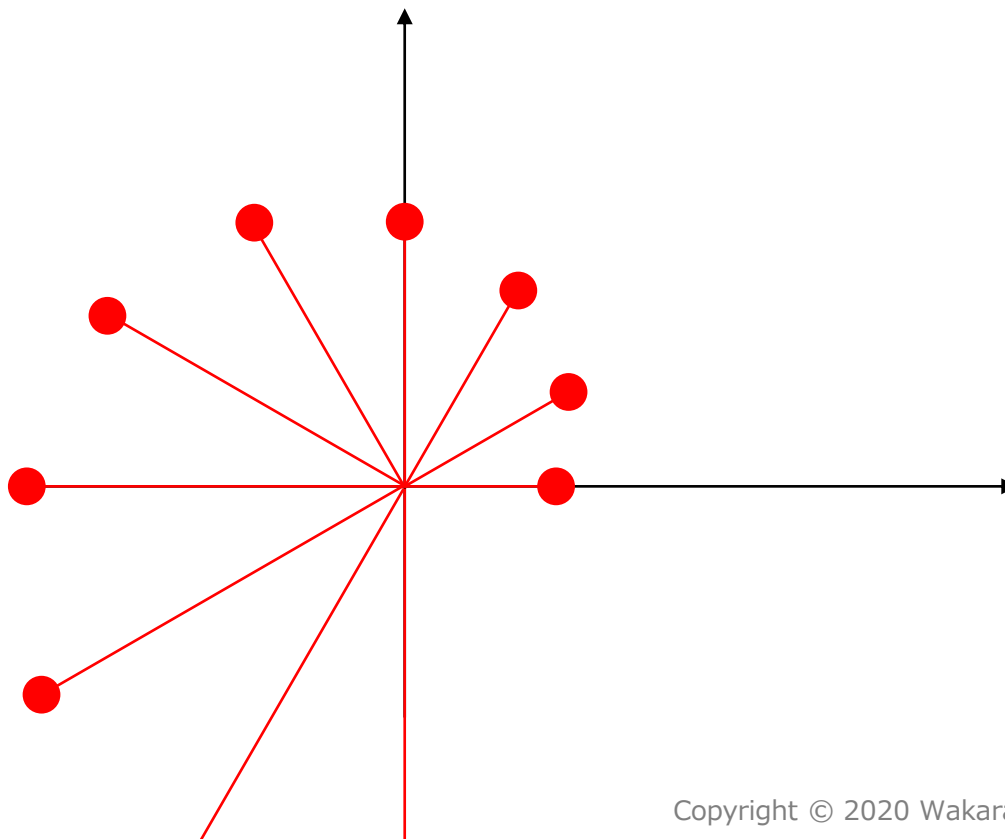
螺旋

回転角度に応じて半径が単調に変化する曲線



2次元螺旋

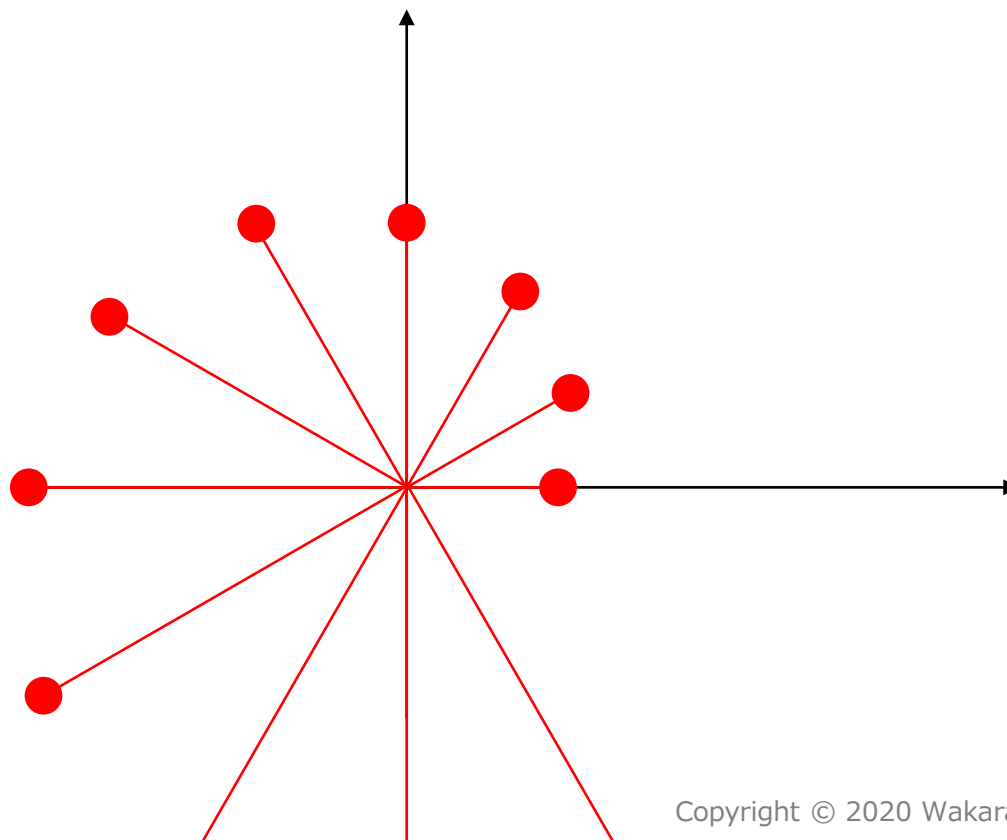
回転角度に応じて半径が単調に変化する曲線



2次元螺旋

螺旋

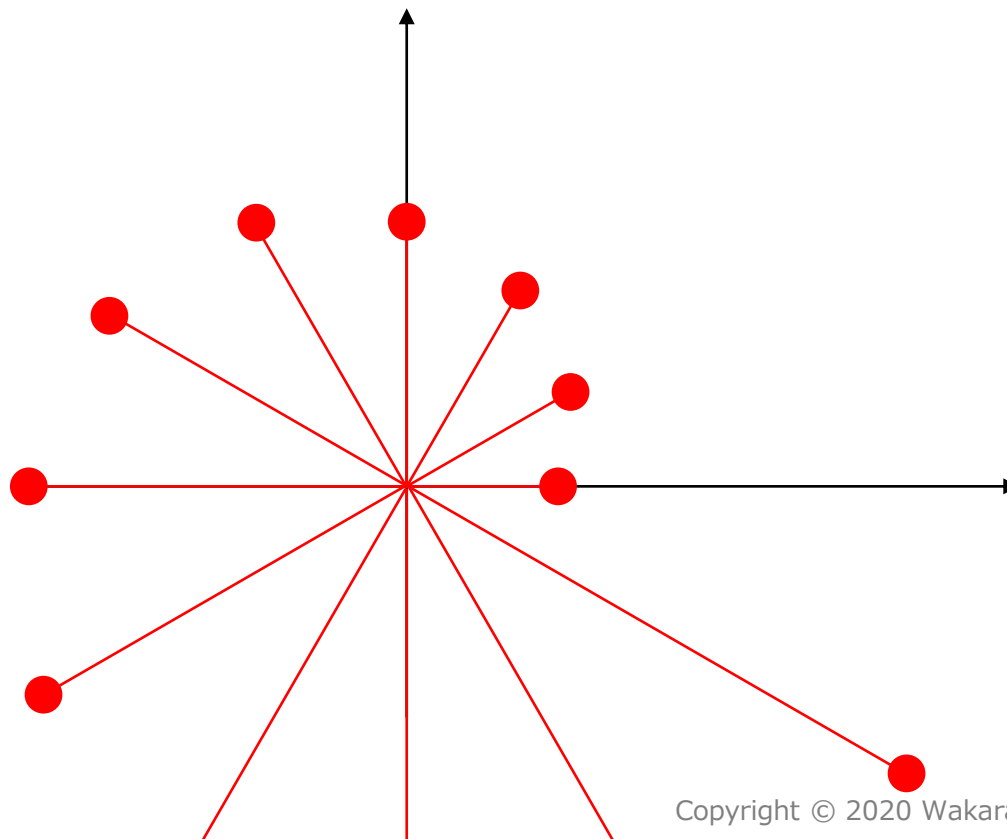
回転角度に応じて半径が単調に変化する曲線



2次元螺旋

螺旋

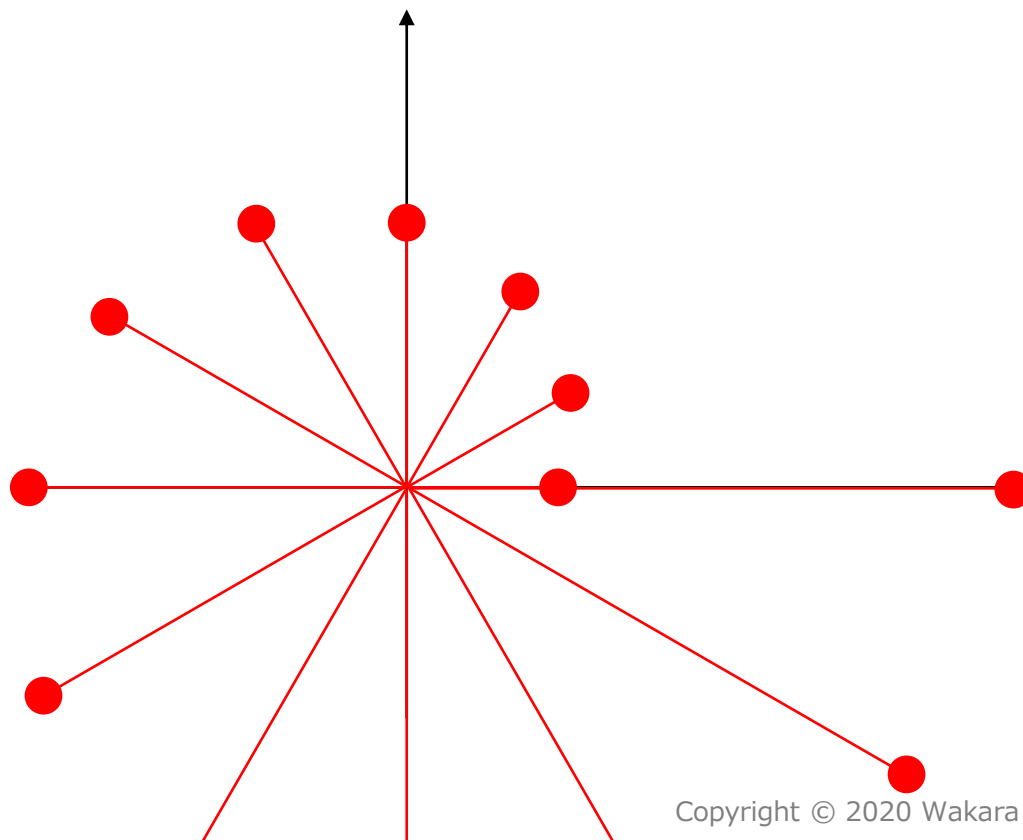
回転角度に応じて半径が単調に変化する曲線



2次元螺旋

螺旋

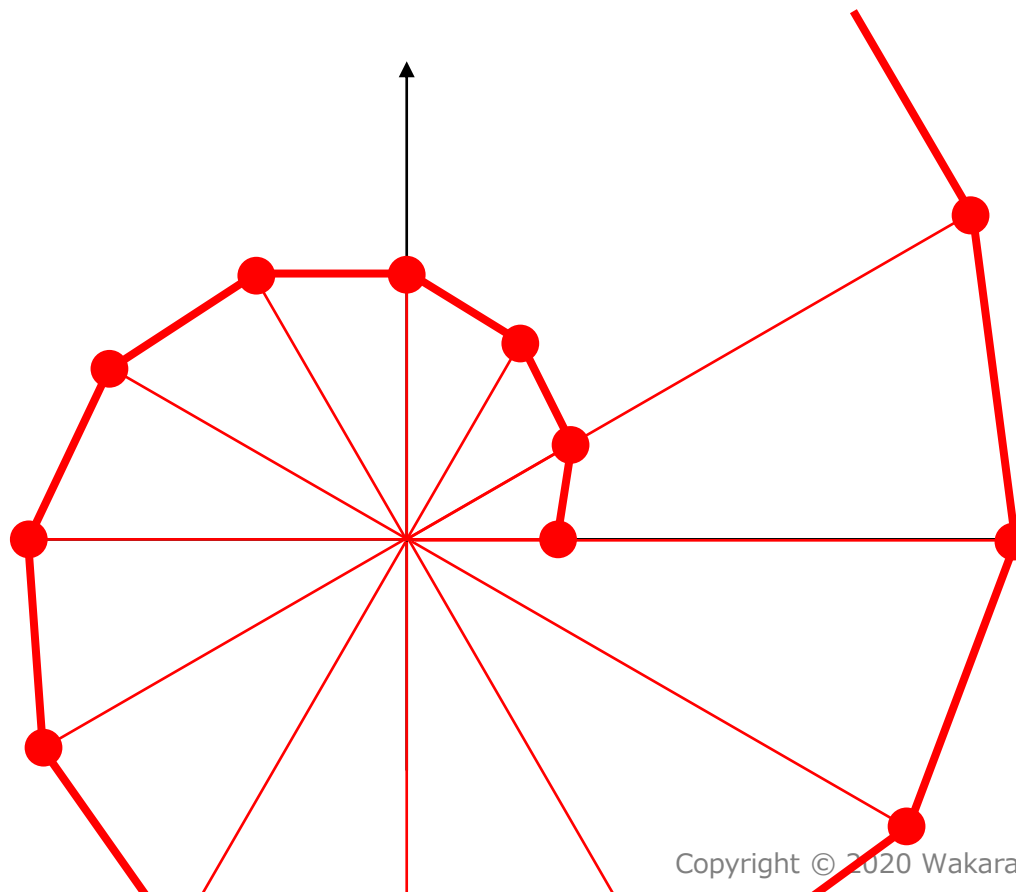
回転角度に応じて半径が単調に変化する曲線



2次元螺旋

螺旋

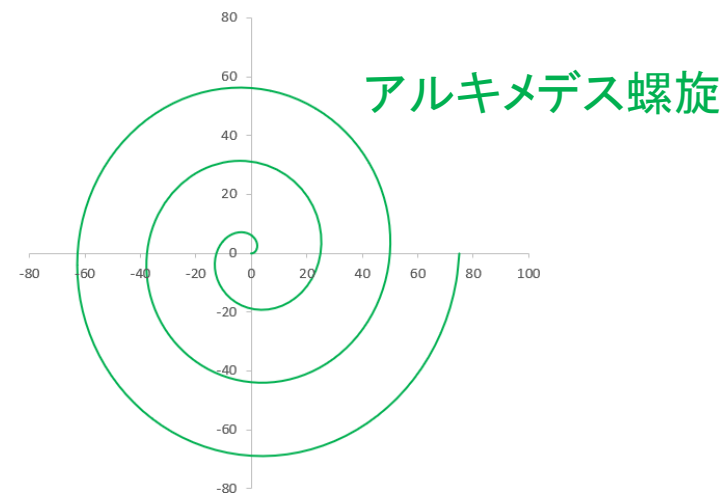
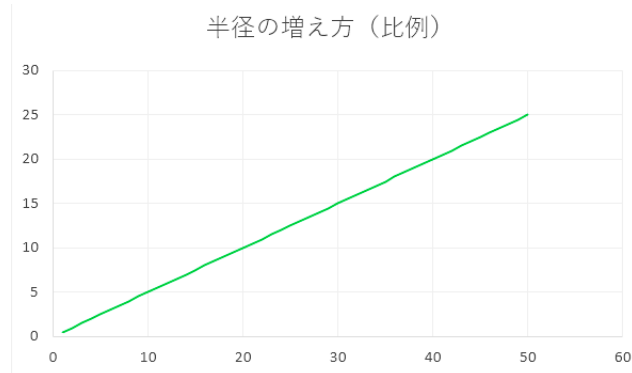
回転角度に応じて半径が単調に変化する曲線



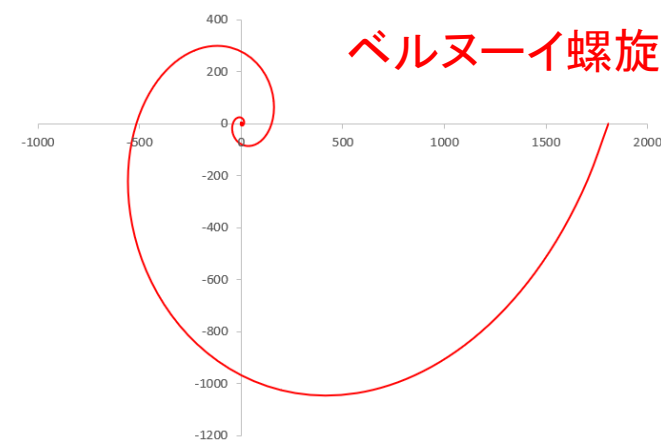
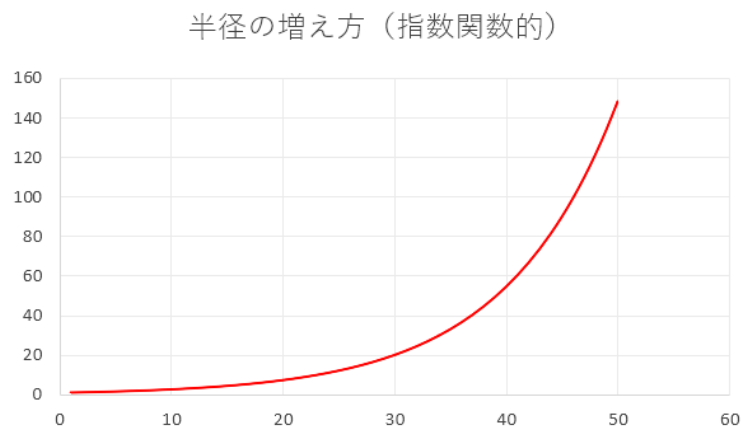
2次元螺旋

半径の増え方によって分類できる

半径の増え方＝一定(直線的, 比例関係)

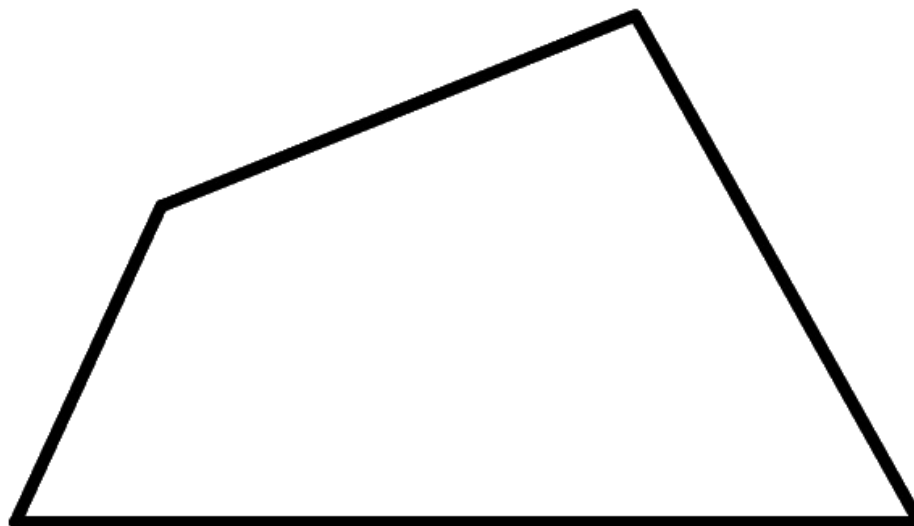


半径の増え方＝指数関数的



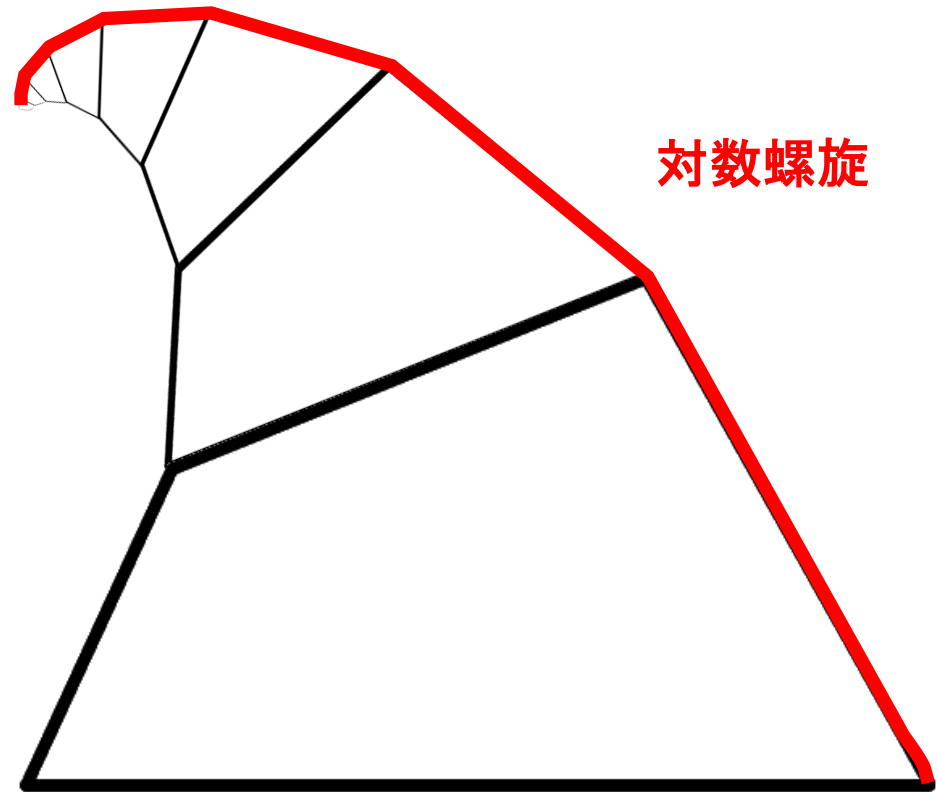
多角形と螺旋とフラクタル

適当(テキトー)な多角形

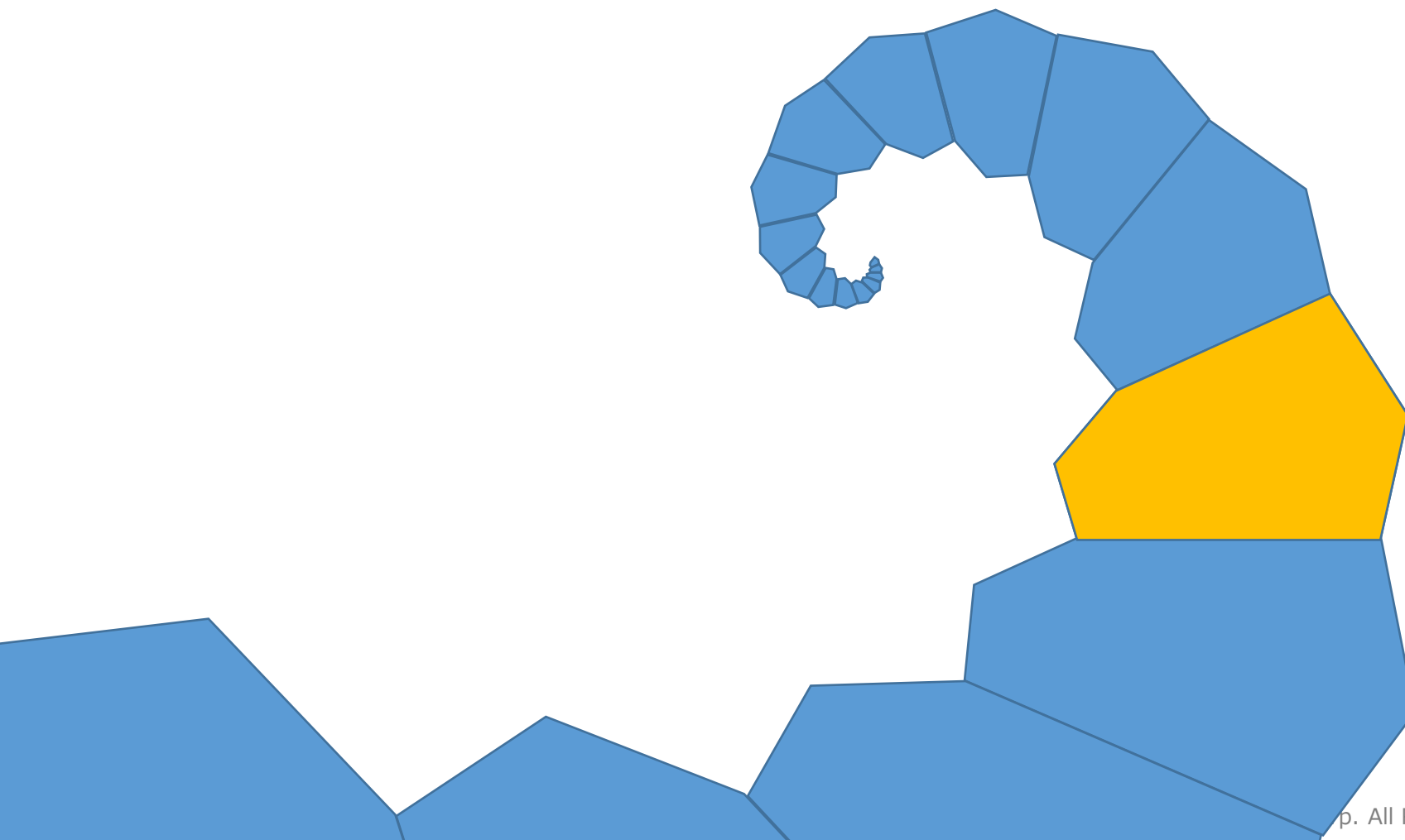


多角形と螺旋とフラクタル

自己相似図形＝“フラクタル”

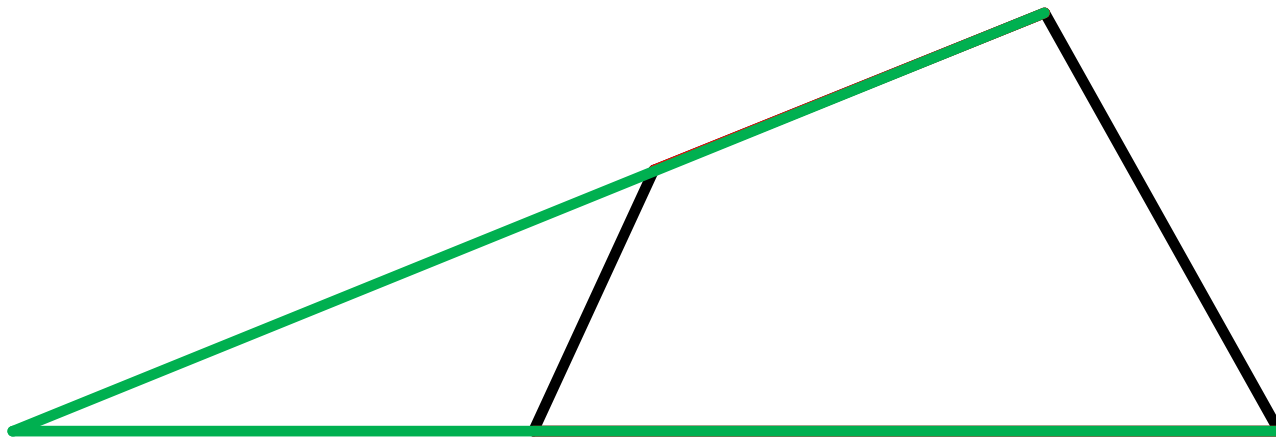


多角形と螺旋



螺旋ができる仕組み

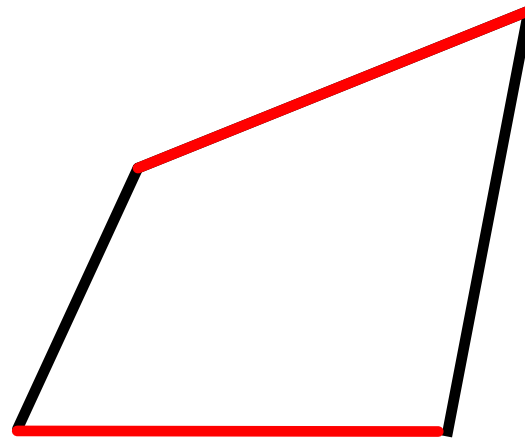
長さの比＝縮小 or 拡大率



角度＝螺旋の角度

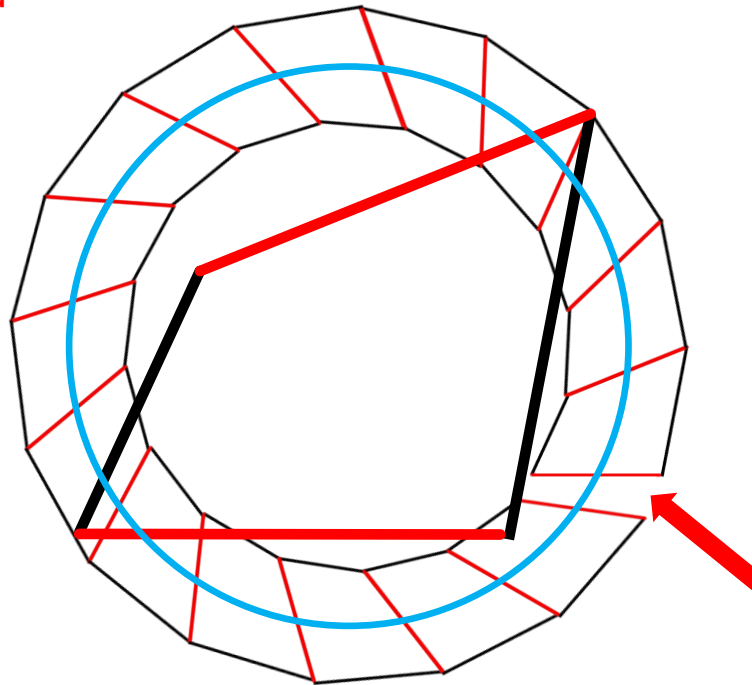
半径の変化がない場合

長さが同じ場合



多角形と螺旋

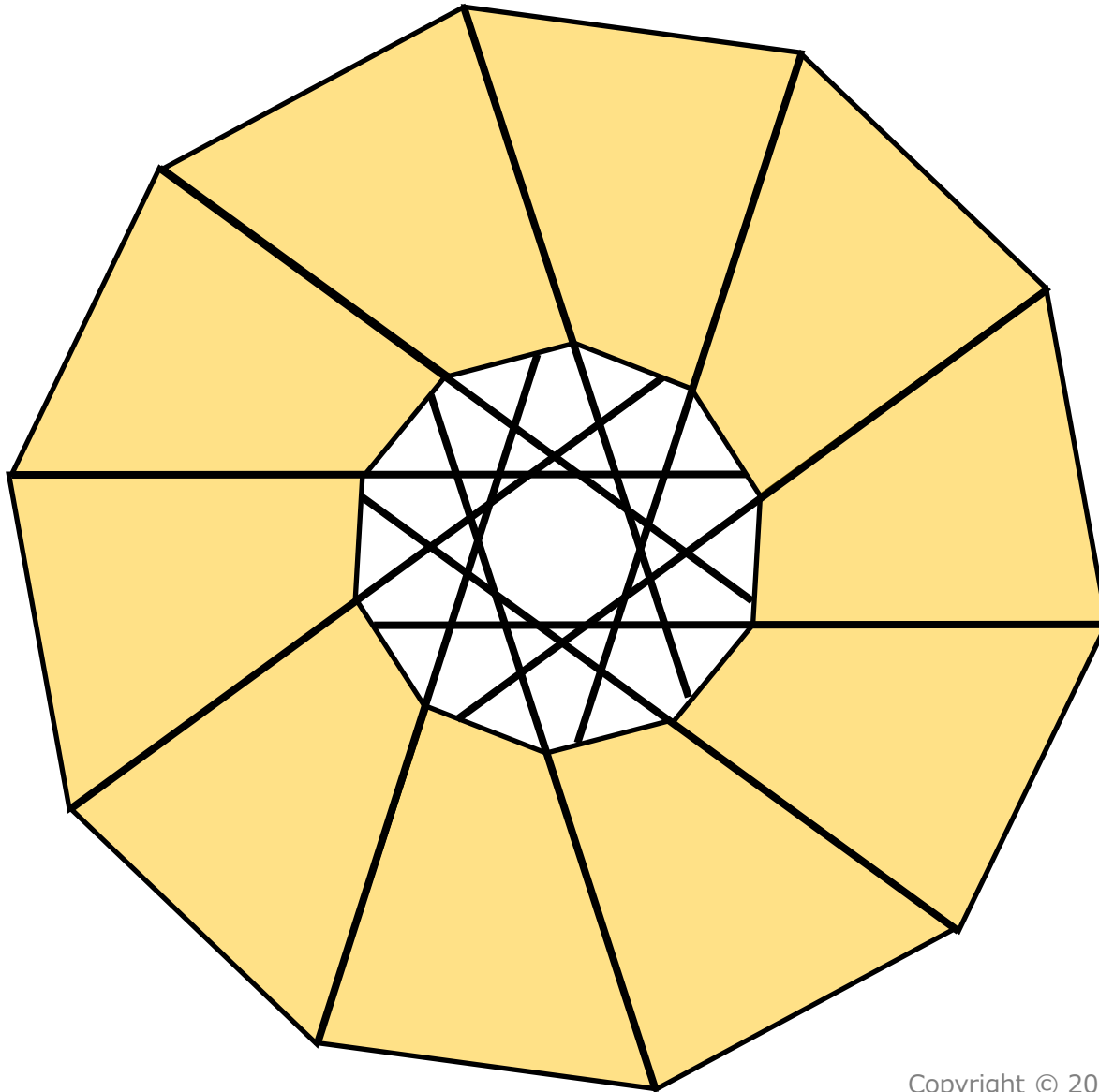
長さが同じ場合



螺旋は円になる

どんな時そろろうか？

多角形と円



角度 $36^\circ \times 10 = 360^\circ$

等分割する角度のとき

演習問題 2（螺旋）

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1												
2												
3												
4												
5												
6												
7												
8												
9												
10												
11												
12												
13												
14												
15												
16												
17												
18												
19												
20												

演習問題 2

(1) アルキメデス螺旋を描いてみましょう。

(2) ベルヌーイ螺旋を描いてみましょう。

アルキメデス螺旋				ベルヌーイ螺旋			
n	r	x	y	n	r	x	y
0	0	0	0	0	1	1	0
1				1			
2				2			
3							
4							
5							
6							
7				7			
8				8			
9				9			
10				10			

=0.05*B10（傾き0.05）

演習問題 2（螺旋）

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1												
2												
3												
4												
5												
6												
7												
8												
9												
10												
11												
12												
13												
14												
15												
16												
17												
18												
19												
20												

演習問題 2

(1) アルキメデス螺旋を描いてみましょう。

(2) ベルヌーイ螺旋を描いてみましょう。

アルキメデス螺旋				ベルヌーイ螺旋			
n	r	x	y	n	r	x	y
0	0	0	0	0	1	1	0
1				1			
2				2			
3							
4							
5							
6				6			
7				7			
8				8			
9				9			
10				10			

=C10*COS(2*PI()*B10/50)

演習問題 2（螺旋）

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1												
2												
3												
4												
5												
6												
7												
8												
9												
10												
11												
12												
13												
14												
15												
16												
17												
18												
19												
20												

演習問題 2

(1) アルキメデス螺旋を描いてみましょう。

(2) ベルヌーイ螺旋を描いてみましょう。

アルキメデス螺旋				ベルヌーイ螺旋			
n	r	x	y	n	r	x	y
0	0	0	0	0	1	1	0
1				1			
2				2			
3							
4							
5							
6				6			
7				7			
8				8			
9				9			
10				10			

=C10*SIN(2*PI()*B10/50)

演習問題 2（螺旋）

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1												
2												
3												
4												
5												
6												
7												
8												
9												
10												
11												
12												
13												
14												
15												
16												
17												
18												
19												
20												

演習問題 2

(1) アルキメデス螺旋を描いてみましょう。

(2) ベルヌーイ螺旋を描いてみましょう。

アルキメデス螺旋				ベルヌーイ螺旋			
n	r	x	y	n	r	x	y
0	0	0	0	0	1	1	0
1				1			
2				2			
3				3			
4				4			
5				5			
6				6			
7				7			
8				8			
9				9			
10				10			

コピー

演習問題 2（螺旋）

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1												
2												
3												
4												
5												
6												
7												
8												
9												
10												
11												
12												
13												
14												
15												
16												
17												
18												
19												
20												

演習問題 2

(1) アルキメデス螺旋を描いてみましょう。

(2) ベルヌーイ螺旋を描いてみましょう。

アルキメデス螺旋				ベルヌーイ螺旋			
n	r	x	y	n	r	x	y
0	0	0	0	0	1	1	0
1				1			
2				2			
3				3			
4				4			
5				5			
6				6			
7				7			
8				8			
9				9			
10				10			

=EXP(0.02*H10) (指数関数)

演習問題 2（螺旋）

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1												
2												
3												
4												
5												
6												
7												
8												
9												
10												
11												
12												
13												
14												
15												
16												
17												
18												
19												
20												

演習問題 2

(1) アルキメデス螺旋を描いてみましょう。

(2) ベルヌーイ螺旋を描いてみましょう。

アルキメデス螺旋				ベルヌーイ螺旋			
n	r	x	y	n	r	x	y
0	0	0	0	0	1	1	0
1				1			
2				2			
3				3			
4				4			
5				5			
6				6			
7				7			
8				8			
9				9			
10				10			

=I10*SIN(2*PI()*H10/50)

演習問題 2（螺旋）

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1												
2												
3												
4												
5												
6												
7												
8												
9												
10												
11												
12												
13												
14												
15												
16												
17												
18												
19												
20												

演習問題 2

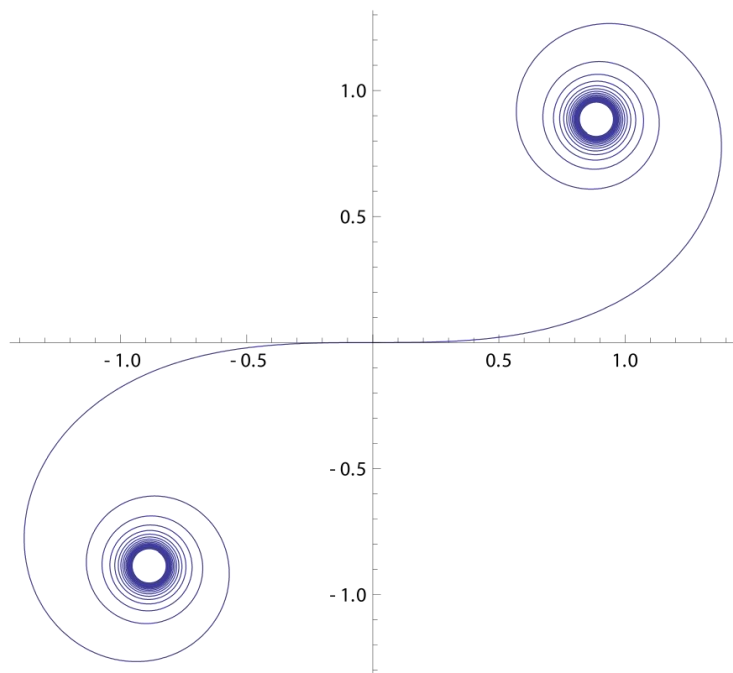
(1) アルキメデス螺旋を描いてみましょう。

(2) ベルヌーイ螺旋を描いてみましょう。

アルキメデス螺旋				ベルヌーイ螺旋			
n	r	x	y	n	r	x	y
0	0	0	0	0	1	1	0
1				1			
2				2			
3				3			
4				4			
5				5			
6				6			
7				7			
8				8			
9				9			
10				10			

コピー

クロソイド曲線（オイラー螺旋）



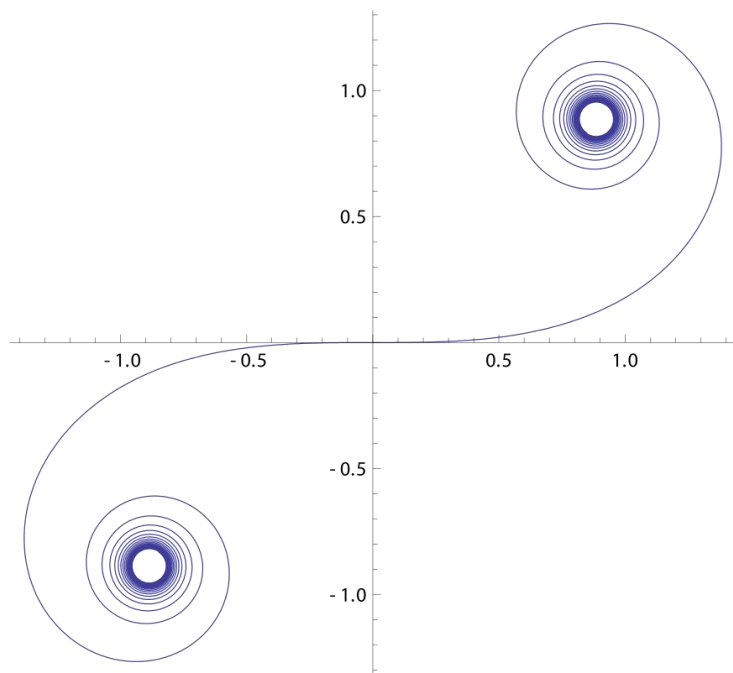
運命の糸を紡ぐ女神「クロソー」が語源

ラケシス:「糸を測る(運命を決める)女神」
アトロポス:「糸を切る(死を与える)女神」



運命の3女神

クロソイド曲線（オイラー螺旋）



曲線には「**曲率(曲がり具合)**」という概念がある。

車の運転の例

曲率＝ハンドルの角度



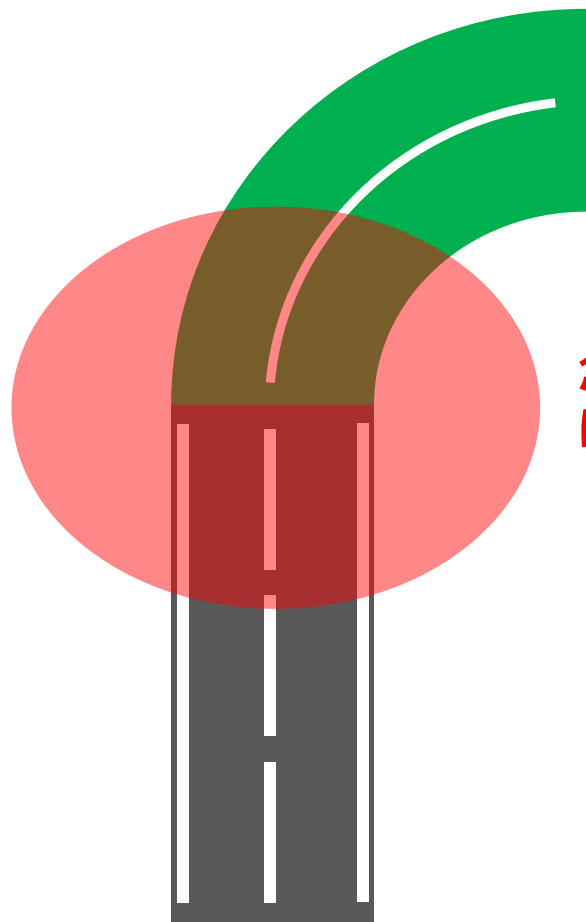
円の曲率は一定＝ハンドルの角度固定

曲率を一定の加減で大きくしていく



クロソイド曲線

クロソイド曲線（オイラー螺旋）



円弧＝ハンドル操作が楽(安全)

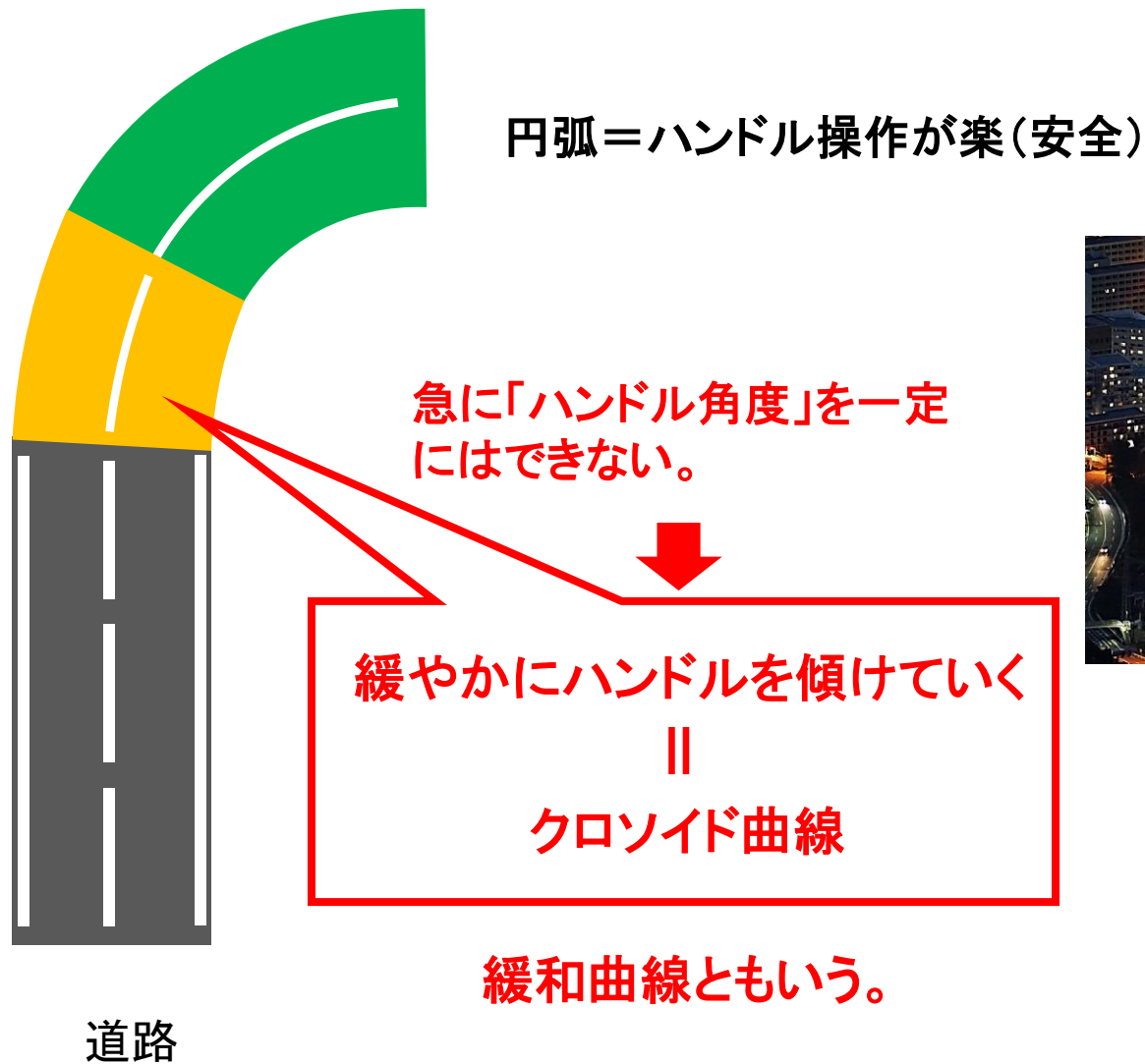
急に「ハンドル角度」を一定にはできない。

道路



高速道路のカーブ

クロソイド曲線（オイラー螺旋）

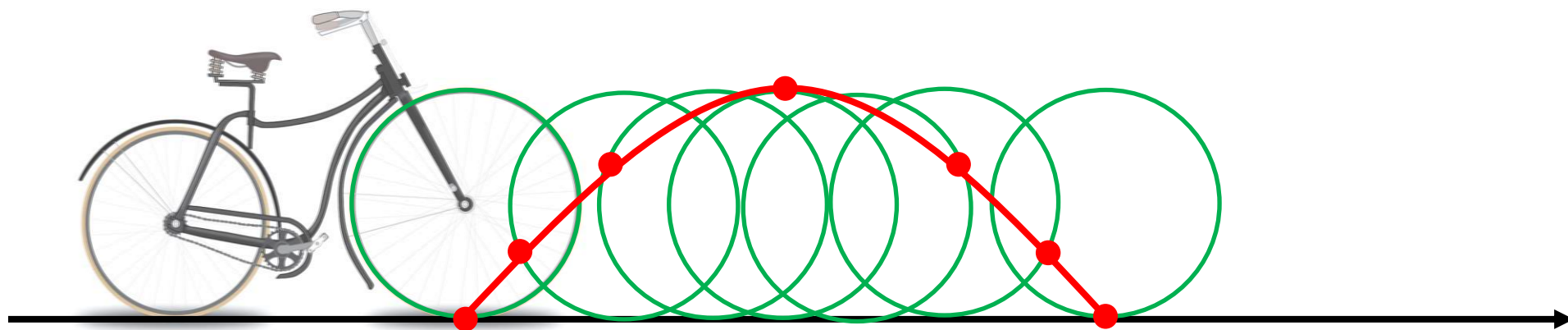


高速道路のカーブ

サイクロイド曲線



サイクロイド曲線



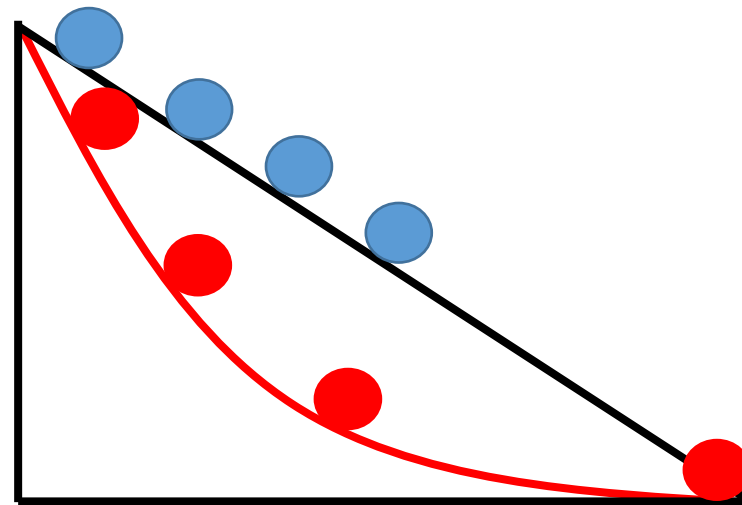
車輪の点の軌跡＝サイクロイド曲線

サイクロイド曲線と滑り台



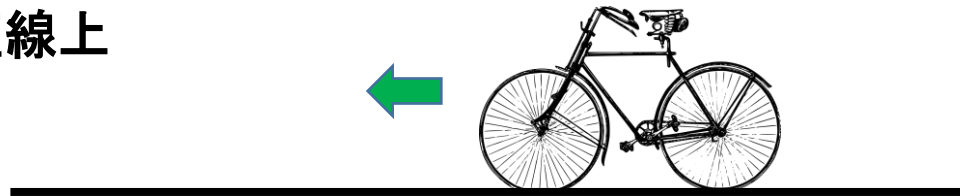
全ての形状で最も早く滑ることのできる曲線

||
サイクロイド

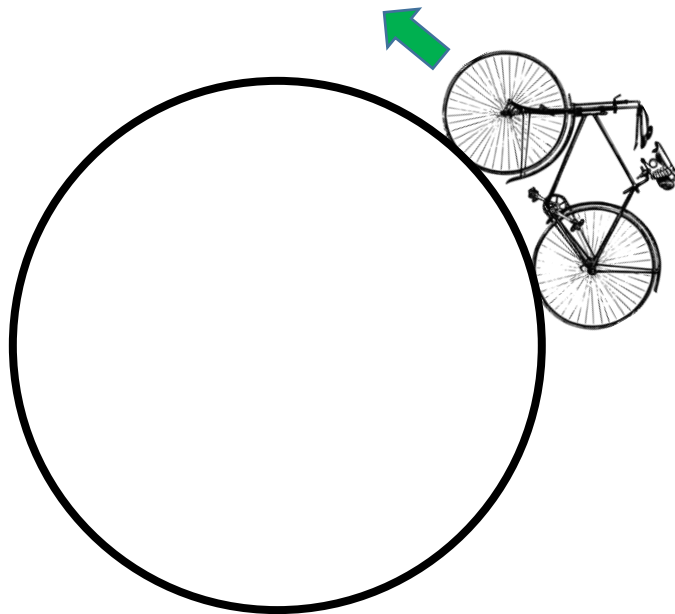


サイクロイド曲線の仲間たち

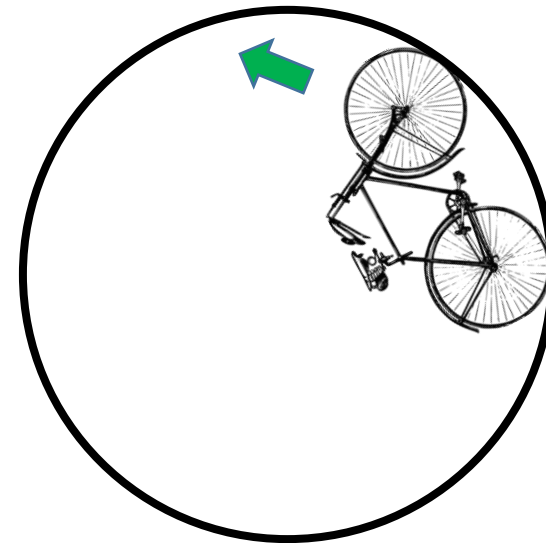
サイクロイド＝直線上



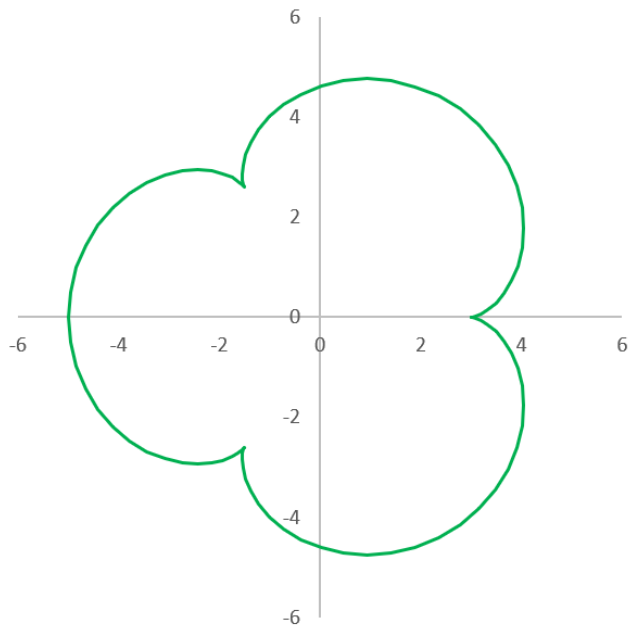
エピサイクロイド＝円上(外側)



ハイポサイクロイド＝円上(内側)



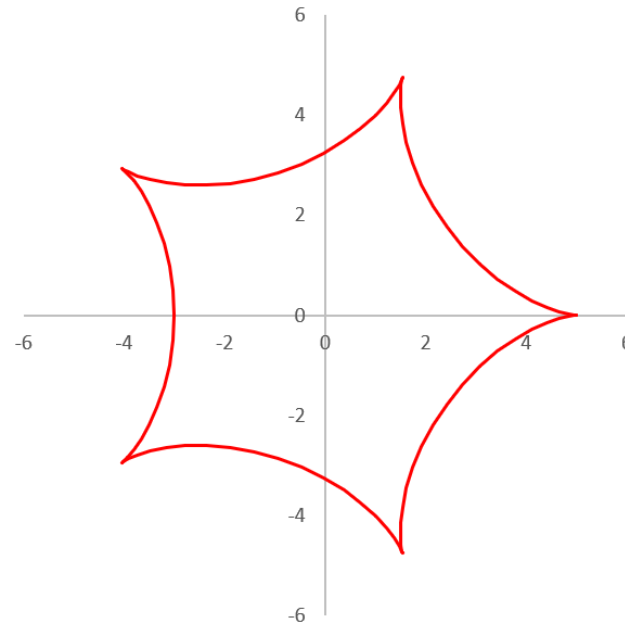
エピサイクロイドとハイポサイクロイド



エピサイクロイド

外円の半径: 3

車輪の半径: 1



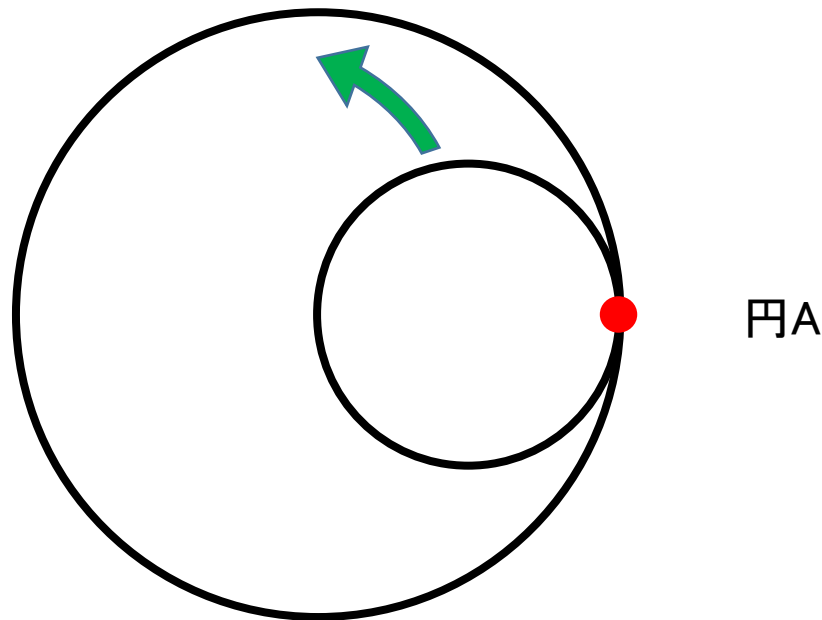
ハイポサイクロイド

外円の半径: 5

車輪の半径: 1

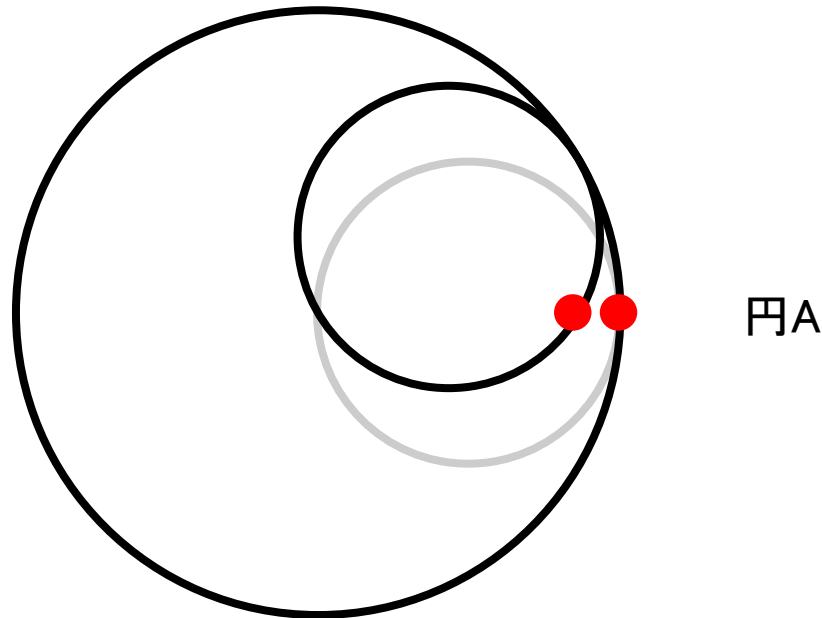
円運動の変換

半径2の円Aの内側で半径1の円Bを転がします。このとき、円Bの点の軌跡はどうなるでしょうか？



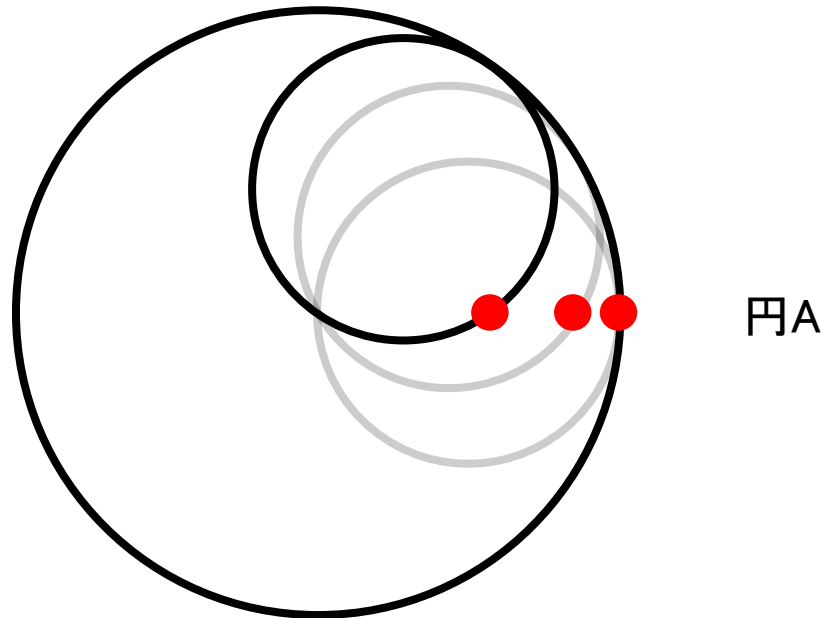
円運動の変換

半径2の円Aの内側で半径1の円Bを転がします。このとき、円Bの点の軌跡はどうなるでしょうか？



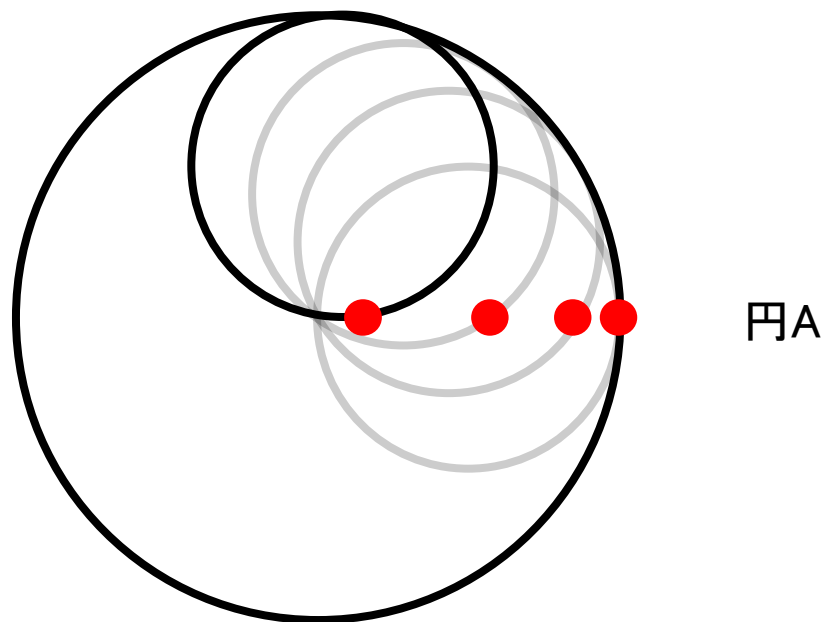
円運動の変換

半径2の円Aの内側で半径1の円Bを転がします。このとき、円Bの点の軌跡はどうなるでしょうか？



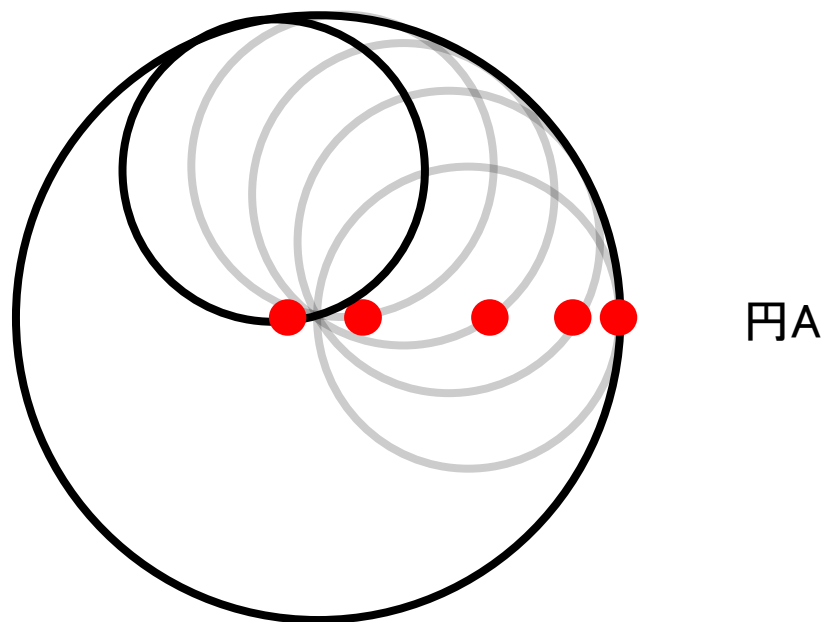
円運動の変換

半径2の円Aの内側で半径1の円Bを転がします。このとき、円Bの点の軌跡はどうなるでしょうか？



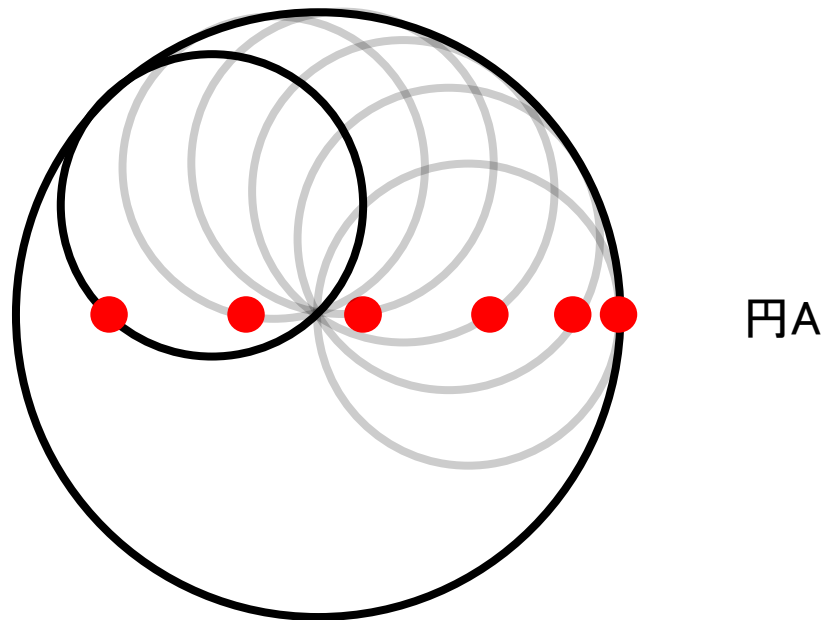
円運動の変換

半径2の円Aの内側で半径1の円Bを転がします。このとき、円Bの点の軌跡はどうなるでしょうか？



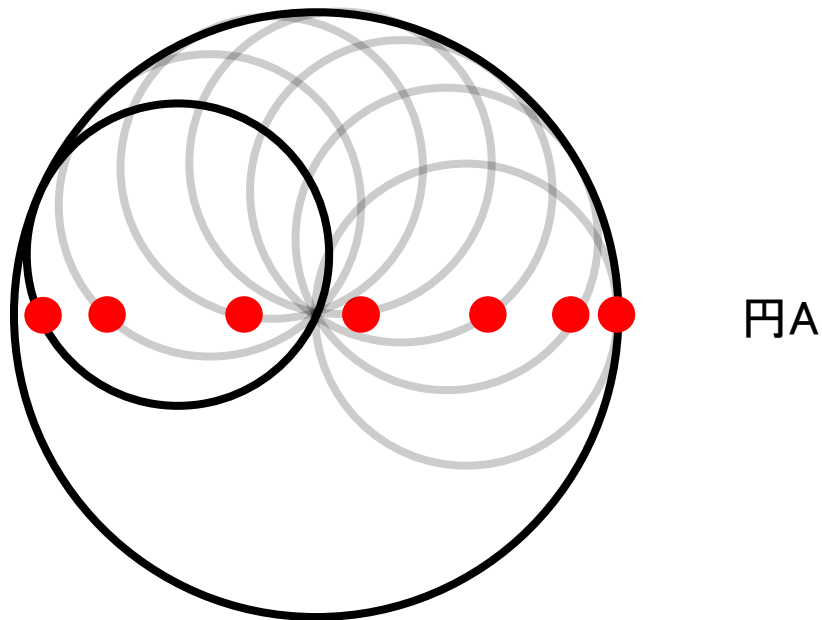
円運動の変換

半径2の円Aの内側で半径1の円Bを転がします。このとき、円Bの点の軌跡はどうなるでしょうか？



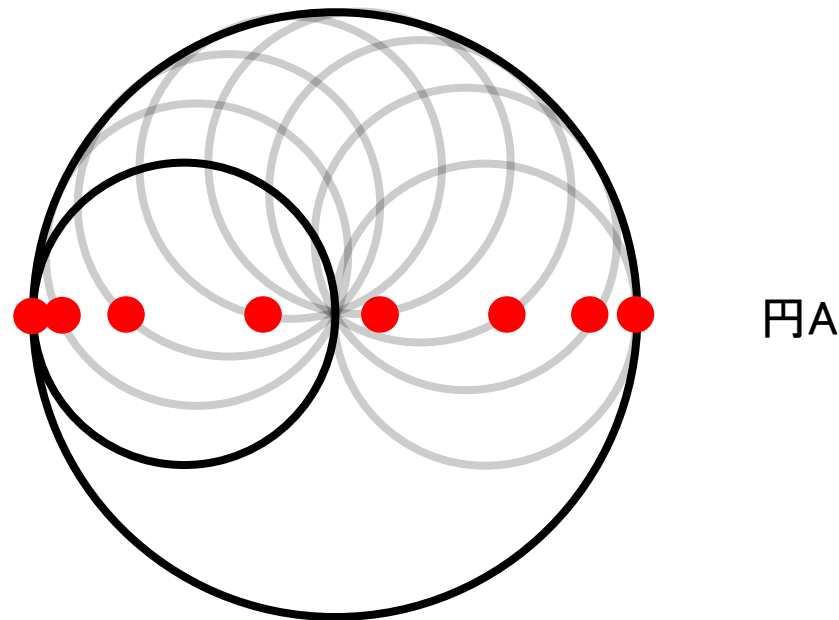
円運動の変換

半径2の円Aの内側で半径1の円Bを転がします。このとき、円Bの点の軌跡はどうなるでしょうか？



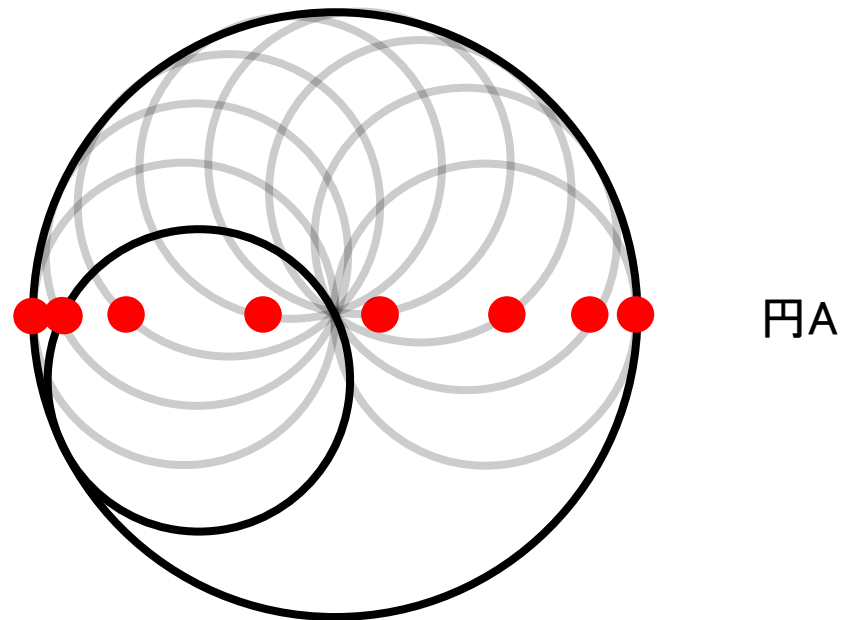
円運動の変換

半径2の円Aの内側で半径1の円Bを転がします。このとき、円Bの点の軌跡はどうなるでしょうか？



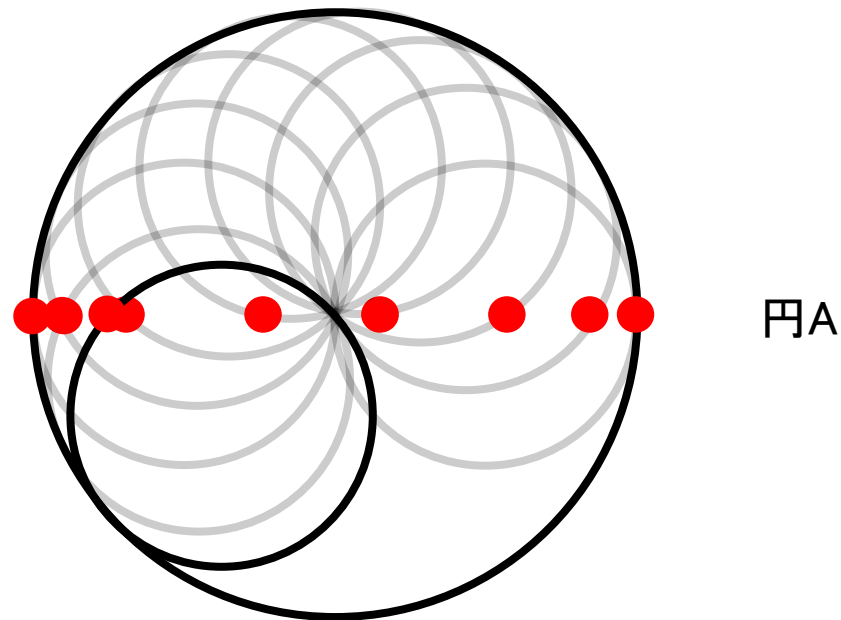
円運動の変換

半径2の円Aの内側で半径1の円Bを転がします。このとき、円Bの点の軌跡はどうなるでしょうか？



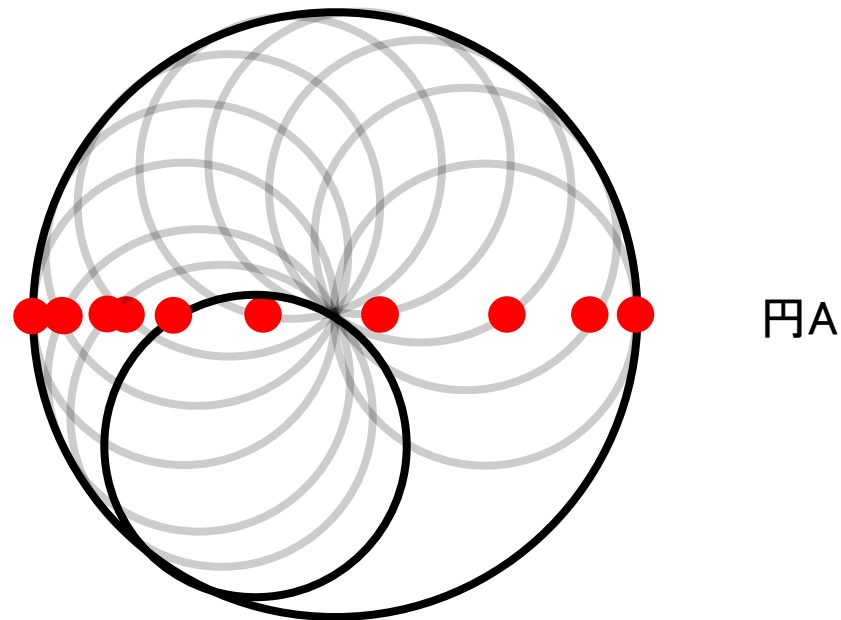
円運動の変換

半径2の円Aの内側で半径1の円Bを転がします。このとき、円Bの点の軌跡はどうなるでしょうか？



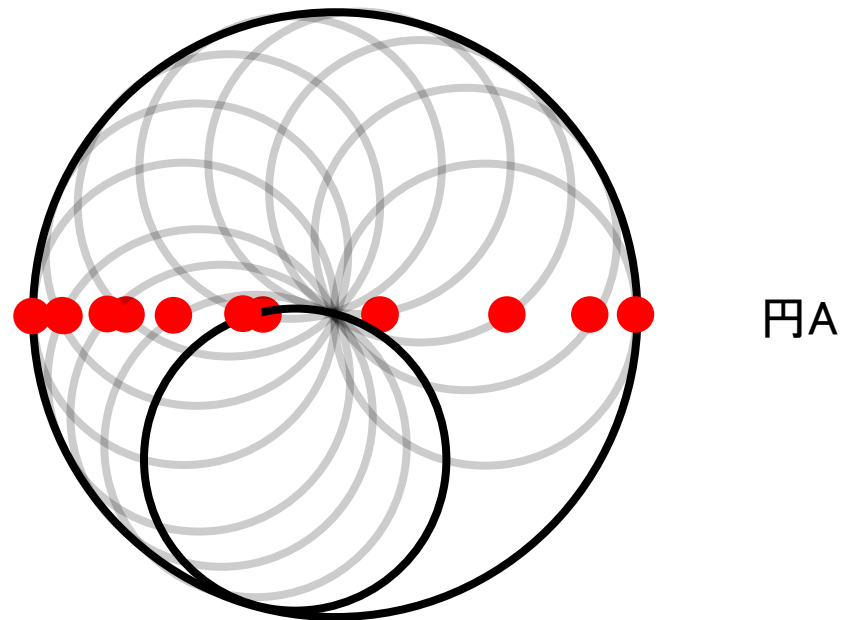
円運動の変換

半径2の円Aの内側で半径1の円Bを転がします。このとき、円Bの点の軌跡はどうなるでしょうか？



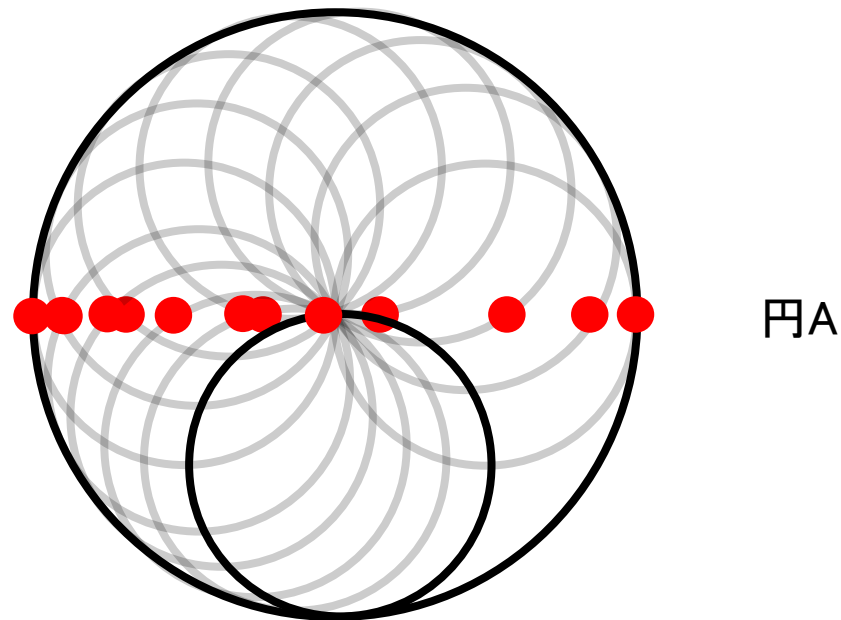
円運動の変換

半径2の円Aの内側で半径1の円Bを転がします。このとき、円Bの点の軌跡はどうなるでしょうか？



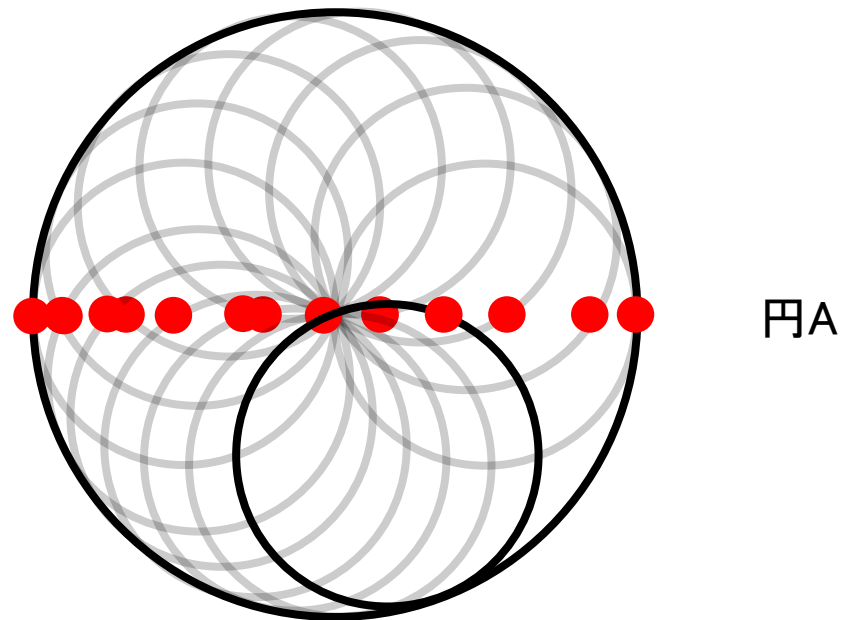
円運動の変換

半径2の円Aの内側で半径1の円Bを転がします。このとき、円Bの点の軌跡はどうなるでしょうか？



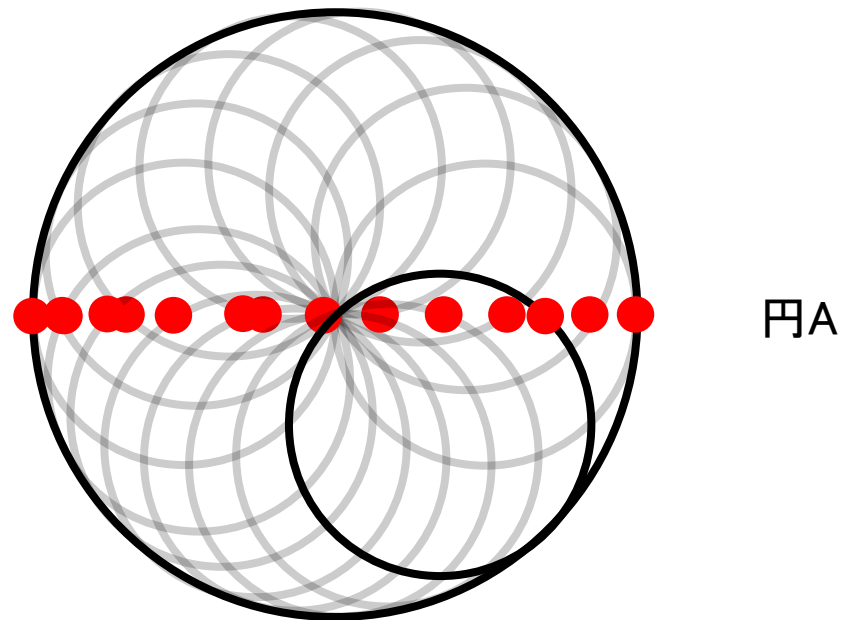
円運動の変換

半径2の円Aの内側で半径1の円Bを転がします。このとき、円Bの点の軌跡はどうなるでしょうか？



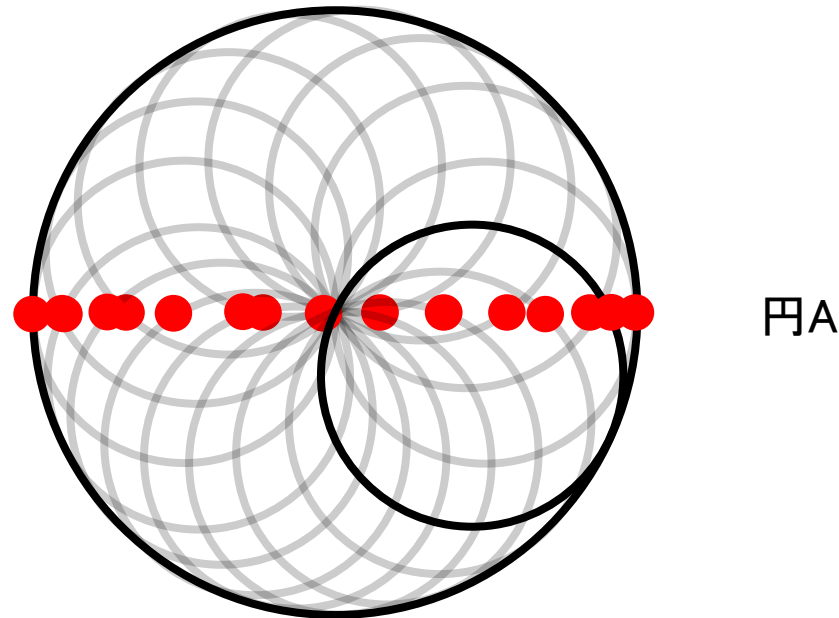
円運動の変換

半径2の円Aの内側で半径1の円Bを転がします。このとき、円Bの点の軌跡はどうなるでしょうか？



円運動の変換

半径2の円Aの内側で半径1の円Bを転がします。このとき、円Bの点の軌跡はどうなるでしょうか？



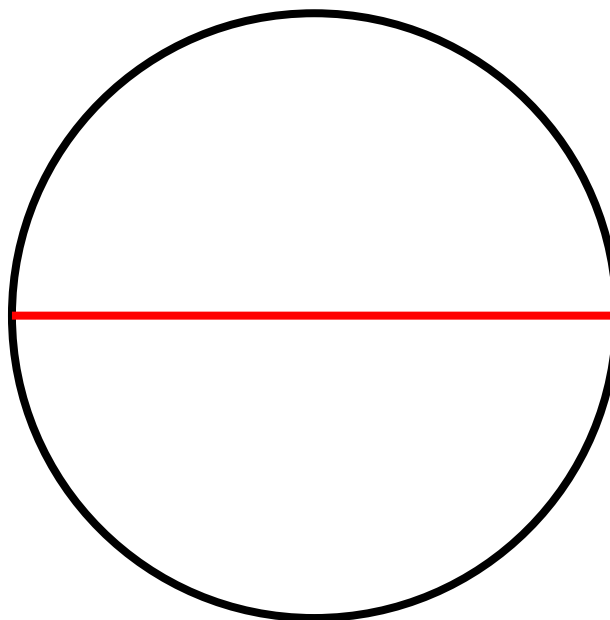
円運動の変換

半径2の円Aの内側で半径1の円Bを転がします。このとき、円Bの点の軌跡はどうなるでしょうか？



発見者: ジロラモ・カルダノ

1501-1576.9.21

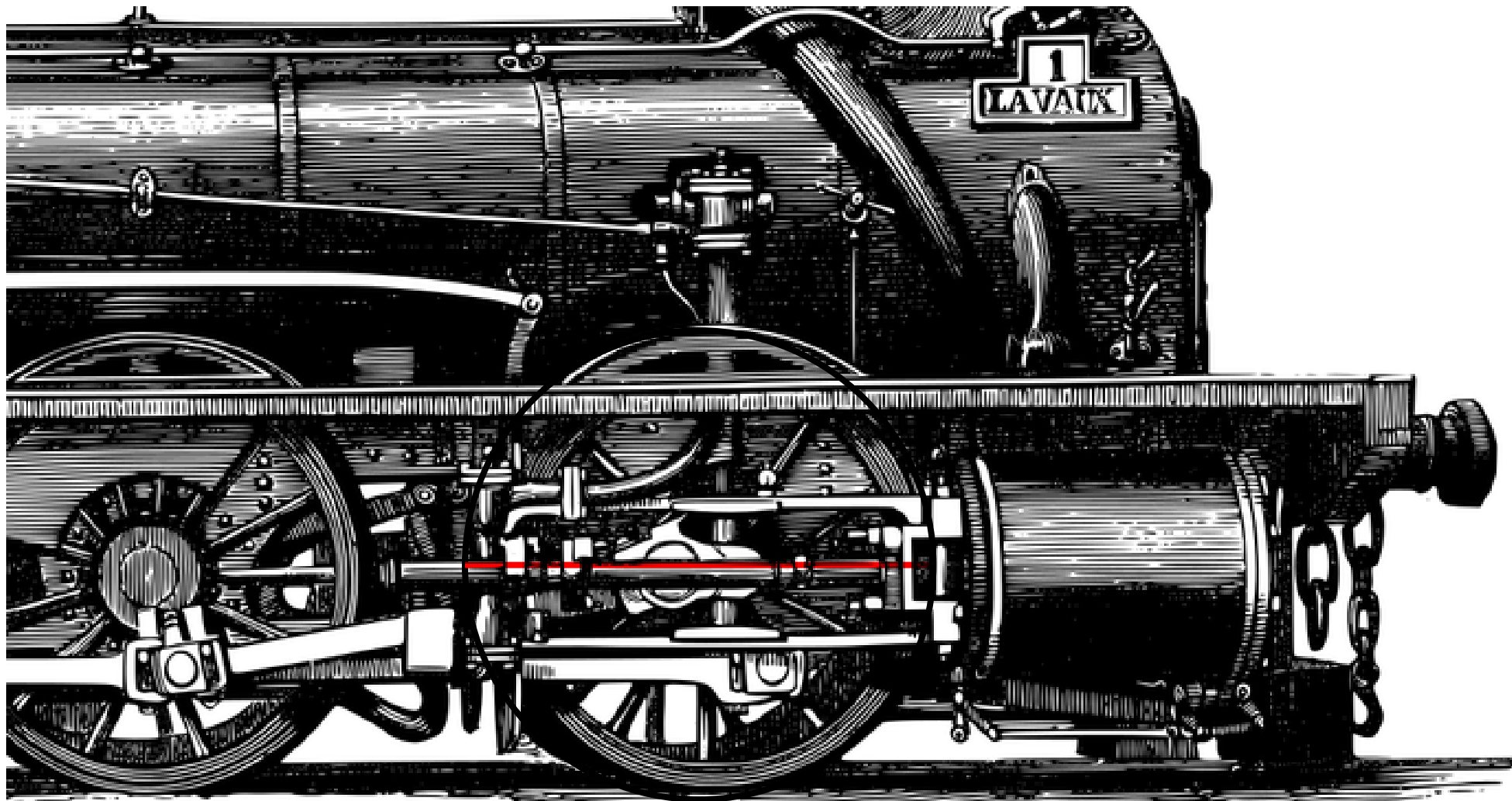


円A 答え: 線分

円運動を直線運動に変換

産業に応用

円運動の変換



演習問題 3（エピ・ハイポサイクロイド）

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1												
2												
3												
4												
5												
6												
7												
8												
9												
10												
11												
12												
13												
14												
15												
16												
17												
18												
19												
20												
21												

演習問題 1

(1) ハイポサイクロイドを調節してさまざまな曲線を描いてみよう。

(2) $r=1, R=2$ の場合を描いてみよう。

	エピサイクロイド			ハイポサイクロイド	
	n	x	y	x	y
0	0	3	0	3	0
1	1	3.023524	0.002472	2.988168	0.000248
2	2	3.092152	0.019579	2.952813	0.001977
3	3	3.20018	0.064978	2.894351	0.006638
4	4	3.338506	0.150432	2.813473	0.015626
5	5	3.495209	0.285011	2.71113	0.030249
6	6	3.656315	0.474471	2.588522	0.051702
7	7	3.80669	0.72083	2.447078	0.081045
8	8	3.931006	1.022188	2.28844	0.119179
9	9	4.014736	1.372794	2.114435	0.166827
10	10	4.045085	1.763356	1.927051	0.224514

エピサイクロイド	r	1	R	3
ハイポサイクロイド	r	1	R	3

r=1, R=2として線分になることを確かめる

「散布図」からそれぞれ曲線を描く

リサージュ曲線

円の一般化

$$x = \cos \theta$$

$$y = \sin \theta$$

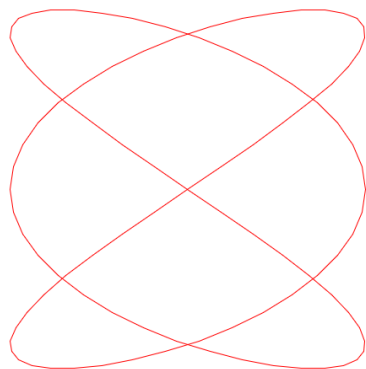
円



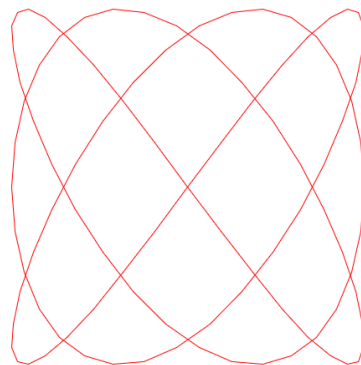
$$x = \cos a\theta$$

$$y = \sin b\theta$$

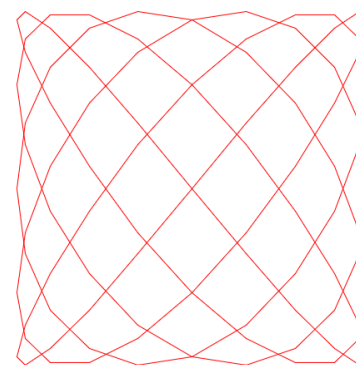
周期 (a, b) のリサージュ曲線



$(a, b) = (3, 2)$

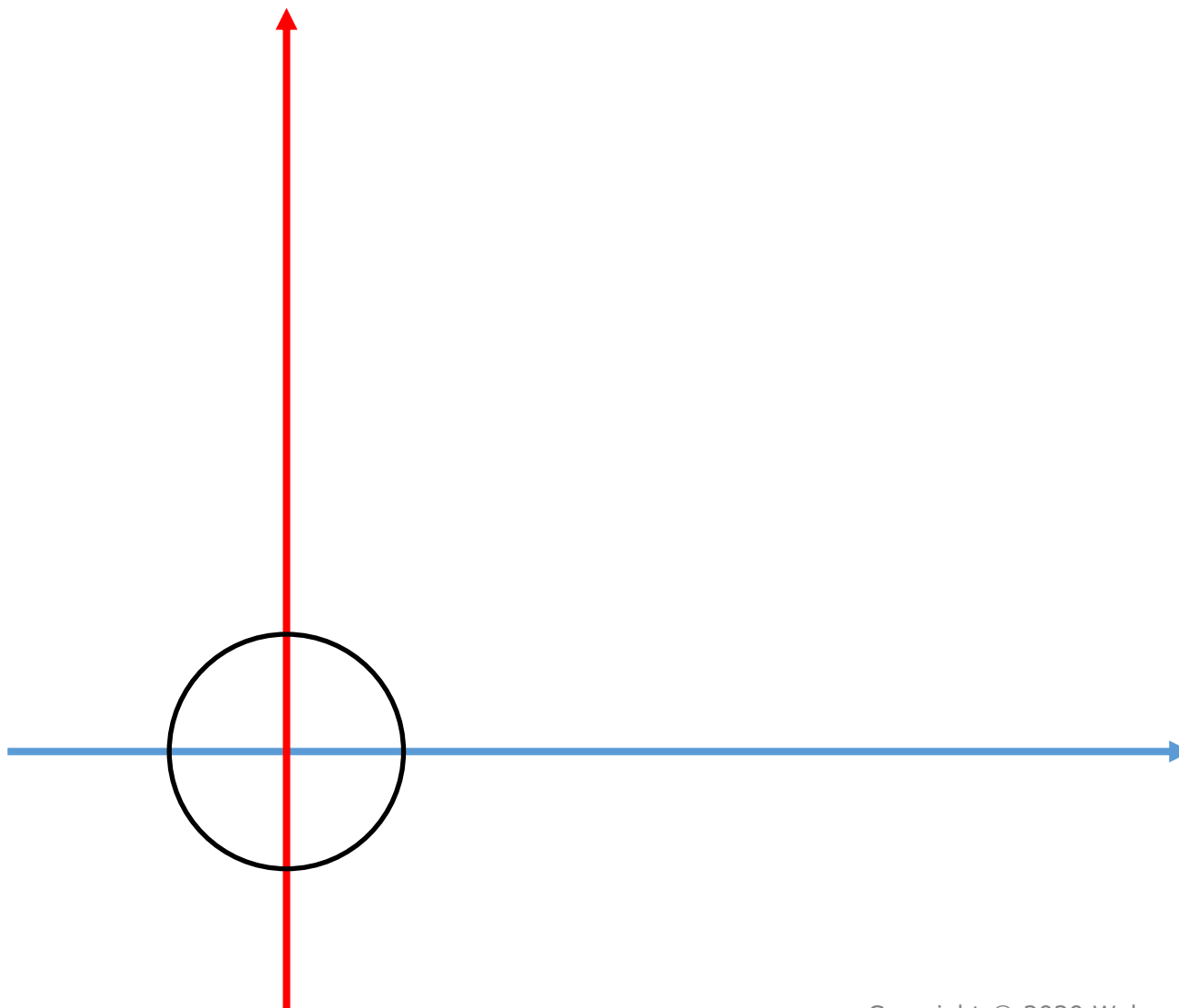


$(a, b) = (3, 4)$

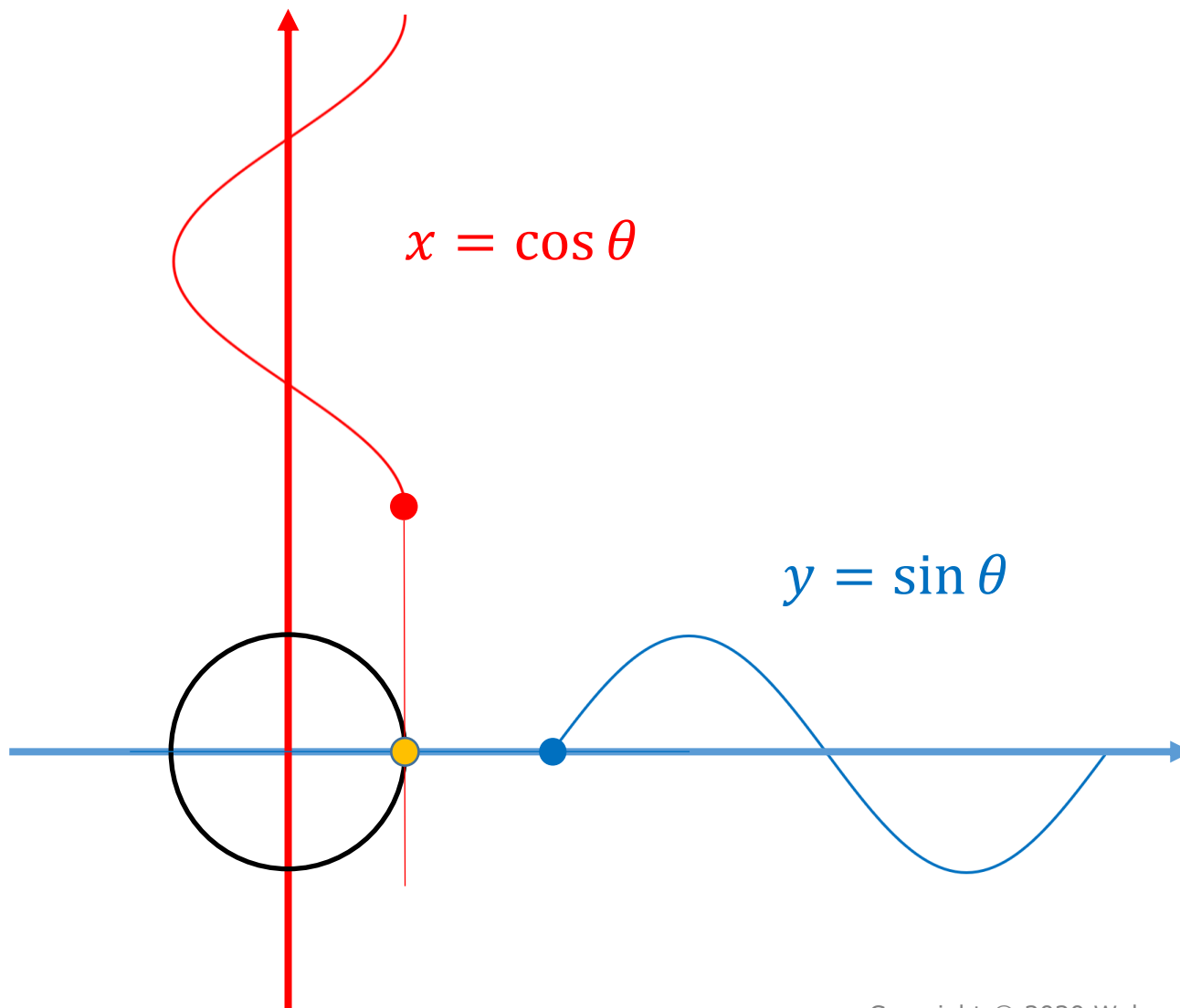


$(a, b) = (5, 6)$

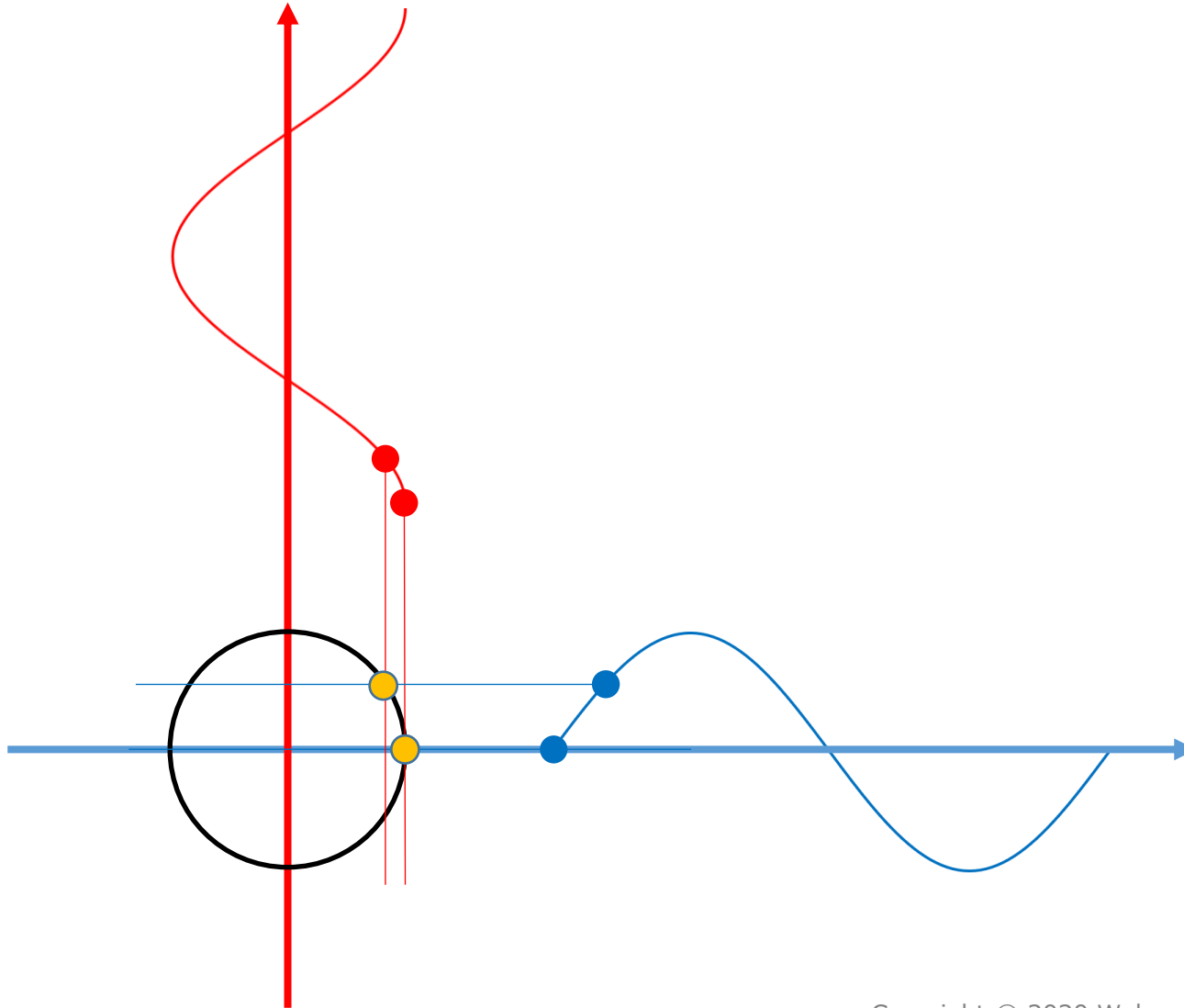
円とサイン・コサインの関係



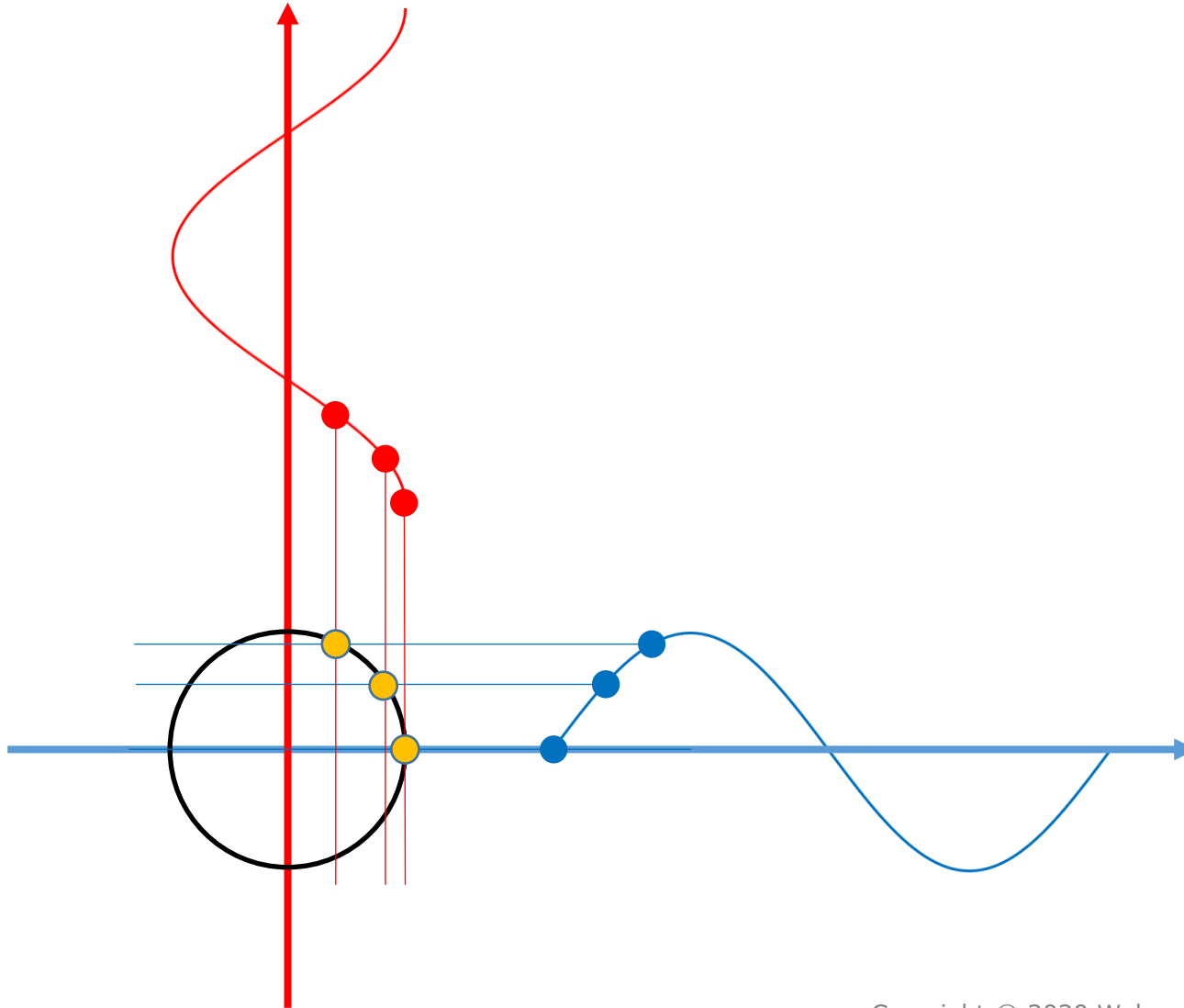
円とサイン・コサインの関係



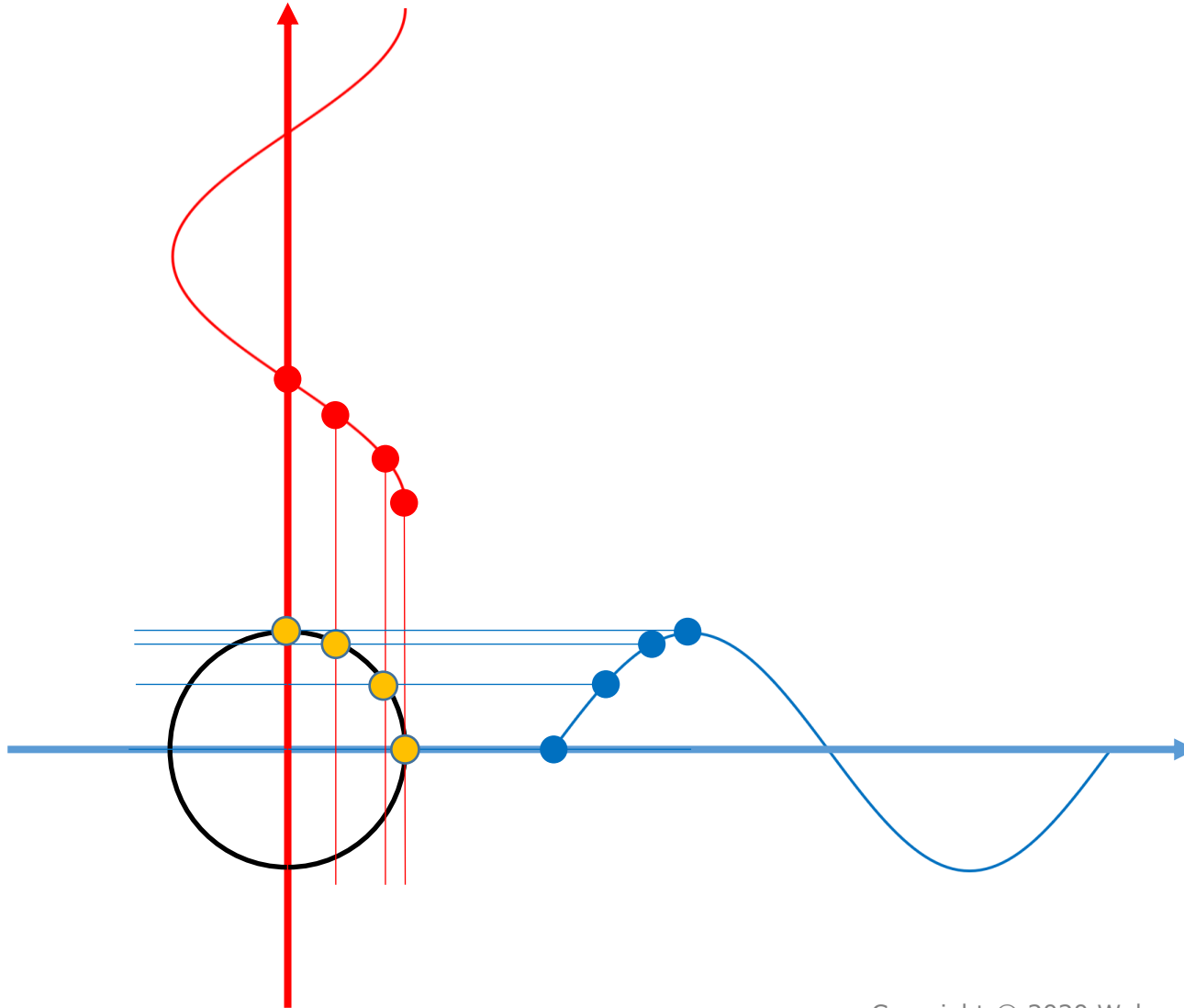
円とサイン・コサインの関係



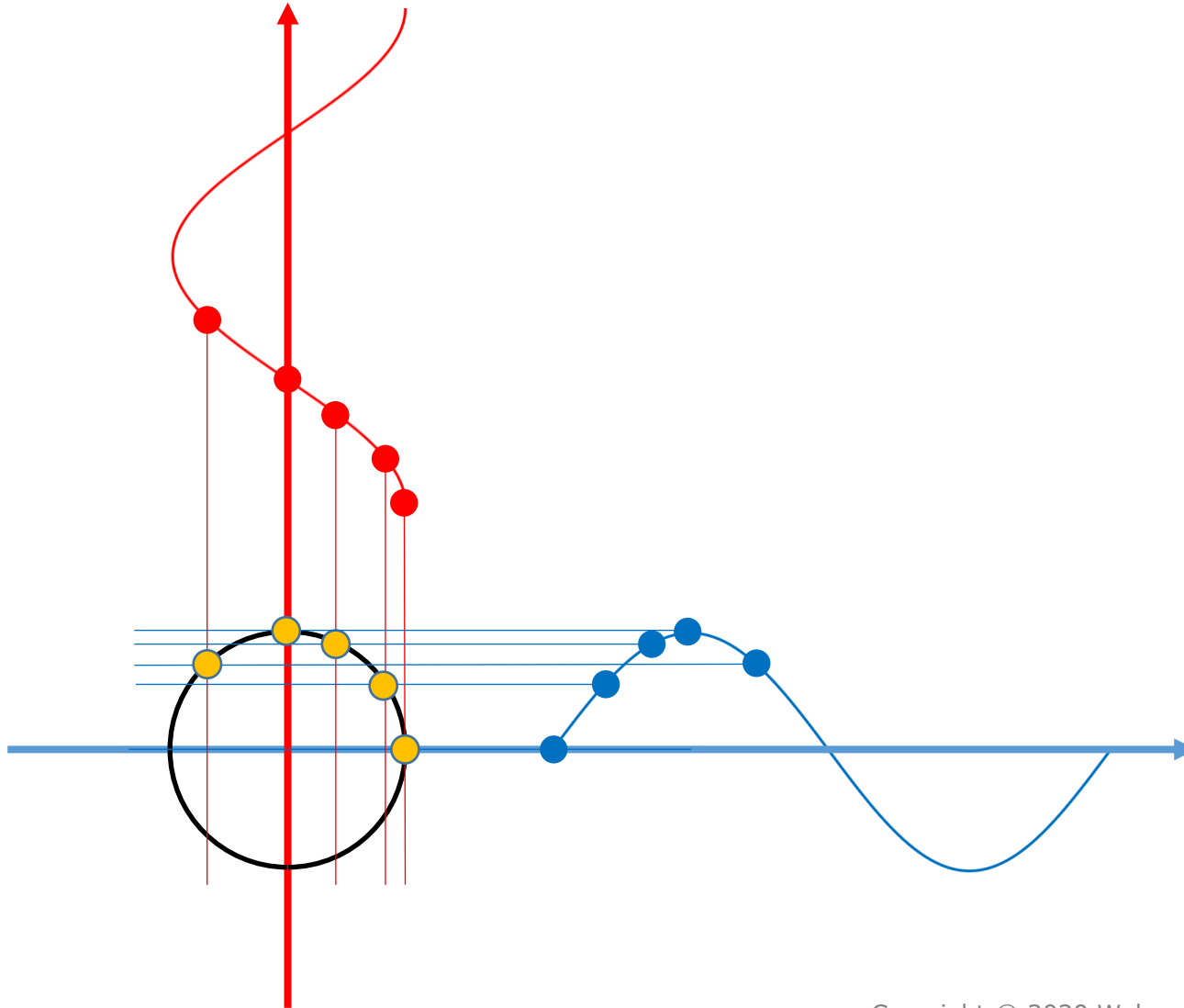
円とサイン・コサインの関係



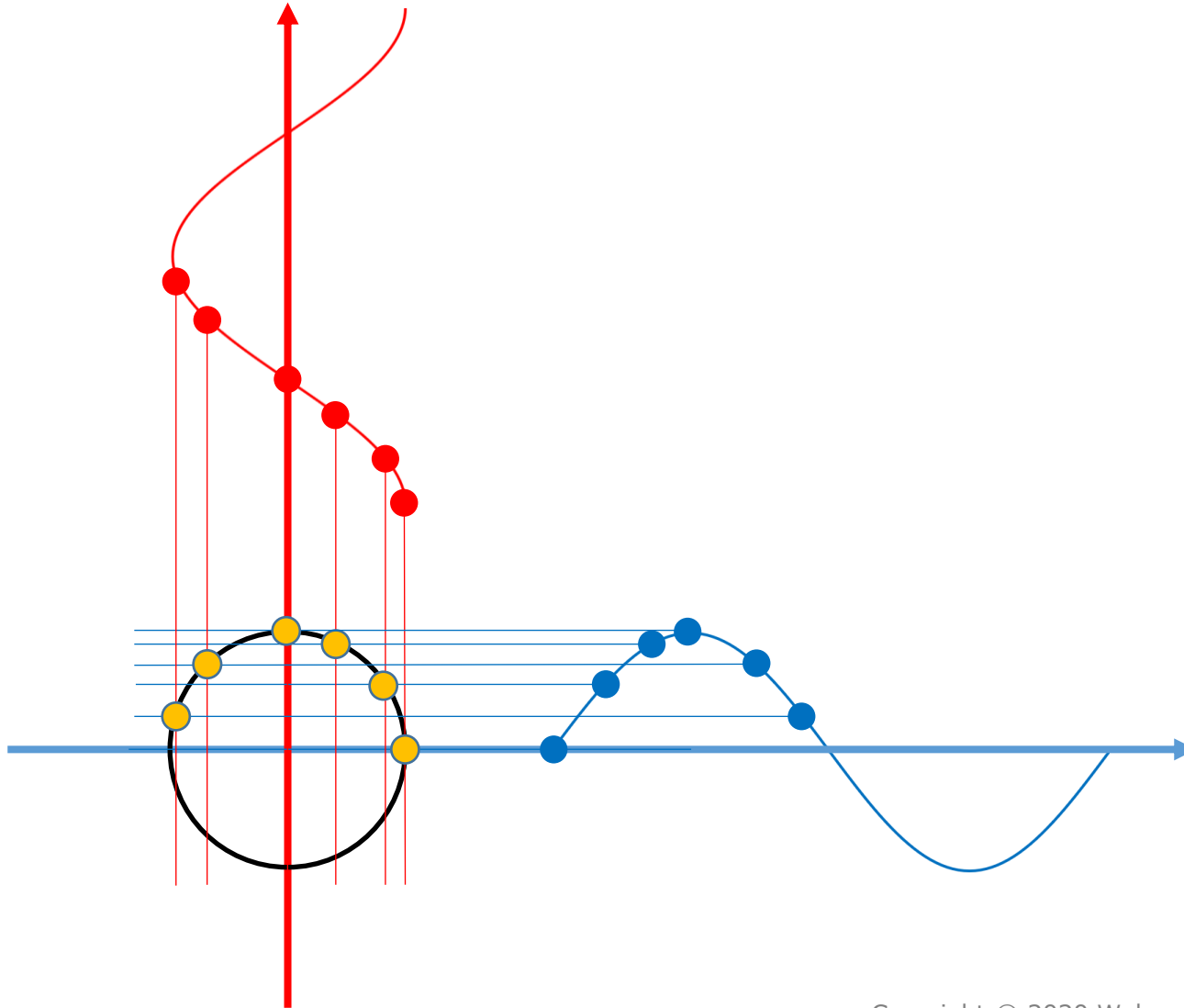
円とサイン・コサインの関係



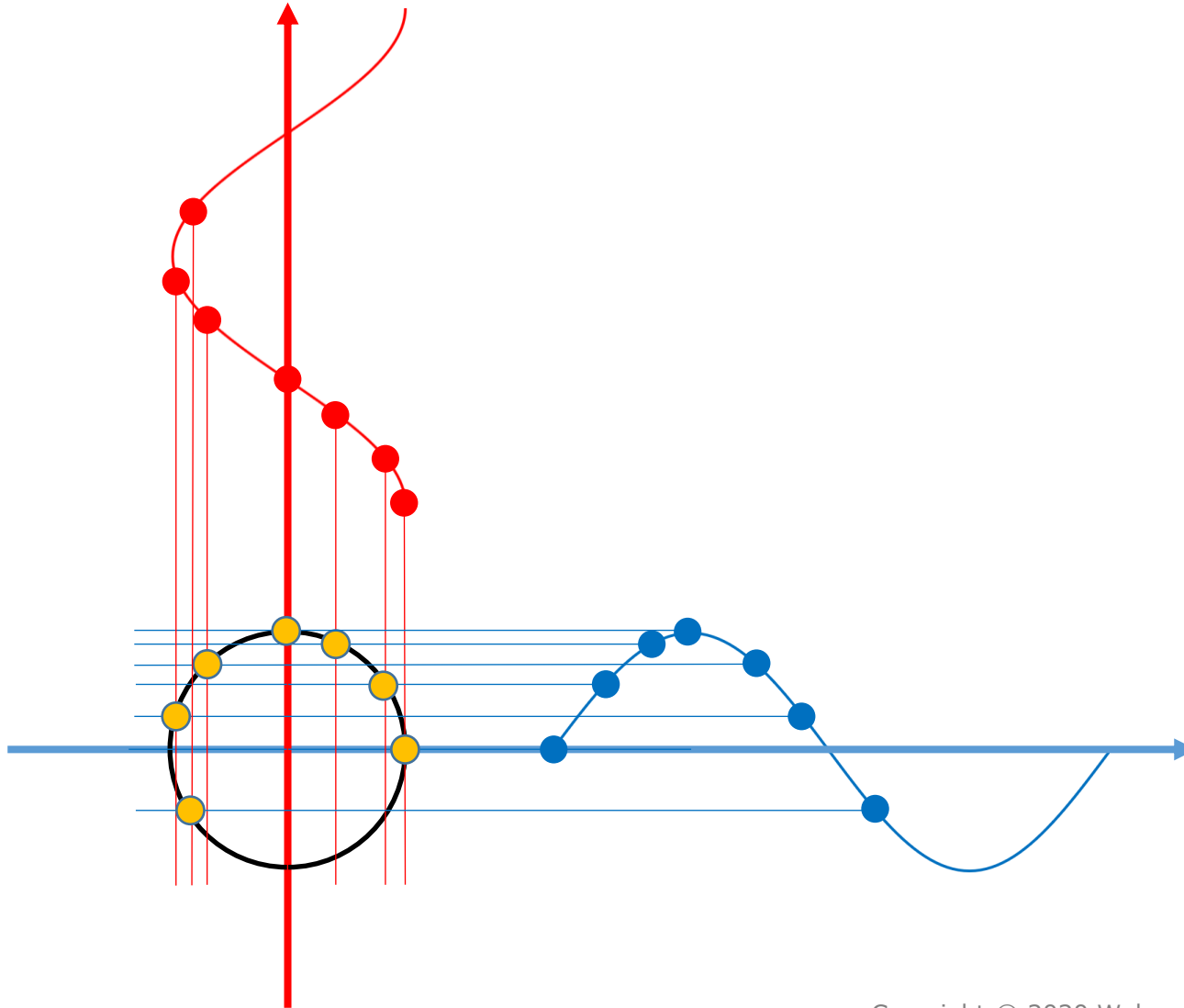
円とサイン・コサインの関係



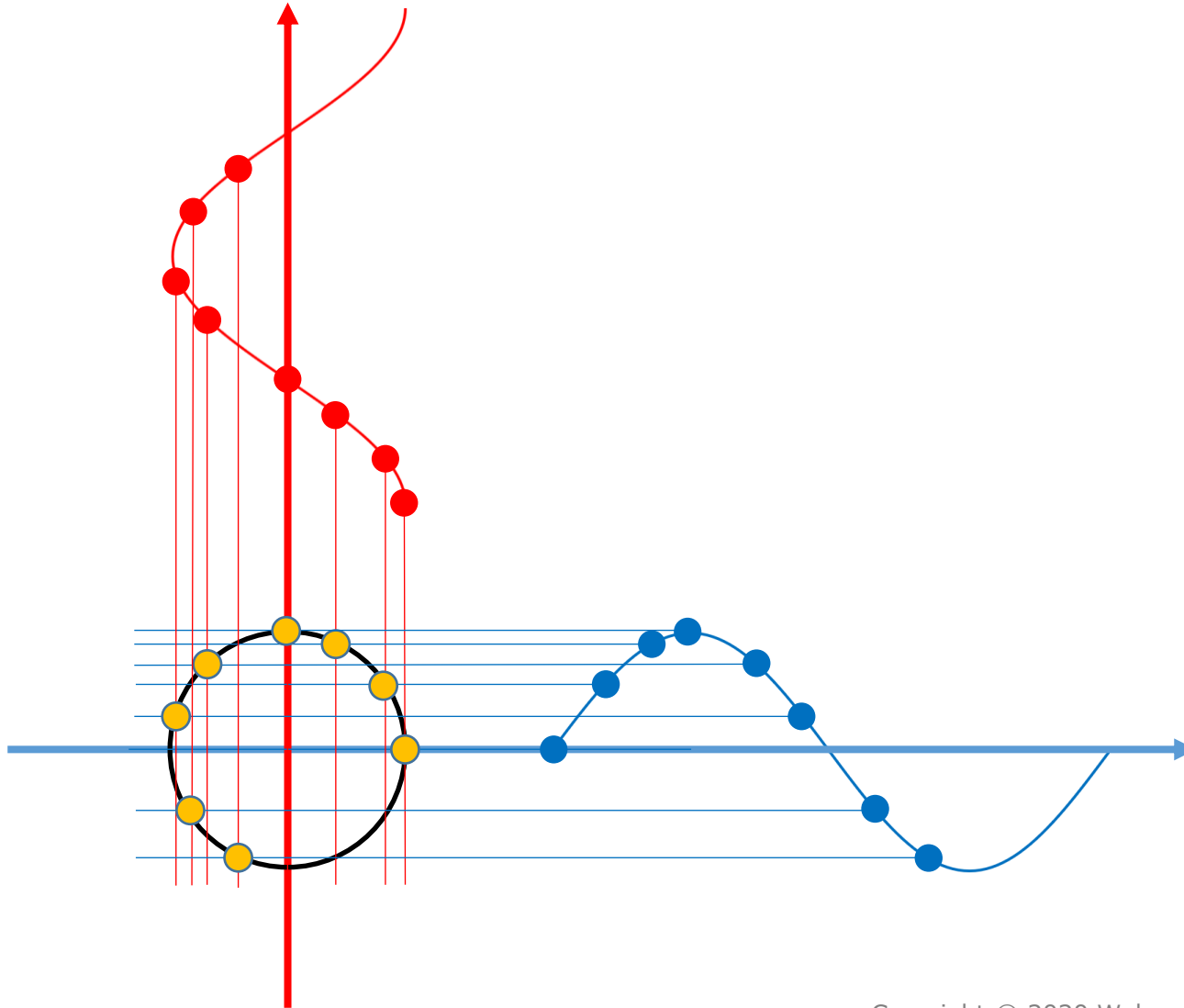
円とサイン・コサインの関係



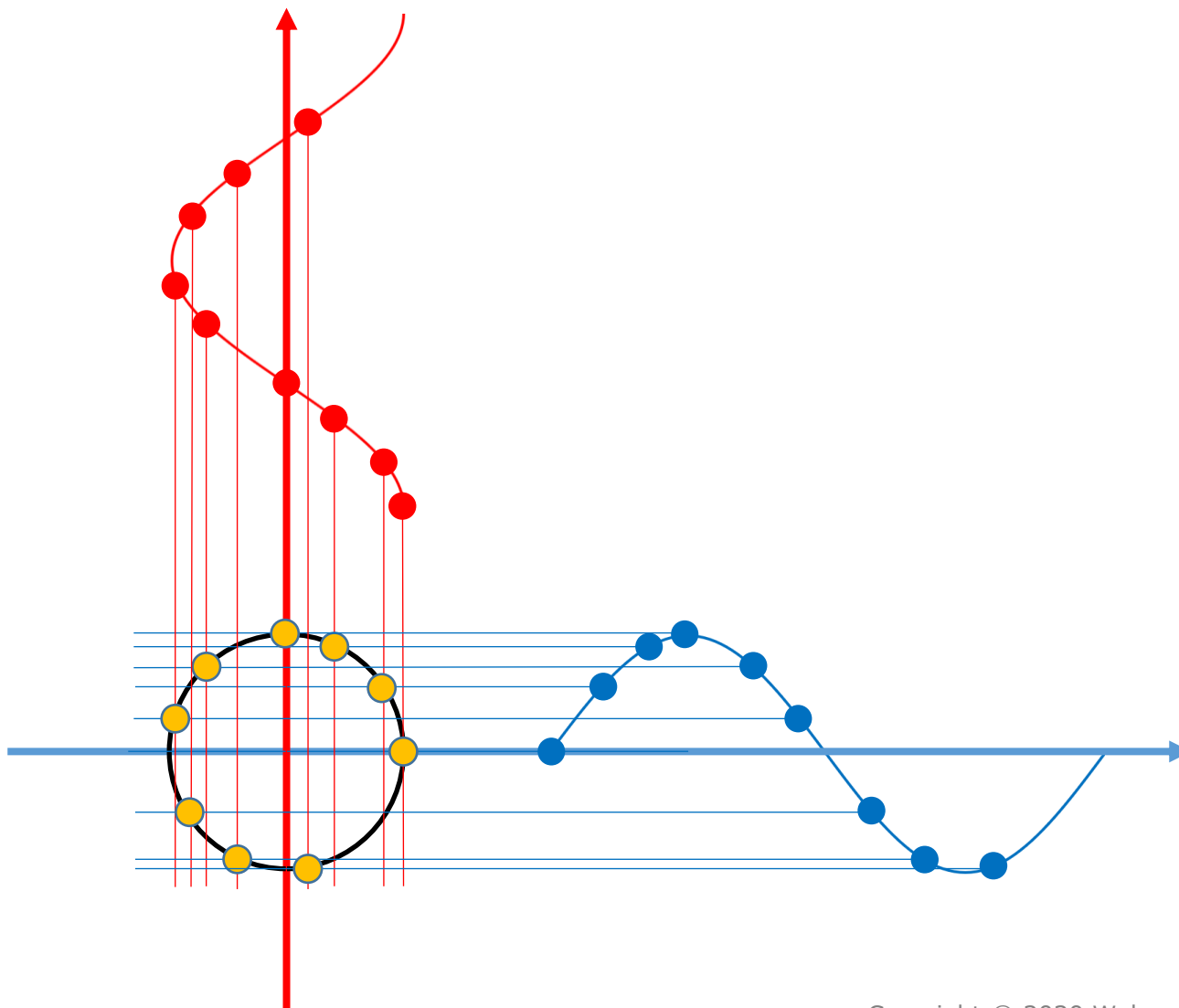
円とサイン・コサインの関係



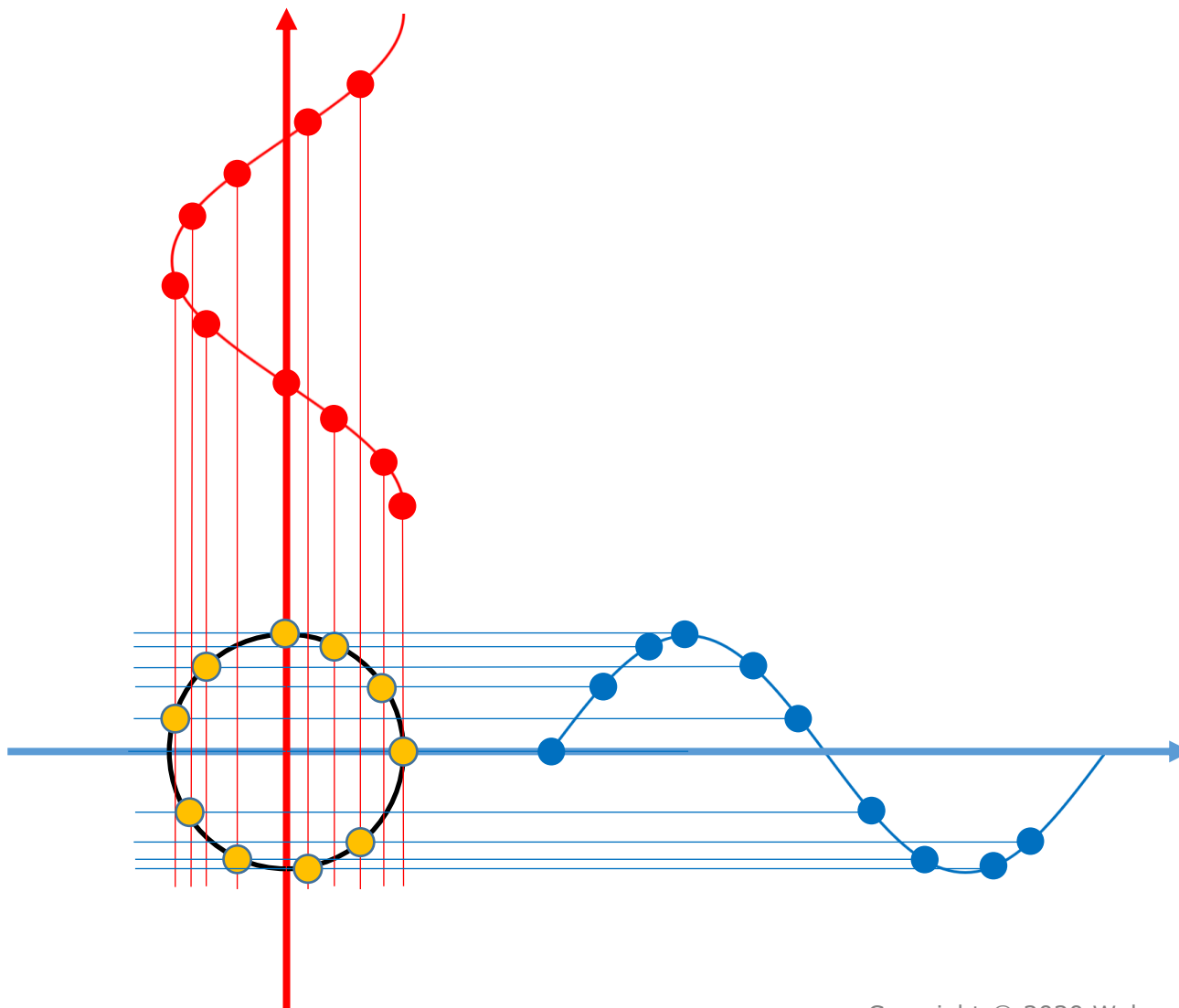
円とサイン・コサインの関係



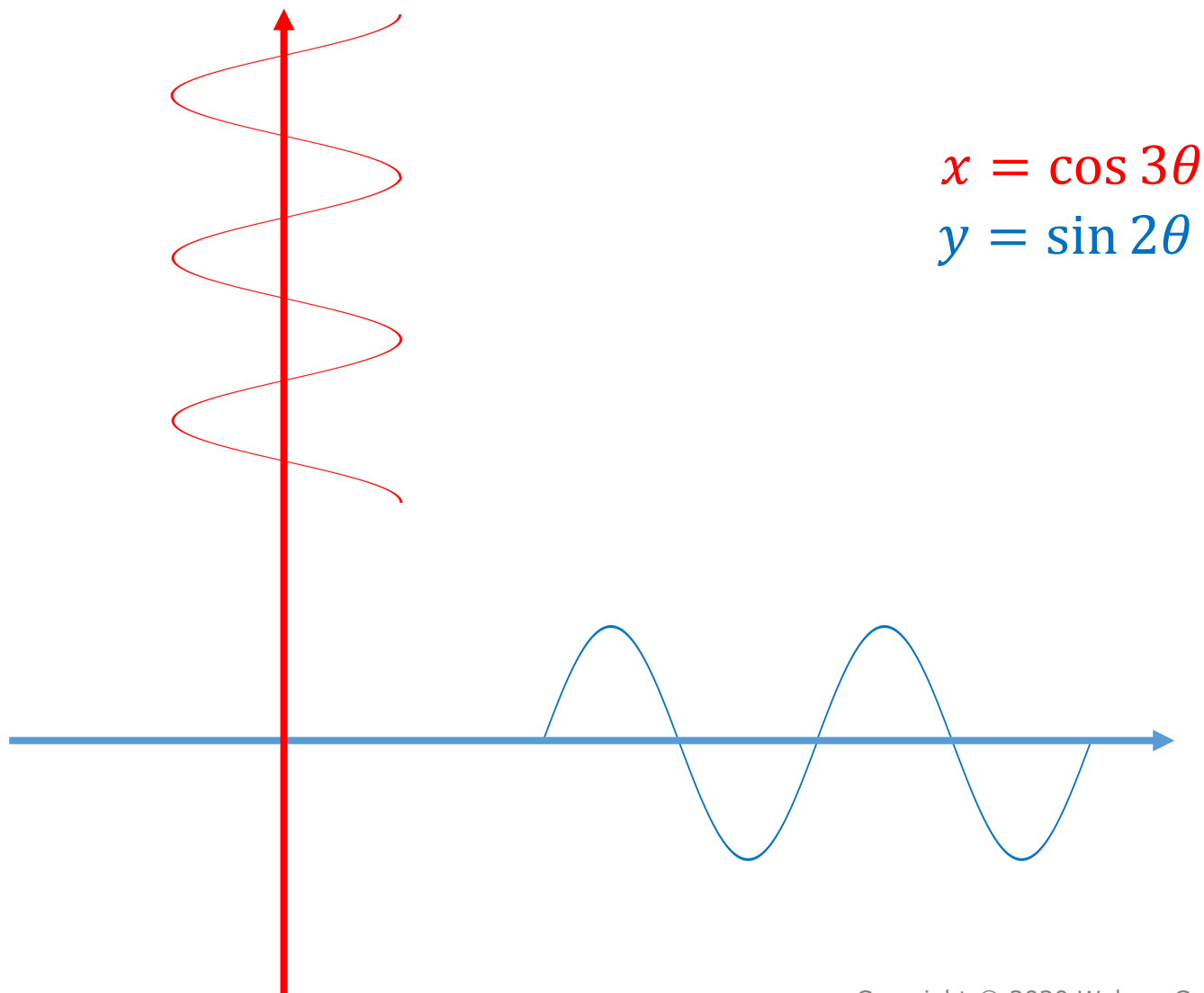
円とサイン・コサインの関係



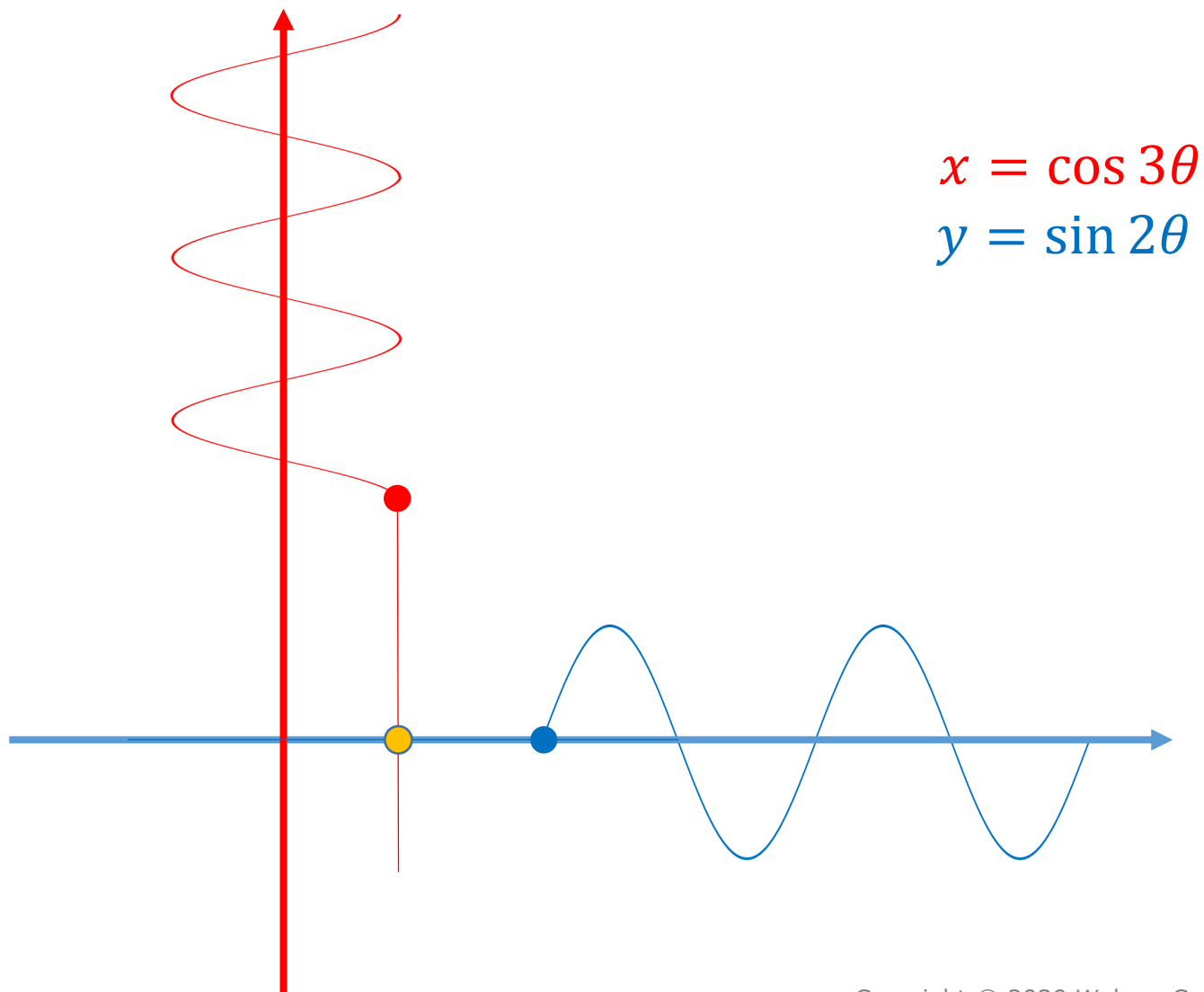
円とサイン・コサインの関係



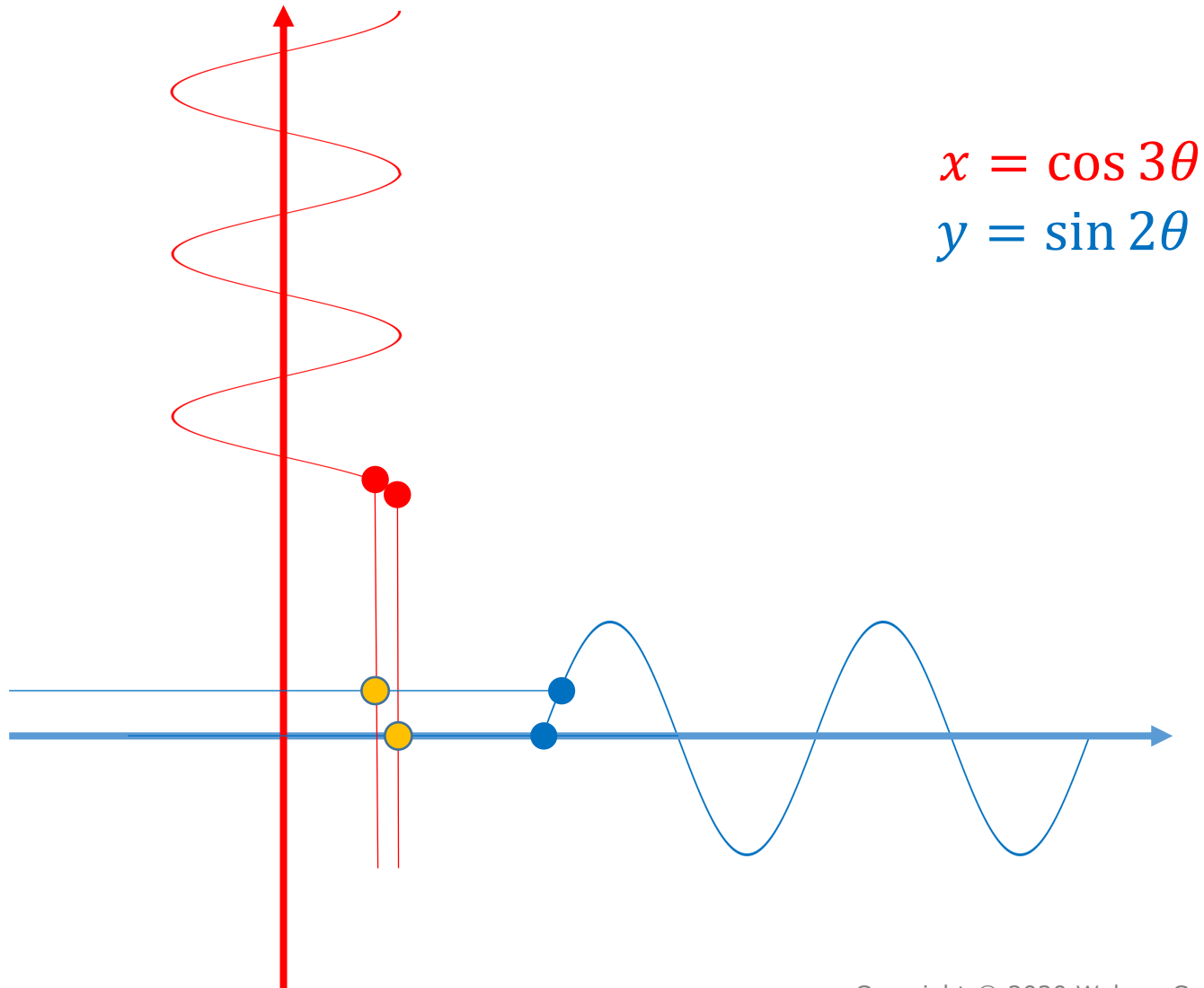
リサージュ曲線



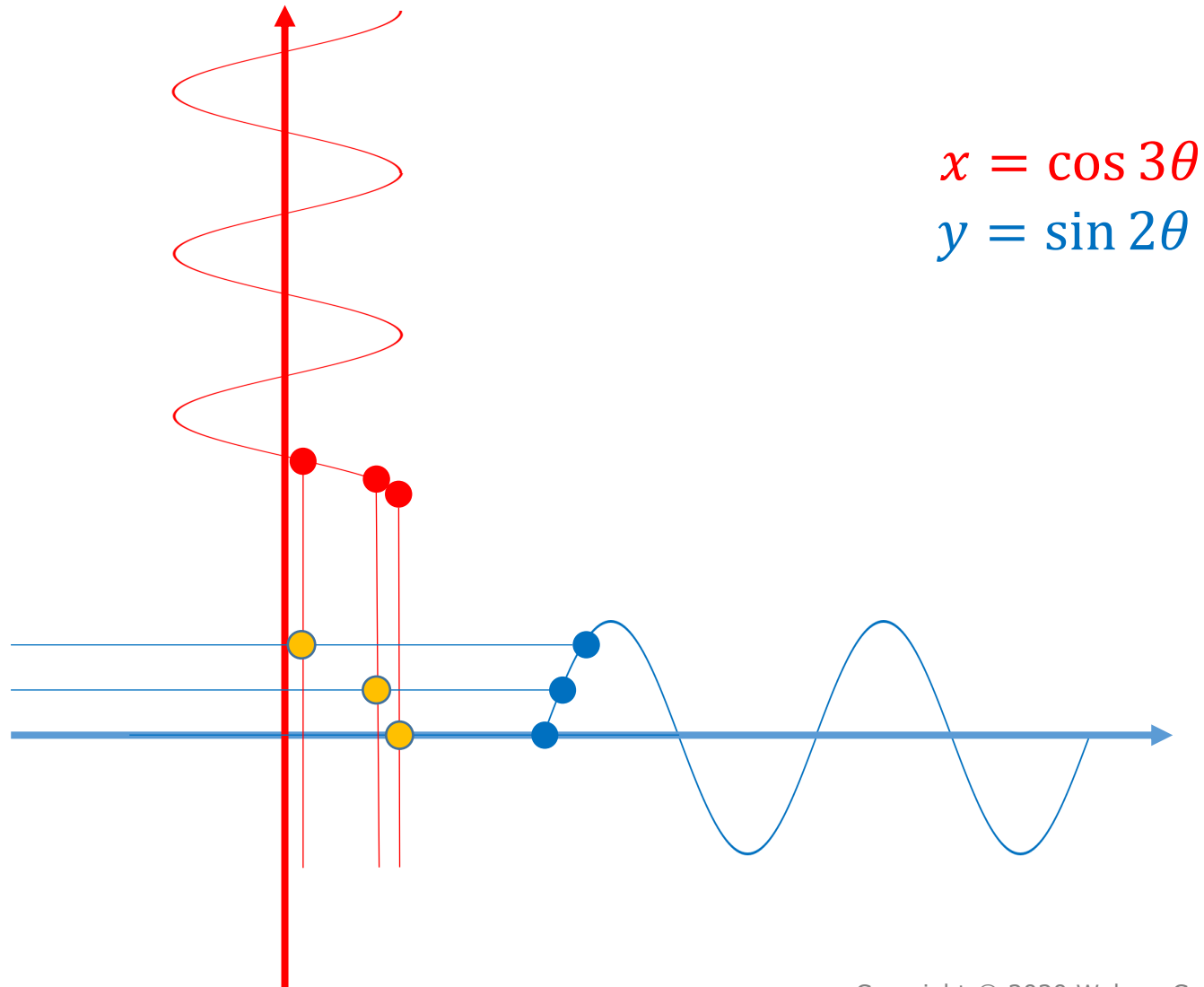
リサージュ曲線



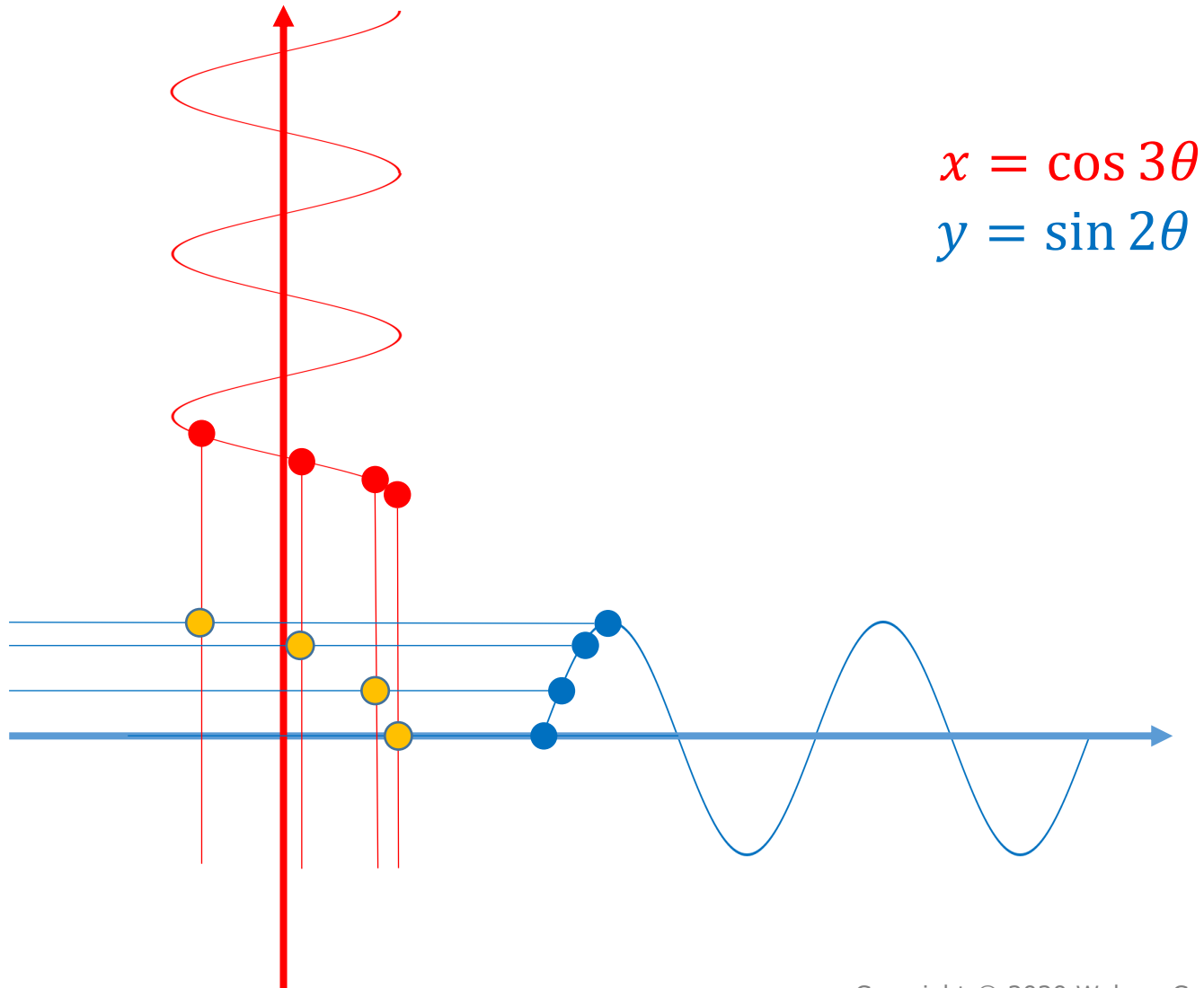
リサージュ曲線



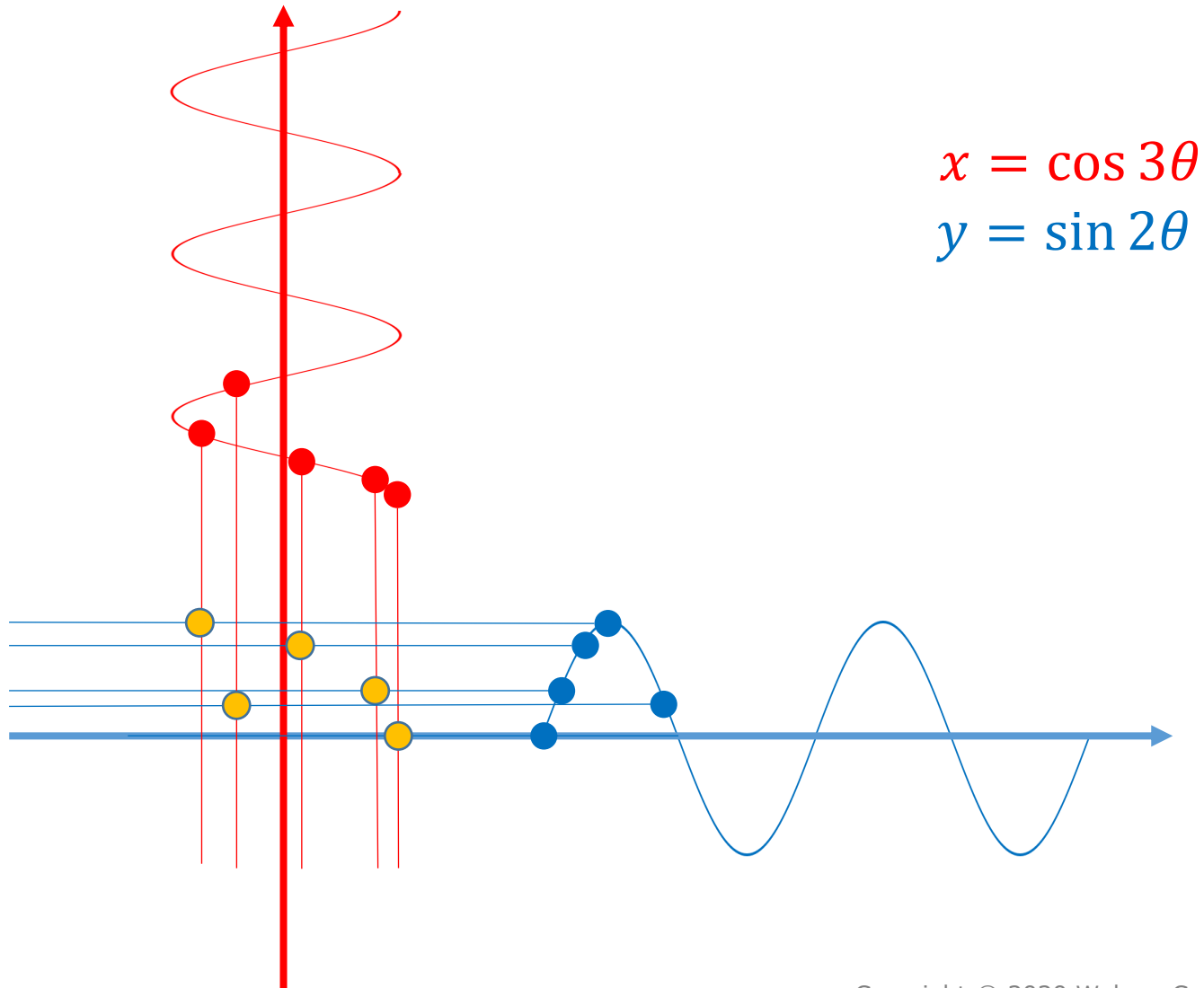
リサージュ曲線



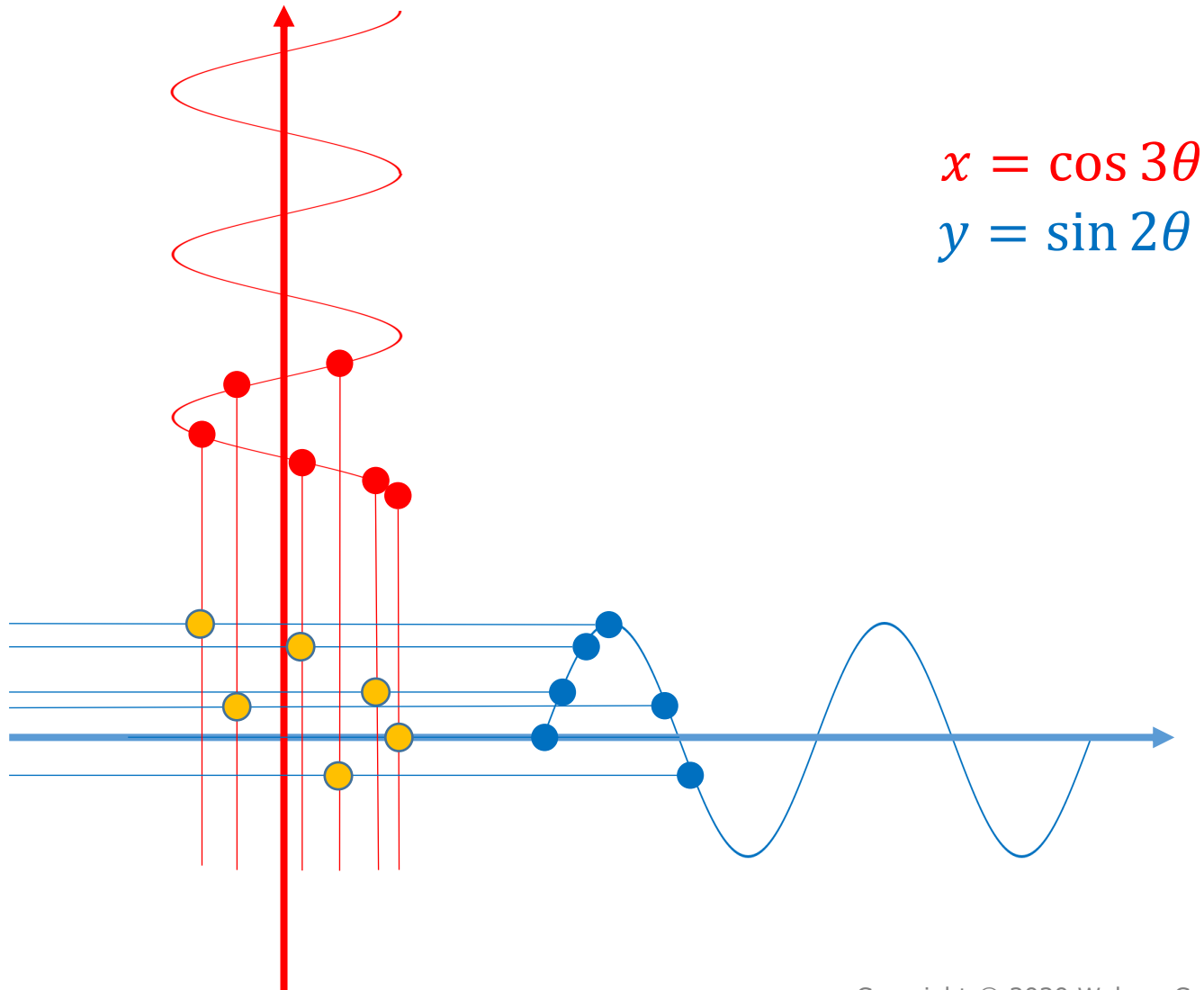
リサージュ曲線



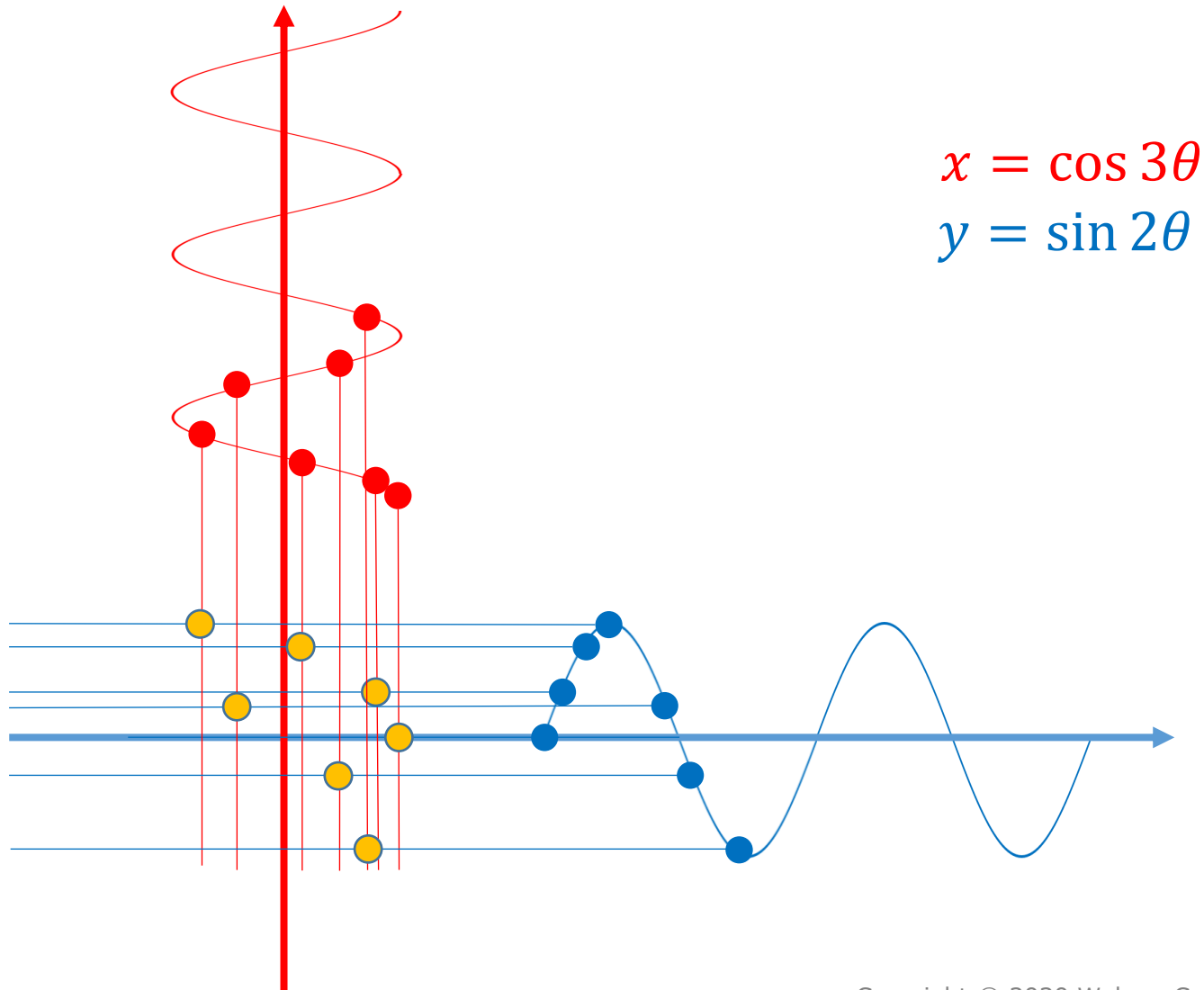
リサージュ曲線



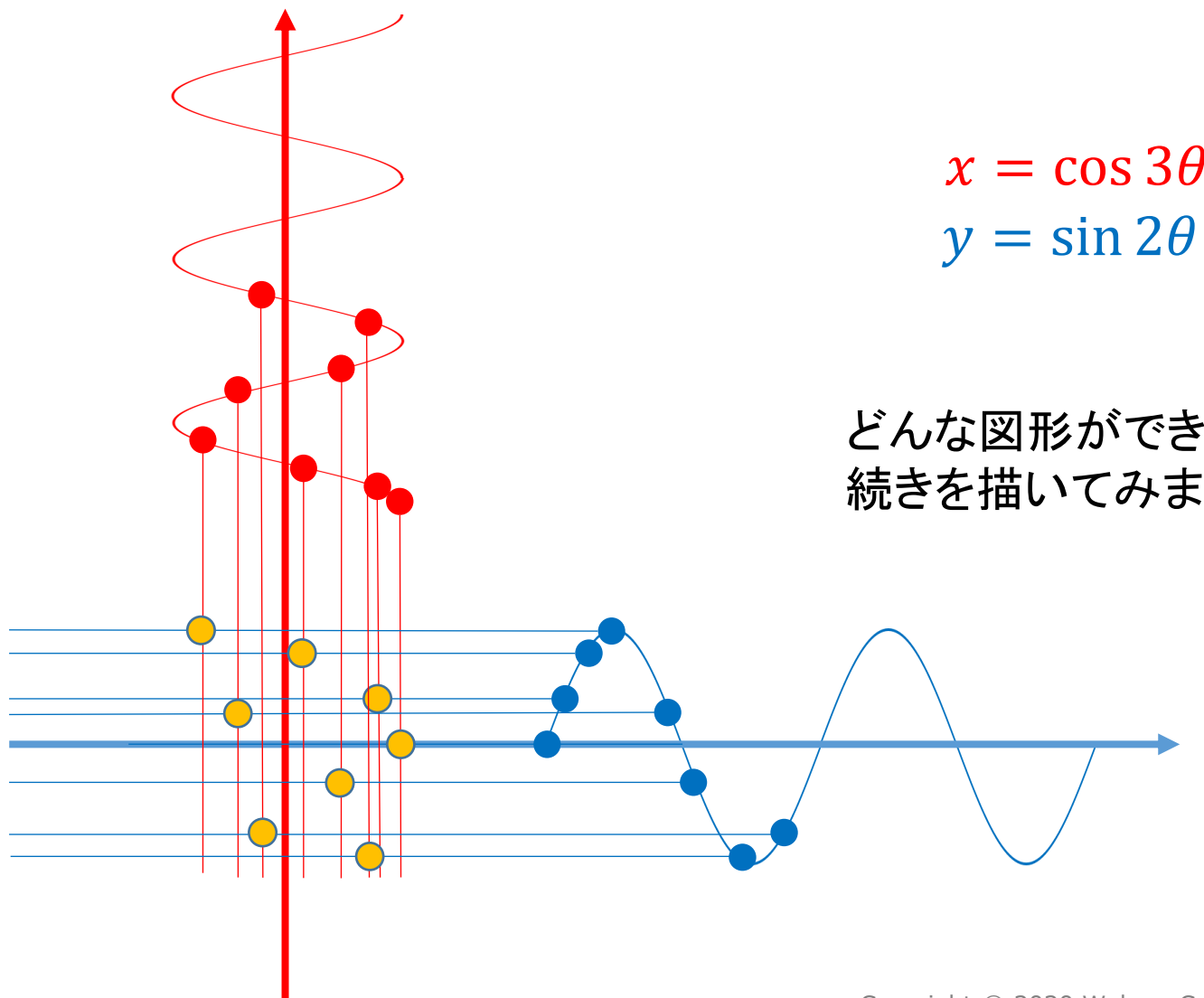
リサージュ曲線



リサージュ曲線



リサーチ曲線



演習問題 4（リサーチ曲線）

1

2

3

4

5

6

7

8

9

10

11

12

13

14

15

16

17

18

A

B

C

D

E

F

G

H

I

J

K

L

演習問題 4

(1) 周期(3,2)のリサーチ曲線を描いてみよう。

(2) 周期を入れて糸掛けを行いましょう。

n	x	y
0		
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		

a	3
b	2
N	

=COS(2*PI()*B10*\$G\$9/100)

演習問題 4（リサーチ曲線）

1

2

3

4

5

6

7

8

9

10

11

12

13

14

15

16

17

18

A

B

C

D

E

F

G

H

I

J

K

L

演習問題 4

(1) 周期(3,2)のリサーチ曲線を描いてみよう。

(2) 周期を入れて糸掛けを行いましょう。

n	x	y	a	3
0			b	2
1			N	
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				

=SIN(2*PI()*B10*\$G\$10/100)

演習問題 4 (リサーチ曲線・周期)

演習問題 4

(1) 周期(3,2)のリサーチ曲線を描いてみよう。

(2) 周期を入れて糸掛けを行いましょう。

n	x	y
0		
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		

a	3
b	2
N	

=COS(2*PI()*B10*\$G\$9*\$G\$11/100)

周期を追加する

演習問題 4（リサーチ曲線・周期）

1

2

3

4

5

6

7

8

9

10

11

12

13

14

15

16

17

18

A

B

C

D

E

F

G

H

I

J

K

L

演習問題 4

(1) 周期(3,2)のリサーチ曲線を描いてみよう。

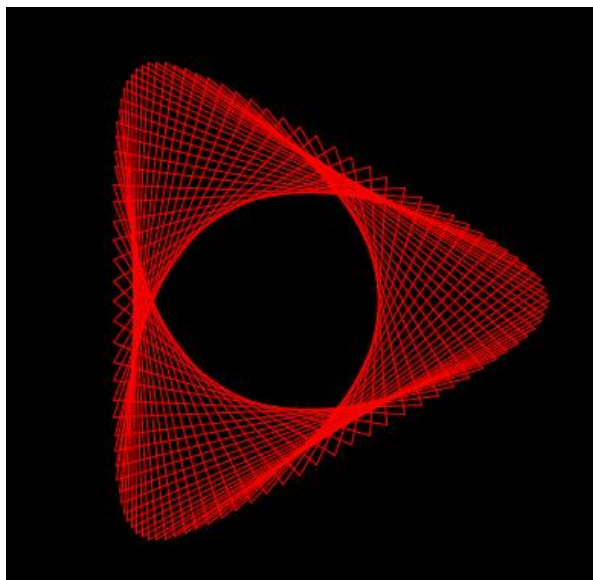
(2) 周期を入れて糸掛けを行いましょう。

n	x	y	a	3
0			b	2
1			N	
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				

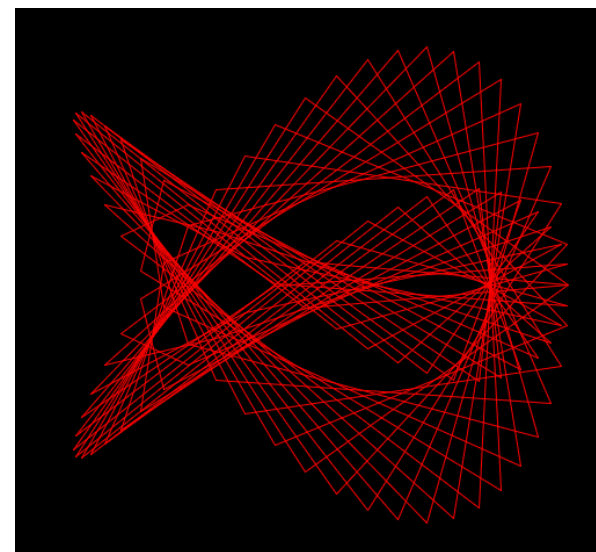
=SIN(2*PI()*B10*\$G\$10*\$G\$11/100)

周期を追加する

その他の複雑な曲線

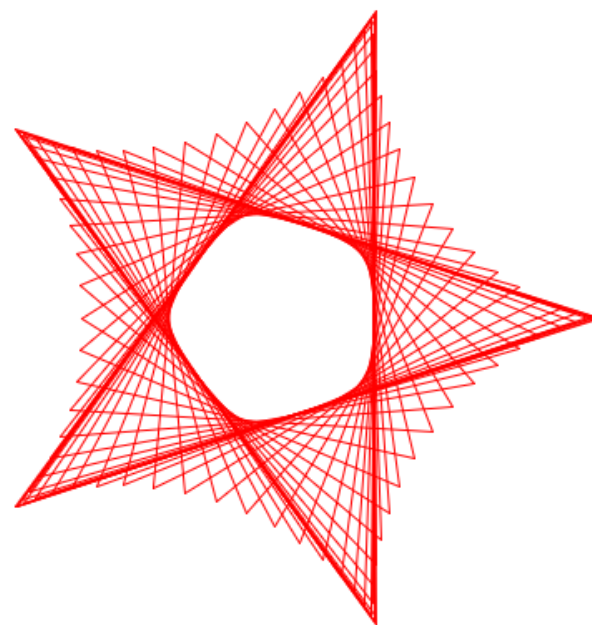
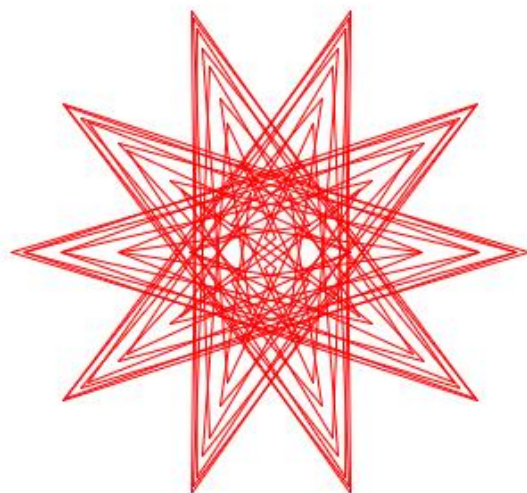
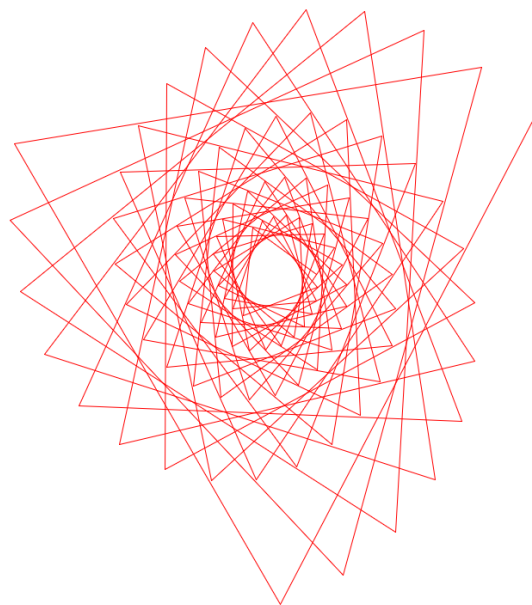


ハイポサイクロイド
+
トロコイド
+
リサージュ
+
周期



Excelアート

媒介変数表示(パラメータ表示)の応用によりさまざまな曲線を描くことができる。



Excelを使った"カオス"の可視化

カオス: 初動によって予測不可能な変化をみせる

