
Competència Transversal EDA

Aquest exercici s'ha de lliurar a través de les pràctiques del Racó abans del dia de l'examen final de teoria.

- Poseu el vostre nom complet i n'umero de DNI.
 - Contesteu a totes les qüestions en el propi full de l'enunciat.
 - Quan doneu una referència a una font (llibre, revista, web, etc.), seguiu la norma "ISO-690 (author-date, English)". Podeu generar les referències en aquest format a: <https://www.grafati.com/en/blogs/iso-690-citation-generator/>
 - Quan doneu una URL, si us plau escriviu clarament i useu Short URL: <https://www.shorturl.at/>
-

- (a) Definiu la classe de complexitat co-NP.

En la teoria de la complexitat computacional, co-NP és una classe de complexitat. Un problema de decisió X és membre de co-NP si i només si el seu complement X^c està en la classe de complexitat NP .

És a dir, co-NP és el conjunt de problemes de decisió on existeix un polinomi $p(n)$ i una màquina de Turing delimitada en temps $\text{polinomial } M$ tal que per a cada instància x , x és una no- instància si i només si: per a alguns possible certificat c de longitud delimitat per $p(n)$, la màquina de Turing M accepta el parell (x, c) .

- (b) Doneu la referència d'una font on es defineixi aquesta classe.

TOK.WIKI, [no date]. co-NP Problemas complementariosyProblemas duales. *tok.wiki* [online]. [Accessed 1 June 2022]. Available from: <https://hmong.es/wiki/CoNP>

- (c) Demostreu que $\text{P} \star \text{co-NP}$.

La classe P està tancada sota complementació: si L és un llenguatge a P, llavors el complement de L també és a P. P Es pot veure prenent qualsevol de les decisions en temps polinòmic per L i canviant els estats d'acceptació i rebuig; aquesta nova màquina ara decideix el complement de L i ho fa en temps polinòmic.

Una llengua L és en co-NP si el seu complement és en NP. Així que considerem qualsevol llengua L que pertanyi a P. El complement de L també està en P, de manera que el complement de L està en NP (perquè P està inclòs en NP). Per tant, L està en co-NP. En conseqüència, $P \subseteq \text{co-NP}$. ☆

- (d) De l'apartat anterior i del fet que $P \subseteq NP$ es dedueix que $P \subseteq NP \cap \text{co-NP}$. Un important problema obert en informàtica teòrica és si $P = NP \cap \text{co-NP}$ o no.

Durant molt de temps, un problema de $NP \cap \text{co-NP}$ que no se sabia si pertanyia o no a P (i que, per tant, era candidat a refutar que $P = NP \cap \text{co-NP}$) era el problema de **PRIMERS**: donat un natural (representat pel vector dels seus dígits en binari), determinar si és primer o no. Finalment però es va acabar demostrant que aquest problema pertany a P.

❖ Doneu la referència d'una font on es **demostr**i que **PRIMERS** pertany a P.

AGRAWAL, Manindra, KAYAL, Neeraj and SAXENA, Nitin, [no date]. PRIMES is in P. <https://www.cse.iitk.ac.in/> [online]. Available from: https://www.cse.iitk.ac.in/users/manindra/algebra/primality_v6.pdf

- (e) Un altre important problema obert en informàtica teòrica és si $NP = \text{co-NP}$. Si $NP \neq \text{co-NP}$, que podem dir aleshores del problema $P = NP$? Justifiqueu la

vostra resposta.

No. Es tracta d'un altre problema obert i certament relacionat, però diferent. La classe de complexitat co-NP és el conjunt de llenguatges els complements dels quals estan en NP; és a dir, el conjunt de problemes de decisió per als quals una resposta "no" té un verificador de temps polinòmic determinista. Per exemple, la pregunta "És insatisfactible aquesta fórmula SAT?" Si la resposta és "no", llavors hi ha alguna assignació satisfactòria de les variables que ho prova; aquest és el certificat per al verificador.

És possible que $P \neq NP$, però $NP = co-NP$.

Però d'altra banda, si $P = NP$, llavors $NP = co-NP$ per descomptat. Això es deu al fet que si una llengua és a P, llavors el seu complement també és a P, així que si $P = NP$, llavors això també va per a cada llengua a NP.