

# デザイン数学セミナー

本日は和からの「デザイン数学セミナー」にご参加いただき、ありがとうございます。

17:00 開始です。

- ・マイクは【ミュート】にしていただきご参加ください。
- ・チャット機能をご活用ください。  
コメントや感想、質問など、なんでも構いません！

本日はよろしくお願ひします。

万が一、接続の影響等でZoomから出てしまった場合、  
恐れ入りますが同じURLから入り直しをお願いいたします。

# デザイン数学セミナー

第1回 黄金比と幾何学

# 講師紹介

## • 講師

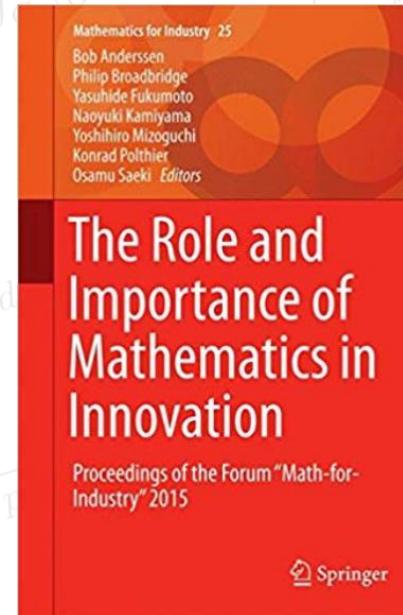
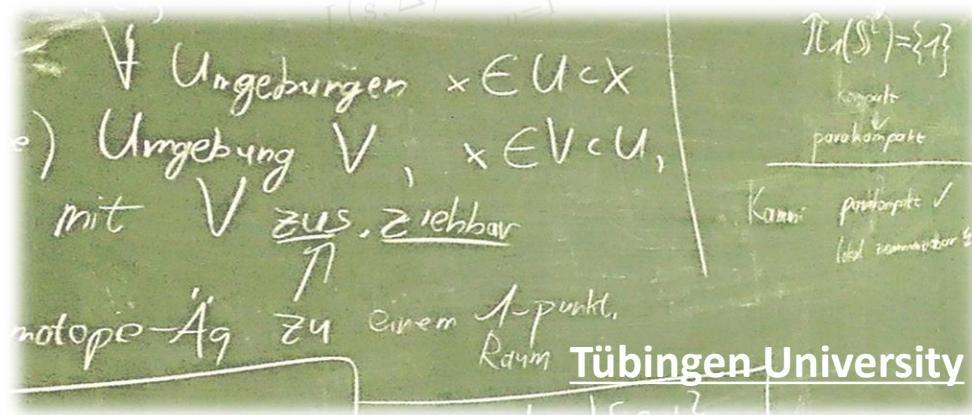
岡本 健太郎 【数理学博士】

(おかもと けんたろう)

  $\zeta$ Walker@walker0226

## • 経歴

- ・ テュービンゲン大学（ドイツ）研究員
- ・ 日本学術振興会 特別研究員
- ・ 九州大学 博士後期課程修了（数理学）



### Zeta Function Associated with the Representation of the Braid Group

Kentaro Okamoto

**Abstract** There is a well-known zeta function of the Z-dynamical system generated by an element of the symmetric group. By considering the zeta functions as a model, we construct a zeta function of an element of the braid group. In this article, we show that the Alexander polynomial which is the most classical polynomial invariant of knots can be expressed in terms of this braid zeta function. Furthermore, we show that the zeta function associated with the tensor product representation  $\beta_{\sigma}^{(n)}$  can be expressed by some braid zeta function for the case of special braids whose closures are isotopic to certain torus knots. Moreover, we introduce the zeta function associated with the Jones representation which is defined by using the R-matrix satisfying the Yang-Baxter equation. Then, we calculate this zeta function for  $n = 3$  and show the relation between the Alexander polynomial and the Jones polynomial.

**Keywords** Zeta function · Braid group · Representation theory · Knot theory

#### 1 Introduction

Let  $S_n$  be the symmetric group acting on the finite set  $X := \{1, 2, \dots, n\}$ . Then, for any permutation  $\sigma \in S_n$ , the Z-dynamical zeta function of  $\sigma$  is defined as

$$\zeta(s, \sigma) := \exp \left[ \sum_{m=1}^{\infty} \frac{|\text{Fix}(\sigma^m)|}{m} s^m \right], \quad (1)$$

where  $\text{Fix}(\sigma^m)$  is the set of fixed points defined as follows:

$$\text{Fix}(\sigma^m) := \{x \in X \mid \sigma^m x = x\}. \quad (2)$$

K. Okamoto (ED)  
Kyushu University, Nishi-ku, Fukuoka 819-0395, Japan  
e-mail: k-okamoto@math.kyushu-u.ac.jp

© Springer Science+Business Media Singapore 2017  
B. Andersen et al. (eds.), *The Role and Importance of Mathematics in Innovation: Mathematics for Industry 25*

51

## • 所属学会

- ・ 日本数学会

- ・ 日本アクチュアリー会

## ・ 資格

- ・ 高等学校数学教諭専修免許取得
- ・ 統計検定 1 級（数理統計）取得

# 講師紹介

## ・ 講師

岡本 健太郎 【切り絵アーティスト】  
(おかもと けんたろう)

 @Walker@walker0226

## ・ 経歴

- ・ 2019年の若手アーティスト104人に選出
- ・ 2020年2月, 代官山で切り絵の個展を開催



- ・ 2020年10月:フランスのクロリュセ城
- ・ 2021年 2月:東京上野の森美術館
- ・ 2021年 4月:東京 銀座奥野ビル2F
- ・ 2021年 4月:福岡 福岡市アジア美術館
- ・ 2021年 4月:京都 京セラ美術館
- ・ 2021年 8月:イギリス ロンドンのモール美術館
- ・ 2021年11月:東京 代官山Space K

# 黄金比とは

# 黄金比の歴史

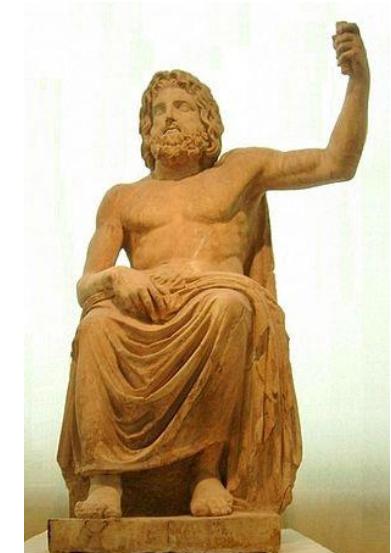
---



# 黄金比の歴史



パルテノン神殿  
建設時の総監督

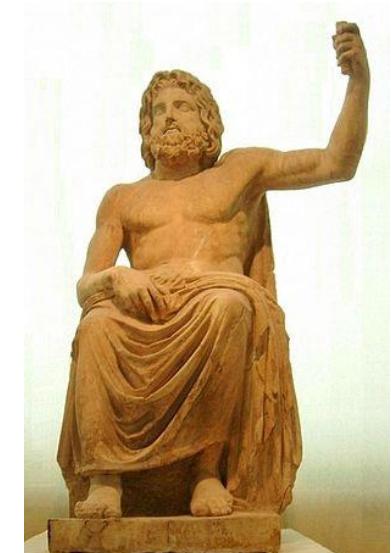


ペイディアス  
BC490頃-BC430頃

# 黄金比の歴史



パルテノン神殿  
建設時の総監督



ペイディアス  
BC490頃-BC430頃

初めて黄金比を使った人物とされている。

# 黄金比の歴史



パルテノン神殿  
建設時の総監督



ペイディアス  
BC490頃-BC430頃

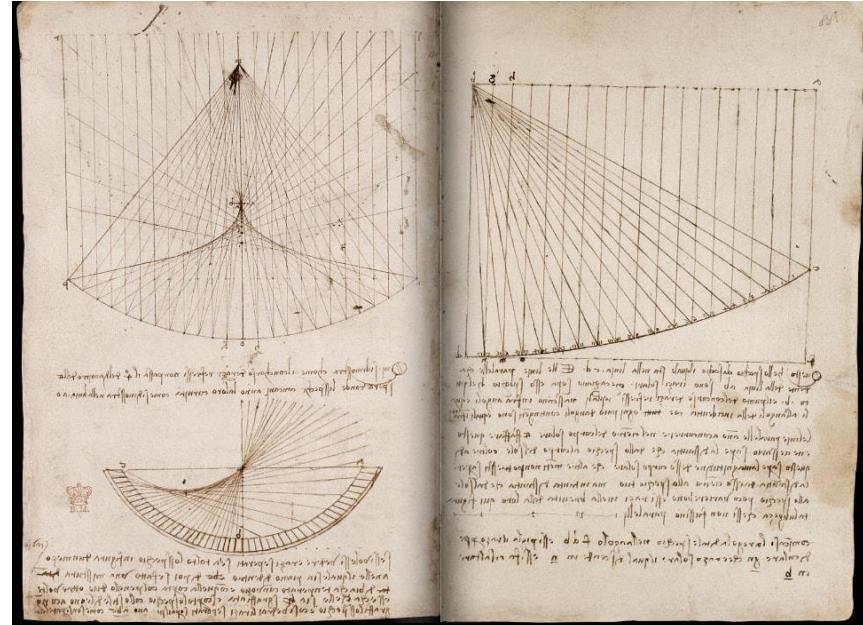
初めて黄金比を使った人物とされている。

黄金比  $\varphi$  はペイディアス( $\PhiειδΩας$ )の頭文字

# レオナルド・ダ・ヴィンチ



レオナルド・ダ・ヴィンチ  
1452-1519



# レオナルド・ダ・ヴィンチ

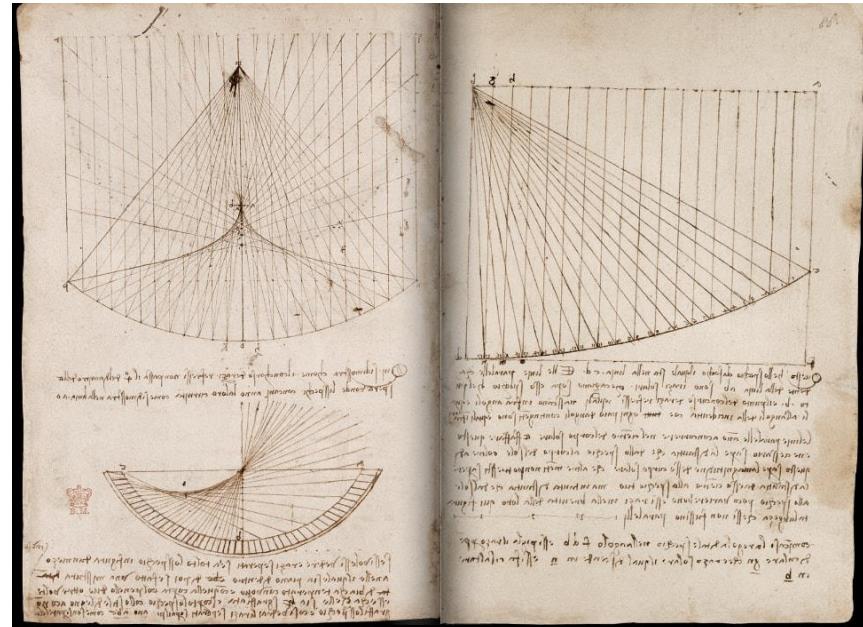


レオナルド・ダ・ヴィンチ  
1452-1519

文字は数字以外鏡文字で記している

“万能の天才”

音楽、建築学、数学、幾何学、解剖学、動植物学、天文学、気象学、光学、物理学…

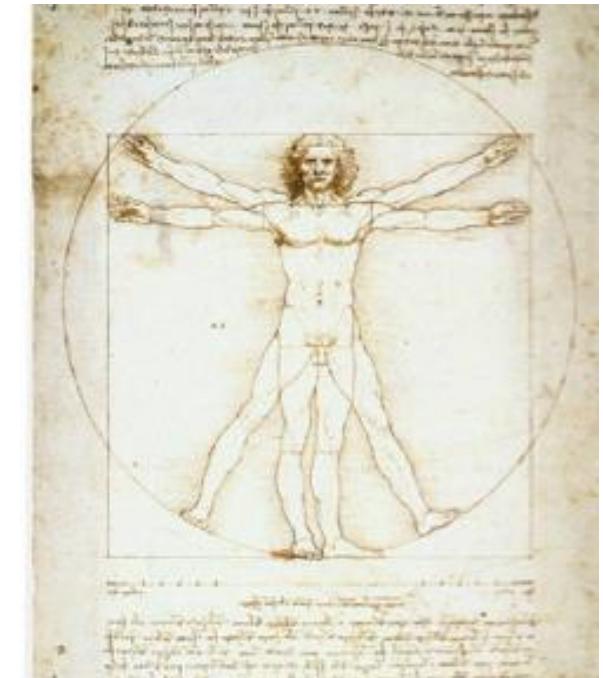


# レオナルド・ダ・ヴィンチ



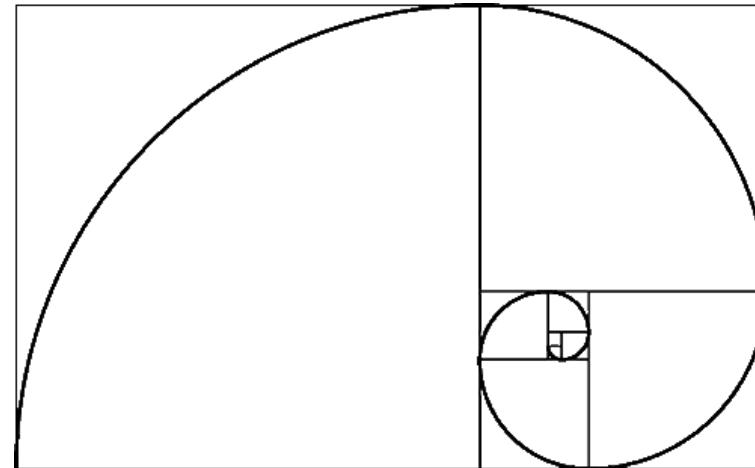
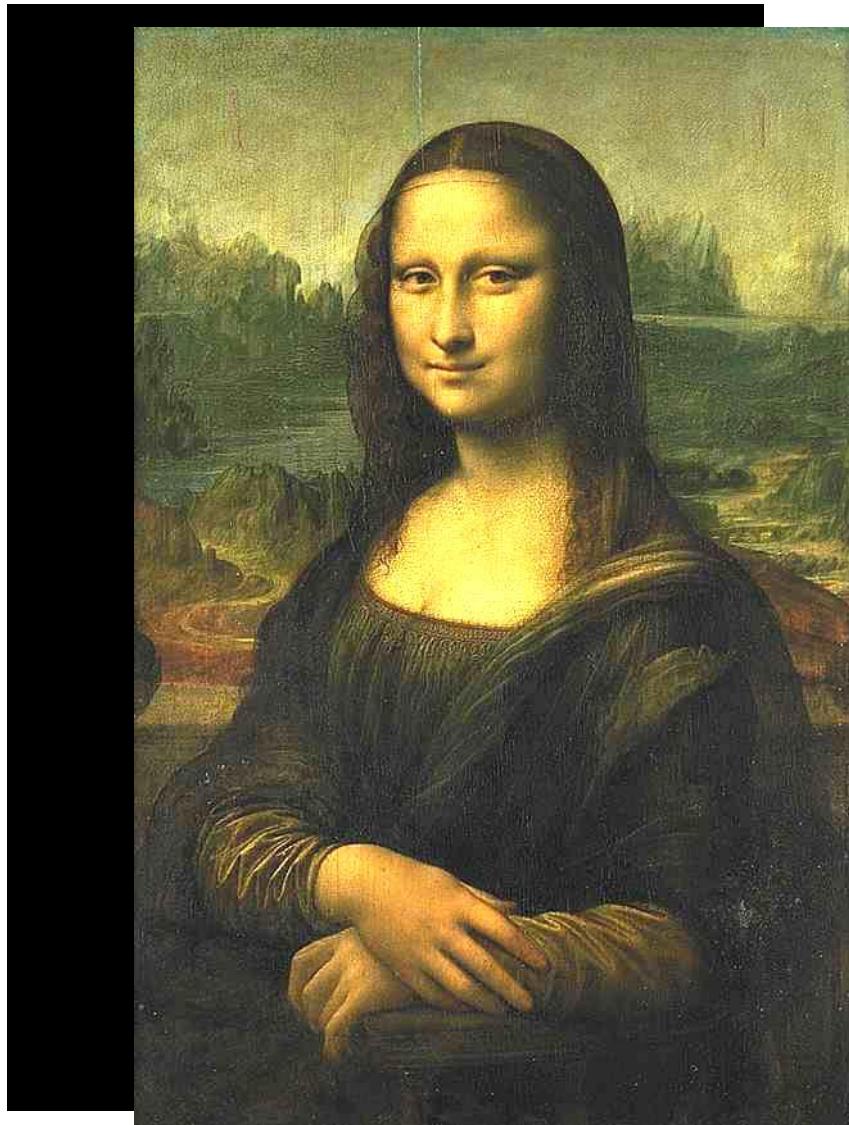
最後の晩餐

遠近法や作図的手法が用いられる  
「神聖比」と呼ばれる比率を重視した。  
数学を積極的に芸術に取り入れたのは間違いない。



ヴィトルウィウス的人体図

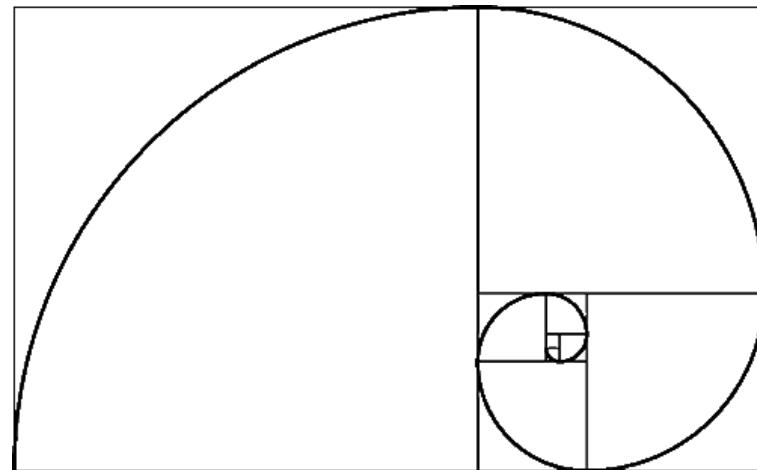
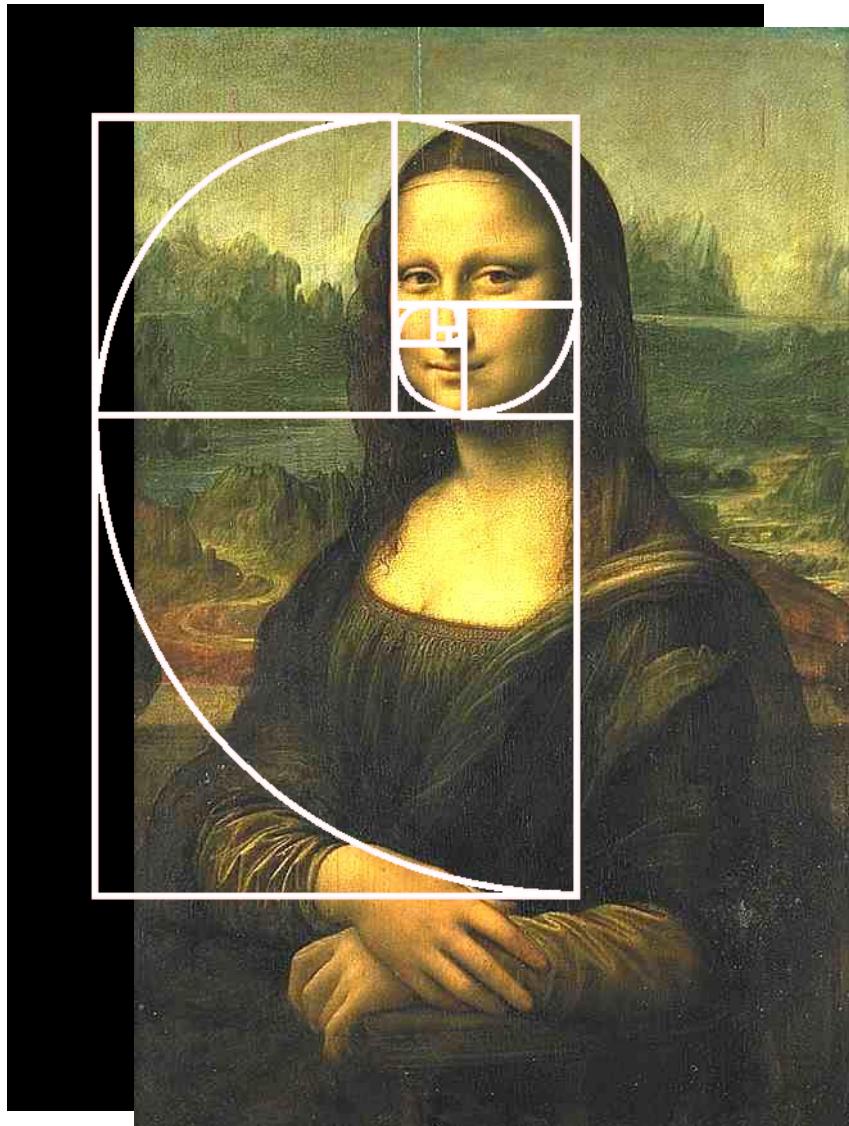
# 黄金比とアート



Mona Lisa

Da Vinci

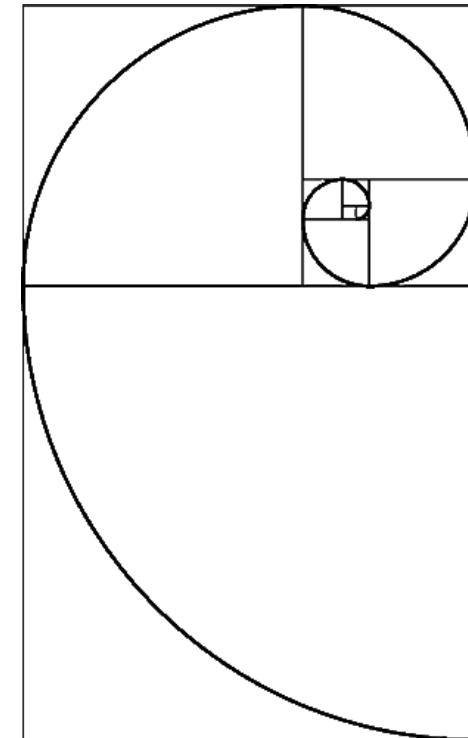
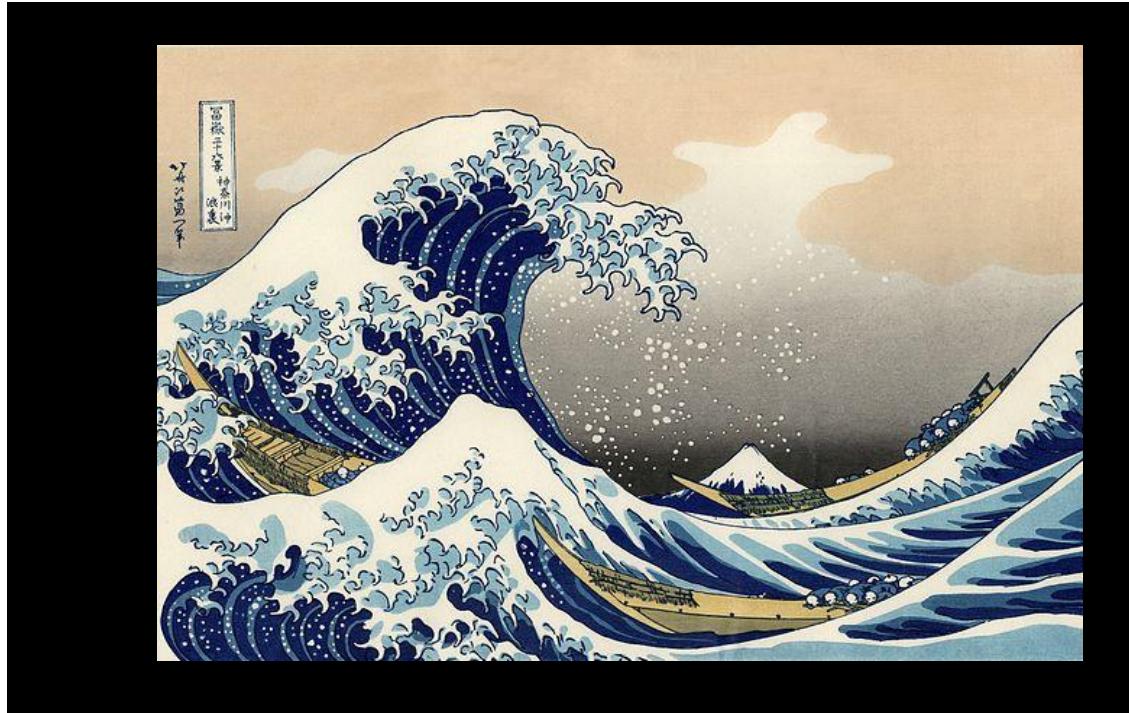
# 黄金比とアート



Mona Lisa

Da Vinci

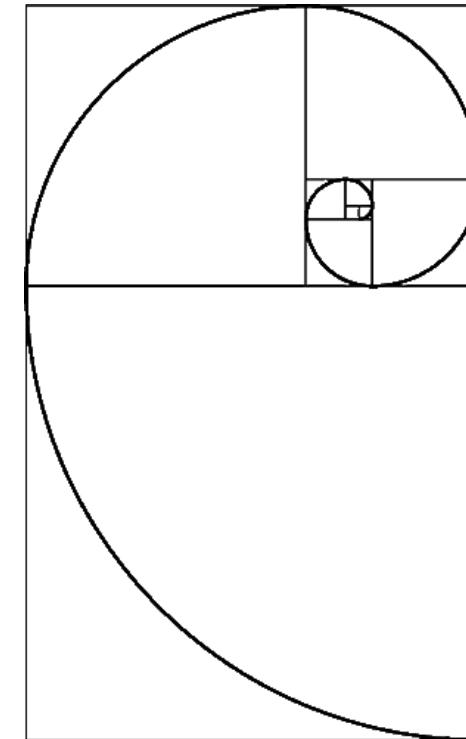
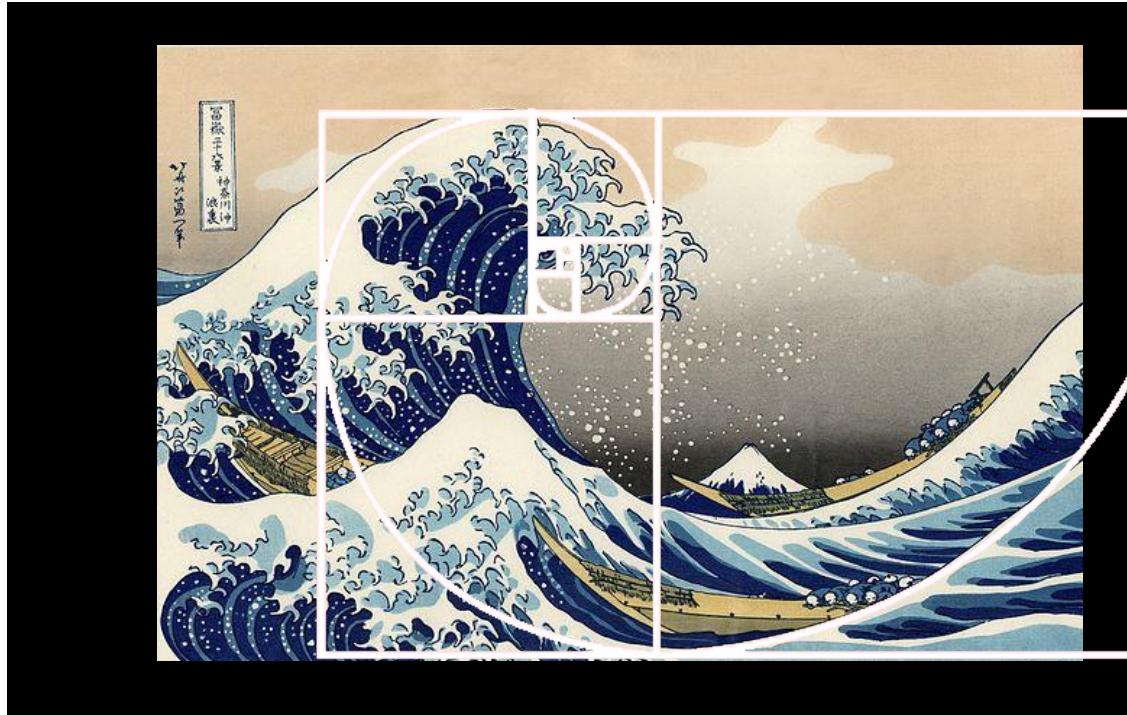
# 黄金比とアート



富嶽三十六景

Hokusai

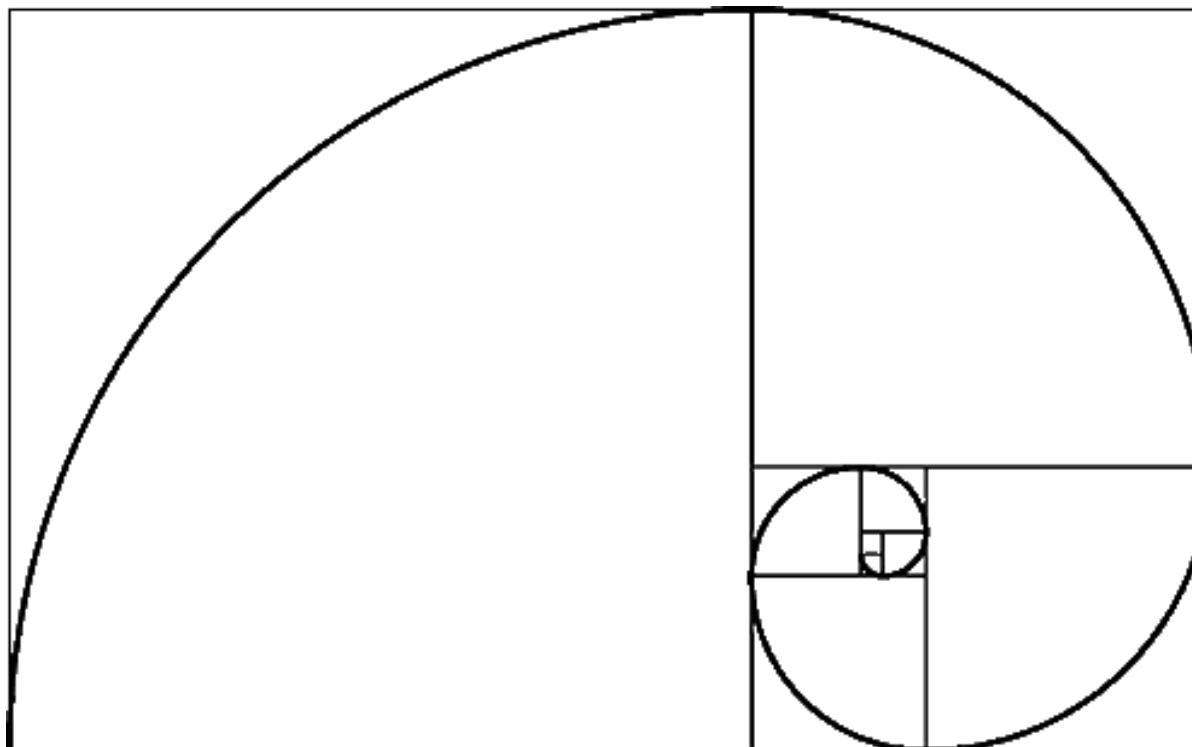
# 黄金比とアート



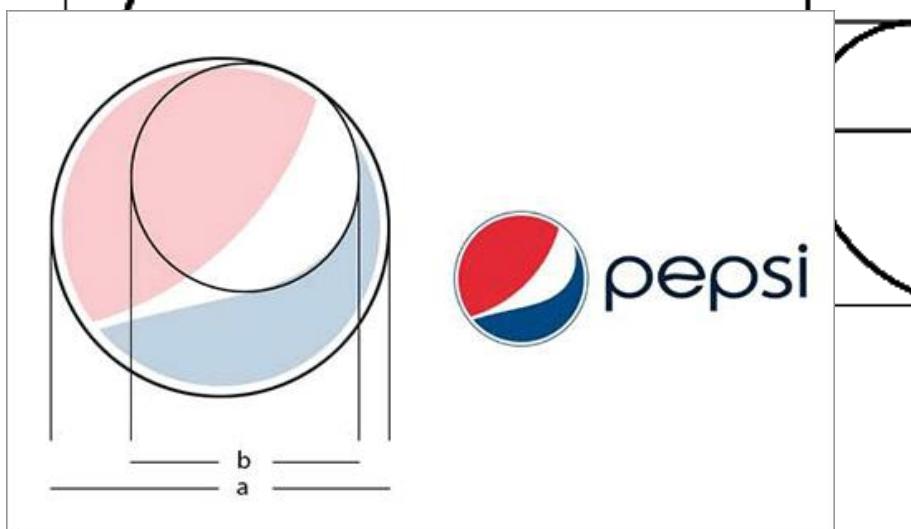
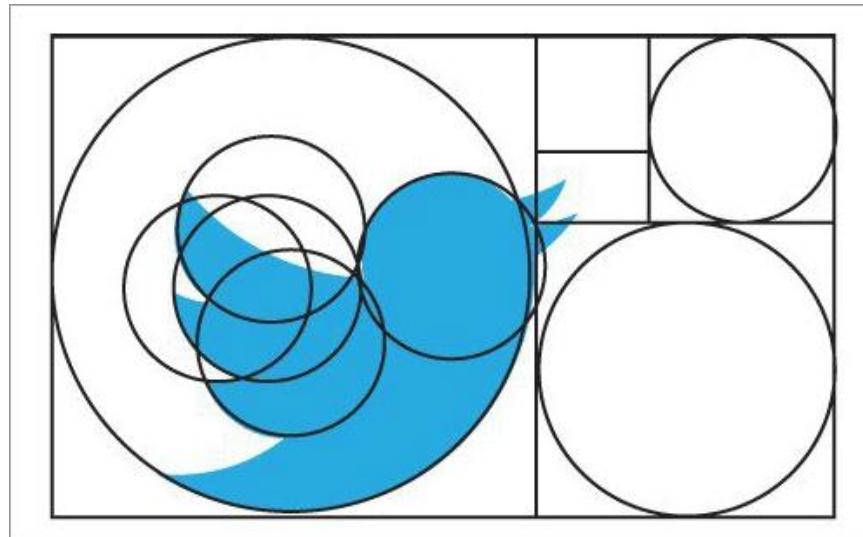
富嶽三十六景

Hokusai

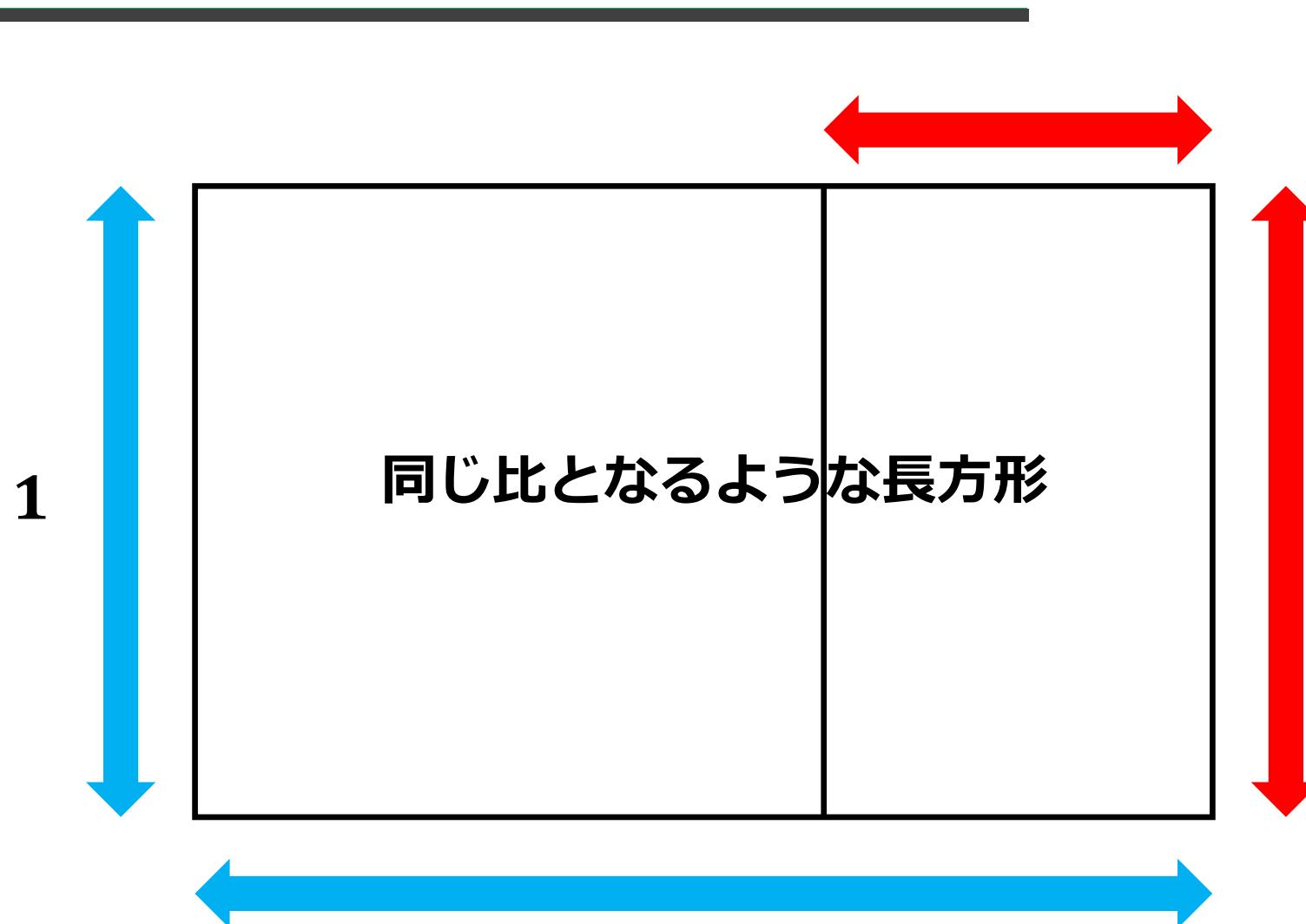
# 黄金比



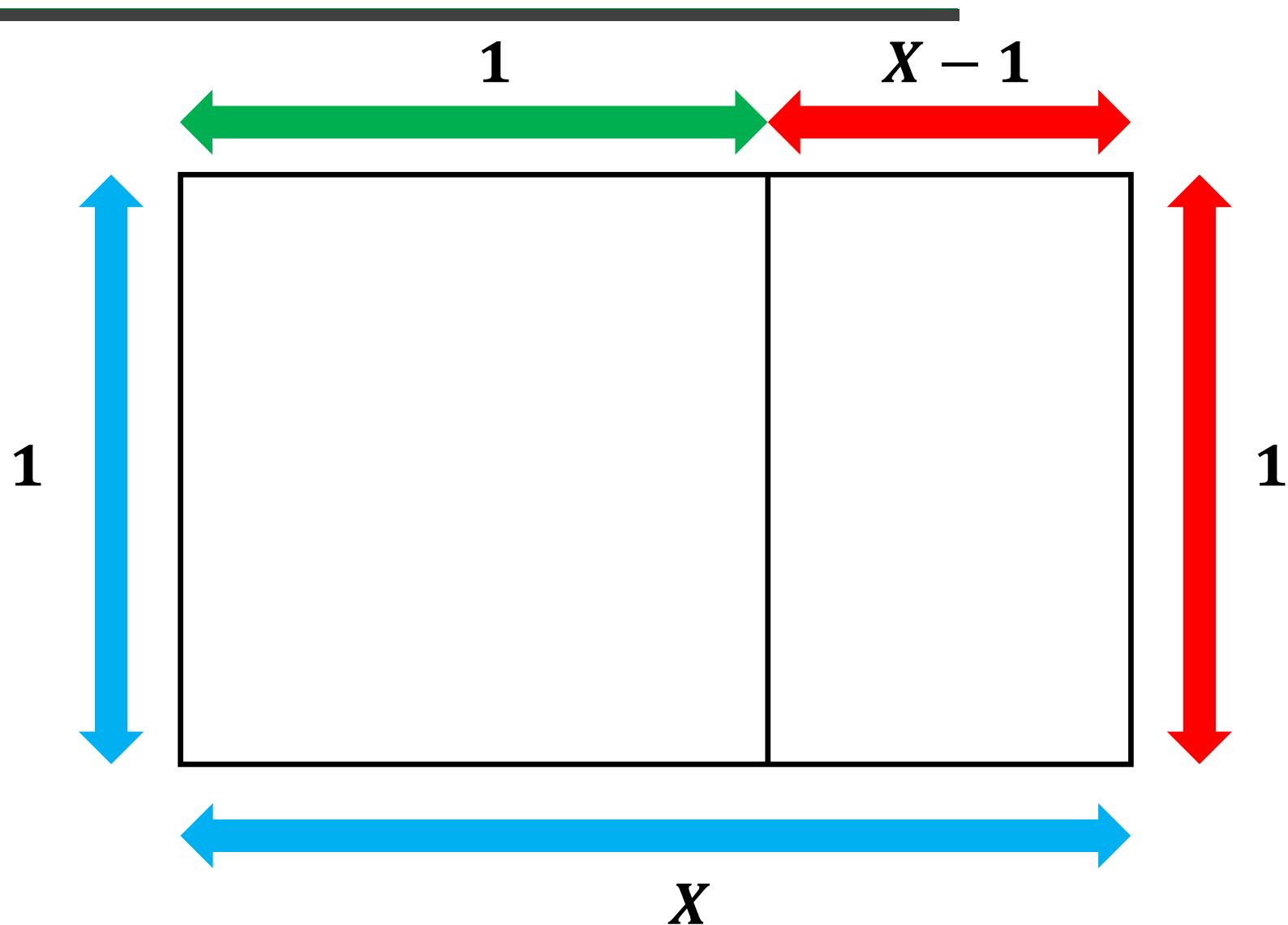
# 黄金比



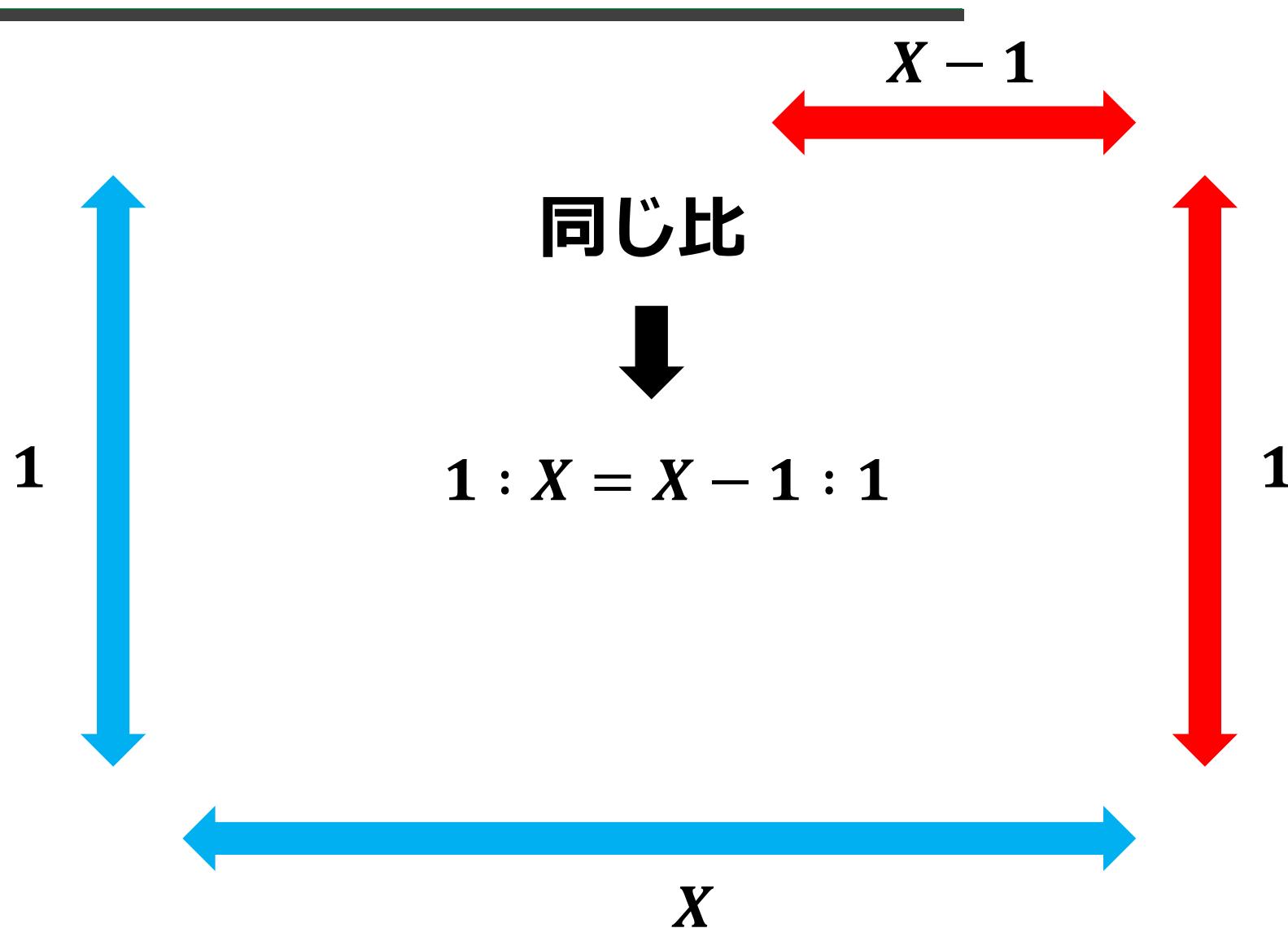
# 黄金比



# 黄金比



# 黄金比



# 黄金比

---

$$1 : X = X - 1 : 1$$

どんな数？

# 黄金比

---

$$1 \div X = X - 1$$

どんな数？

# 黄金比

---

$$1 \div X = X - 1$$

1を割った数が、1引いたものと同じになるもの

# 黄金比

---

$$1 \div 2 =$$

# 黄金比

---

$$1 \div 2 = 0.5$$

# 黄金比

---

$$\begin{aligned} 1 \div 2 &= 0.5 \\ &\text{*} \\ 2 - 1 &= 1.0 \end{aligned}$$

# 黄金比

---

$$\begin{aligned} 1 \div 1.6 &= 0.625 \\ &\dagger \\ 1.6 - 1 &= 0.6 \end{aligned}$$

# 黄金比

---

$$\begin{aligned} 1 \div 1.61 &= 0.6211 \\ &\quad \dagger \\ 1.61 - 1 &= 0.61 \end{aligned}$$

# 黄金比

---

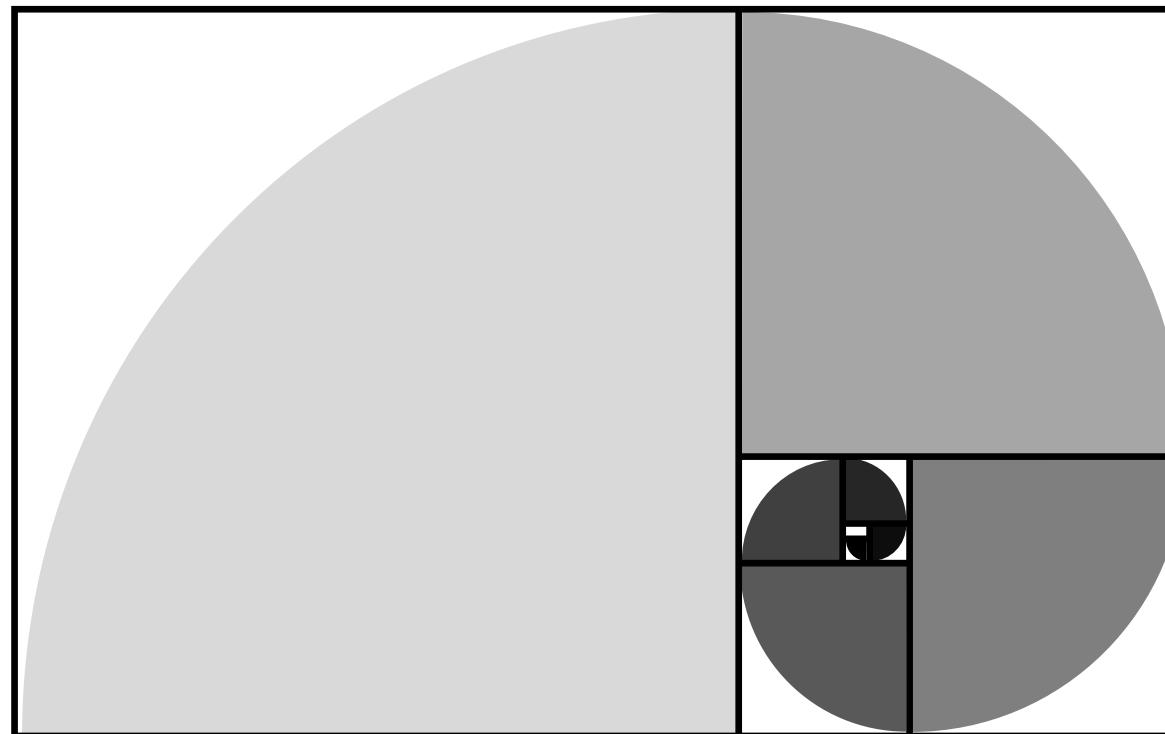
$$\begin{aligned}1 \div 1.618 &= 0.618047 \\&\quad * \\1.618 - 1 &= 0.618\end{aligned}$$

# 黄金比

---

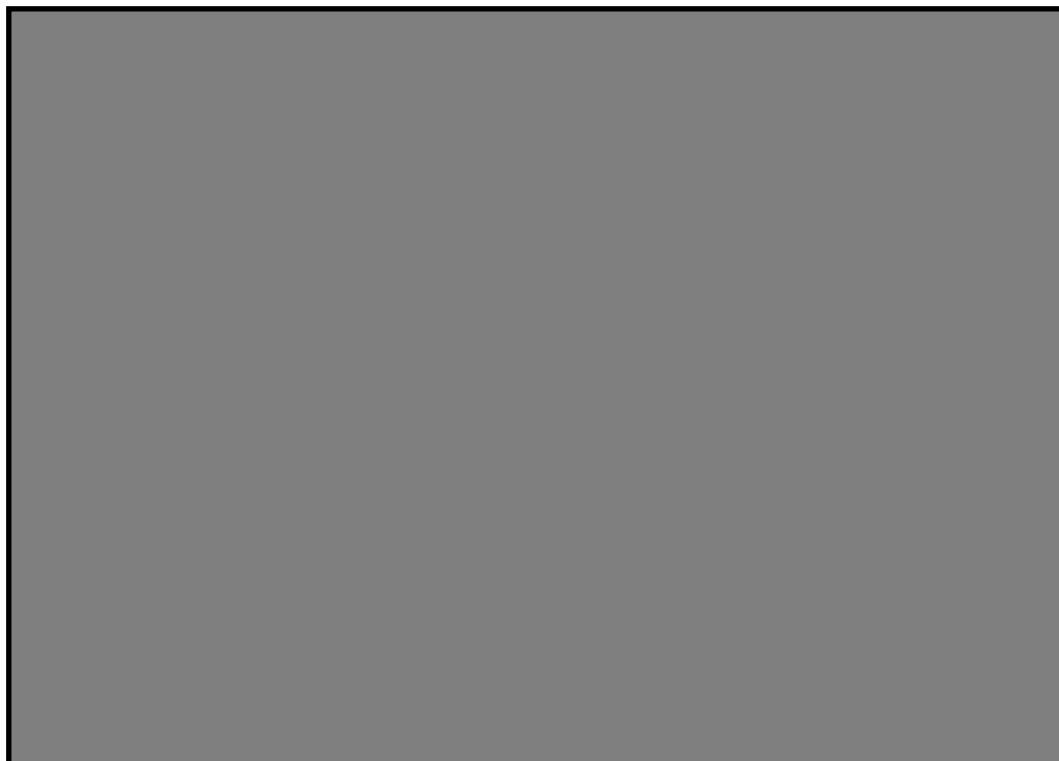
黄金比 $\approx$ 1.618

# 黄金螺旋



# 白銀比

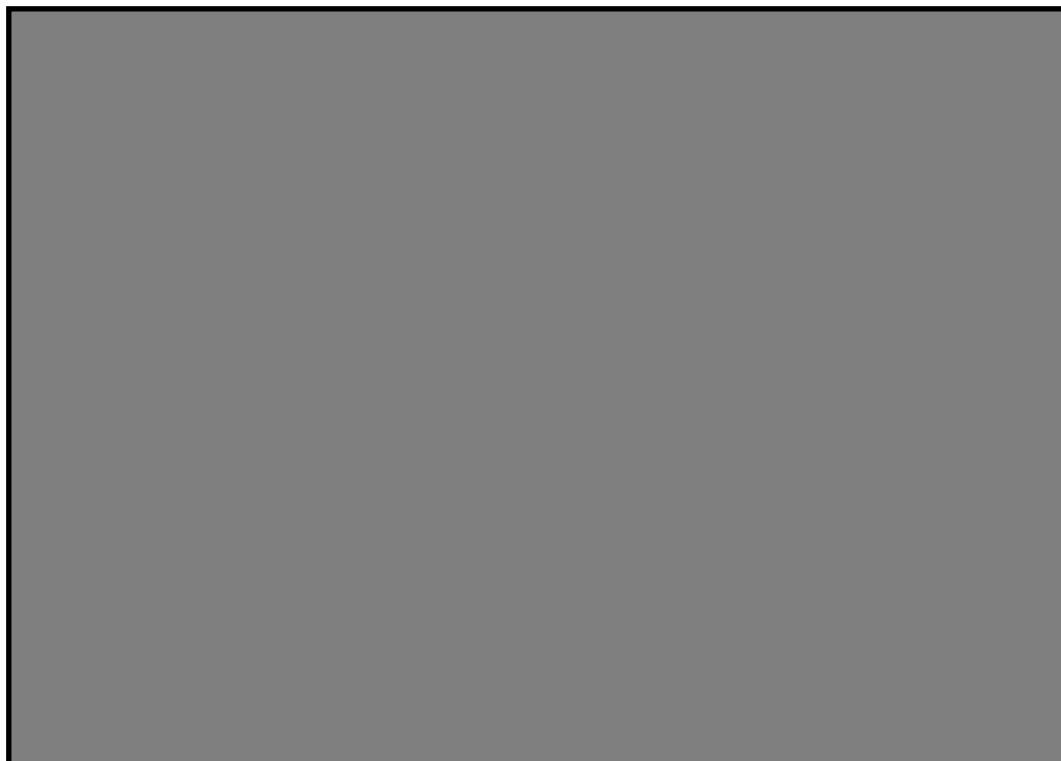
---



半分に分割する

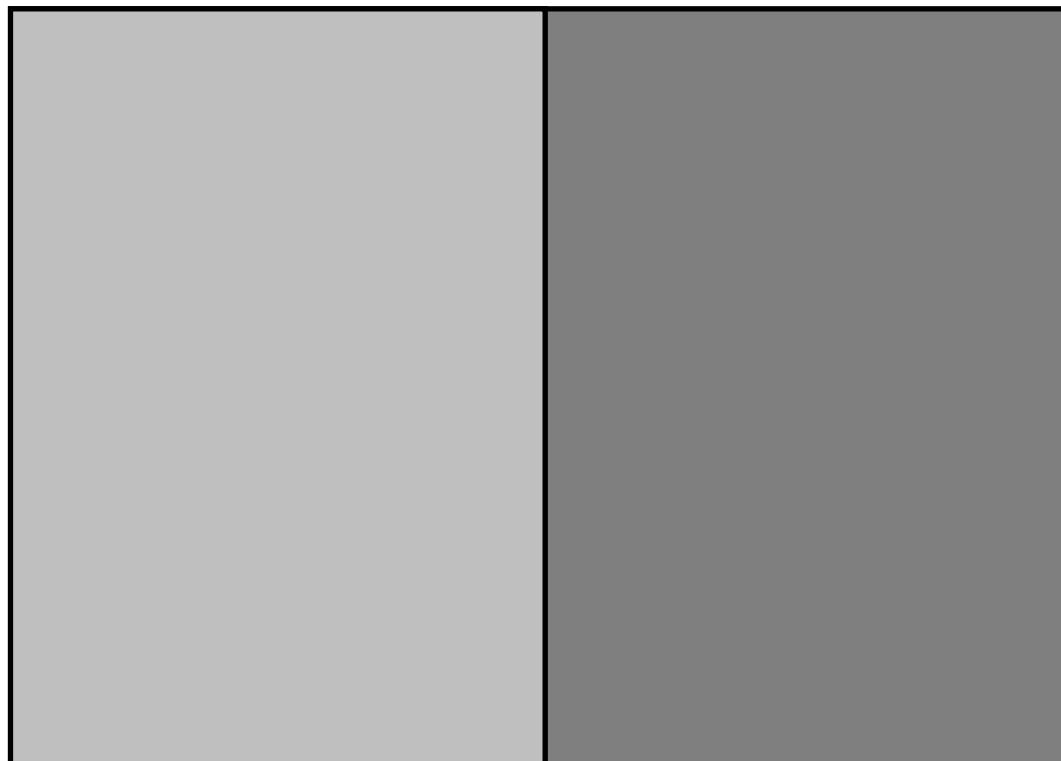
# 白銀比

---



# 白銀比

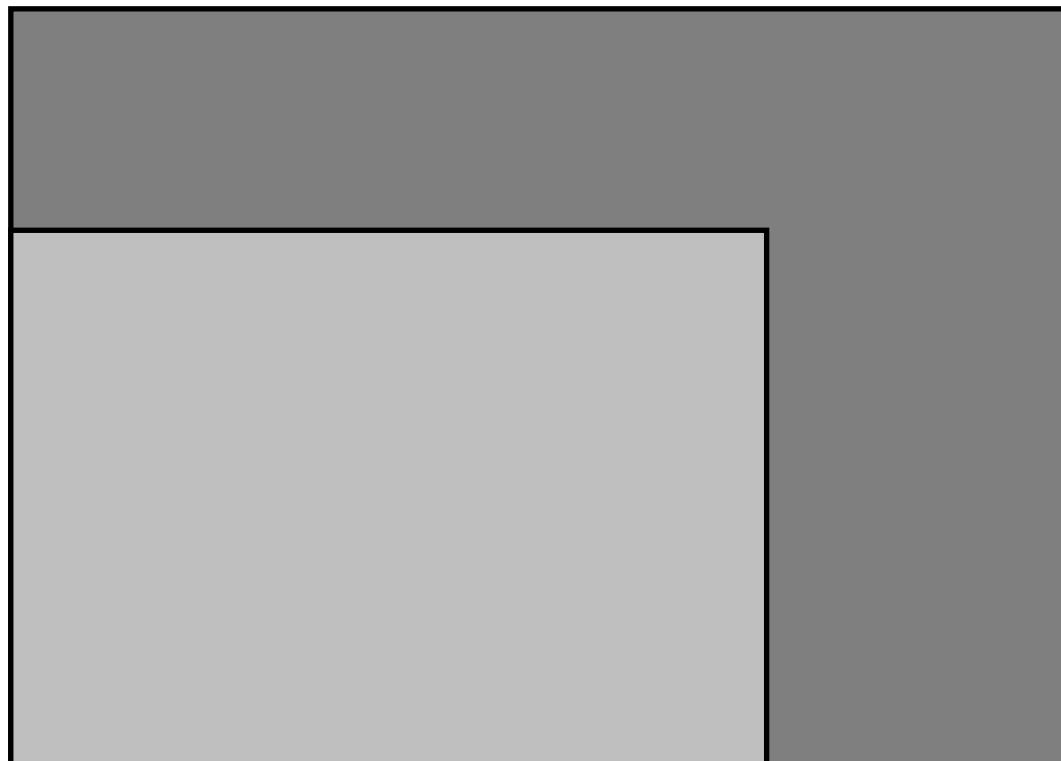
---



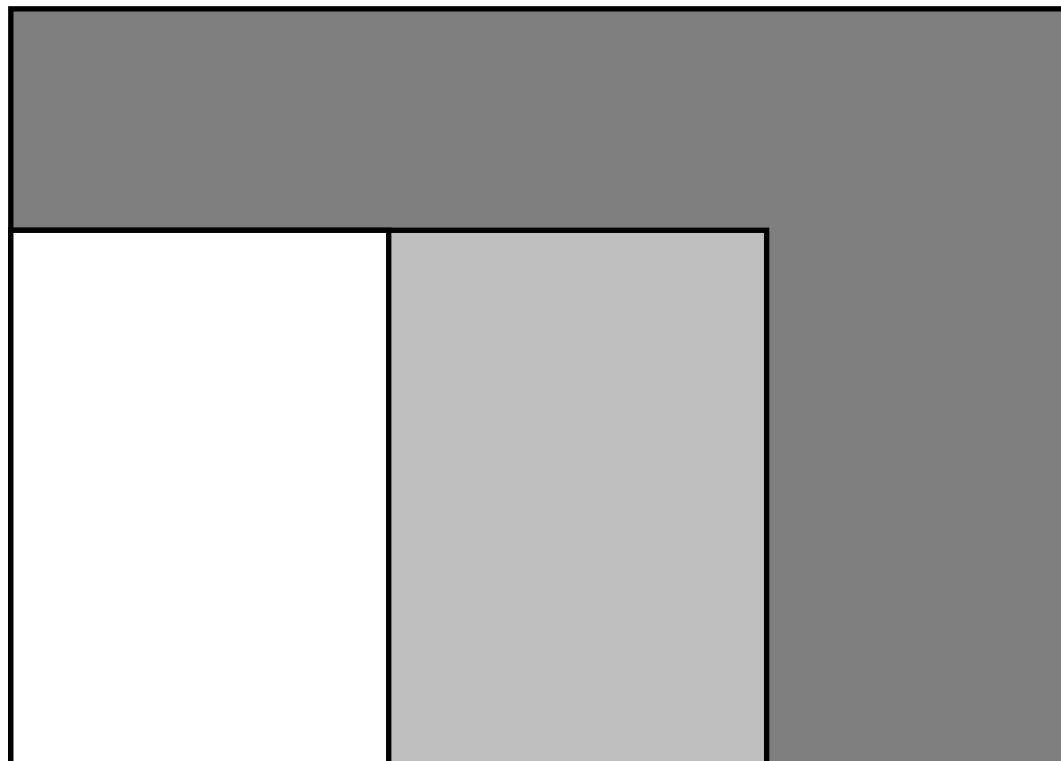
半分に分割する

# 白銀比

---

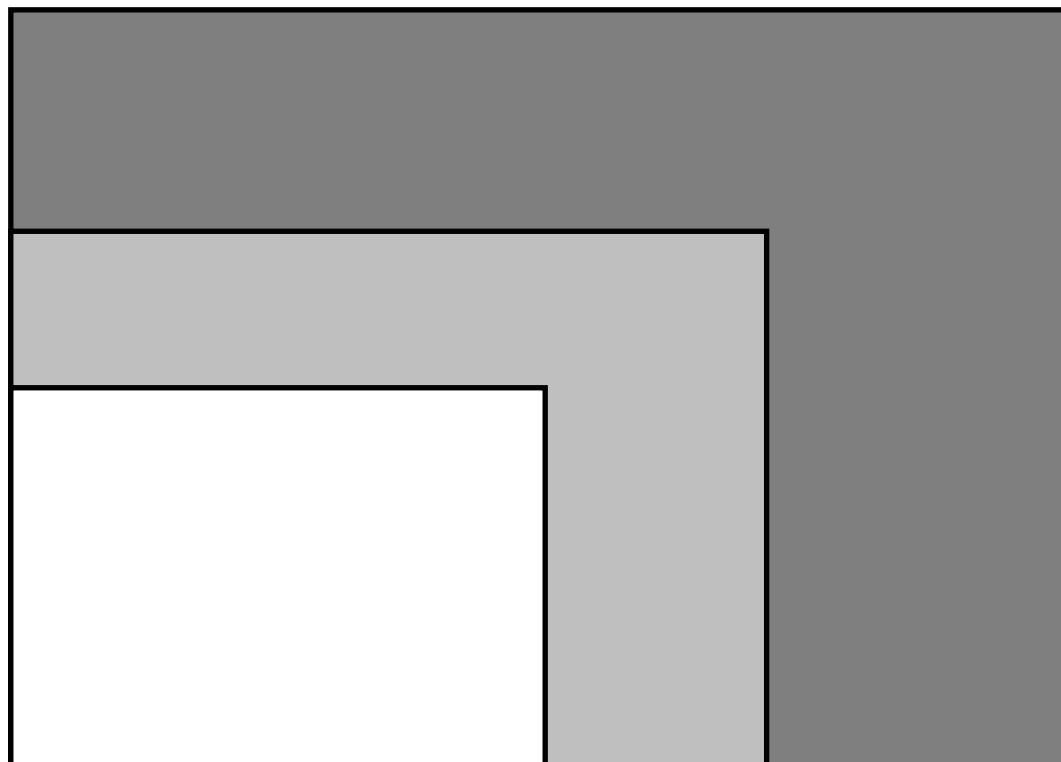


# 白銀比

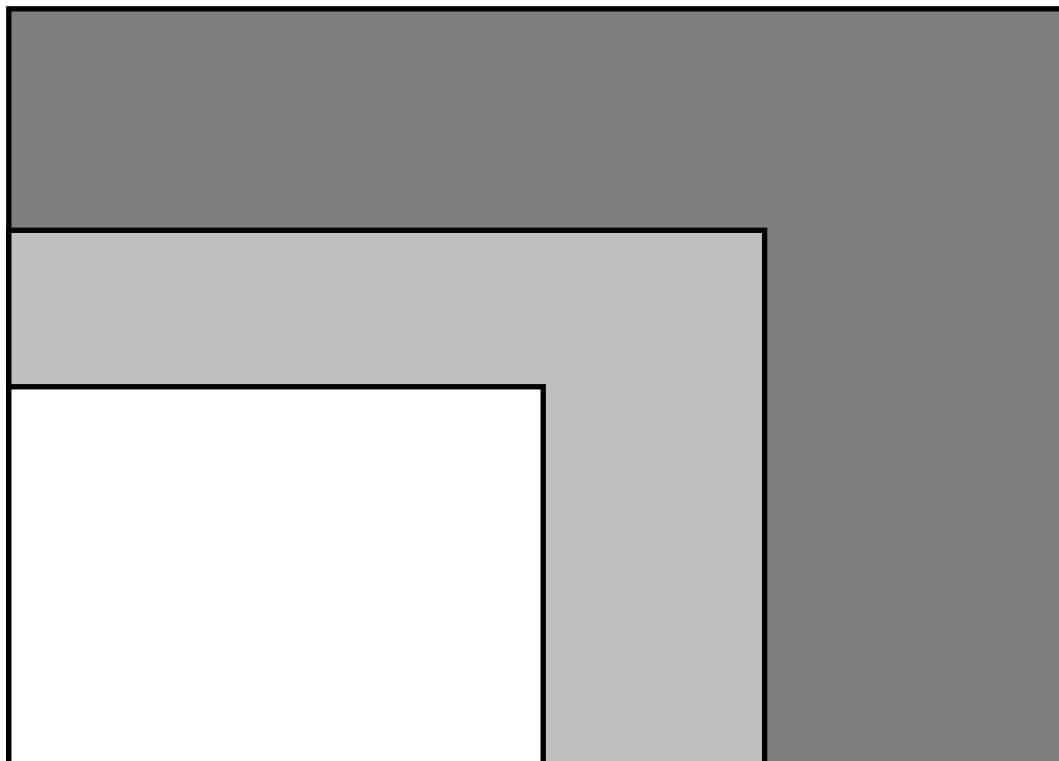


# 白銀比

---

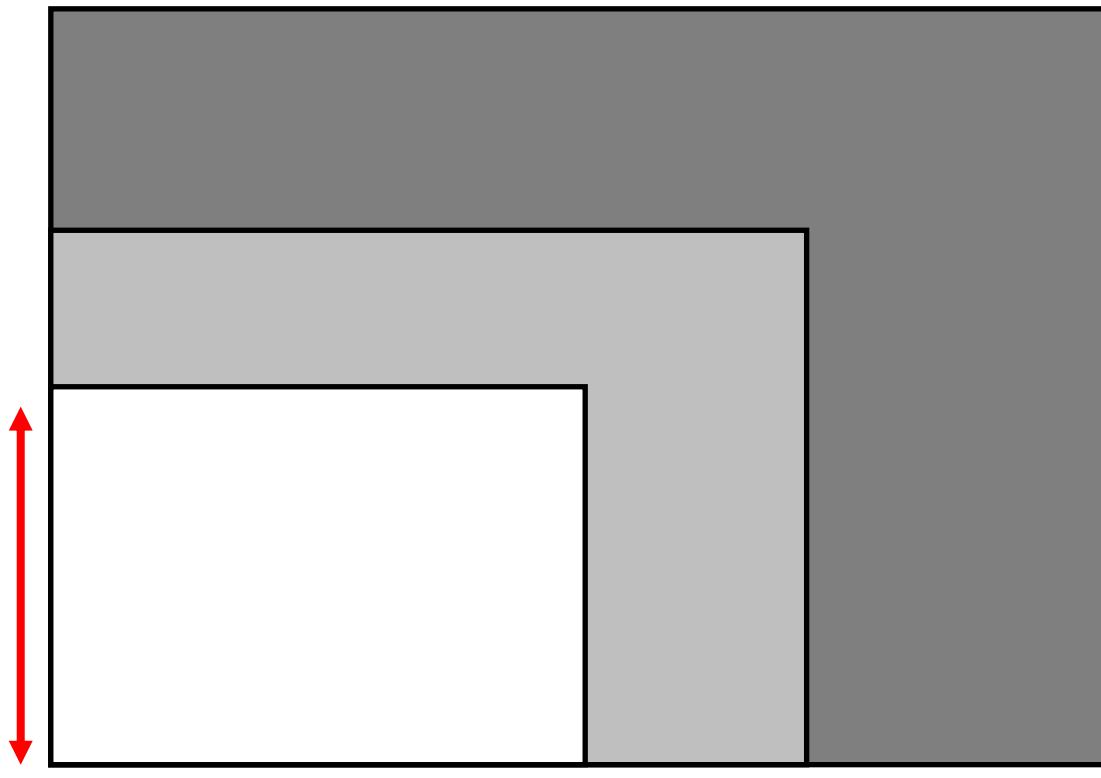


# 白銀比



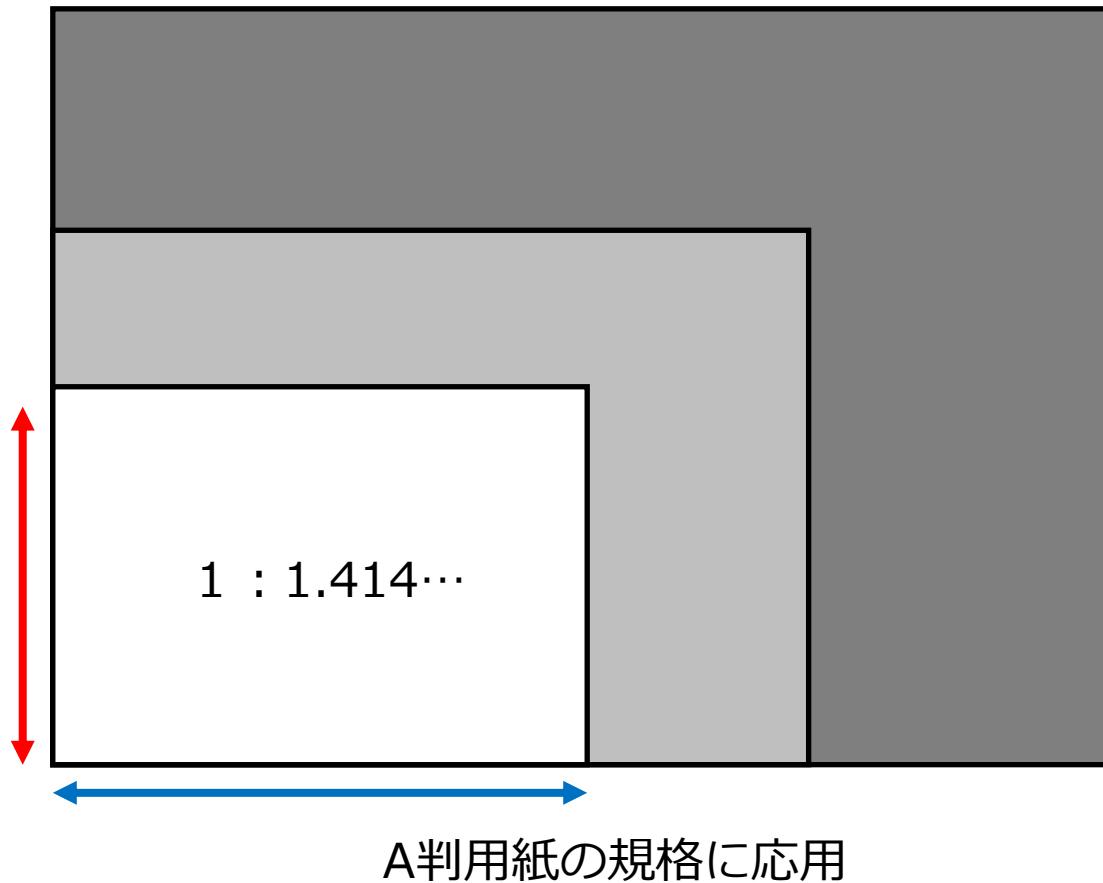
A4用紙の規格に応用

# 白銀比

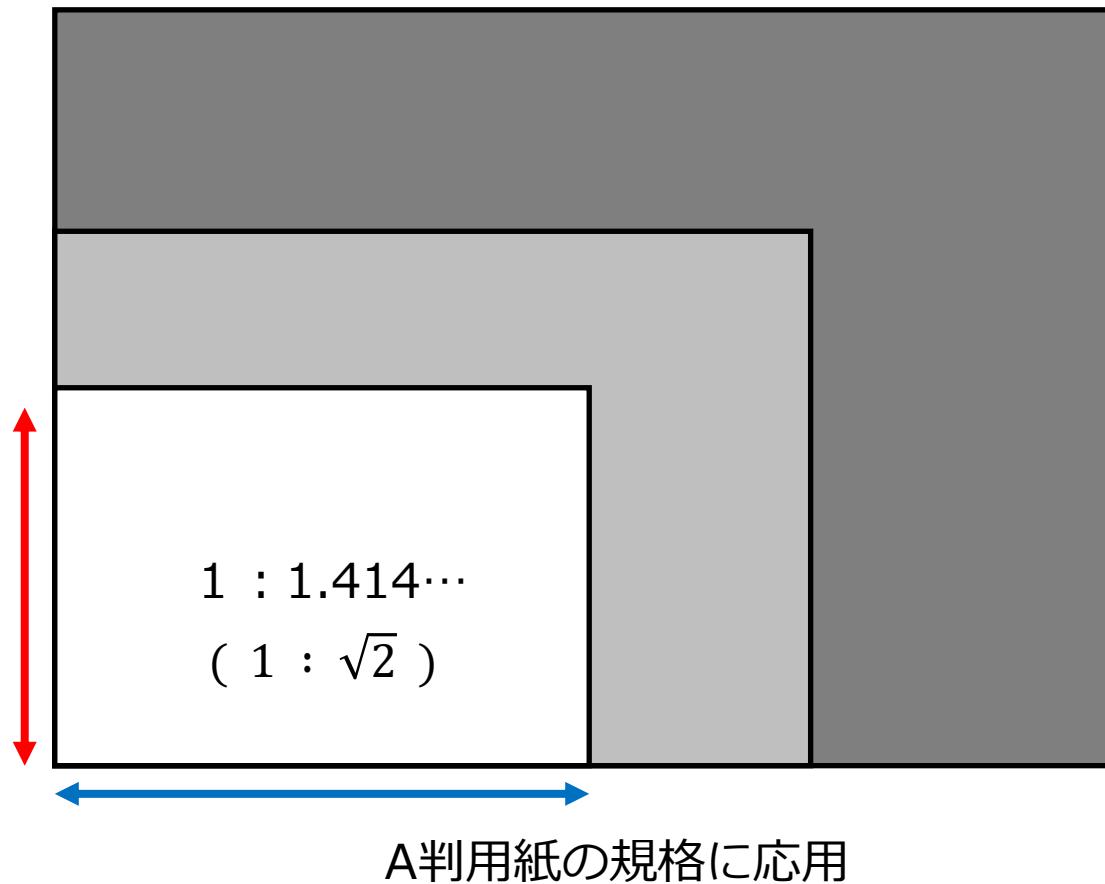


A4用紙の規格に応用

# 白銀比



# 白銀比



# もう一つの白銀比

---



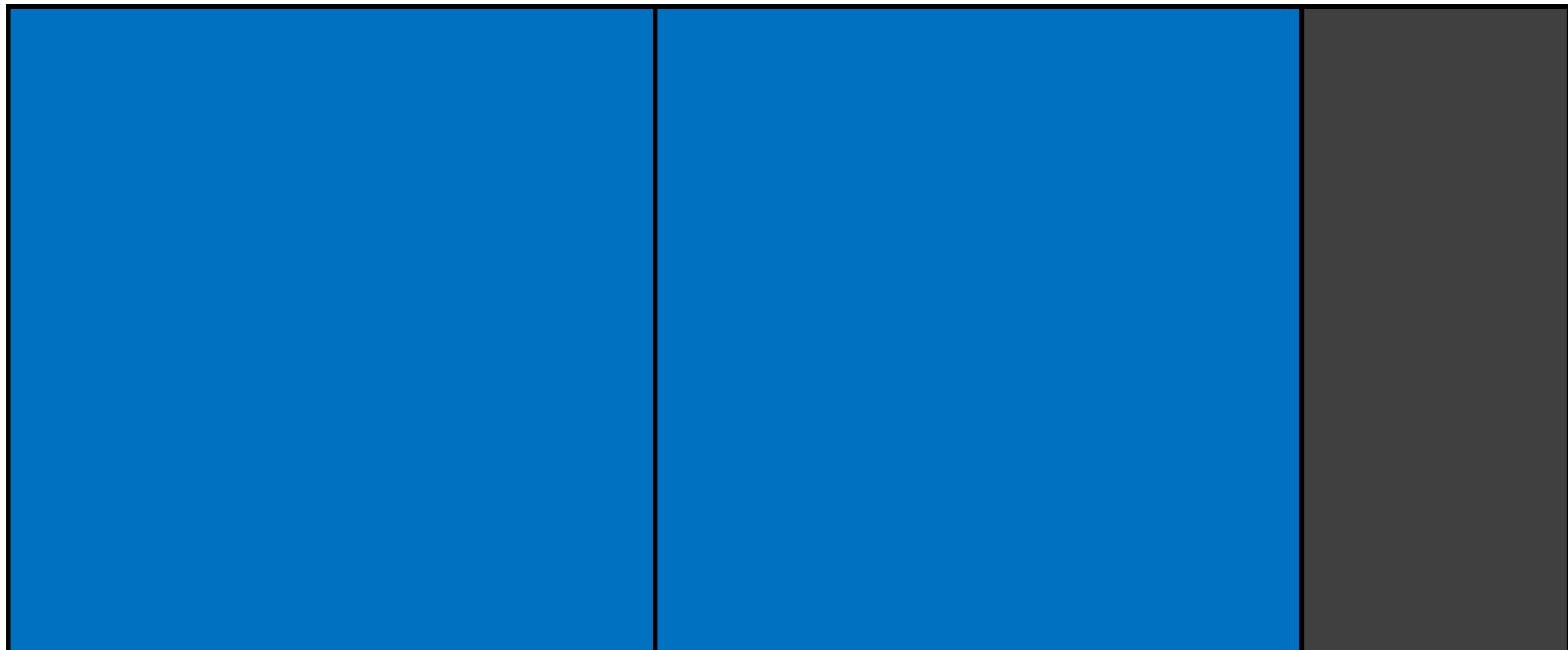
# もう一つの白銀比

---

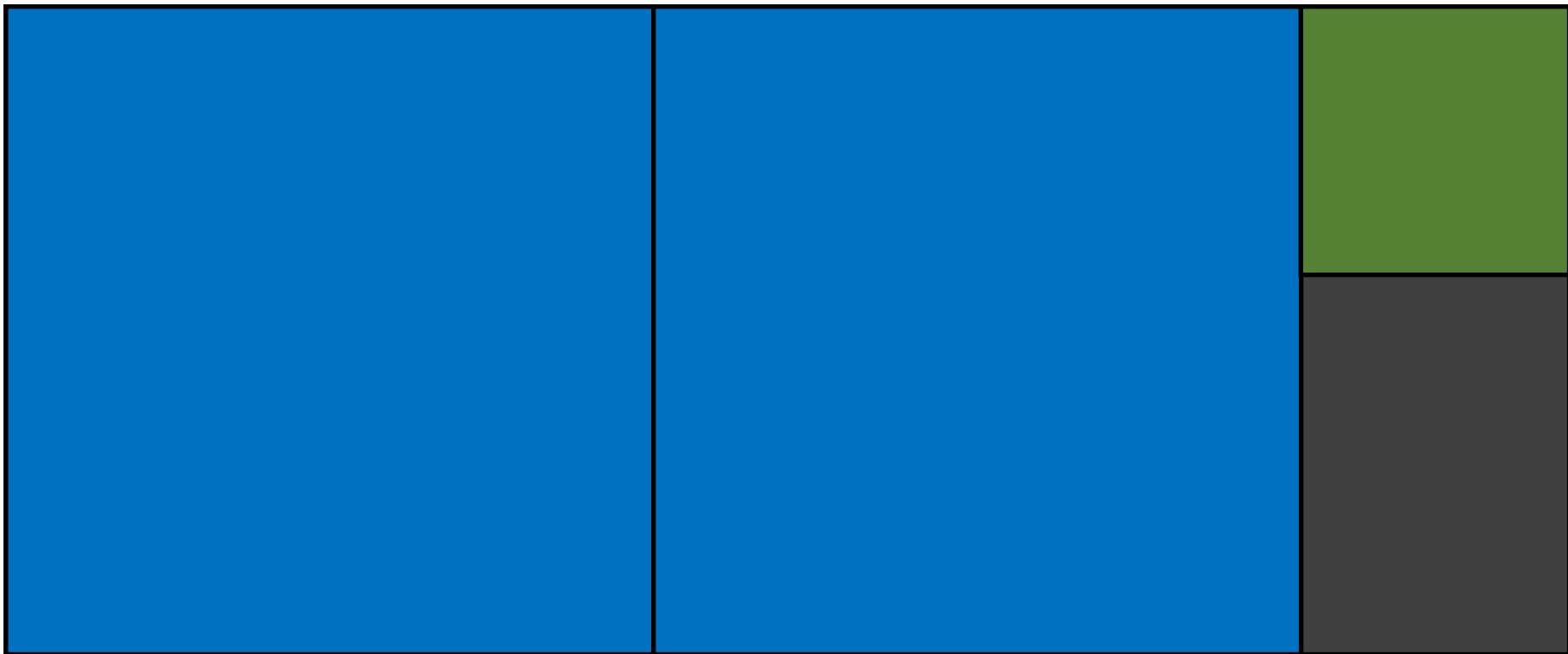


# もう一つの白銀比

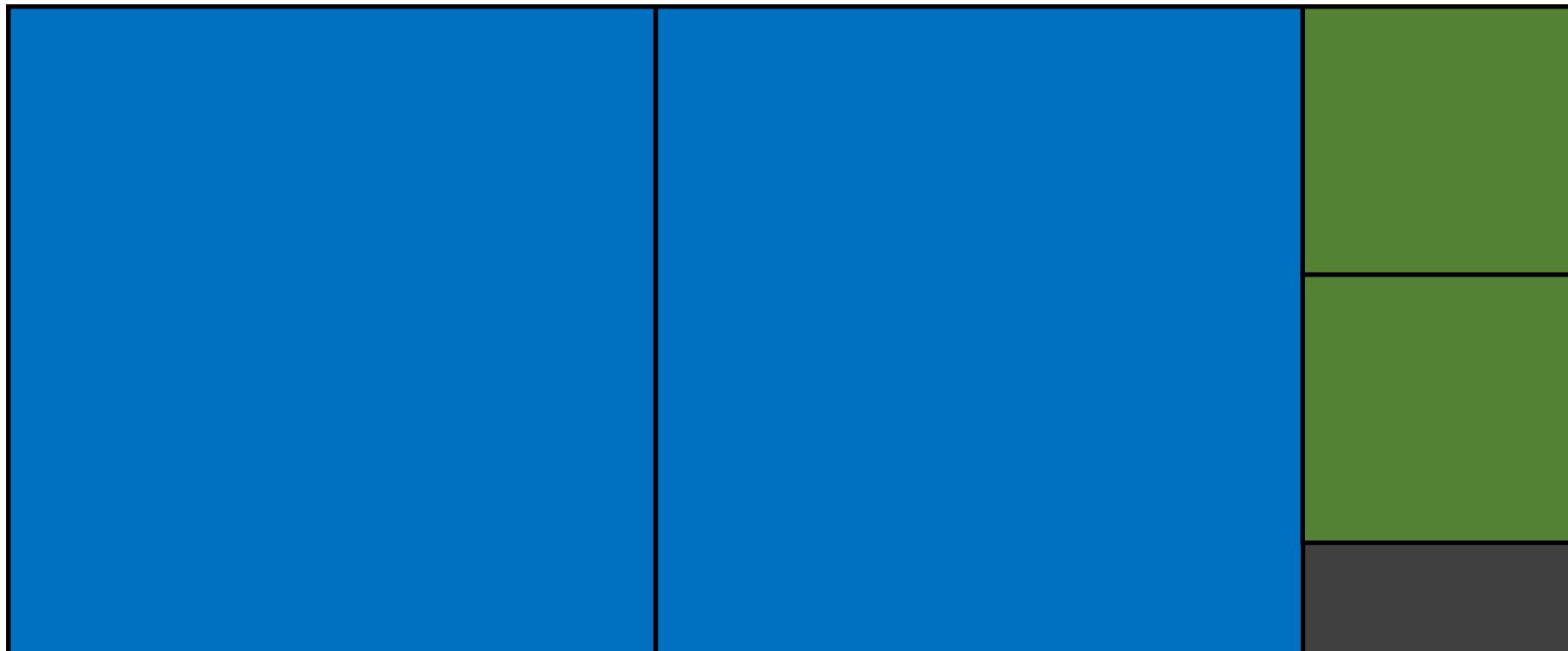
---



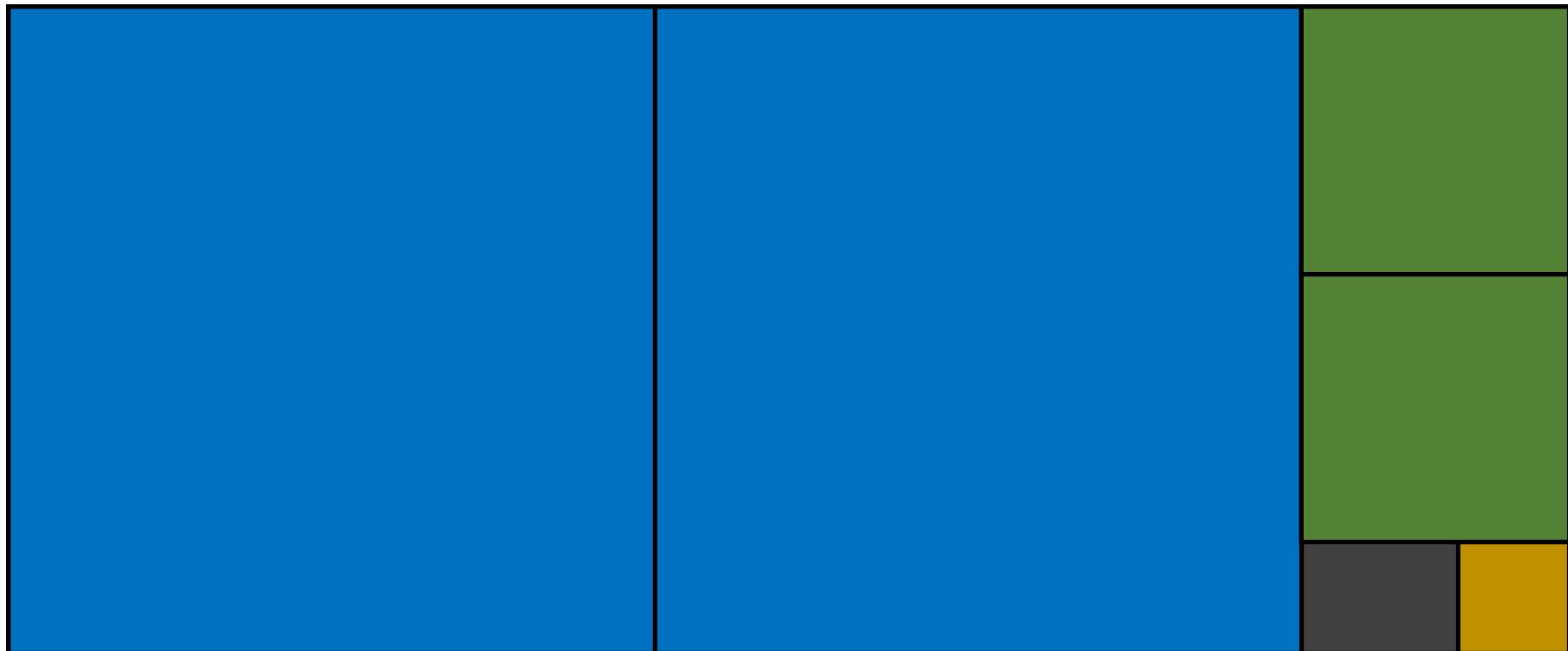
# もう一つの白銀比



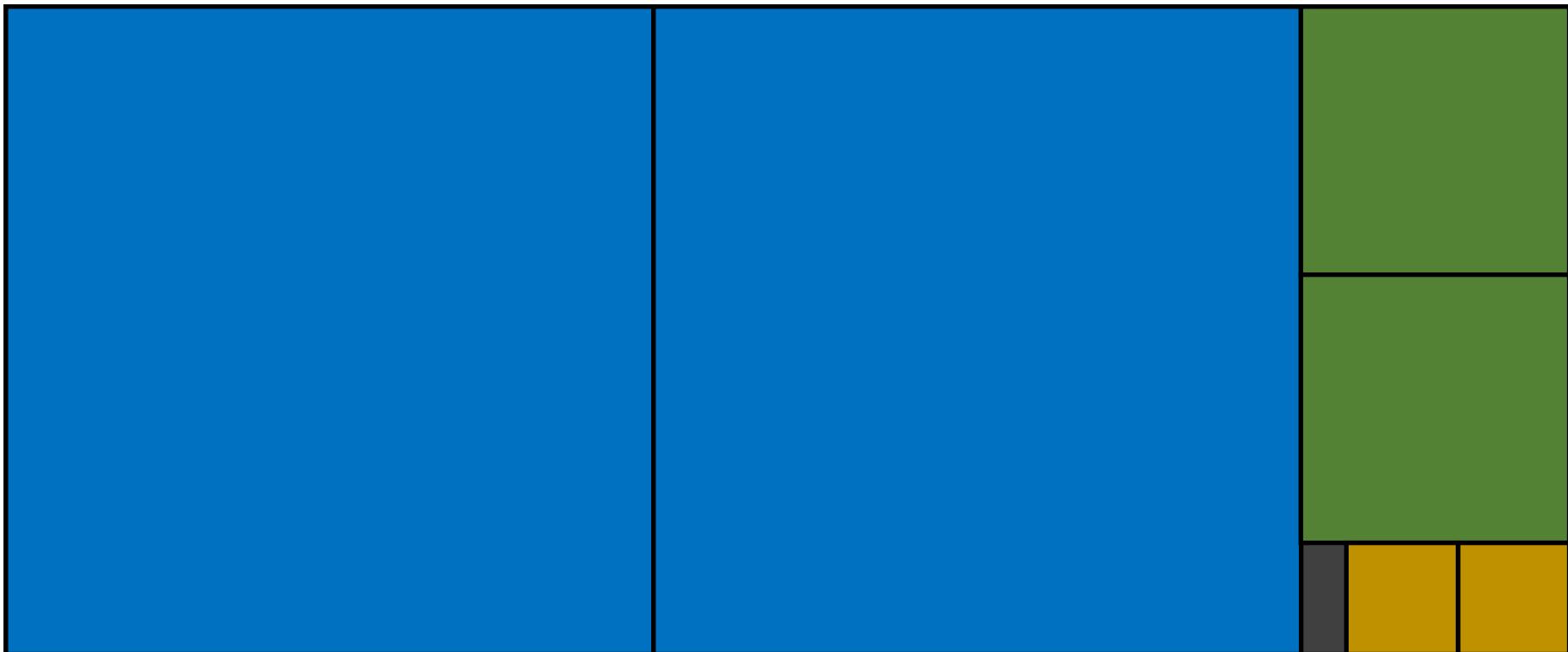
# もう一つの白銀比



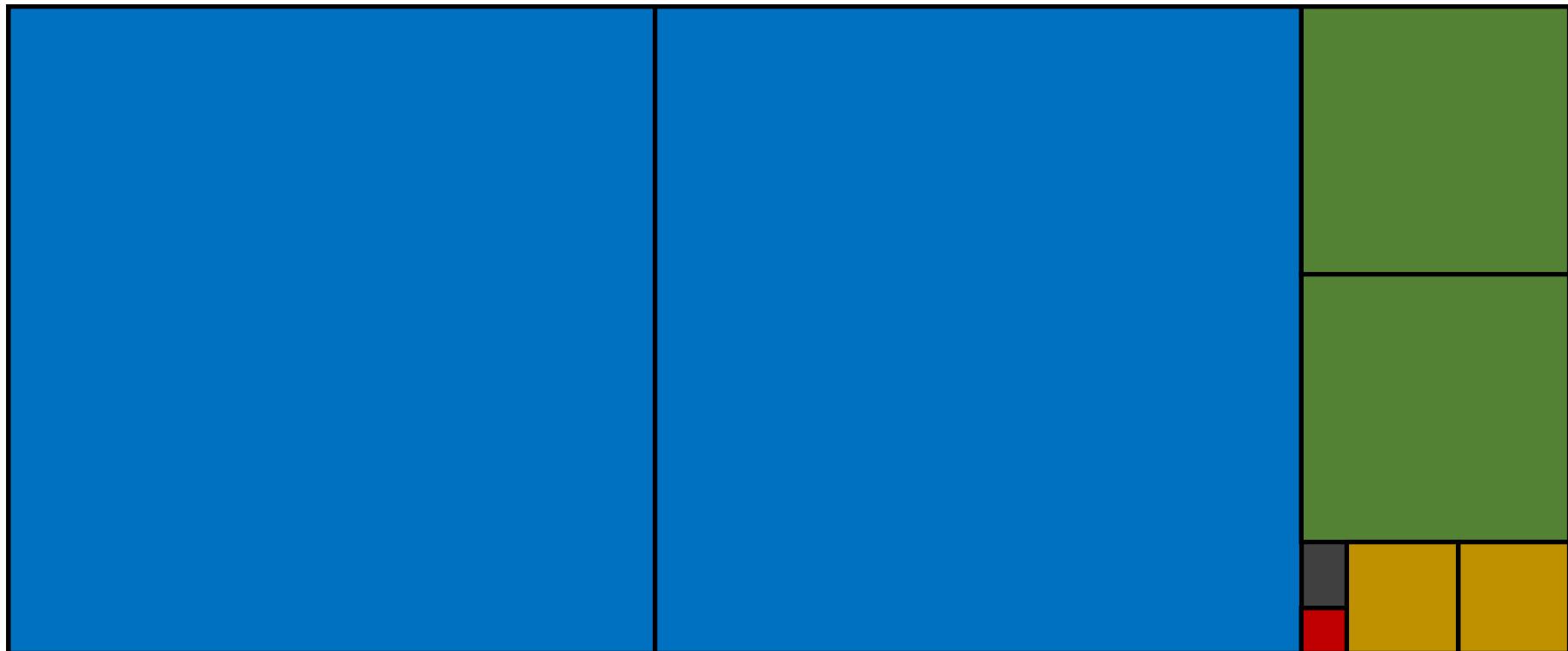
# もう一つの白銀比



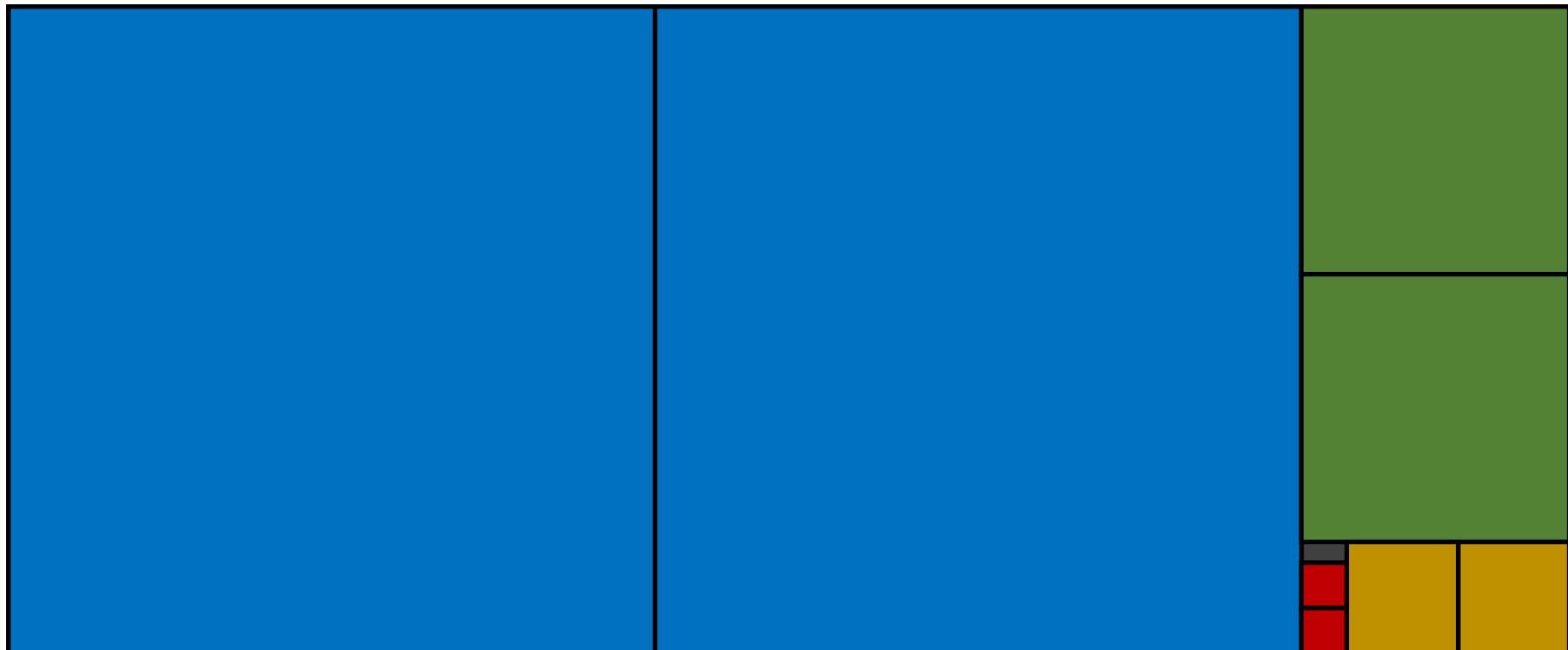
# もう一つの白銀比



# もう一つの白銀比



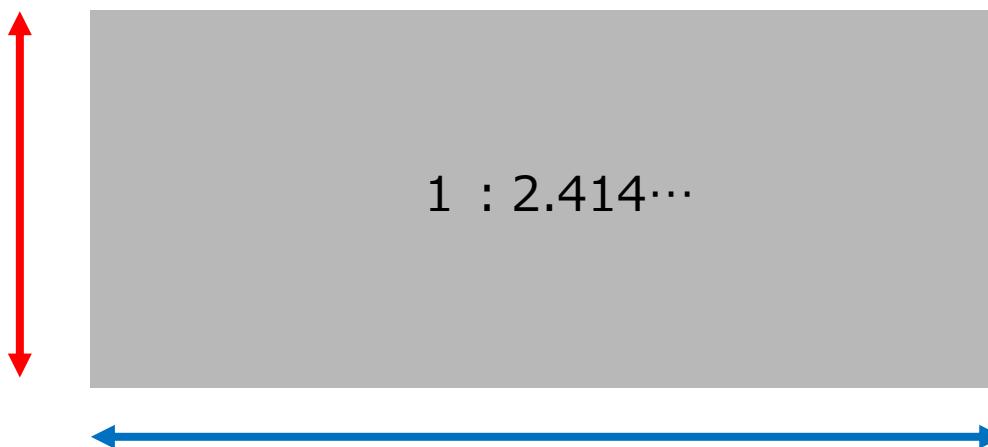
# もう一つの白銀比



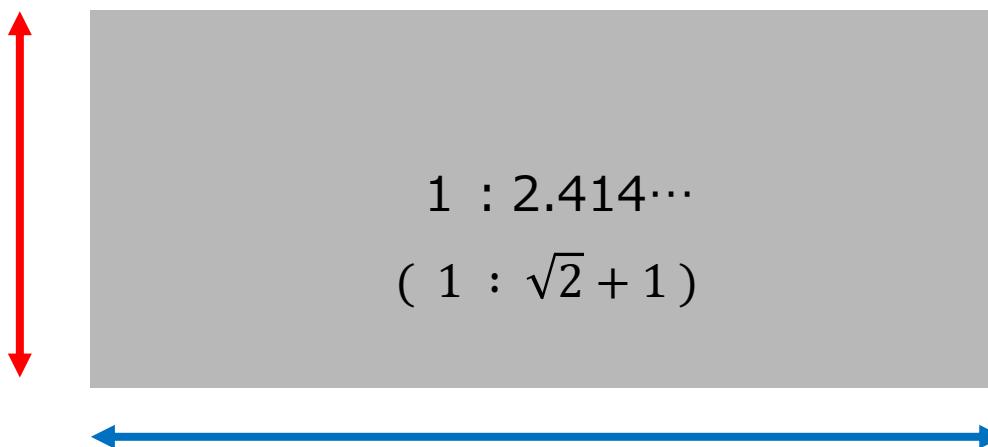
# もう一つの白銀比



# もう一つの白銀比



# もう一つの白銀比

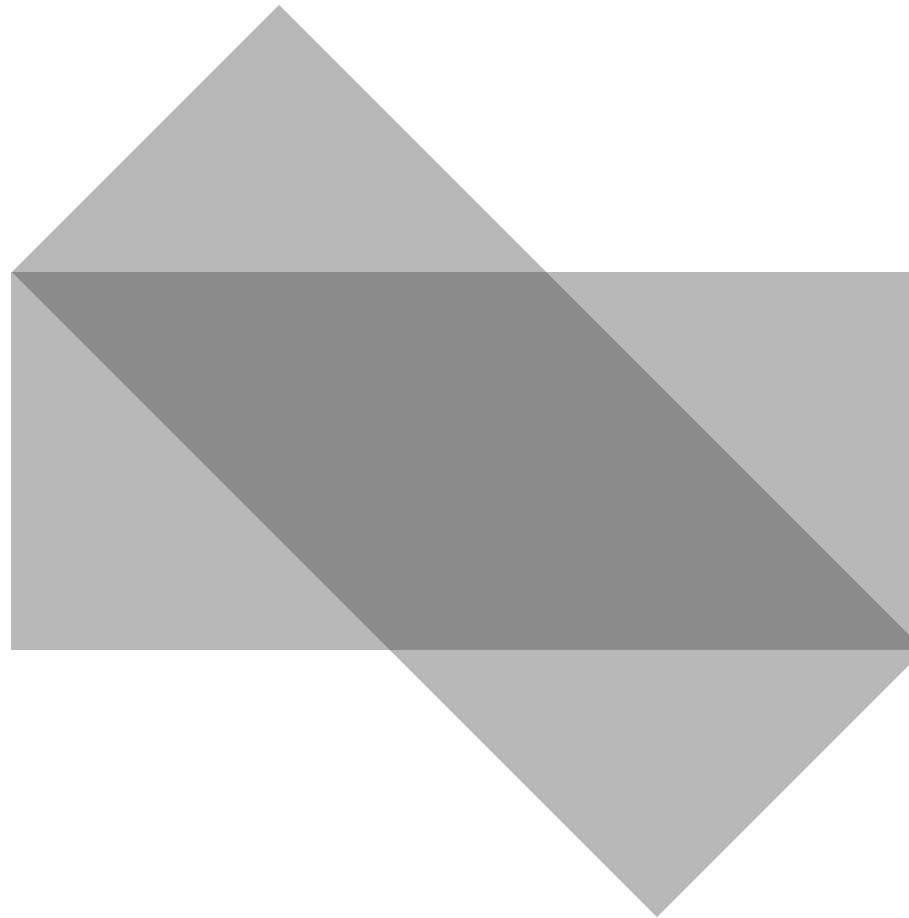


# もう一つの白銀比

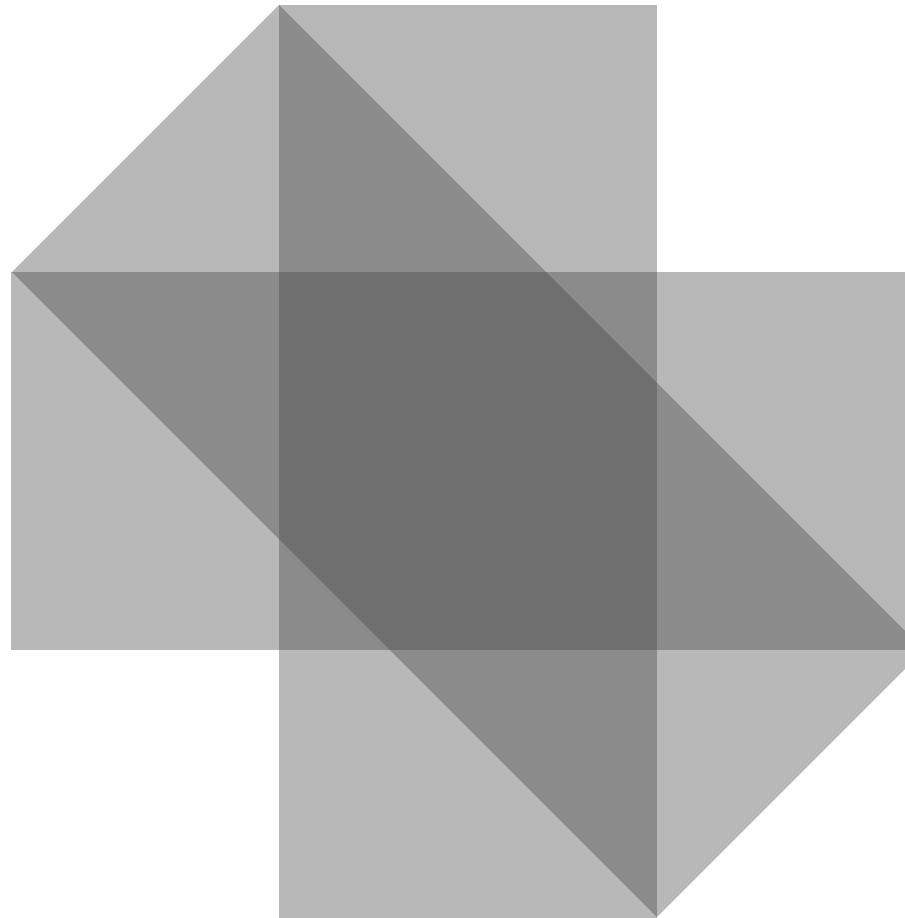
---



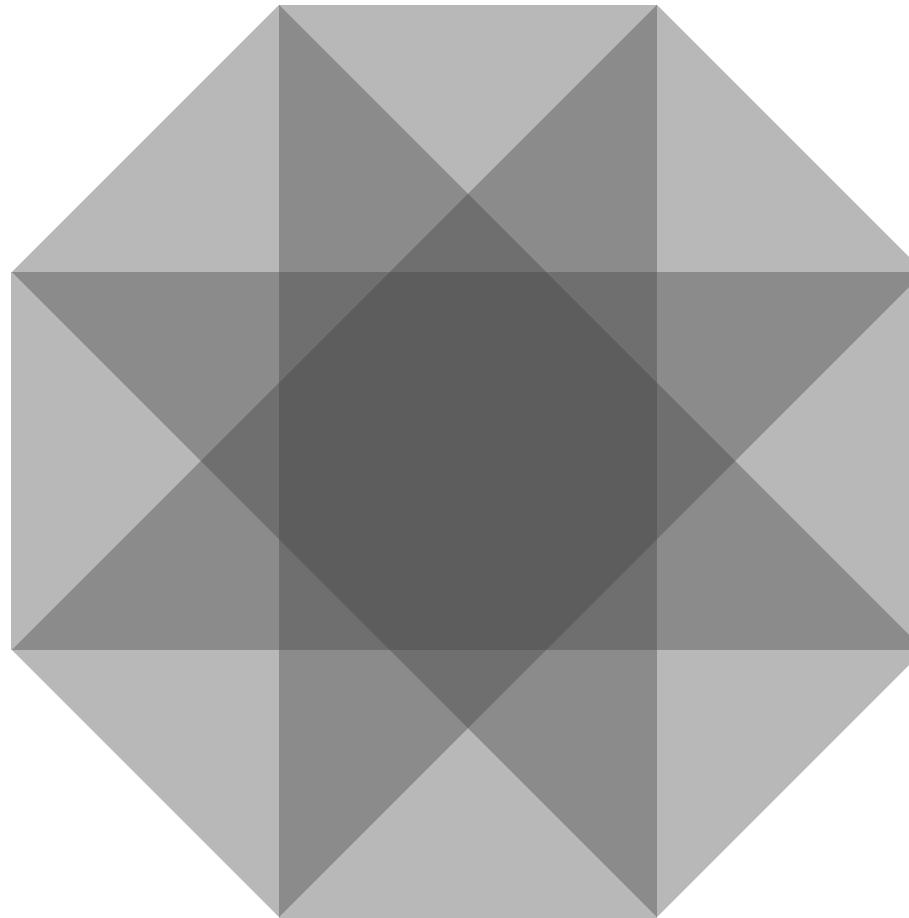
# もう一つの白銀比



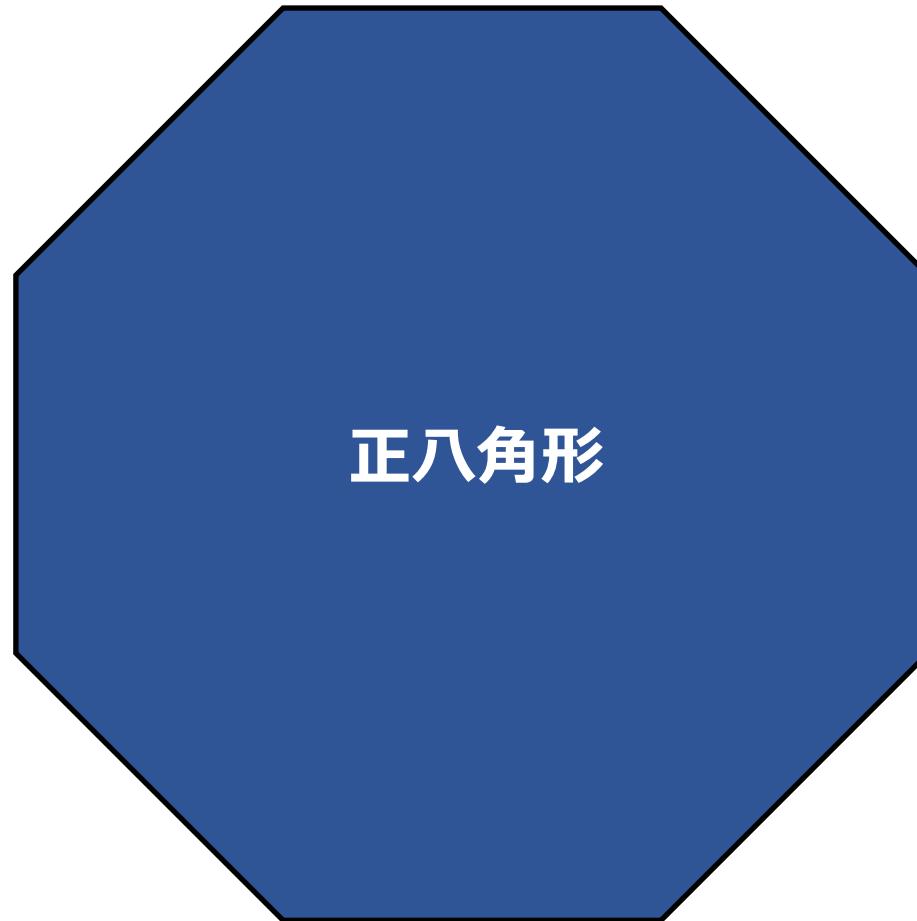
# もう一つの白銀比



# もう一つの白銀比



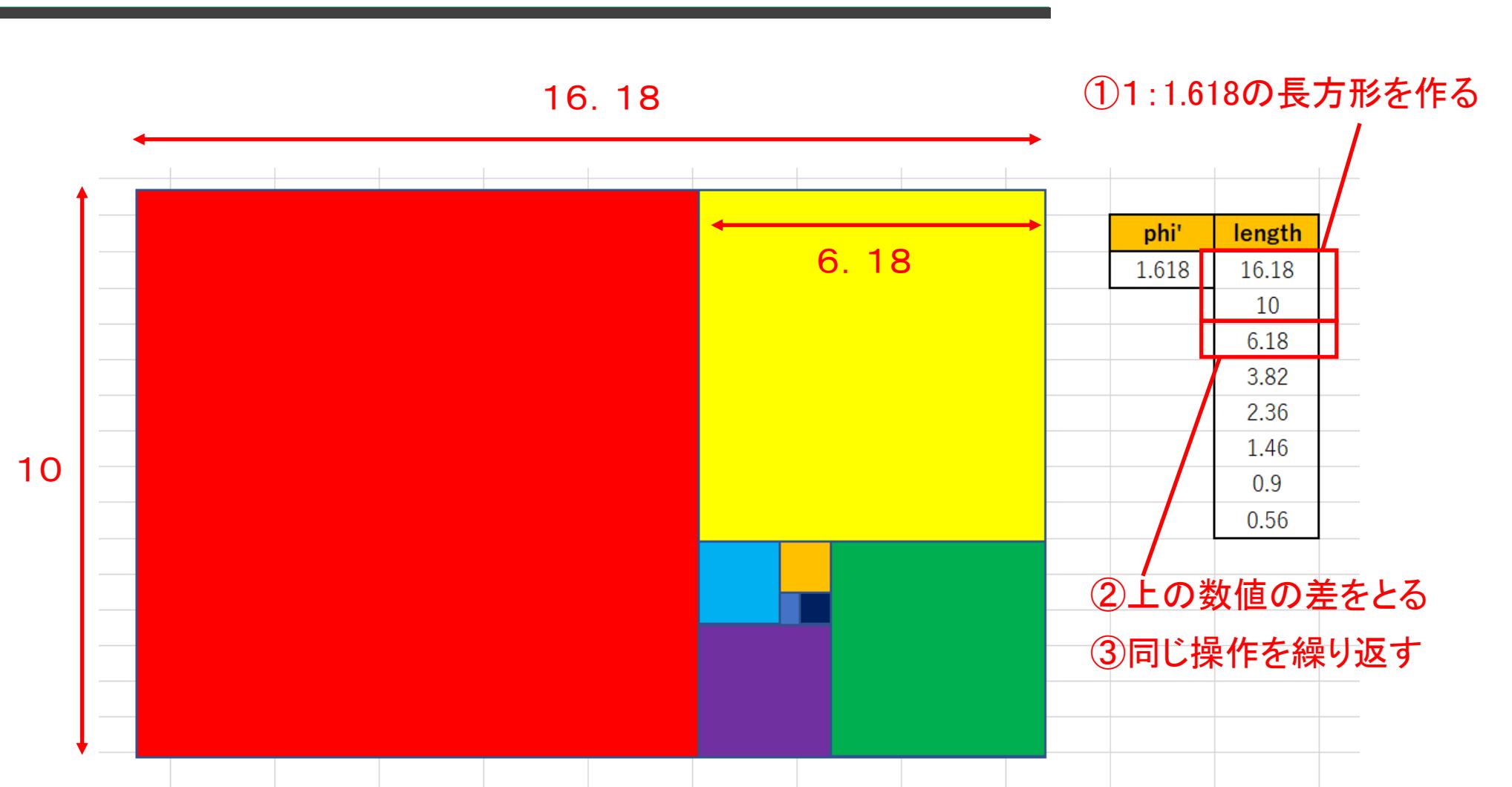
# もう一つの白銀比



# Excelで確かめてみましょう

|    | A | B   | C | D | E | F | G | H | I | J |
|----|---|-----|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1  |   |     |   |   |   |   |   |   |   |   |
| 2  |   |     |   |   |   |   |   |   |   |   |
| 3  |   |     |   |   |   |   |   |   |   |   |
| 4  |   |     |   |   |   |   |   |   |   |   |
| 5  |   |     |   |   |   |   |   |   |   |   |
| 6  |   |     |   |   |   |   |   |   |   |   |
| 7  |   |     |   |   |   |   |   |   |   |   |
| 8  |   |     |   |   |   |   |   |   |   |   |
| 9  |   |     |   |   |   |   |   |   |   |   |
| 10 |   | 黄金比 |   |   |   |   |   |   |   |   |
| 11 |   |     |   |   |   |   |   |   |   |   |
| 12 |   |     |   |   |   |   |   |   |   |   |

# Excelでデザイン

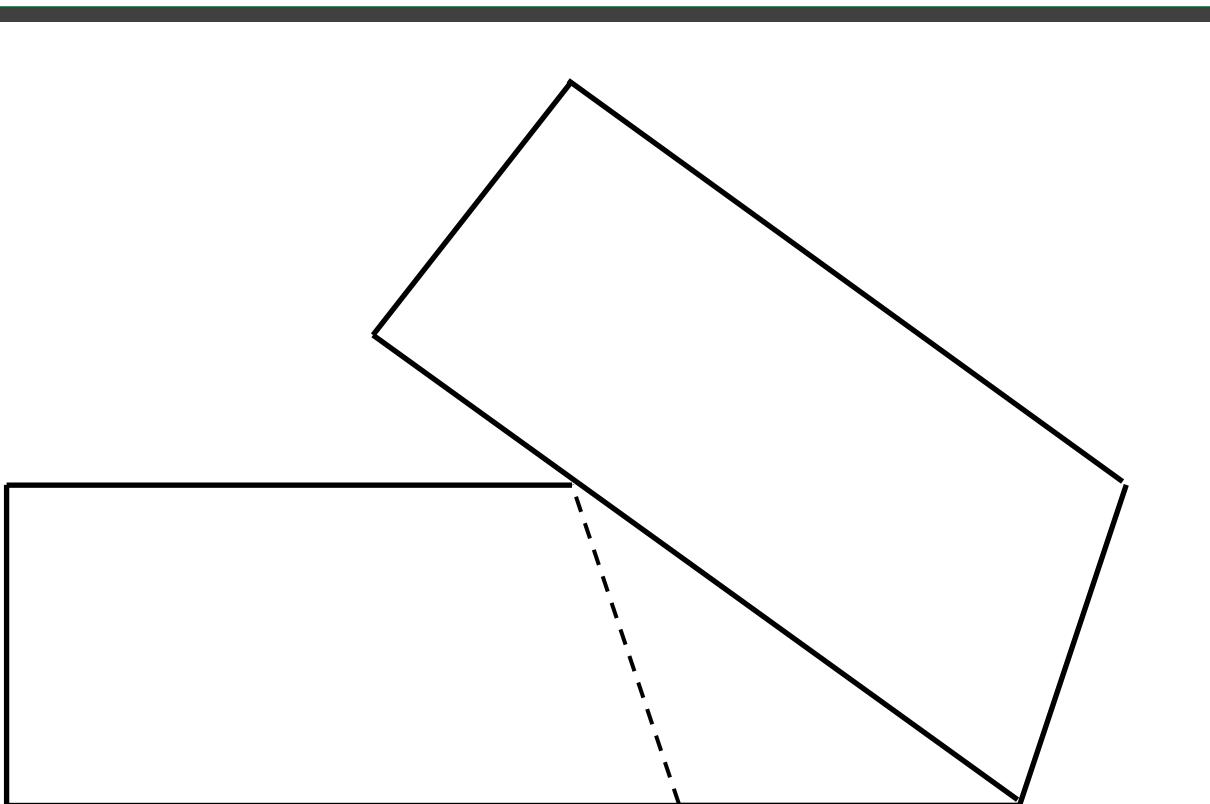


# 黄金比と正五角形

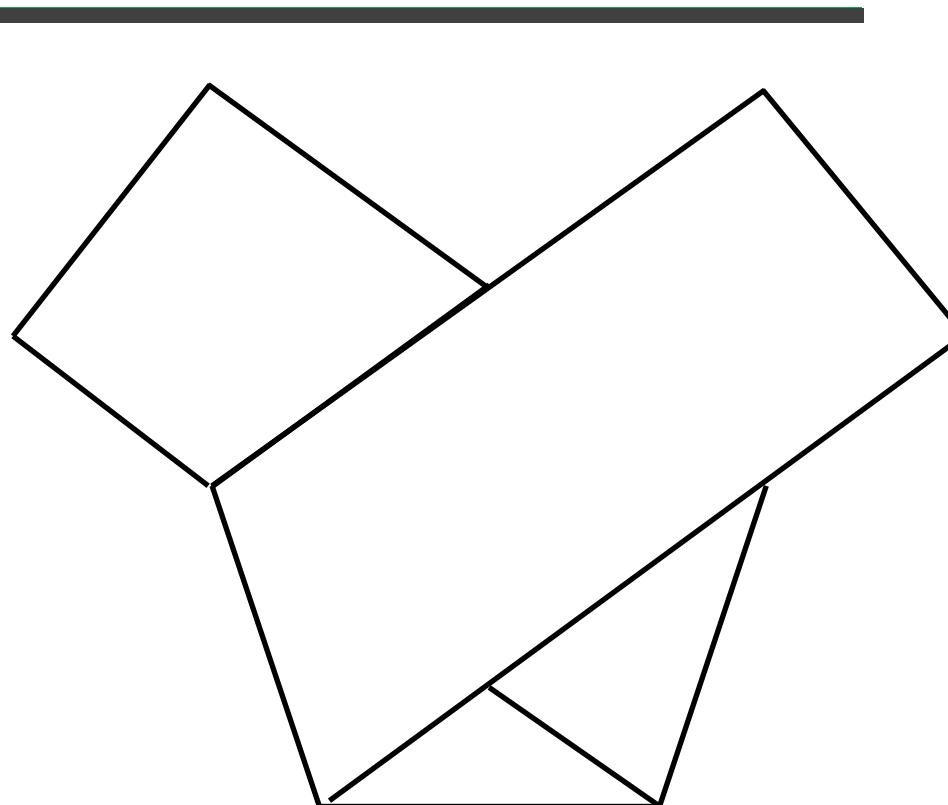
# 紙を折る



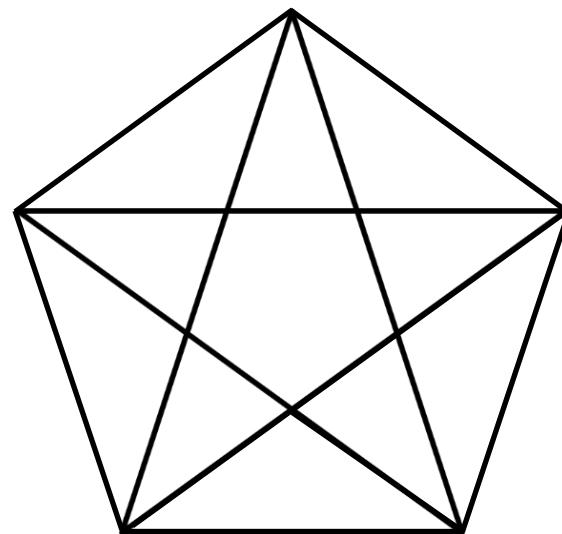
# 紙を折る



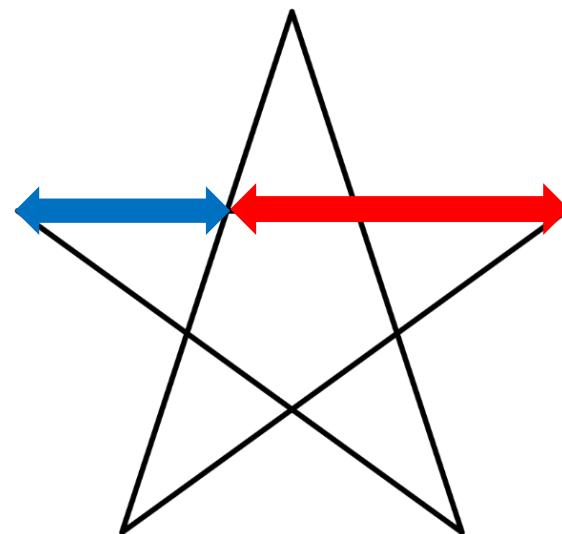
# 紙を折る



# 紙を折る

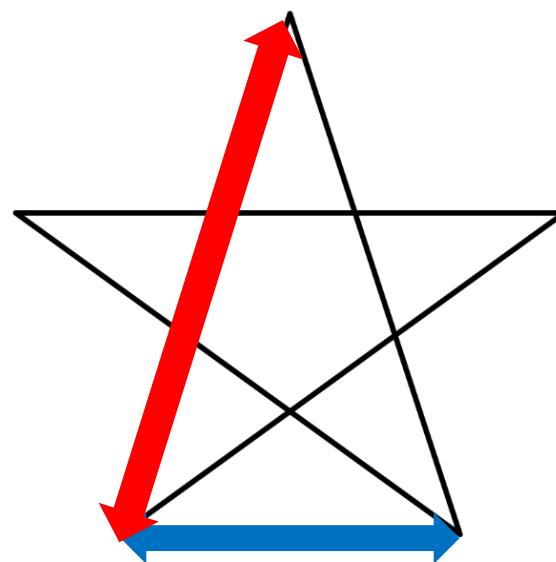


# 五芒星



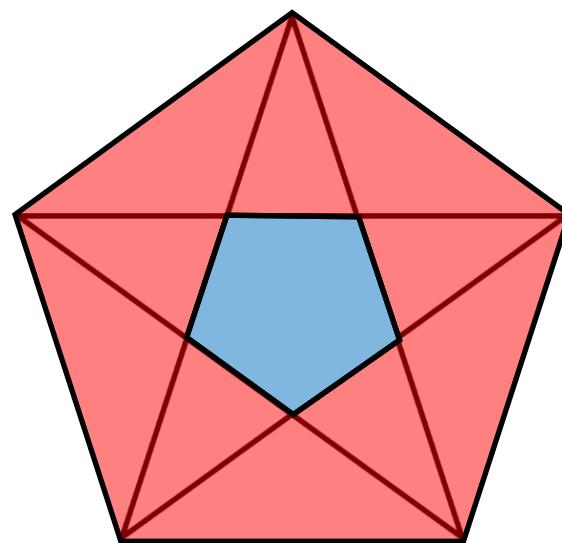
1:  $\varphi$

# 五芒星



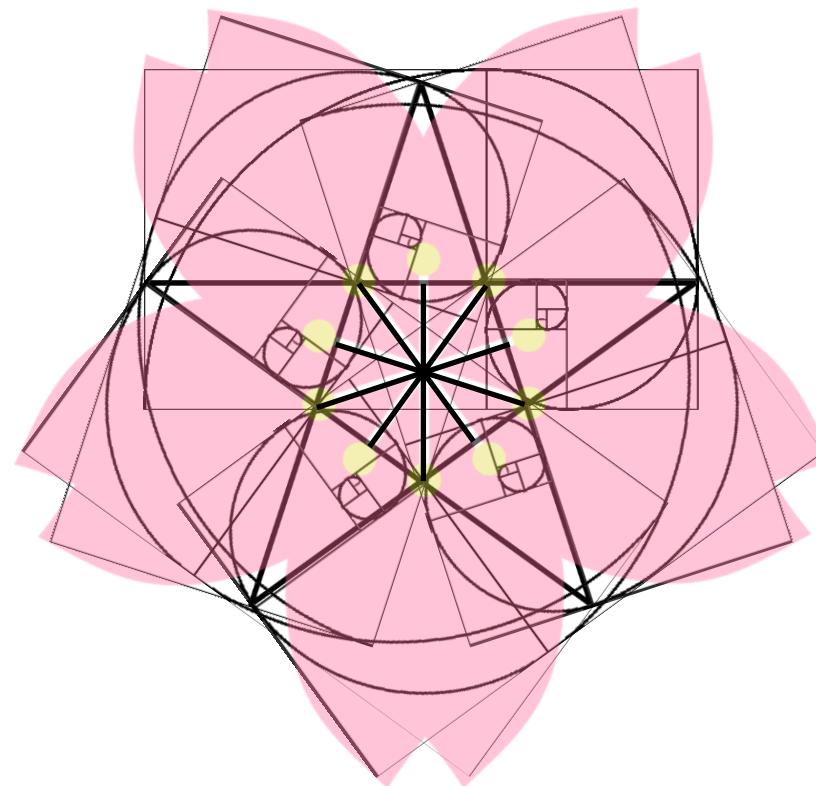
1:  $\varphi$

# 五芒星



面積比 = 1:  $\varphi^2$

# 五芒星とデザイン

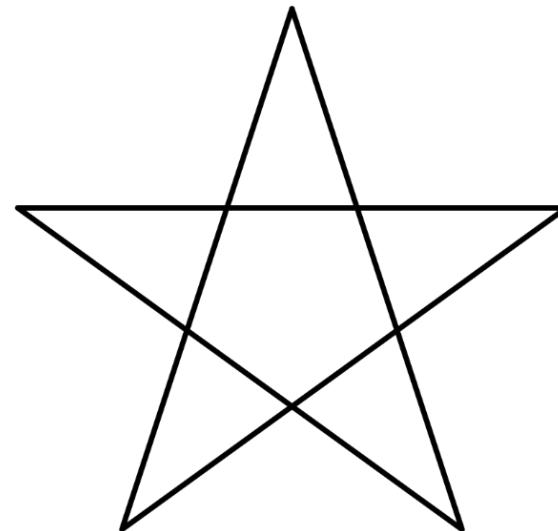


# ピタゴラスと五芒星



ピタゴラス  
BC582-BC496

“万物は数なり”



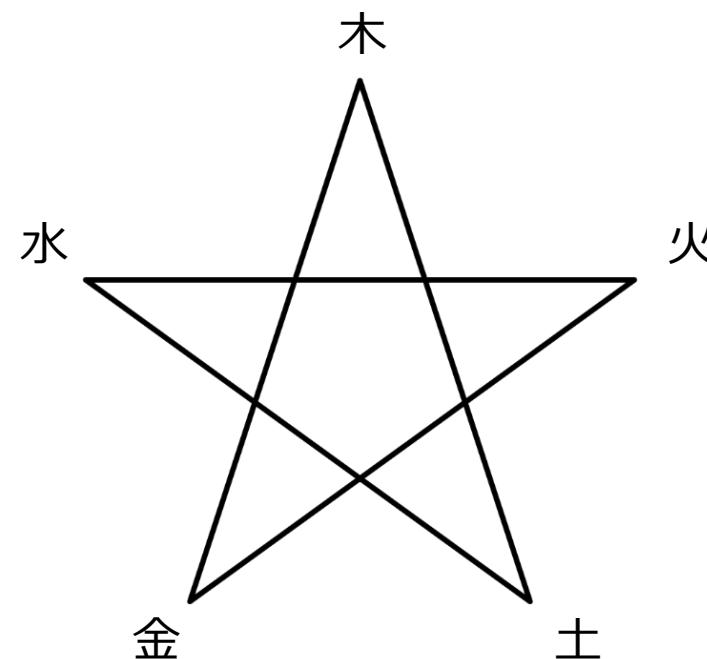
教団のシンボルマークは「五芒星」



「ピタゴラス学派」



# 安倍晴明の五行思想



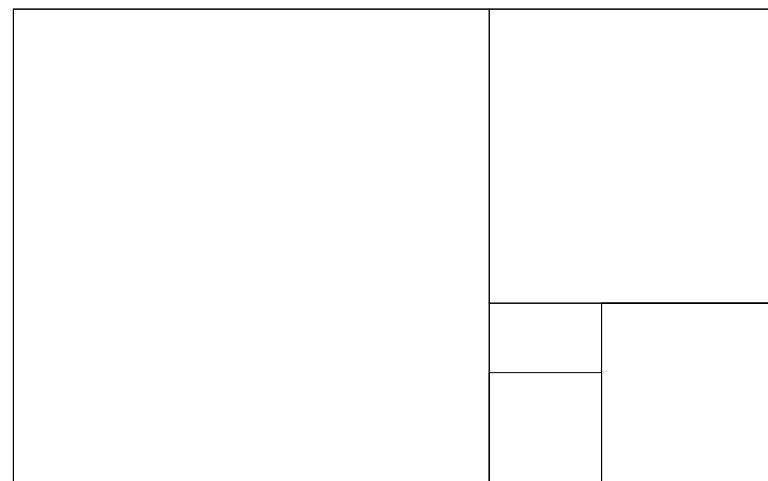
# 黄金長方形を使ったデザイン演習

# 黄金比長方形の作成演習

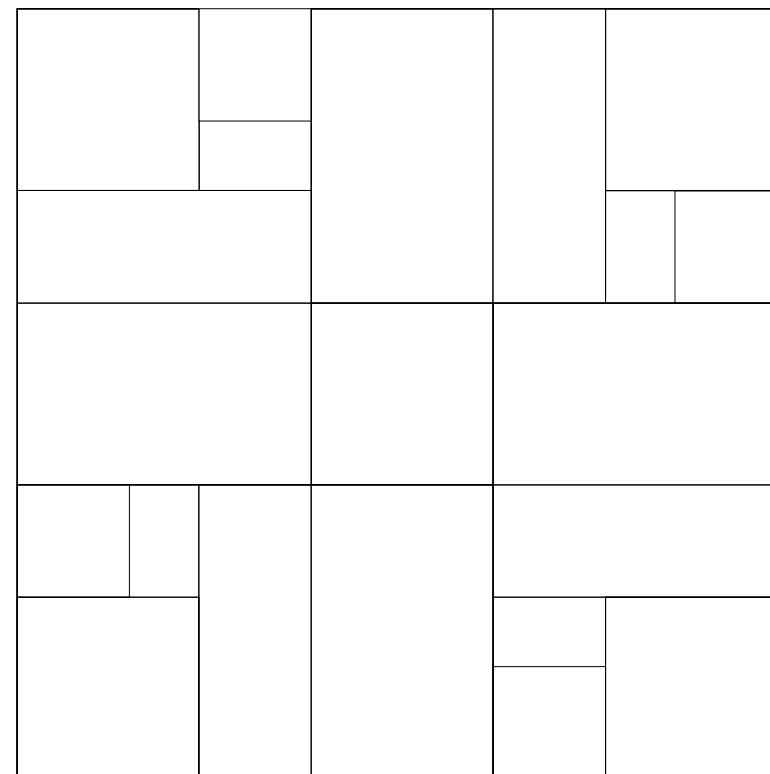
---



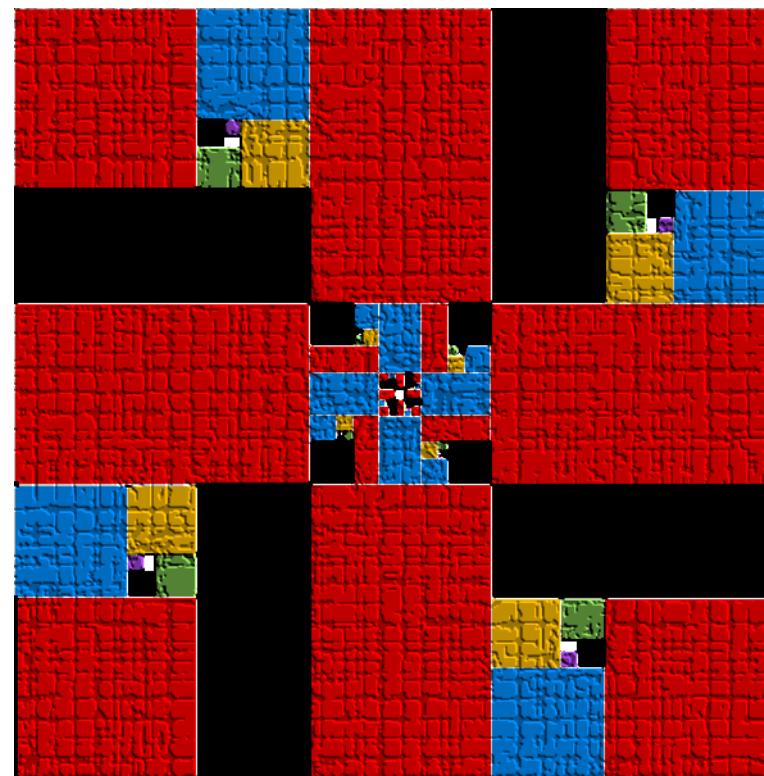
# 黄金比デザイン



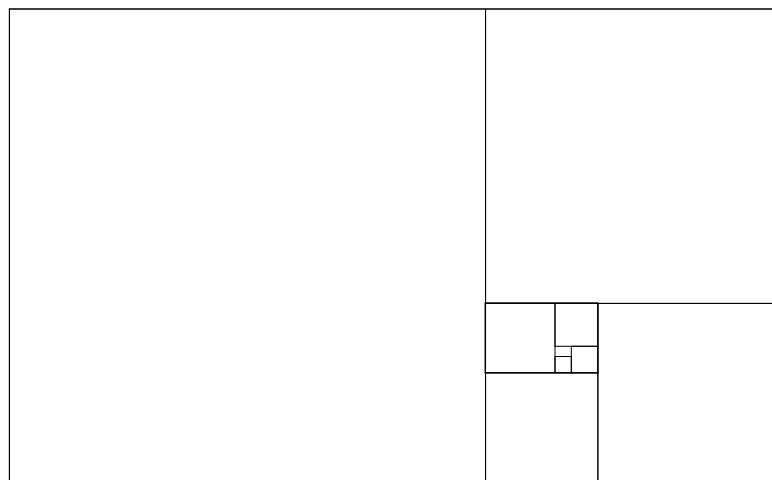
# 黄金比デザイン



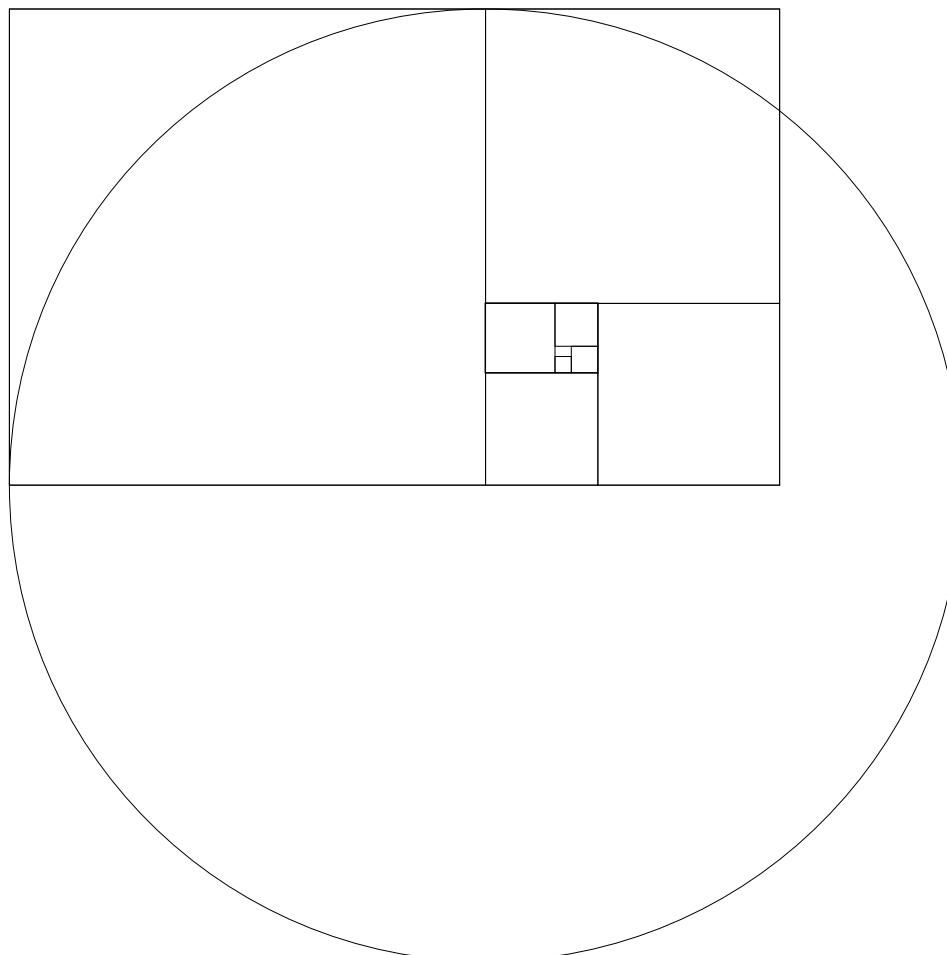
# 黄金比デザイン



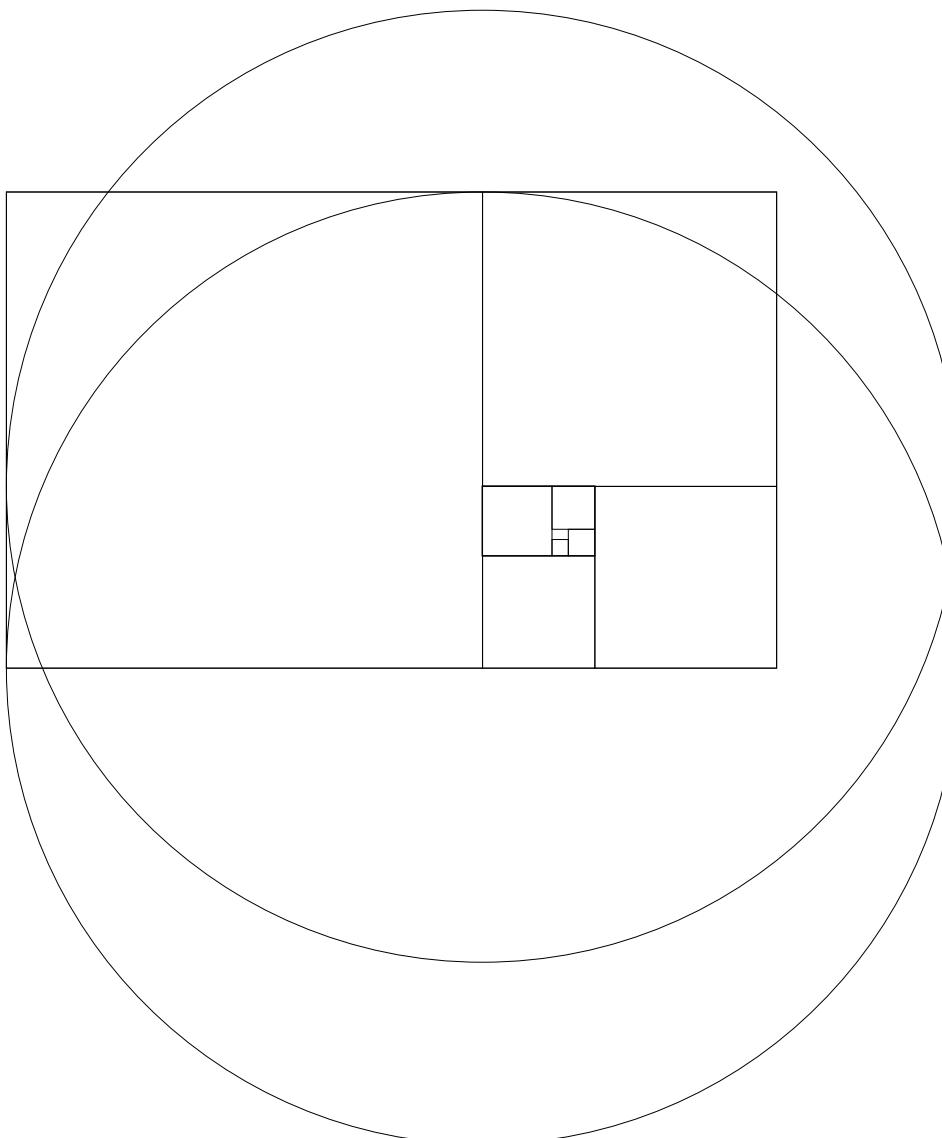
# 黄金比デザイン



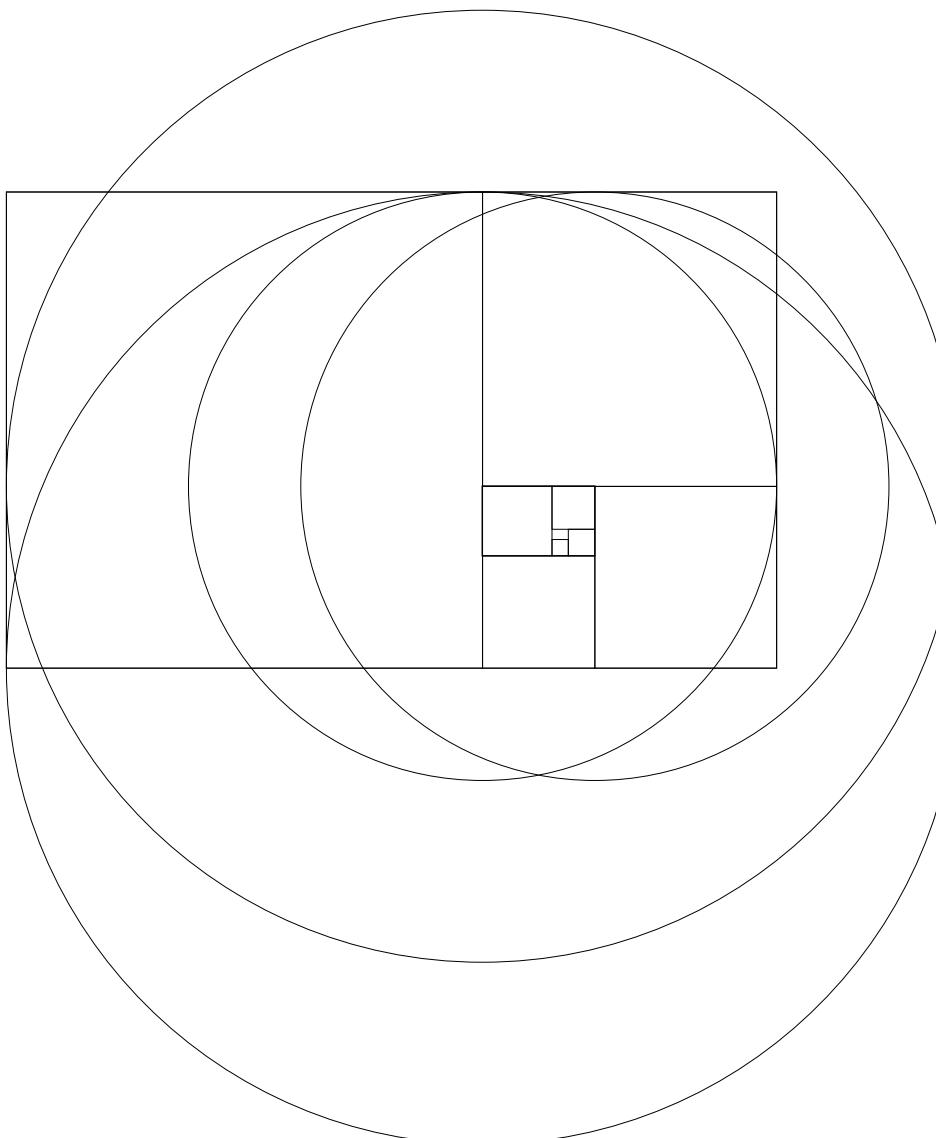
# 黄金比デザイン



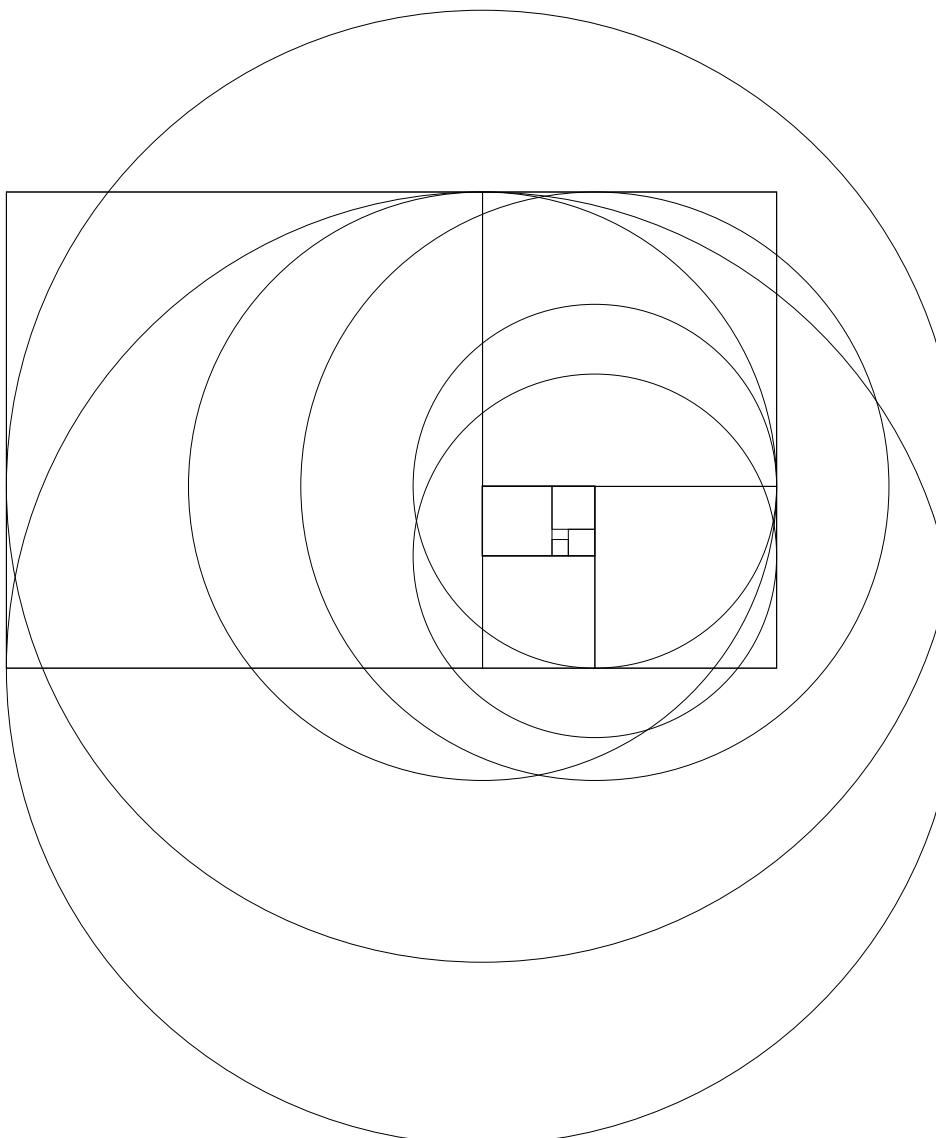
# 黄金比デザイン



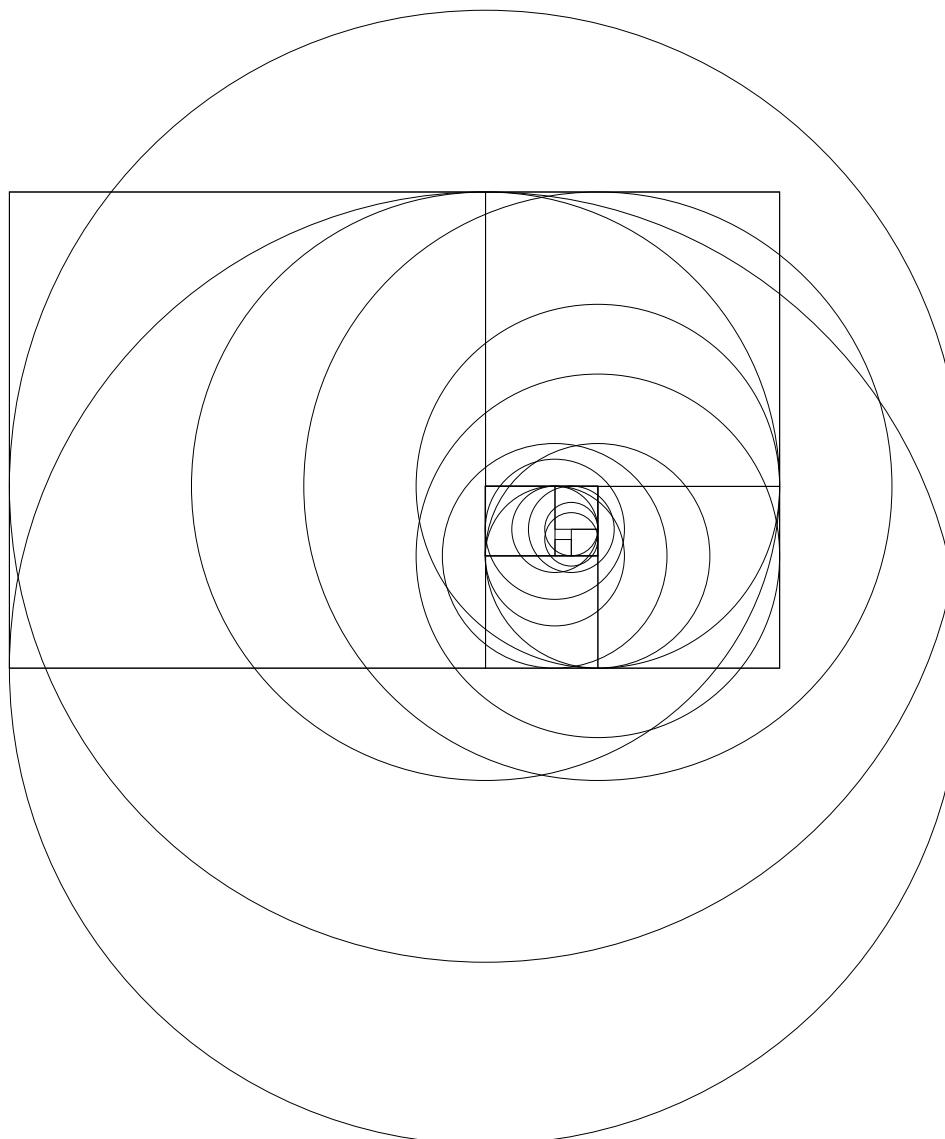
# 黄金比デザイン



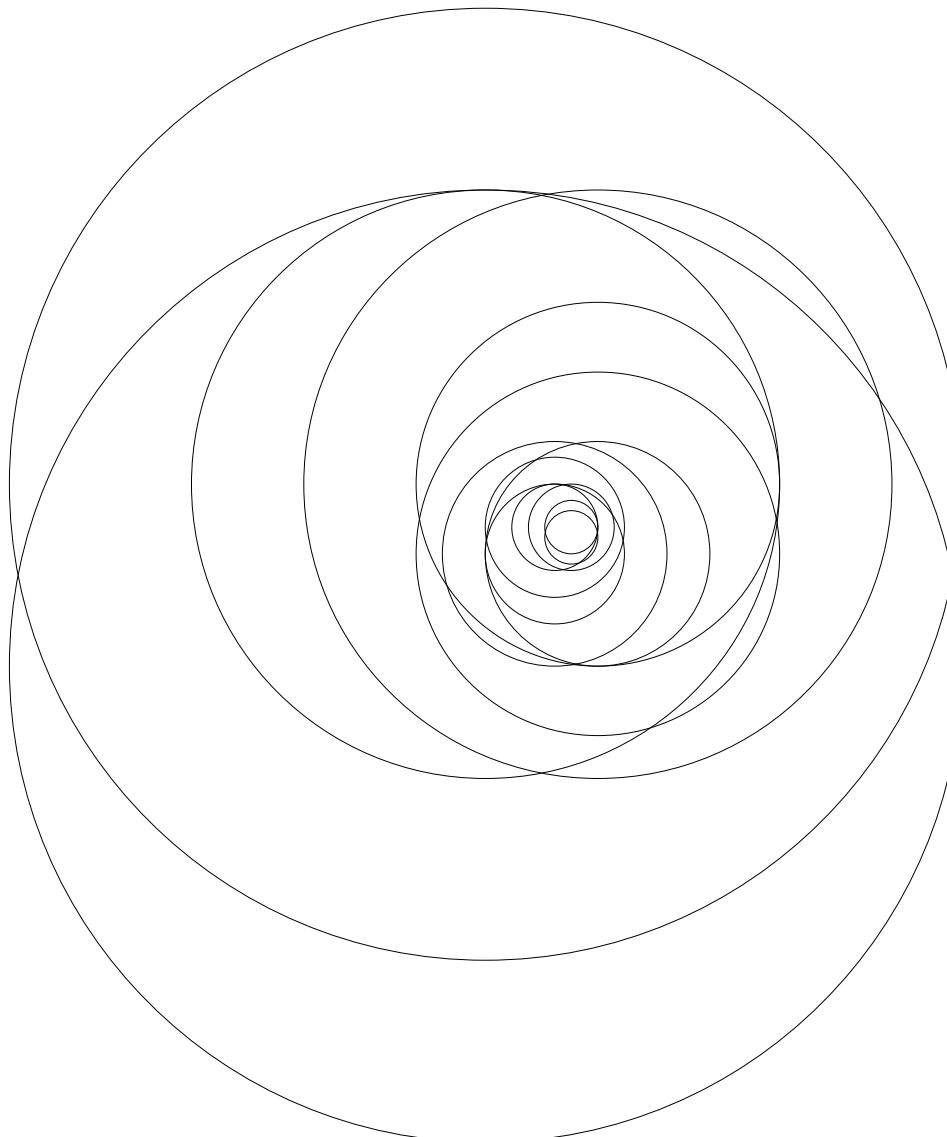
# 黄金比デザイン



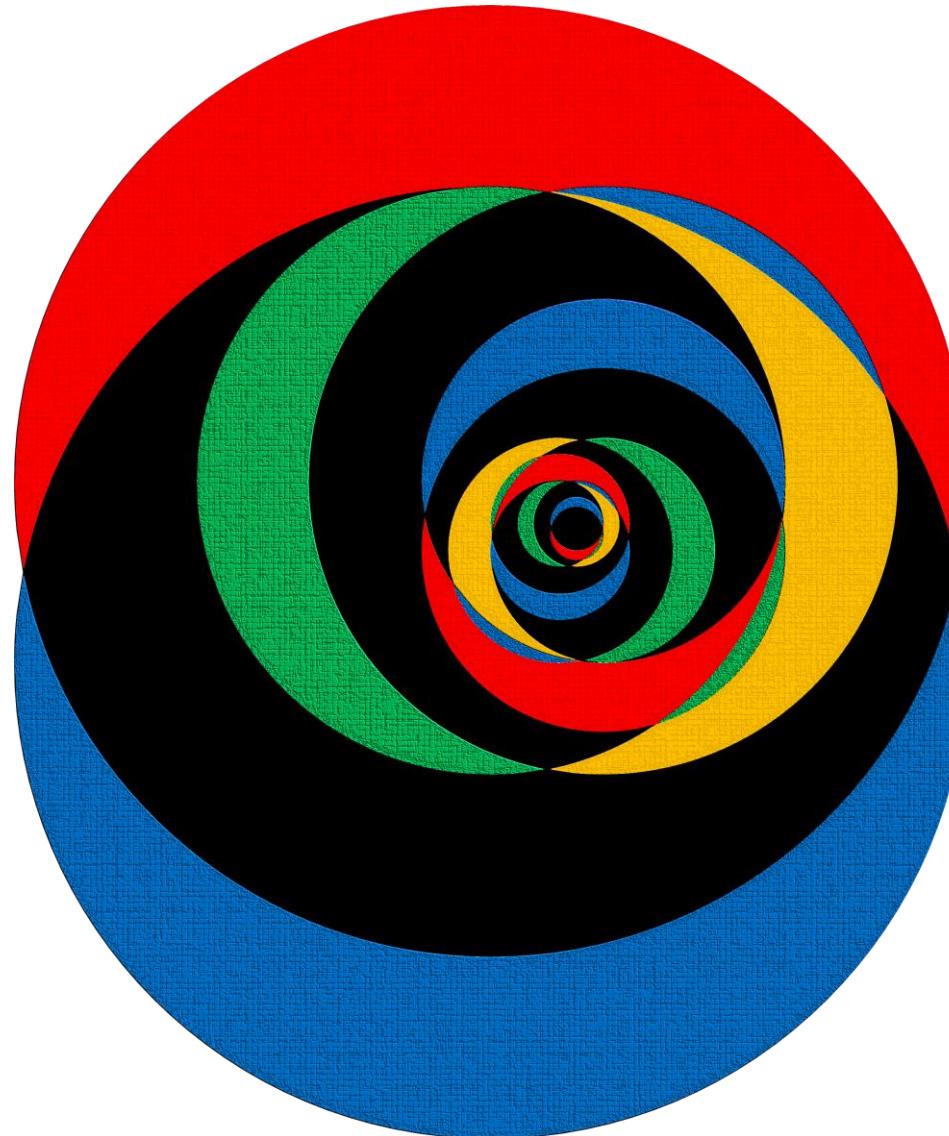
# 黄金比デザイン



# 黄金比デザイン



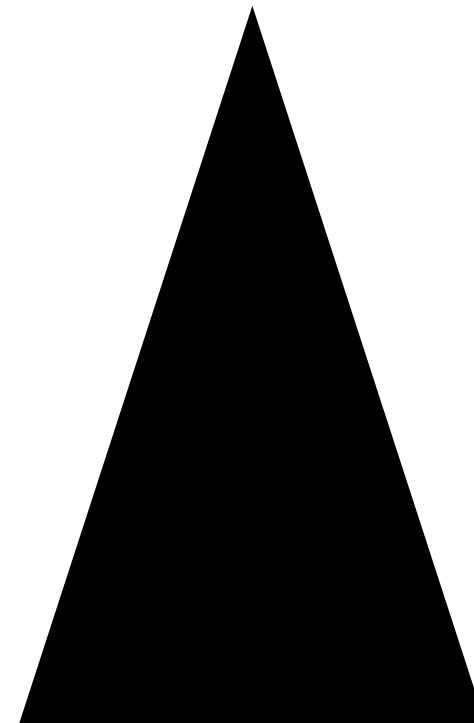
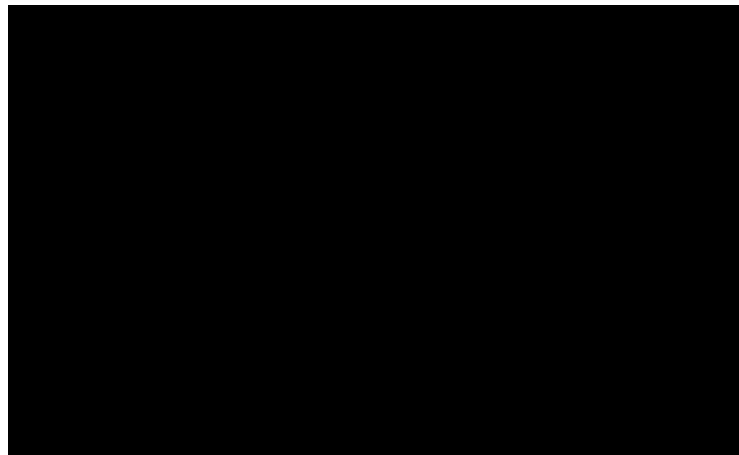
# 黄金比デザイン



# 黄金三角形

# 黄金三角形

黄金長方形

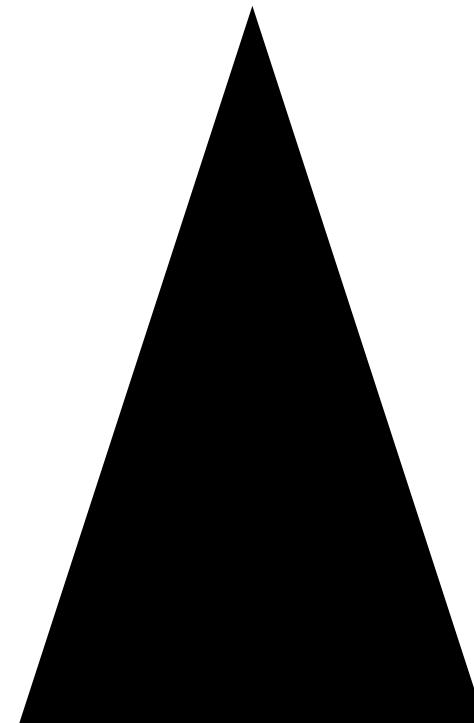


黄金三角形（二等辺三角形）

# 黄金三角形

---

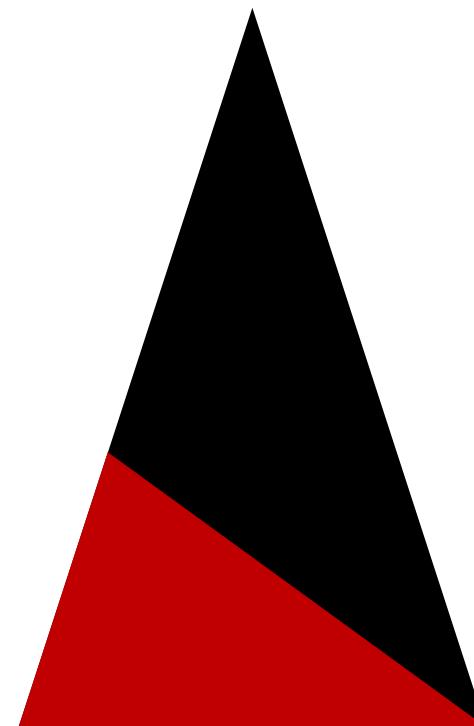
黄金長方形



黄金三角形（二等辺三角形）

# 黄金三角形

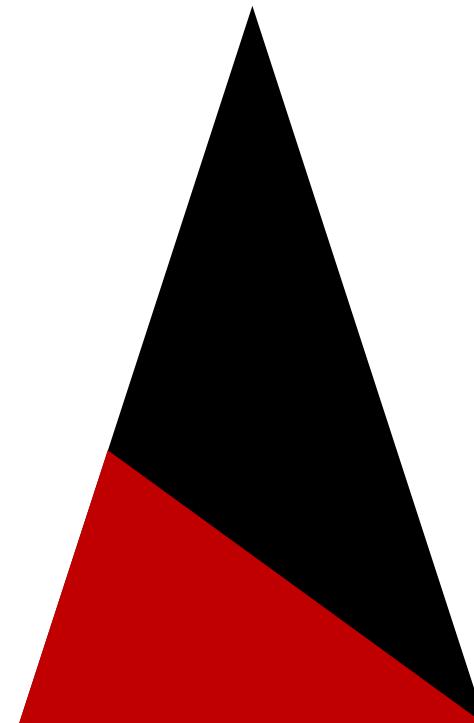
黄金長方形



黄金三角形（二等辺三角形）

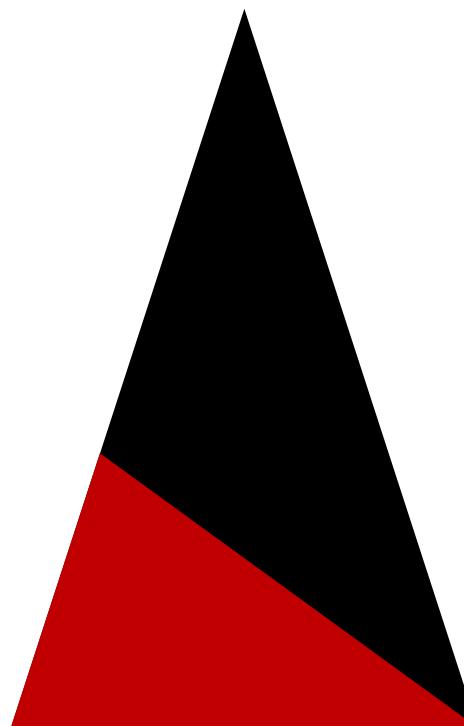
# 黄金三角形

黄金長方形

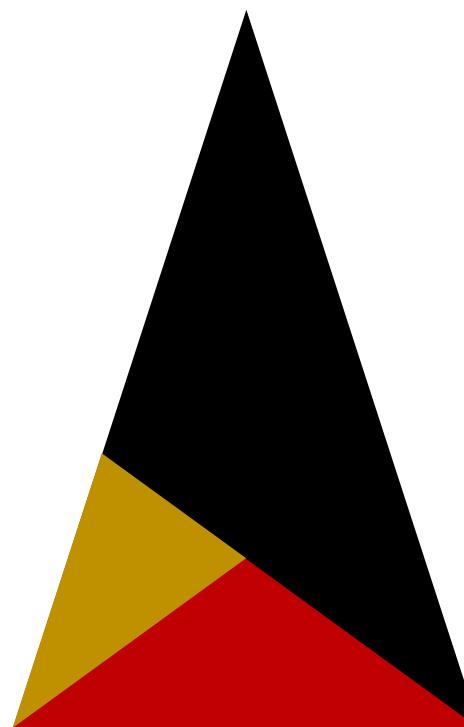


黄金三角形（二等辺三角形）

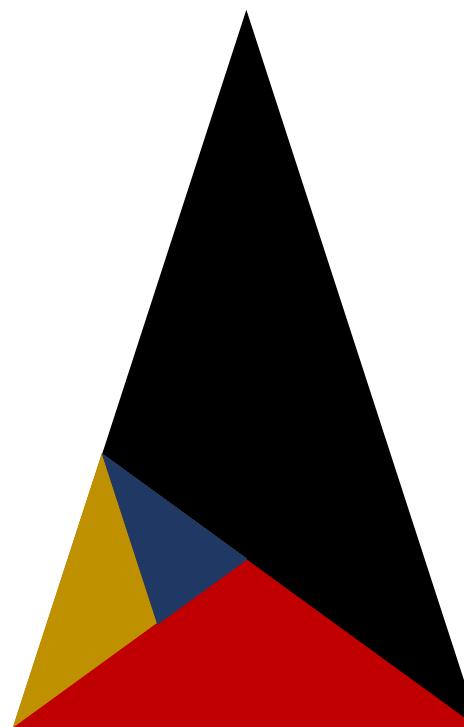
# 黄金三角形



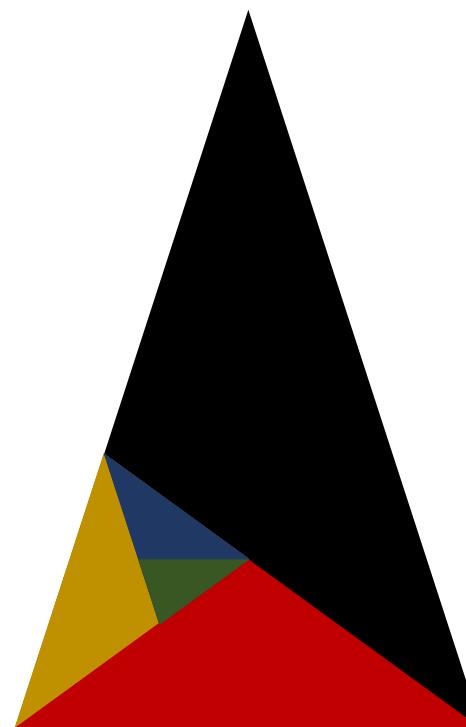
# 黄金三角形



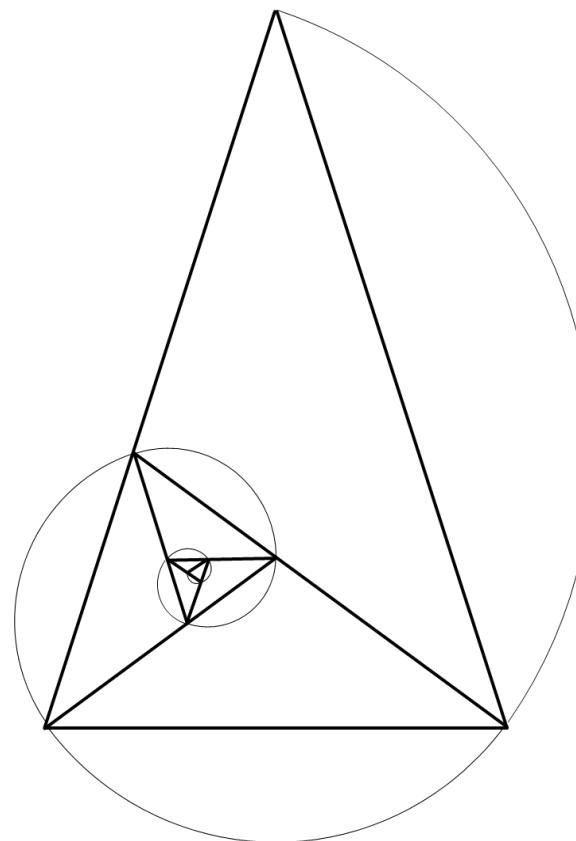
# 黄金三角形



# 黄金三角形

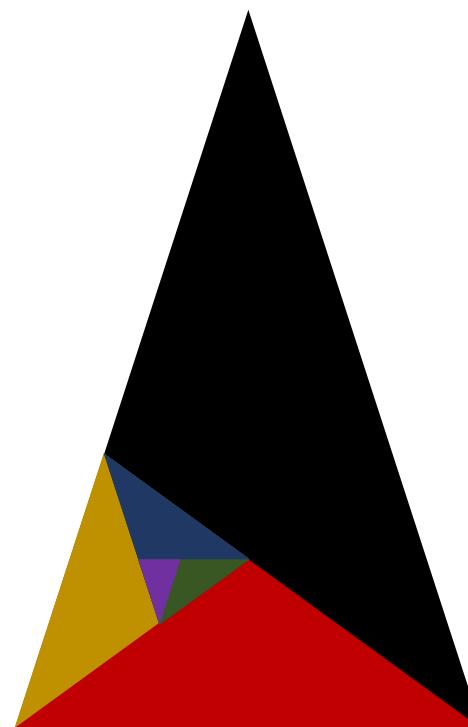


# 黄金三角形

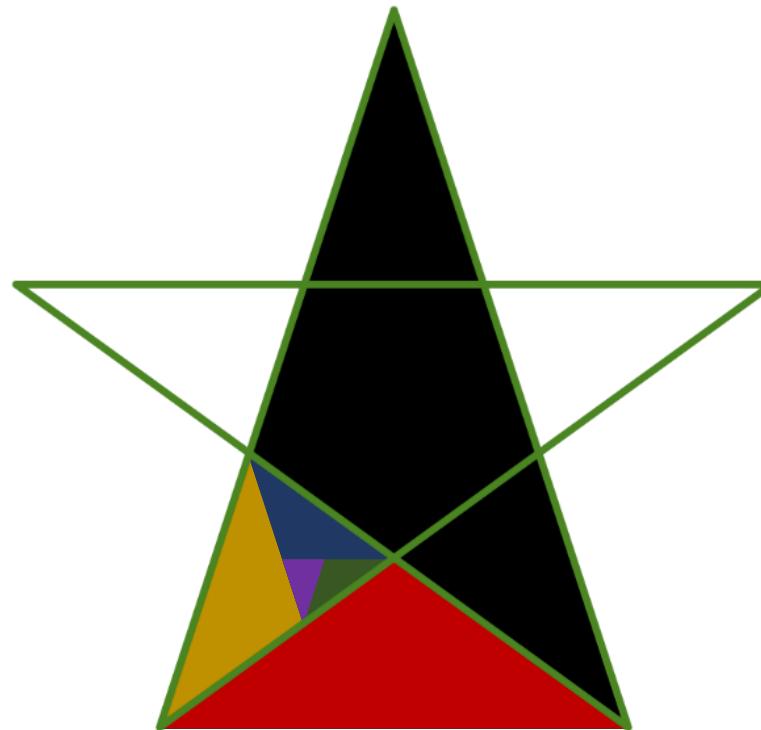


黄金長方形と類似の性質：「**黄金螺旋**」を持つ

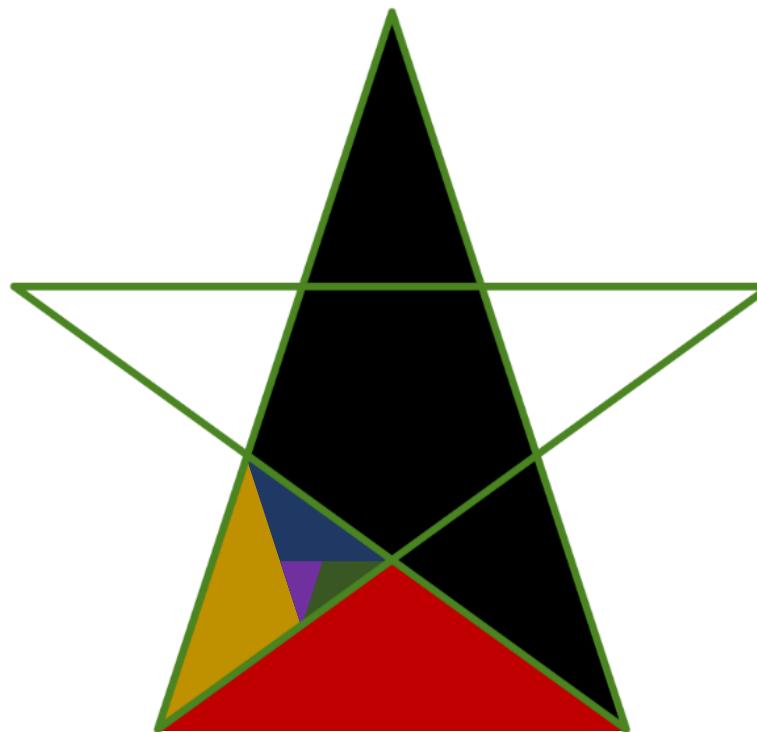
# 黄金三角形



# 黄金三角形

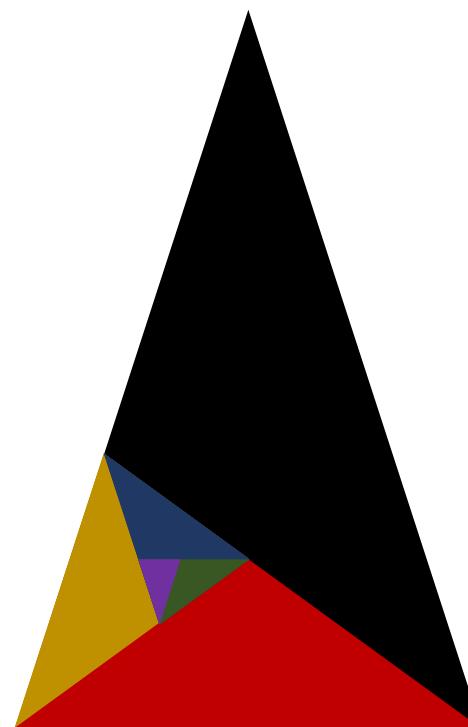


# 黄金三角形



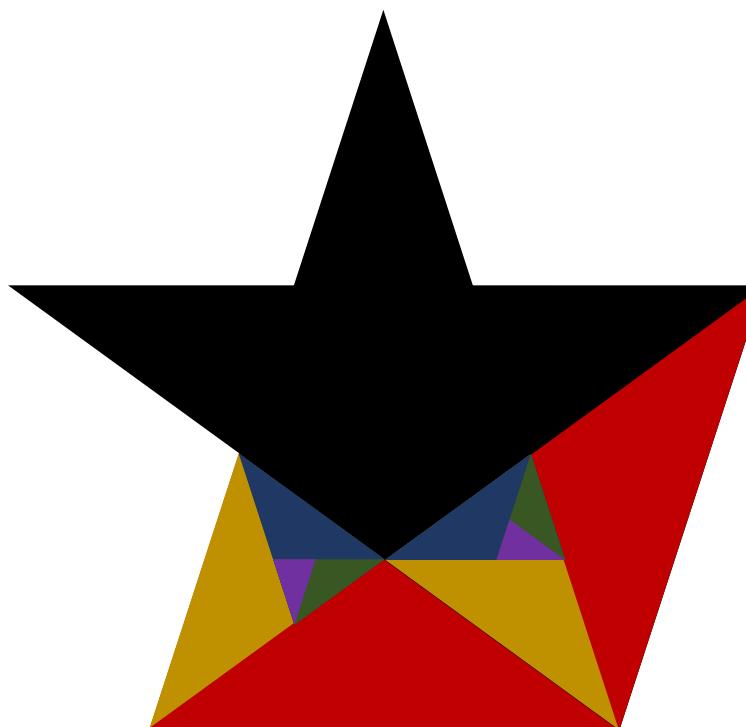
回転の対称性を使う

# 黄金三角形

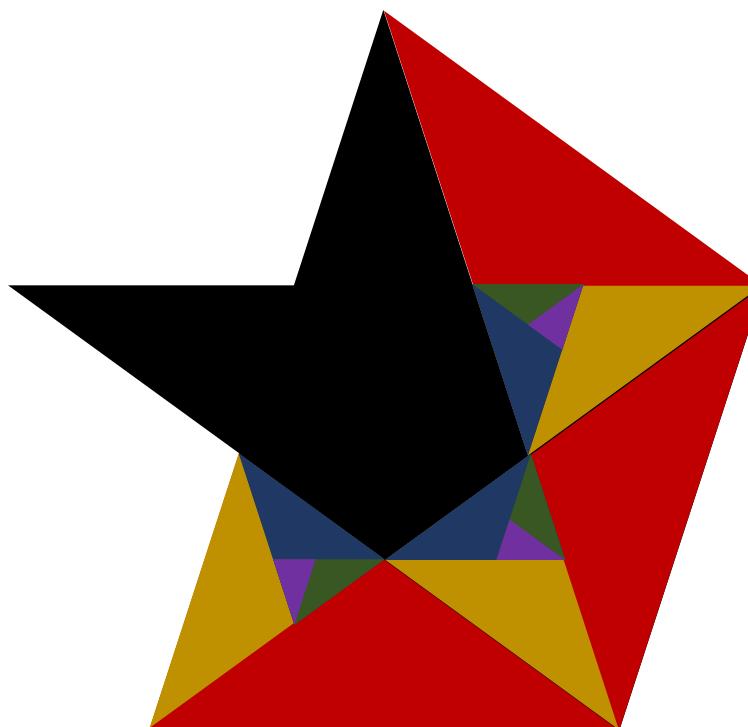


# 黄金三角形

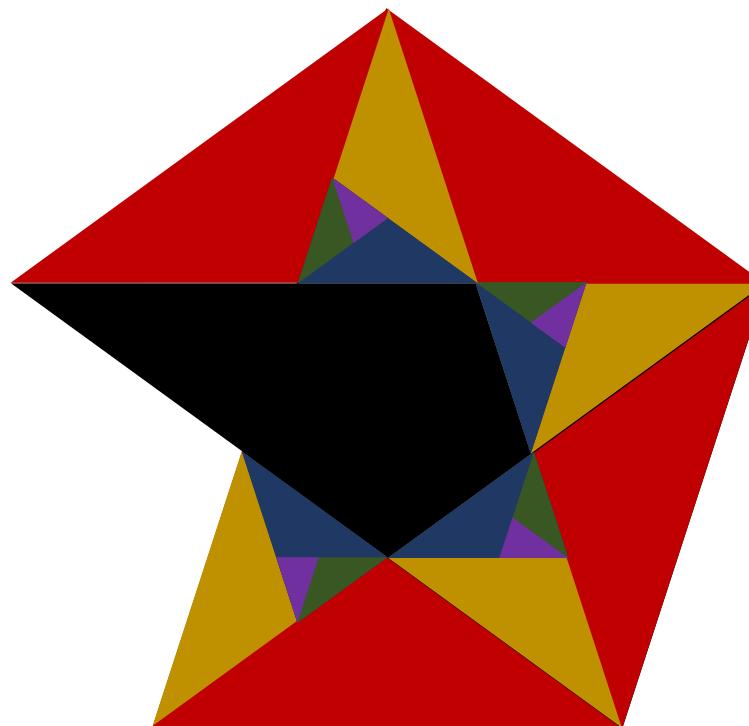
---



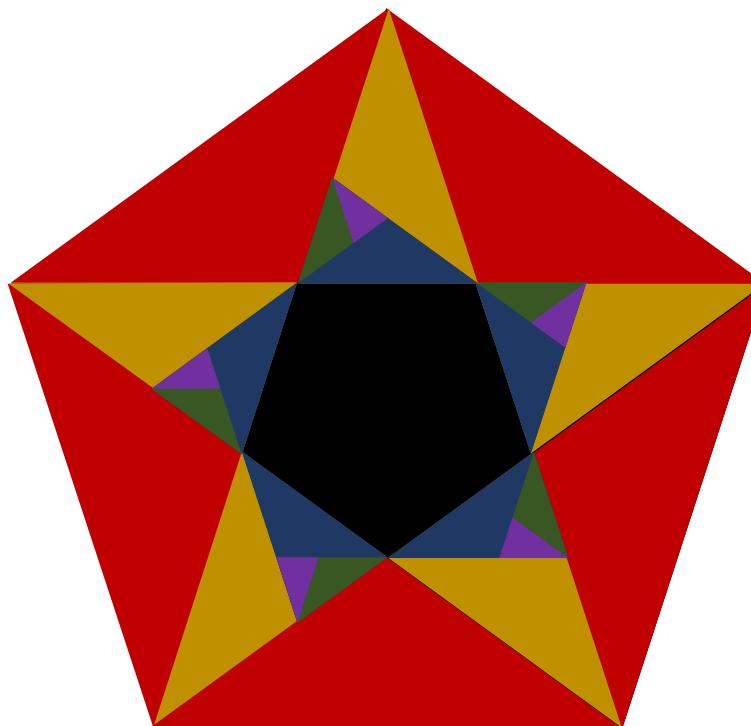
# 黄金三角形



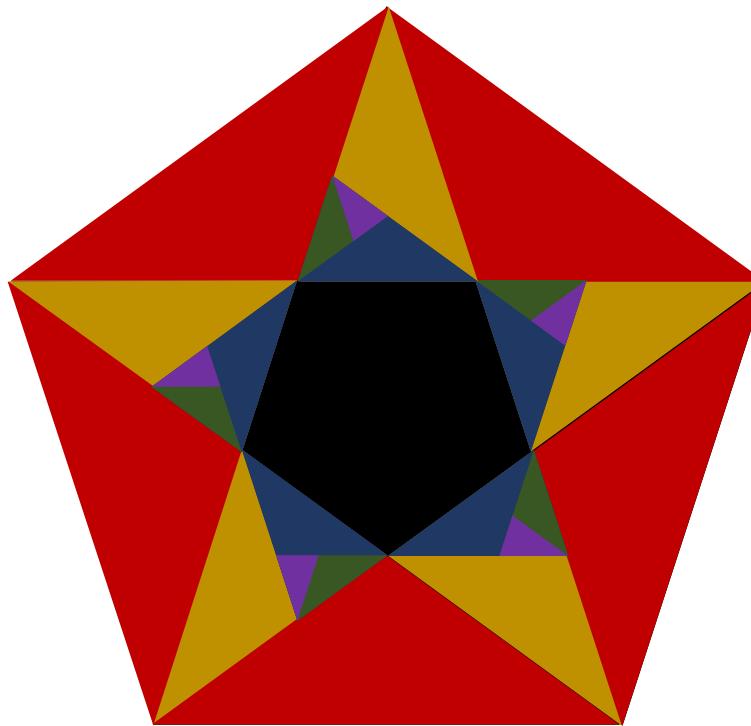
# 黄金三角形



# 黄金三角形

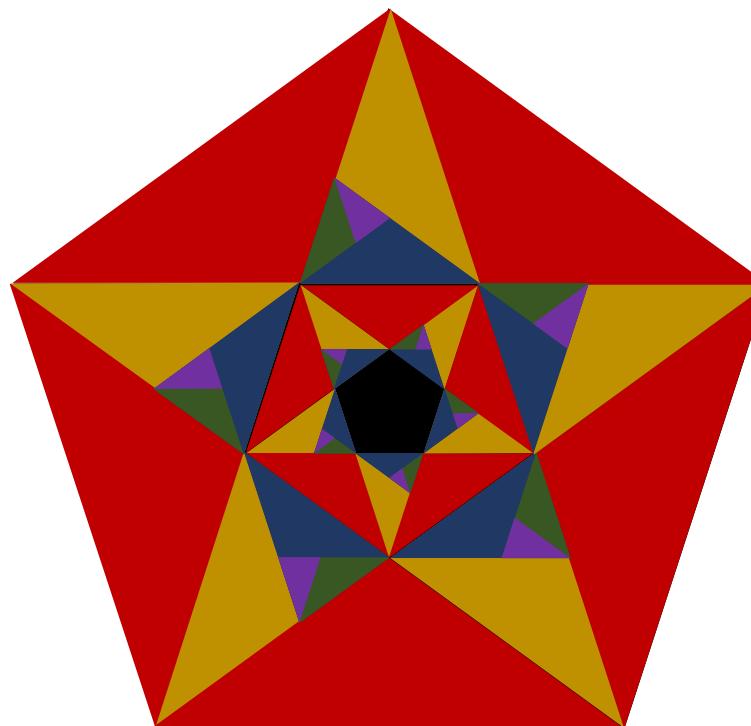


# 黄金三角形



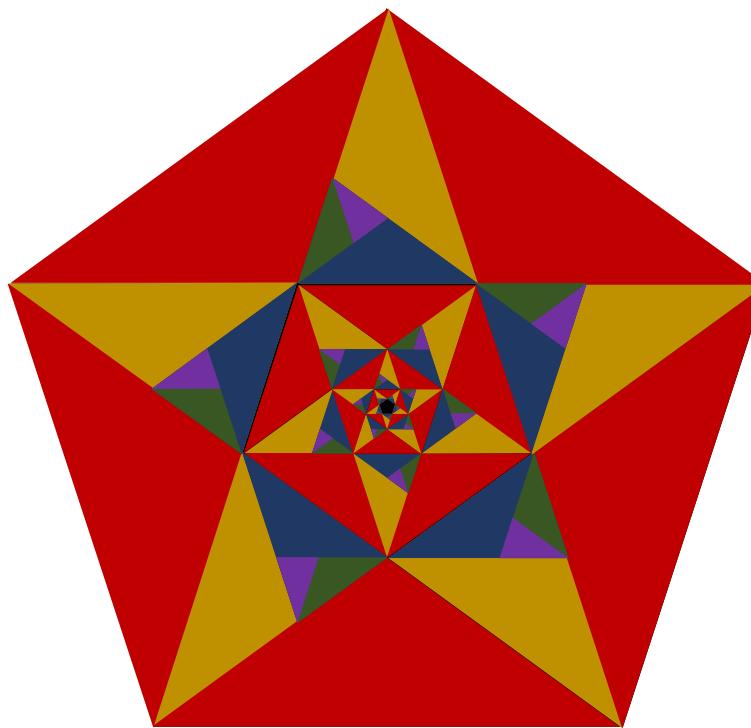
相似を使った繰り返し操作を行う

# 黄金三角形



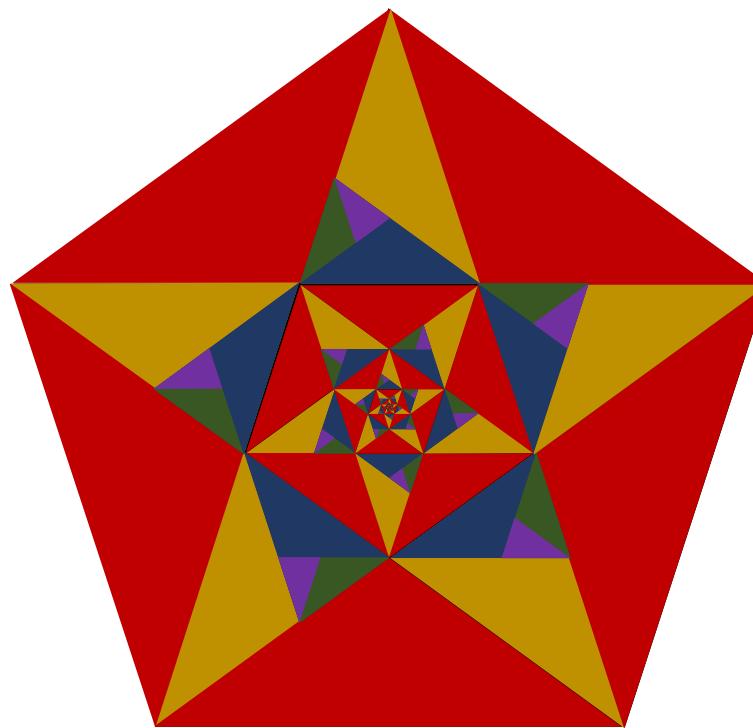
相似を使った繰り返し操作を行う

# 黄金三角形



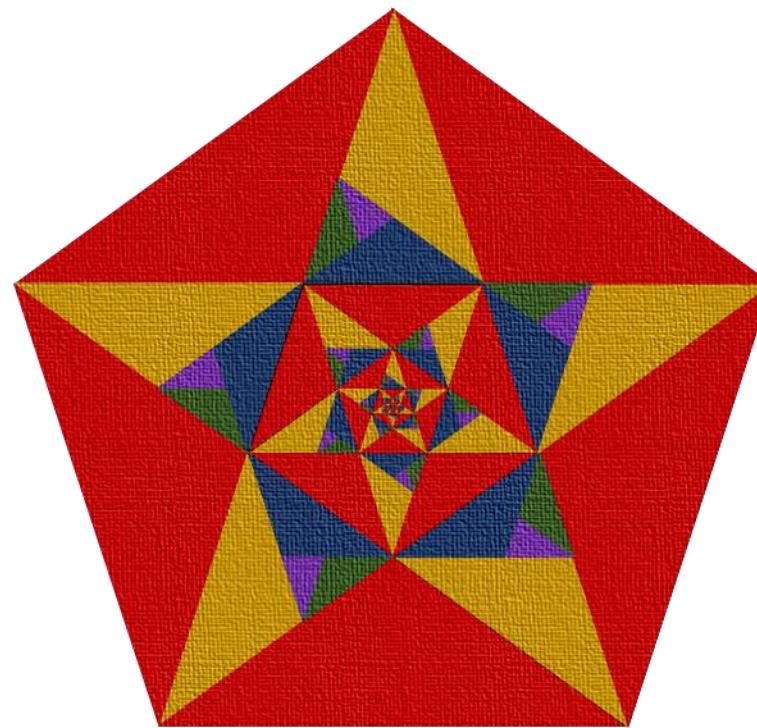
相似を使った繰り返し操作を行う

# 黄金三角形



相似を使った繰り返し操作を行う

# 黄金三角形のデザイン



図形としてペーストし、編集する

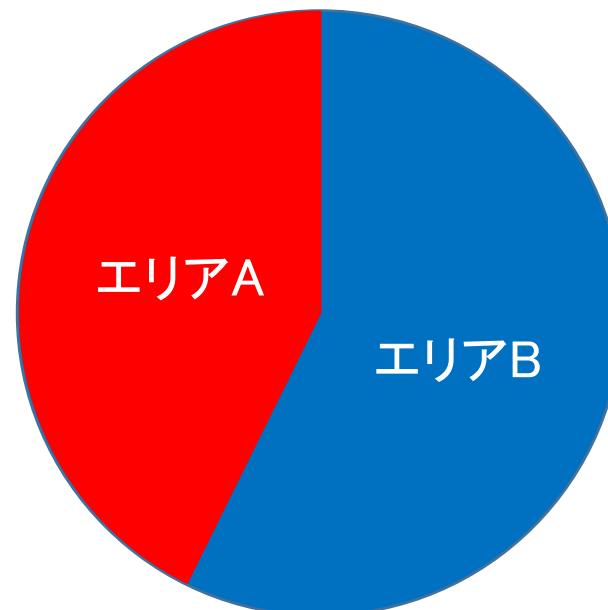
# 【演習問題 2】

|    | A  | B | C | D | E | F | G | H | I | J |
|----|--|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1  |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| 2  |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| 3  |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| 4  | <p><b>演習問題 2</b></p> <p>(1) 黄金三角形を作成してみましょう。<math>(9.53 \times 6.18)</math></p> <p>(2) 正五角形を使ったデザインを作成してみましょう。</p> |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| 5  |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| 6  |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| 7  |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| 8  |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| 9  |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| 10 |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |

# 神出鬼没な黄金比

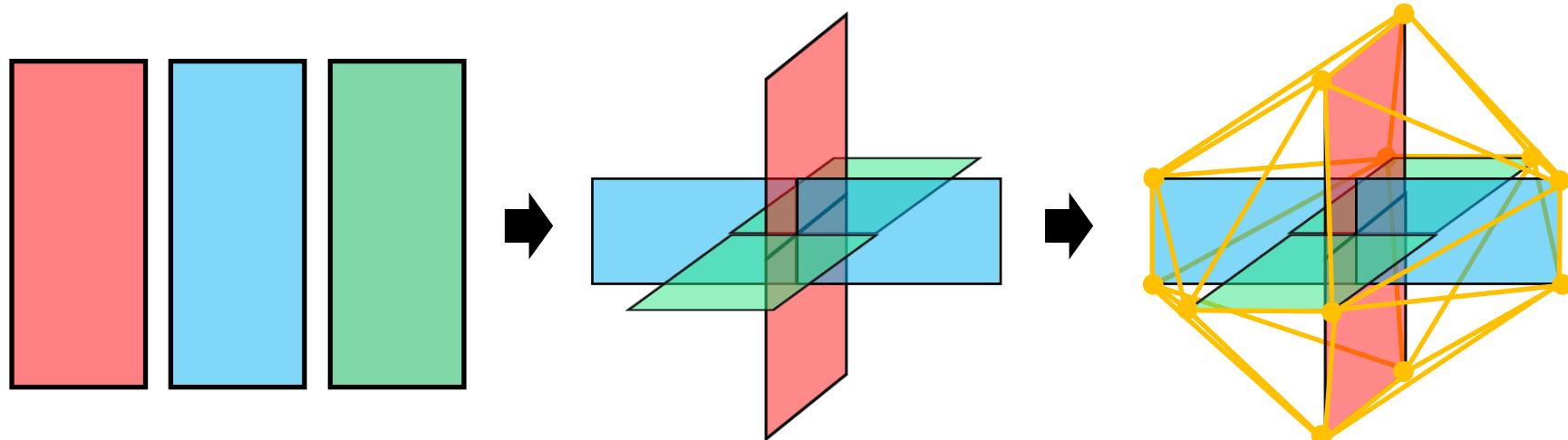
# 黄金比はどこで現れるのか？

AさんとBさんが、Aさん先攻での的当てゲームを行います。AさんはエリアAに、BさんはエリアBに、当てることで勝利が決まるとなります。ゲームを公平にするためにはエリアをどのような面積比で分ければいいでしょうか？



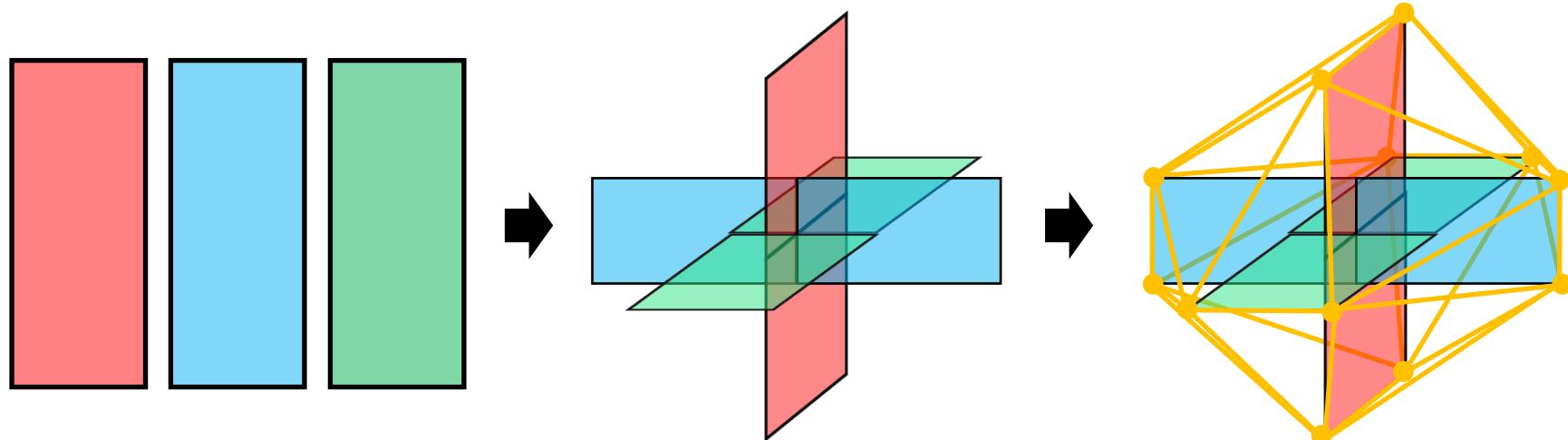
# 黄金比はどこで現れるのか？

3つの合同な長方形の中心を直交する形で下の図のように合わせます。このとき頂点を結ぶことで得られる図形は20面体になることがわかります。「正20面体」にするにはどのような長方形を用意すればいいでしょうか？



# 黄金比はどこで現れるのか？

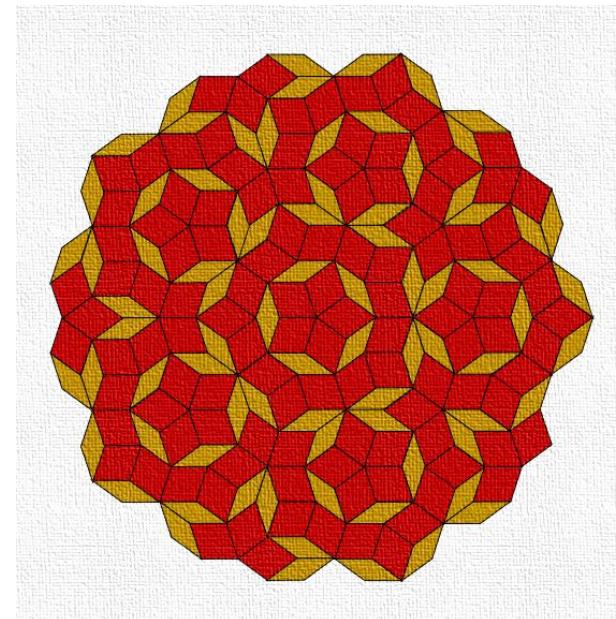
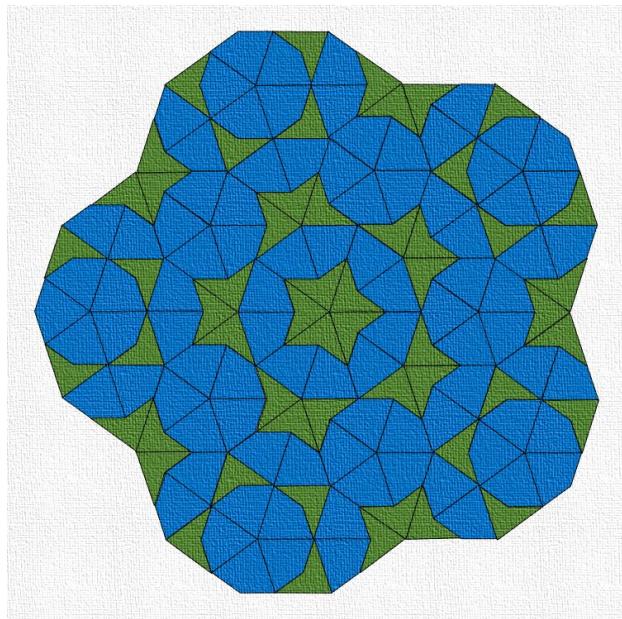
3つの合同な長方形の中心を直交する形で下の図のように合わせます。このとき頂点を結ぶことで得られる図形は20面体になることがわかります。「正20面体」にするにはどのような長方形を用意すればいいでしょうか？



## 【付録】ペンローズタイル

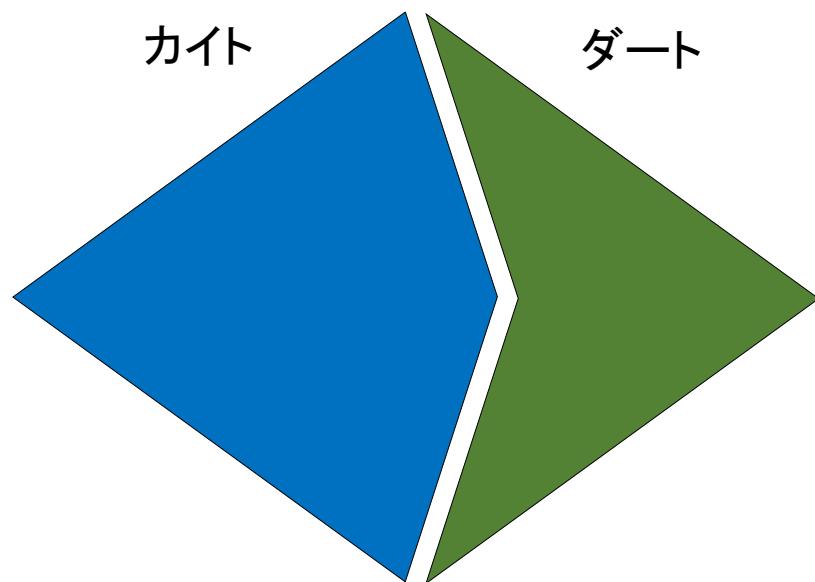
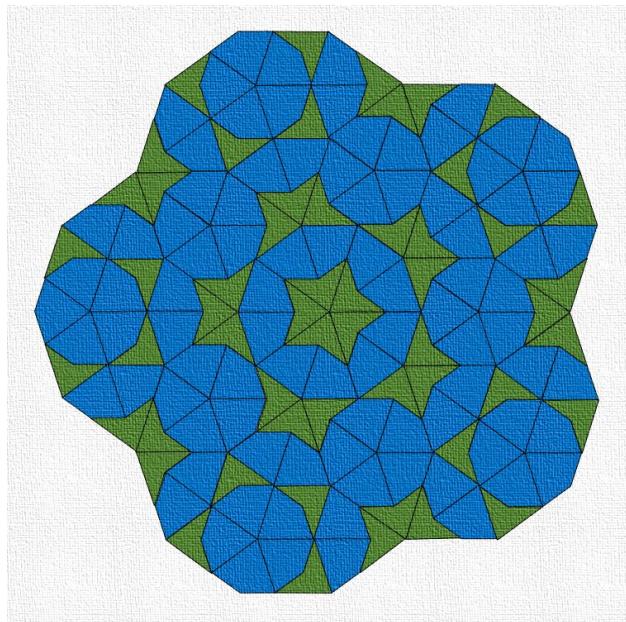
# ペンローズタイル

宇宙物理学者ロジャー・ペンローズによって発見された、2種類のみからなる  
“**非周期タイリング**”(コピー＆ペーストが活用できないタイリング)

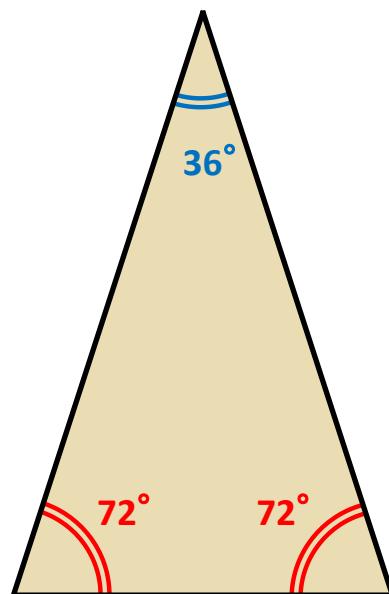


# ペンローズタイル

宇宙物理学者ロジャー・ペンローズによって発見された、2種類のみからなる  
“**非周期タイリング**”(コピー＆ペーストが活用できないタイリング)

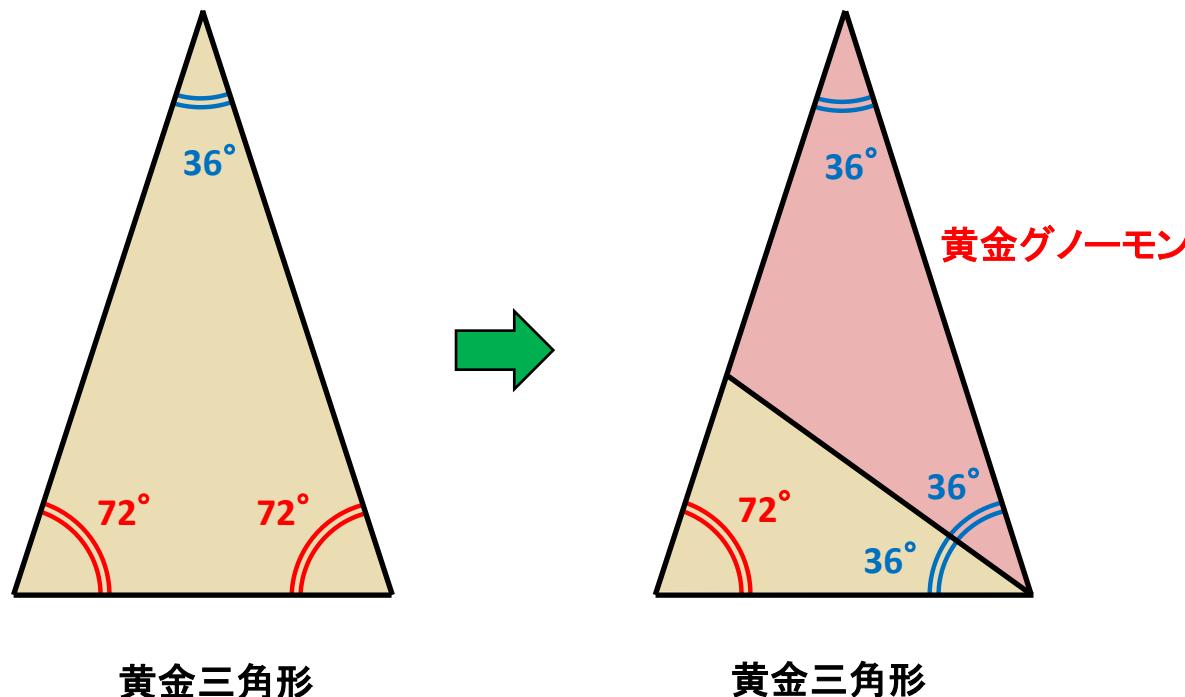


# 黄金三角形とペンローズタイル

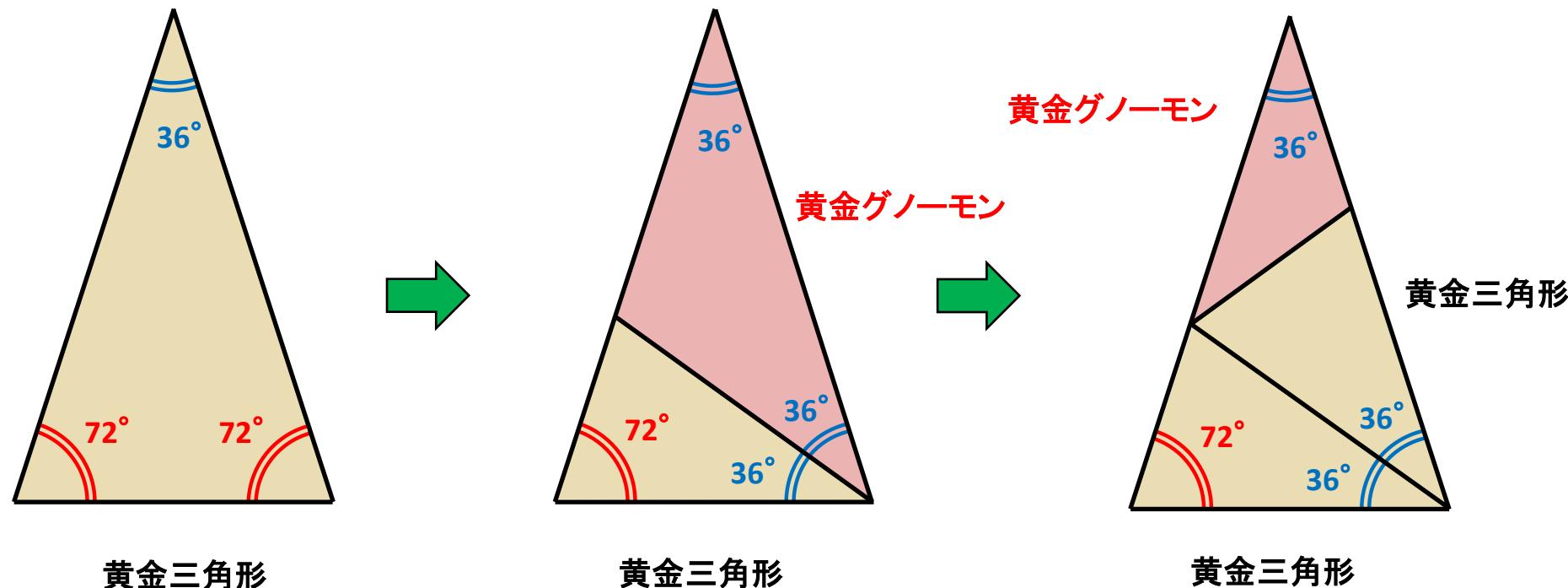


黄金三角形

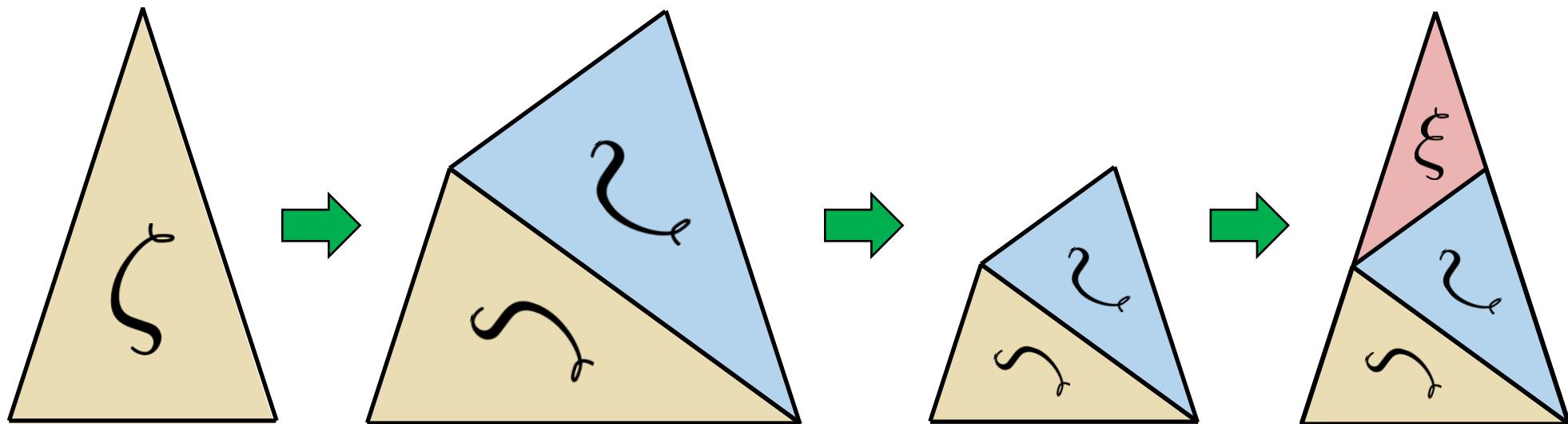
# 黄金三角形とペンローズタイル



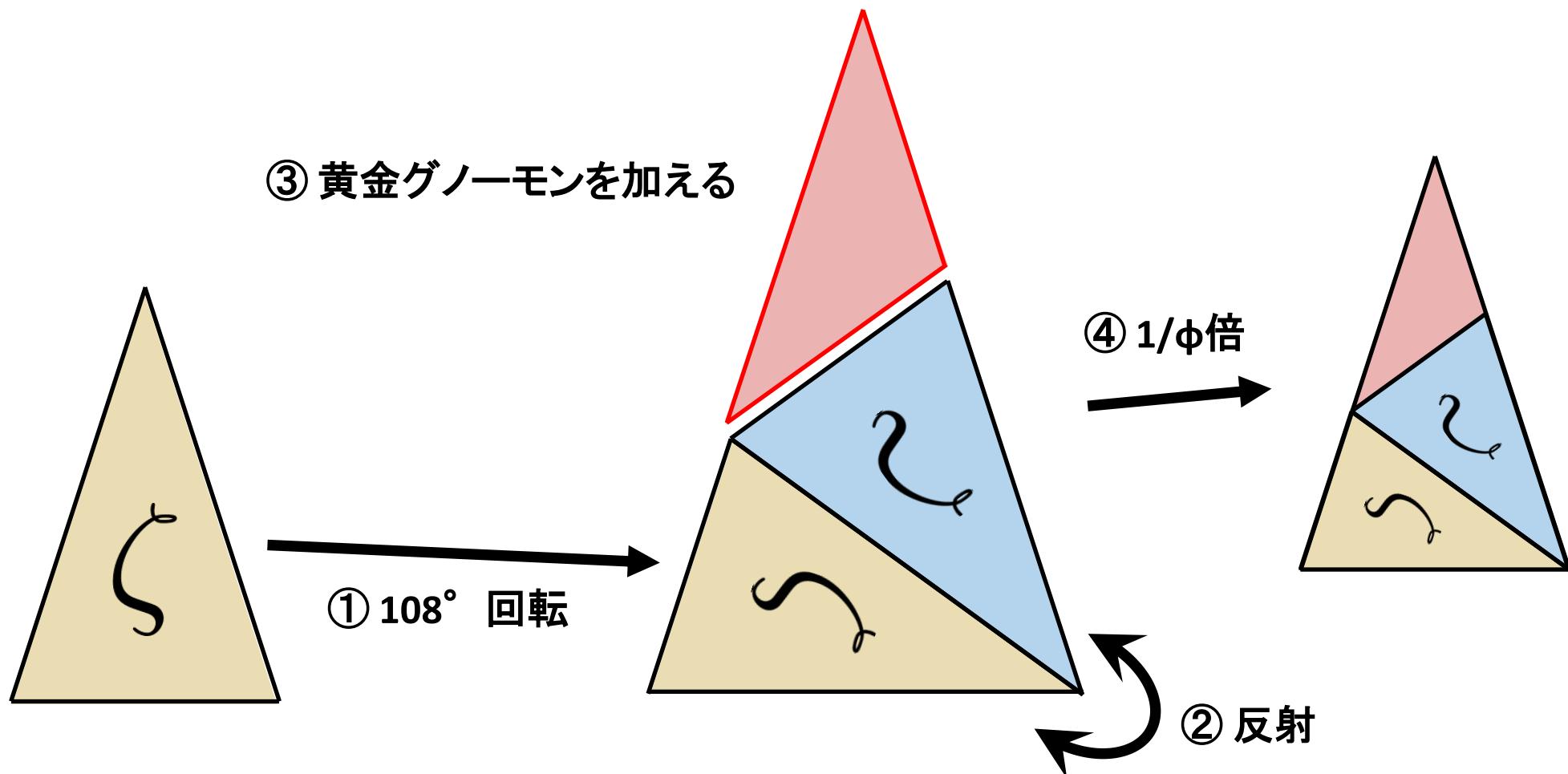
# 黄金三角形とペンローズタイル



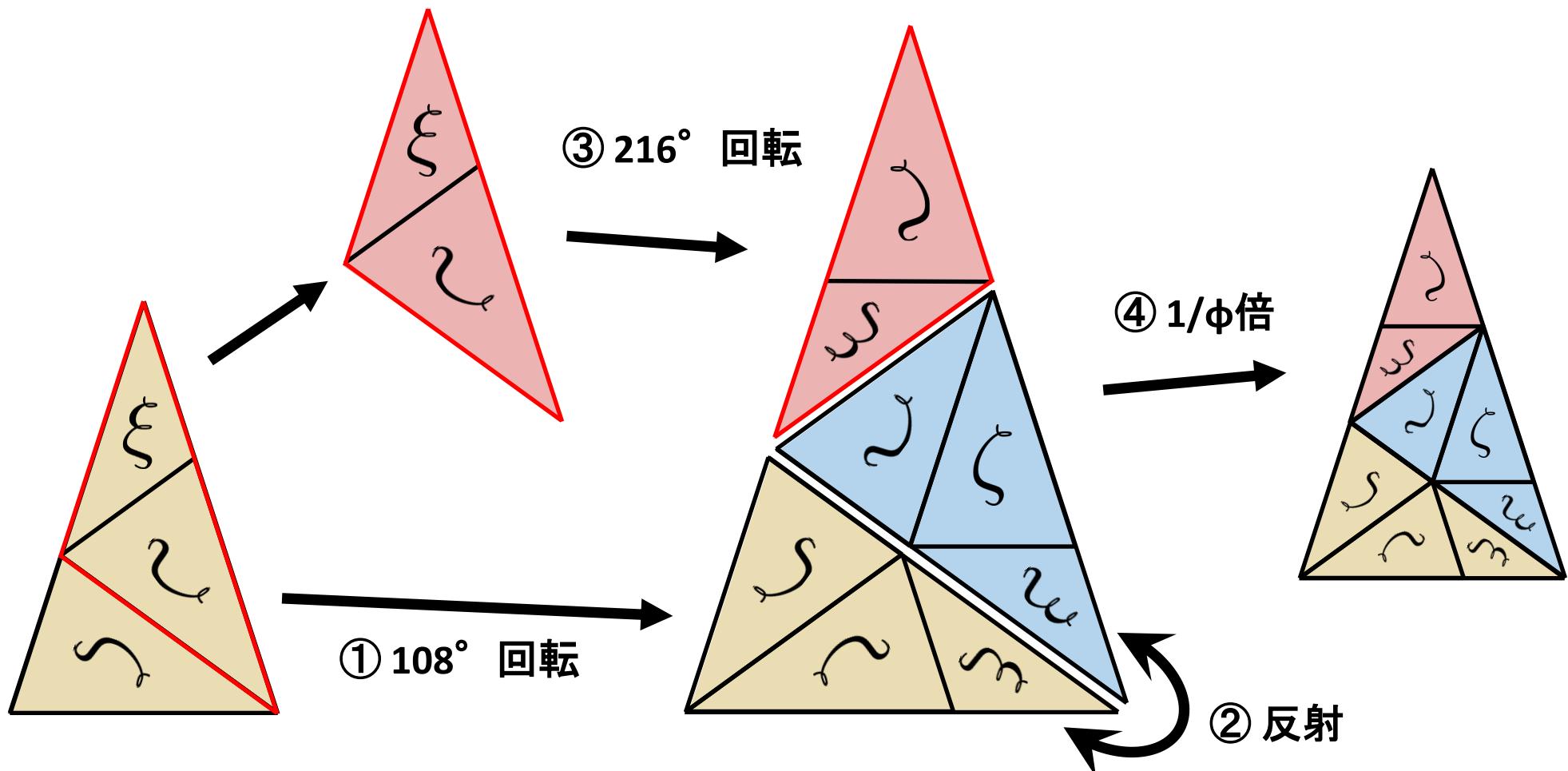
# 黄金三角形とペンローズタイル



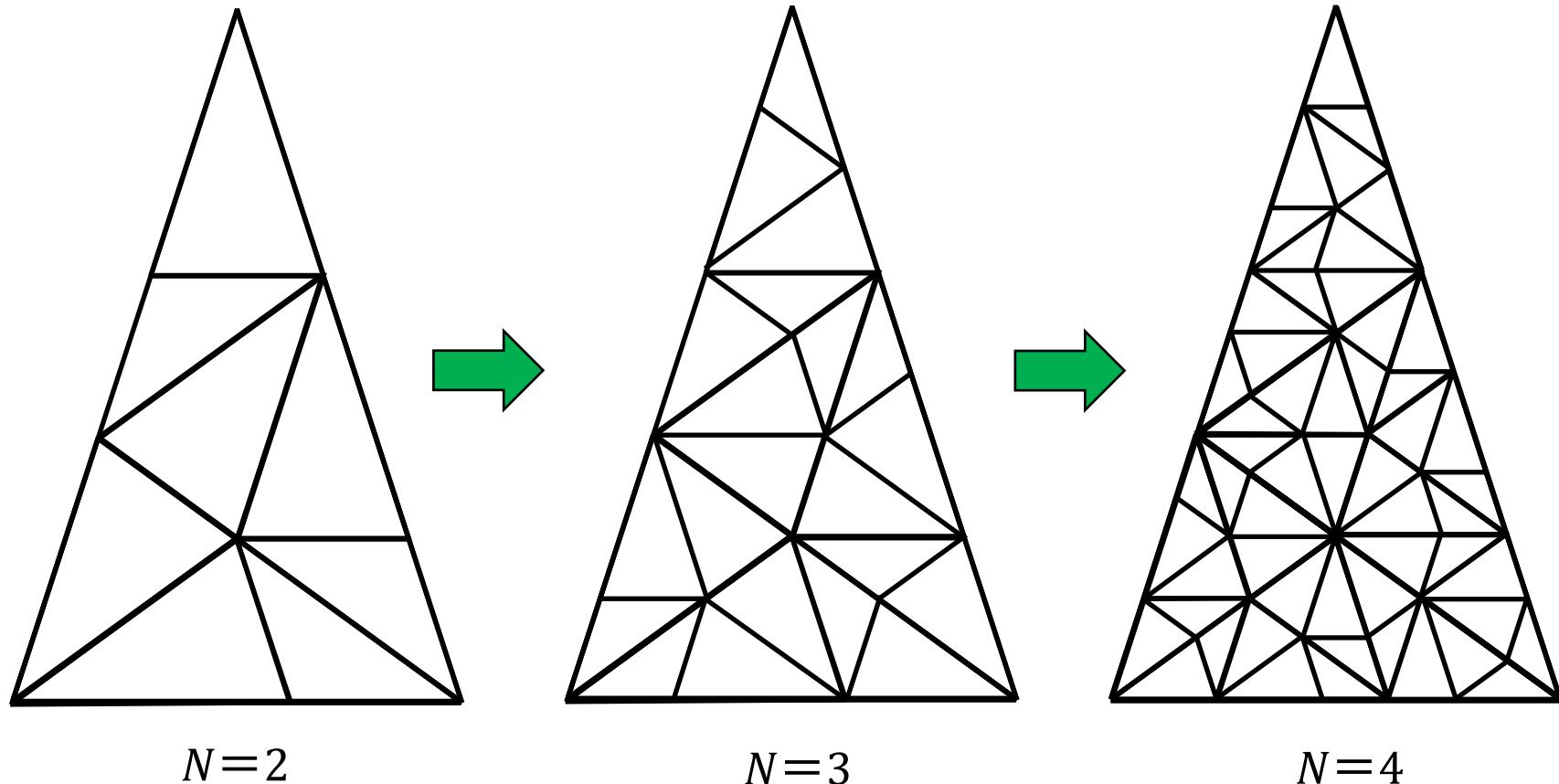
# 黄金三角形とペンローズタイル



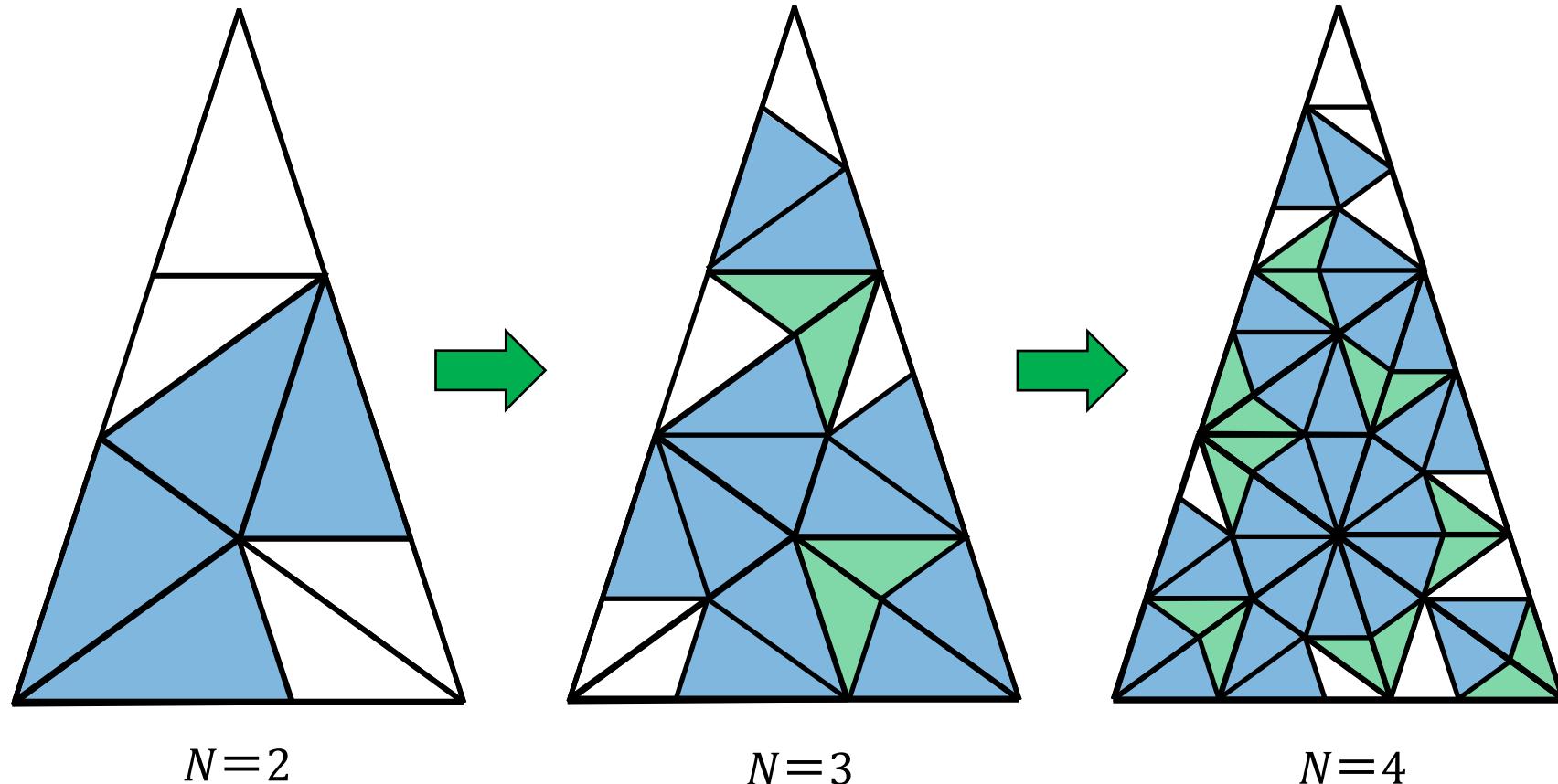
# 黄金三角形とペンローズタイル



# 黄金三角形とペンローズタイル



# 黄金三角形とペンローズタイル



# 黄金三角形とペンローズタイル

