



大连理工大学

DALIAN UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

系统动力学仿真 巴斯扩散模型实验 疫情 SIR 实验 实验报告

学 院（系）： 经济管理学院

专 业： 物流管理专业

姓 名： 严梓锴

学 号： 201903020

指 导 教 师： 白朝阳

完 成 日 期： 2022 年 3 月 31 日

大连理工大学

Dalian University of Technology

目录

巴斯扩散模型实验.....	1
1 实验内容.....	1
2 实验方法.....	1
2.1 系统动力学仿真.....	1
2.1.1 基本概念.....	1
2.1.2 适用条件.....	1
2.1.3 关键要素.....	1
2.2 巴斯扩散模型.....	2
2.2.1 基本概念.....	2
2.2.2 组成要素.....	2
2.2.3 使用前提.....	2
2.2.4 模型出处.....	2
3 Anylogic 实验模型.....	2
3.1 基本思想.....	2
3.2 要素作用关系图.....	3
3.3 等效数学模型.....	3
3.4 关键参数.....	3
3.5 参数变换实验.....	3
4 实验仿真程序.....	4
5 实验结果可视化.....	5
6 思考题解答.....	6
7 实验总结.....	8
8 参考文献.....	9
疫情 SIR 实验.....	1
9 实验内容.....	1
10 实验方法.....	1
10.1 传染病模型.....	1
10.1.1 SIR 模型.....	1
10.1.2 SEIR 模型.....	2
10.1.3 新冠肺炎疫情 SEIR 模型.....	2
11 Anylogic 实验模型.....	3
11.1 存量.....	3
11.2 参数.....	4
11.3 流量.....	5
11.4 宏观调控.....	5
12 实验仿真程序.....	6
13 实验结果.....	7
13.1 仿真结果示意图.....	7
13.2 仿真结果数据.....	7
14 实验总结.....	9

15 参考文献.....	9
--------------	---

图目录

图 1 巴斯扩散实验模型要素作用关系图.....	3
图 2 巴斯扩散实验仿真程序截图.....	4
图 3 巴斯扩散仿真实验结果可视化.....	5
图 4 巴斯扩散参数变换实验结果可视化.....	5
图 5 前 8 天每天新增采纳者人数图	6
图 6 延长结束时间后的参数变化实验结果.....	7
图 7 SIR 模型示意图.....	1
图 8 SIR 模型等效数学模型.....	2
图 9 SEIR 模型示意图	2
图 10 SEIR 模型等效数学模型	2
图 11 新冠肺炎疫情 SEIR 模型存量图	3
图 12 新冠肺炎疫情 SEIR 模型流量图	5
图 13 新冠肺炎疫情 SEIR 仿真程序示意图	6
图 14 新冠肺炎疫情 SEIR 仿真实验运行结果示意图	7

表目录

表 1 前 8 天每天新增采纳者人数表.....	6
表 2 新冠疫情 SEIR 模型参数表.....	4
表 3 新冠疫情 SEIR 模型仿真结果(前 40 天).....	7

巴斯扩散模型实验

1 实验内容

构建巴斯扩散模型，对产品的销售推广进行仿真模拟。利用 Anylogic 进行系统动力学建模仿真。

2 实验方法

2.1 系统动力学仿真

2.1.1 基本概念

系统动力学是一门分析研究信息反馈系统的学科，也是一门认识系统问题和解决系统问题的交叉性、综合性学科。系统动力学建模主要用于构建长期的战略模型，并假设建模的对象高度聚合，以数量形式表示人、产品、事件和其他离散项。它们没有单独的属性、历史或动态。

2.1.2 适用条件

系统动力学适合于较高抽象层的系统建模，若问题的单个细节比较重要，可以在同一个建模环境下，利用基于智能体或离散事件（以流程为中心）的建模方法，对该模型的所有或部分过程重新定义。

利用系统动力学建模必须注意以下两点：

- ①系统动力学模型仅限于集合，同一存量中的具体项目无法区分，没有单独的特性。
- ②建模者必须考虑全局结构的依赖关系，提供准确的数据。

2.1.3 关键要素

在系统动力学中，现实世界中的流程是用存量、存量之间的流量及决定流量值的信息来表示。存量是系统状态的积累和特征，是系统的记忆和不平衡的来源，而流量是系统状态变化的速率。存量通常用数量表示，其值随着时间不断变化，如人群大小、库存水平、货币或知识等；而流量通常用每段时间内的数量变化表示，其值会改变存量的值，如生产率、每个月的客户数等。^[1]

2.2 巴斯扩散模型

2.2.1 基本概念

弗兰克·巴斯（Frank M. Bass）提出的巴斯扩散模型（Bass Diffusion Model）及其扩展理论，常被用于市场分析，对新开发的产品或技术需求进行预测。对一些新方法、新概念的市场扩散过程也可以用巴斯公式来表达。^[1]

2.2.2 组成要素

它由一个简单的微分方程组成，描述了新产品如何在人群中被采用的过程。该模型展示了新产品的当前采用者和潜在采用者如何相互作用的基本原理。在数学上，基本的 Bass 扩散是具有常数系数的 Riccati 方程。

2.2.3 使用前提

该模型的基本前提是采用者可以分为创新者或模仿者，采用的速度和时机取决于他们的创新程度和采用者之间的模仿程度。Bass 模型在预测中得到了广泛的应用，特别是新产品的销售预测和技术预测。

2.2.4 模型出处

1969 年，Frank Bass 发表了关于耐用消费品新产品增长模型的论文。^[2] 1833^[3]在此之前，埃弗雷特·罗杰斯（Everett Rogers）发表了《创新的扩散》，这是一部极具影响力的作品，描述了产品采用的不同阶段。巴斯为这个概念贡献了一些数学思想。^[4]

3 Anylogic 实验模型

3.1 基本思想

产品或创新扩散的 SD 经典教科书模型。

- 一群人包括潜在采纳者和采纳者；所有人的行为方式完全相同。
- 潜在采纳者以采纳率成为采纳者，采纳率取决于广告。
- 广告在所有时间进行，每个时间单位，它将潜在采纳者广告效果的部分转换 成采纳者。

3.2 要素作用关系图

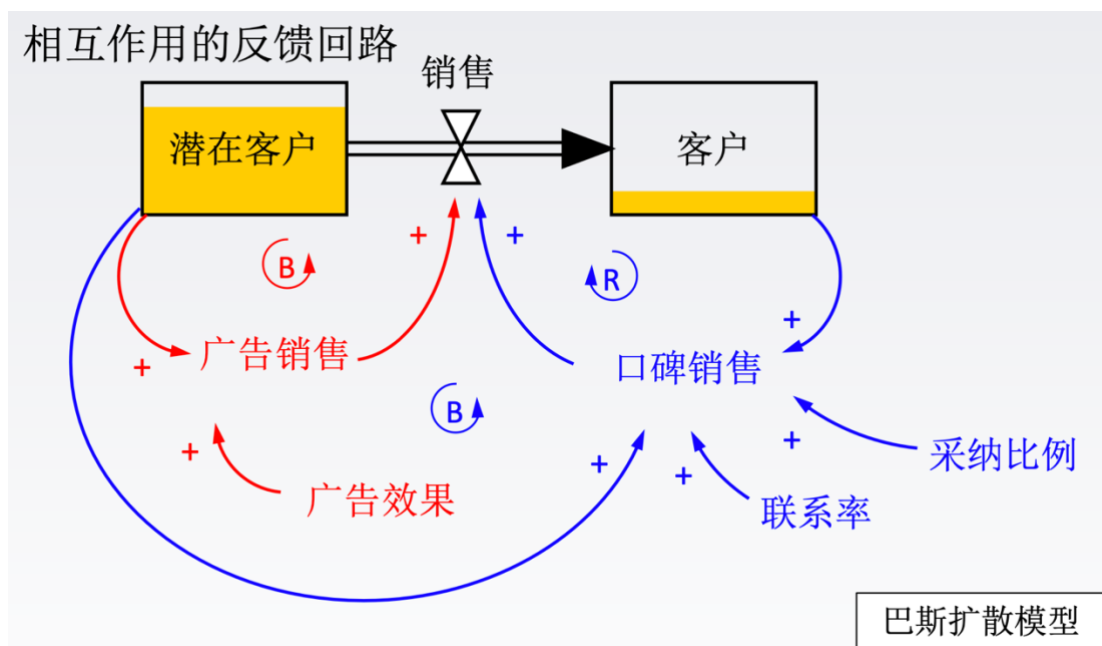


图 1 巴斯扩散实验模型要素作用关系图

3.3 等效数学模型

- ✧ $d(\text{潜在客户}) / dt = -\text{销售}$
- ✧ $d(\text{客户}) / dt = \text{销售}$
- ✧ $\text{销售} = \text{广告销售} + \text{口碑销售}$
- ✧ $\text{广告销售} = \text{潜在客户} * \text{广告效果}$
- ✧ $\text{口碑销售} = \text{客户} * \text{联系率} * (\text{潜在客户} / (\text{潜在客户} + \text{客户})) * \text{采纳比例}$
- ✧ $\text{来自口碑的采纳} = \text{采纳者} * \text{联系率} * \text{采纳比例} * \text{潜在采纳者} / \text{总人口}$

3.4 关键参数

- ◆ 潜在采纳者初始值：10000
- ◆ 采纳者初始值：0
- ◆ 广告效果：0.011
- ◆ 联系率 = 100
- ◆ 采纳比例 = 0.015

3.5 参数变换实验

研究采纳过程如何取决于采纳者的联系率。

设置实验以在范围为 0-10 内以步长 10 改变联系率。

4 实验仿真程序

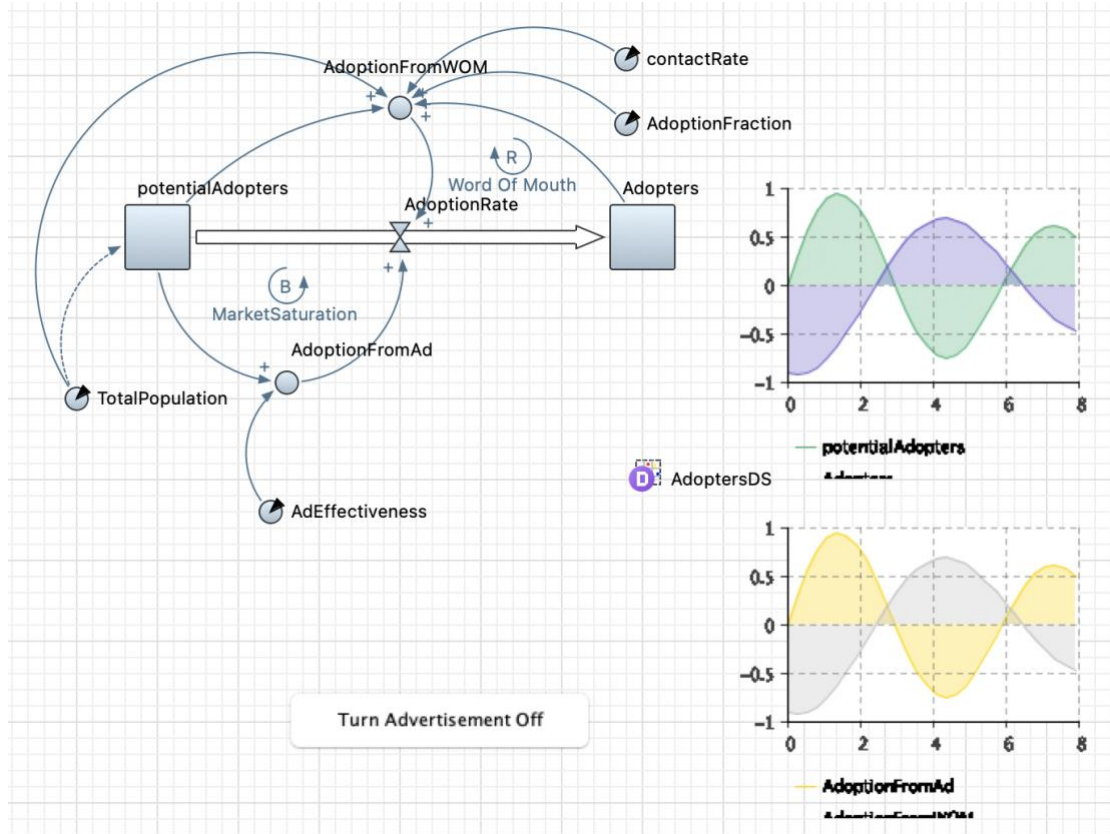


图 2 巴斯扩散实验仿真程序截图

5 实验结果可视化

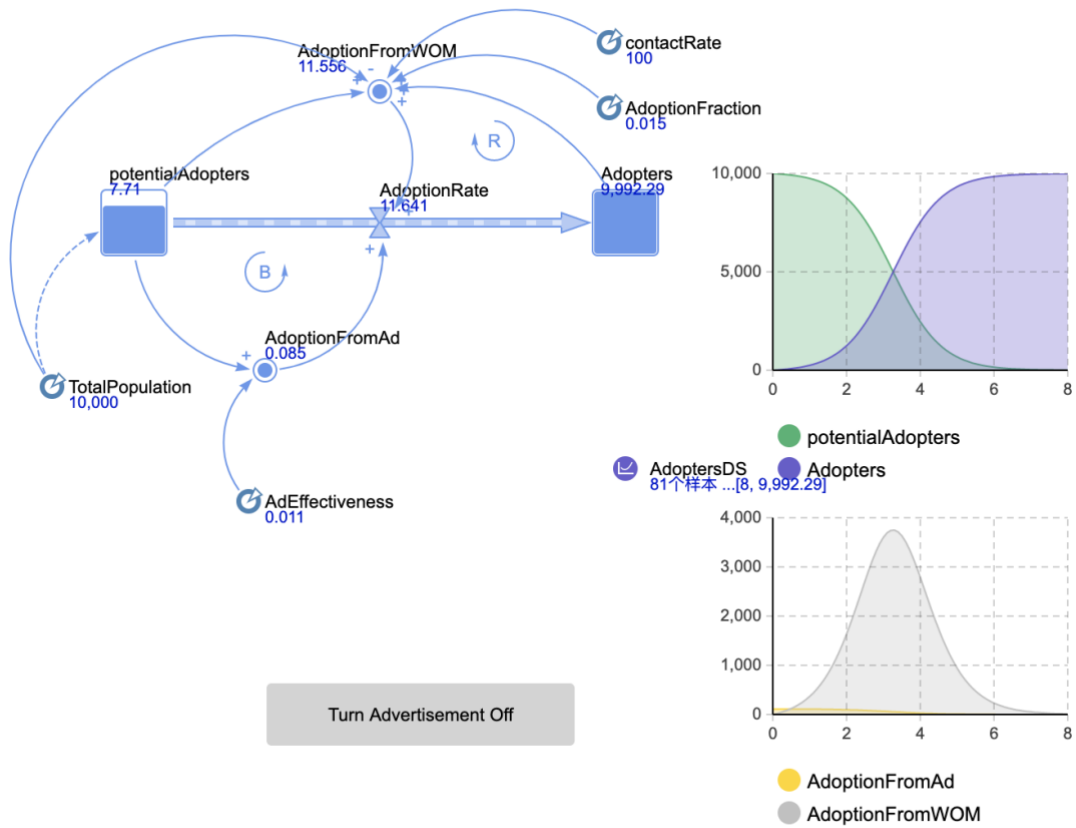


图 3 巴斯扩散仿真实验结果可视化

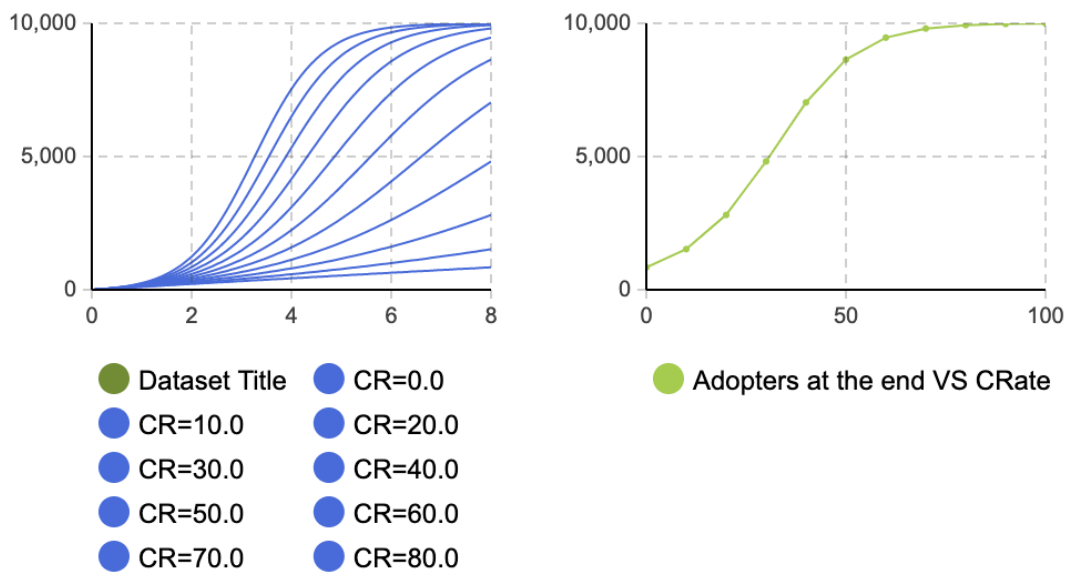


图 4 巴斯扩散参数变换实验结果可视化

6 思考题解答

(1) 每天由于广告有多少人成为采纳者？

表 1 前 8 天每天新增采纳者人数表

天数	潜在采纳者	采纳者	当日新增采纳者
0	10000	0	0
1	9750	250	250
2	8757	1243	992
3	5994	4006	2763
4	2467	7533	3528
5	672	9328	1794
6	156	9844	516
7	35	9965	121
8	8	9992	27

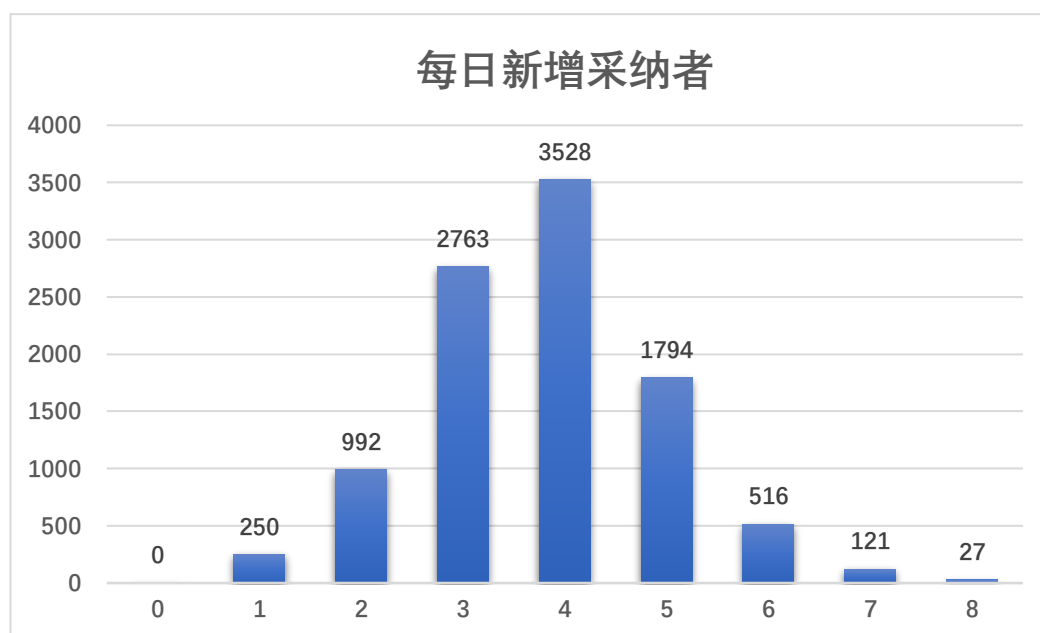


图 5 前 8 天每天新增采纳者人数图

(2) 在 8 年时，采纳者的数量是多少？

根据实验数据第 8 年采纳者数量为 9992 人，几乎已经达到市场饱和状态。

(3) 请解释为什么第一个循环是平衡的，而第二个循环是加强的。

第一个循环流量的等效数学关系表达式为：

■ 广告销售 = 潜在客户 * 广告效果

由广告销售对潜在客户数求导，求导结果的值等于**广告效果**。表面广告销售和潜在客户数线性正相关。因此，随着广告销售的进行，采纳者不断增加，而潜在客户数不断减少，导致广告销售不断下降，形成平衡关系。

第二个循环流量的等效数学关系表达式为：

■ 口碑销售 = 客户 * 联系率 * (潜在客户 / (潜在客户 + 客户)) * 采纳比例

由于潜在客户和客户之间存在另一层关系，即：**潜在客户 + 客户 = 总人口**。替换后由口碑销售对客户求导，结果为：**联系率 * 采纳比率 * (总人口 - 2 * 客户)**。

上述结果表明，当客户数量小于总人口的一半时，求导结果的正，形成正向加强作用。而当客户数量大于总人口的一半时，求导结果为负，形成负向的抑制作用，最终达到平衡关系。

(4) 如果联系率增长，采纳者的最终数量会发生什么？

联系率的增长会加快潜在客户转变为采纳者的速率，但并不改变最终采纳者的数量。采纳者最终数量都会无限逼近于总人口。

对此，做如下参数变换实验进行验证。对联系率从 0 到 100 取步长为 10，设定模型运行的天数为 1000 天。实验结果如图 6 延长结束时间后的参数变化实验结果所示。

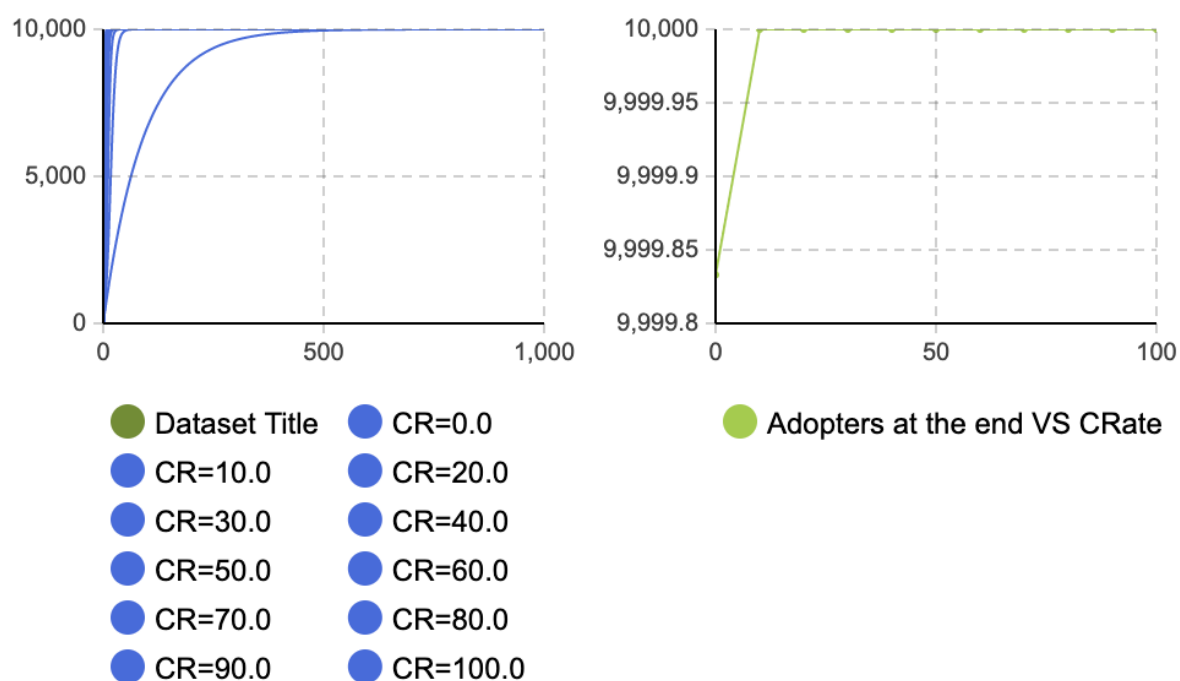


图 6 延长结束时间后的参数变化实验结果

从采纳者人数变化图（左）不难看出，除了在完全无接触的情况（ $CR=0.0$ ），其余有接触率的情况下，全都于 100 天内达到了全部人口的采纳。即使是在完全无接触的情况下，也能够在地 500 天左右达到全部人口的采纳。

因此，联系率的增长会加快潜在客户转变为采纳者的速率，但并不改变最终采纳者的数量。采纳者最终数量都会无限逼近于总人口。

（5） 如果最后联系率等于零，那么：

- (a) 0 适用者
- (b) 多余 1
- (c) 总人数的一半多

如图 6 延长结束时间后的参数变化实验结果所示，在联系率为 0 的情况下（ $CR=0.00$ ），采纳者最终数量都会无限逼近于总人口（于 500 天左右达到全部人口的采纳）。

7 实验总结

实验参数下，口碑营销占据主要地位，广告营销只起前期推动作用。

依据仿真实验的可视化结果可以发现，实验在第一天的时间段内主要依靠广告营销产生潜在客户到采纳者的转变，而第一天结束之后口碑营销产生的转化量开始大于广告营销，且在第 3 天左右达到顶峰，远高于广告营销的效果。而广告营销产生的转化量则从第一天开始随着时间的推移只减不增。

对于该现象，有以下两个思考：

- ① **实验参数的设置并不适应与所有类型的产品。**该实验参数反映的销售情况更适用于实用性强质量好的产品，主要通过后期客户与潜在客户之间的沟通口碑推广实现大量销售，而不太适用于依靠广告流量产生短期大量销售的产品（互联网产品居多）。可见对于当下的互联网+的产品销售模式，该模型参数并不能很好地模拟真实情况。
- ② **模型本身存在一定的不足。**
 - a) 实验中广告销售的系数是恒定的。而在现实生活中广告的效果与广告的持续时间、投入的广告数量等因素均有关。因此，若要更好地反映真实的市场情况，可以对广告系数进行进一步地细化分解建模。
 - b) 实验中广告销售随着实验推移只减不增。这是等效数学模型构建的方程导致的必然结果。

8 参考文献

- [1] 赵瑞春等. 《基于 Anylogic 的系统动力学仿真与建模》
- [2] Bass, Frank M. (2004). "Comments on "A New Product Growth for Model Consumer Durables": The Bass Model". *Management Science*. **50** (12): 1833–1840. [CiteSeerX 10.1.1.460.1976](#). [doi:10.1287/mnsc.1040.0300](#). Perhaps the first thing to notice about the paper that has come to be known as the "Bass Model" (Bass 1969) is the title. It contains a typo. The paper was published with the title: "A New Product Growth for Model Consumer Durables." The correct title should be: "A New Product Growth Model for Consumer Durables."
- [3] [Jump up to:](#)^a b c d [Bass, Frank](#) (1969). "A new product growth for model consumer durables". *Management Science*. **15** (5): 215–227. [doi:10.1287/mnsc.15.5.215](#).
- [4] [Jump up to:](#)^a b c *Management Science* 50 Number 12 Supplement, Dec 2004 [ISSN 0025-1909](#) p1833-1840

疫情 SIR 实验

9 实验内容

根据传染病经典模型 SIR 的变种 SEIR 模型以及新冠肺炎疫情的特点，建立适用于新冠肺炎疫情的 SEIR 模型。基于 Anylogic 仿真模拟软件，进行仿真模拟。

10 实验方法

本实验采用系统动力学的方式进行仿真模拟，系统动力学的相关概念及适用条件已经在巴斯扩散实验中给出，在此不做赘述。

10.1 传染病模型

10.1.1 SIR 模型

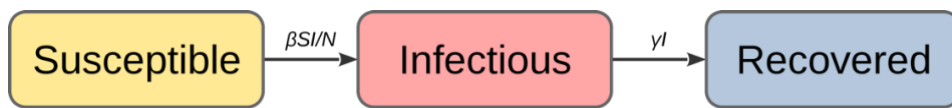


图 7 SIR 模型示意图

SIR^[1]模型是最简单的隔室模型之一，许多模型都是这种基本形式的派生。该模型由三个隔间组成：

S: 易感个体的数量。当易感个体和传染性个体发生“传染性接触”时，易感个体会感染疾病并转移到传染性隔间。

I: 传染性个体的数量。这些人已经被感染并且能够感染易感人群。

R: 表示被迁移（和免疫）或已故个体的数量。这些人已经被感染并且已经从疾病中恢复并进入了被移除的隔间，或者已经死亡。

该模型可以合理地预测传染病在人与人之间传播的疾病，并且恢复会带来持久的抵抗力，例如麻疹、腮腺炎和风疹。

等效数学模型：

$$\begin{cases} \frac{dS}{dt} = -\frac{\beta IS}{N}, \\ \frac{dI}{dt} = \frac{\beta IS}{N} - \gamma I, \\ \frac{dR}{dt} = \gamma I, \end{cases}$$

图 8 SIR 模型等效数学模型

10.1.2 SEIR 模型

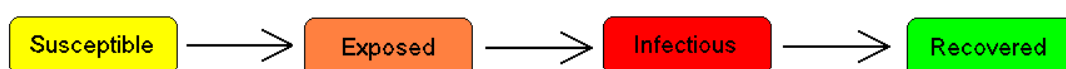


图 9 SEIR 模型示意图

对于许多重要的感染（例如新冠疫情），存在一个显着的潜伏期，在此期间个人已被感染但尚未有传染性。在此期间，个人在隔间 E（暴露）。

等效数学模型：

$$\frac{dS}{dt} = \mu N - \mu S - \frac{\beta IS}{N}$$

$$\frac{dE}{dt} = \frac{\beta IS}{N} - (\mu + a)E$$

$$\frac{dI}{dt} = aE - (\gamma + \mu)I$$

$$\frac{dR}{dt} = \gamma I - \mu R.$$

图 10 SEIR 模型等效数学模型

10.1.3 新冠肺炎疫情 SEIR 模型

相比于传统 SIR，新冠肺炎疫情 SIR 模型：

- 存在潜伏期，潜伏期可感染；
- 疫情可以宏观调控：在隔离、治愈周期等方面)
- 存在入院治疗、居家隔离

11 Anylogic 实验模型

11.1 存量

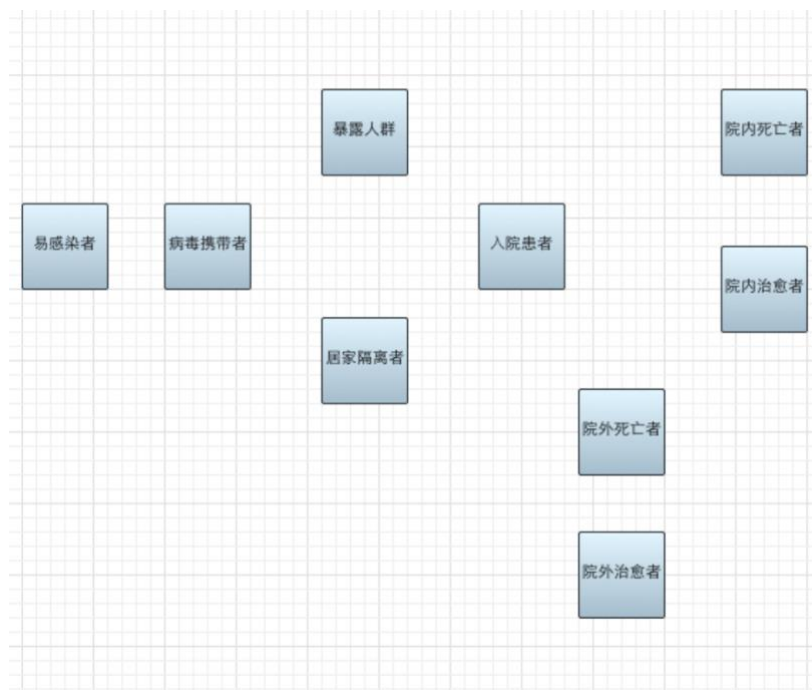


图 11 新冠肺炎疫情 SEIR 模型存量图

① 易感染者

② 感染者

- a) 病毒携带者(潜伏期);
- b) 暴露人群(不在家隔离);
- c) 隔离人群(居家隔离);
- d) 有病症后入院检查变成入院患者

③ 移出者

- a) 死亡移出+治愈移出
- b) 包括院内死亡者，院内治愈者，院外死亡者，院外治愈者

存量初始值:

- ◆ 易感染者: 总人口-2000 (第一批感染人数)
- ◆ 病毒携带者: 1000
- ◆ 暴露人群: 500
- ◆ 居家隔离者: 500
- ◆ 其余为默认值: 0

11.2 参数

表 2 新冠疫情 SEIR 模型参数表

参数名称	赋值	意义
接触人数	50	每天接触 50 人
总人口	9000000	模拟武汉人口数
潜伏期	7 天	潜伏期病症显现后变为暴露人群或者居家隔离者
患病周期	10 天	5 天后死亡或治愈
院外治愈率	0.8	院外治愈率小于院内
院内治愈率	0.95	
规避系数	0.1	响应国家政策进行自我保护（规避）
潜伏期接触感染率	0.1	患者接触感染率小于潜伏期接触感染率
患者期接触感染率	0.02	
隔离率	0.1	
就诊率	0.5	

11.3 流量

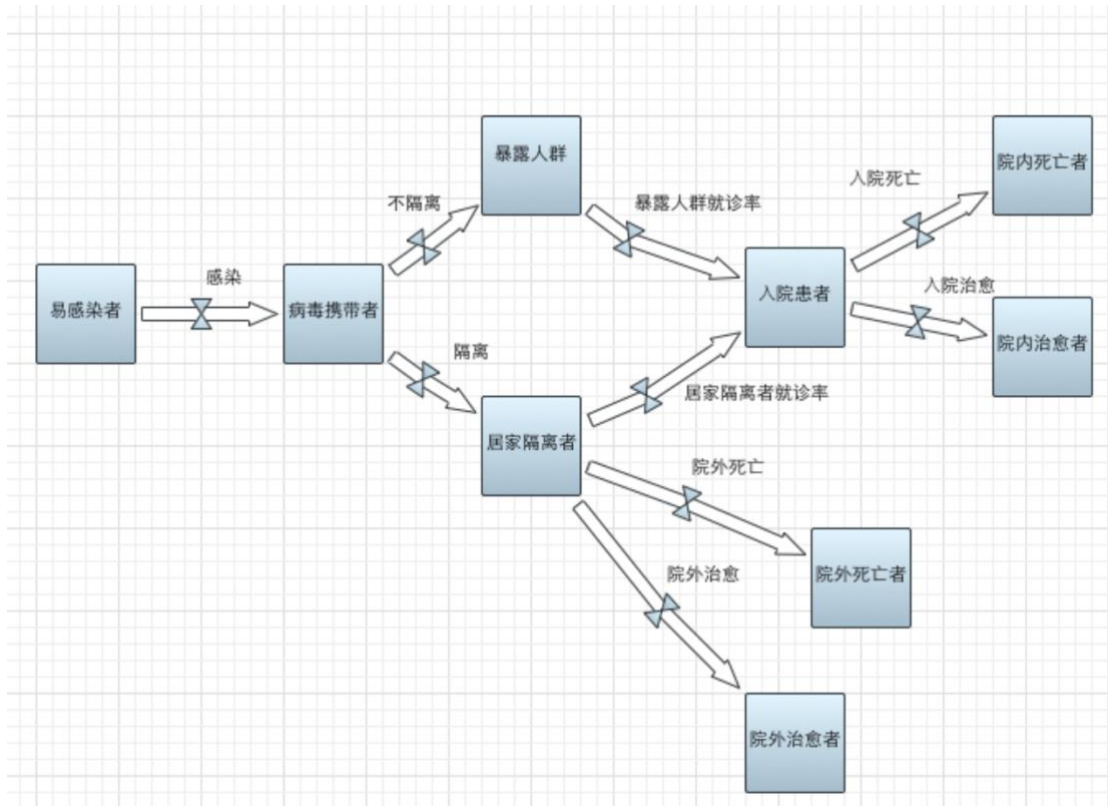


图 12 新冠肺炎疫情 SEIR 模型流量图

- ① 动态变量：患者接触人次：接触人数*(1-规避系数)
- ② 感染：易感染者*(病毒携带者*潜伏期接触感染率*接触人数+暴露人群*患者接触感染率*患者接触人次)/总人口
- ③ 不隔离：病毒携带者*(1-隔离率)
- ④ 隔离：病毒携带者*隔离率
- ⑤ 暴露人群就诊率：暴露人群*就诊率/潜伏期
- ⑥ 居家隔离者就诊率：居家隔离者*就诊率/潜伏期
- ⑦ 入院死亡：入院患者*(1-院内治愈率)/患病周期
- ⑧ 入院治愈：入院患者*院内治愈率/患病周期
- ⑨ 院外死亡：居家隔离者*(1-就诊率/潜伏期)*(1-院外治愈率)/患病周期
- ⑩ 院外治愈：居家隔离者*(1-就诊率/潜伏期)*院外治愈率/患病周期

11.4 宏观调控

增加一变量：调控后患病周期，设置默认值为 3。

添加一按钮。设置行动：隔离率=调控后隔离率。

12 实验仿真程序

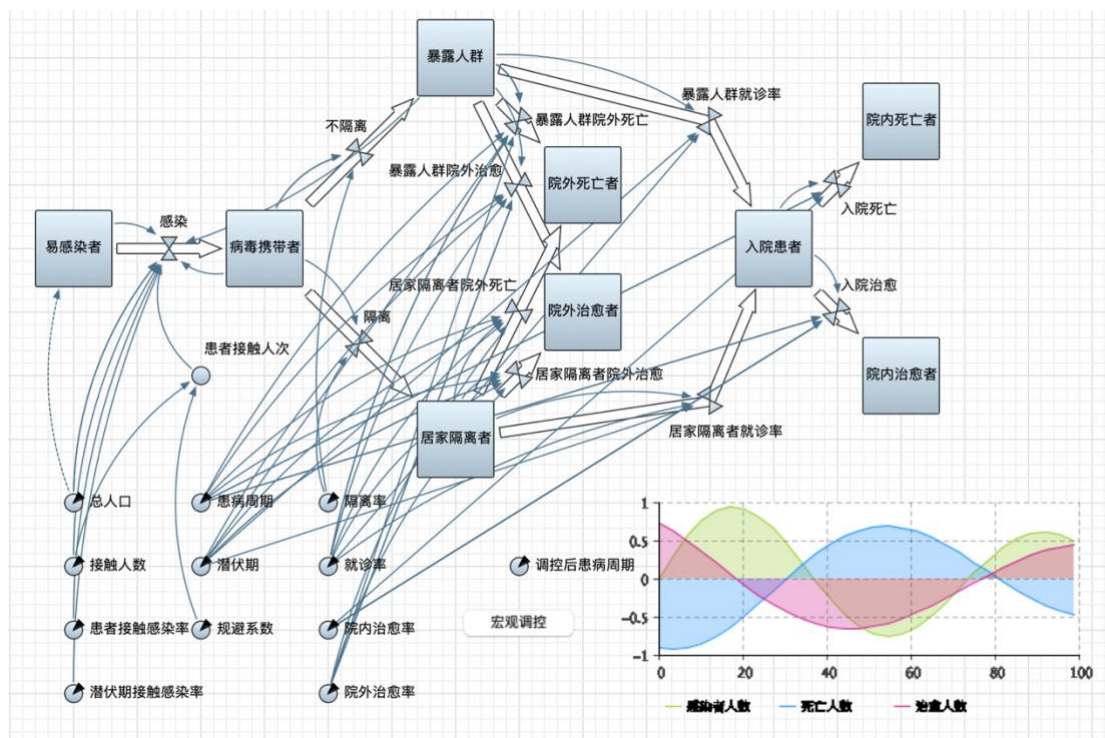


图 13 新冠肺炎疫情 SEIR 仿真程序示意图

13 实验结果

13.1 仿真结果示意图

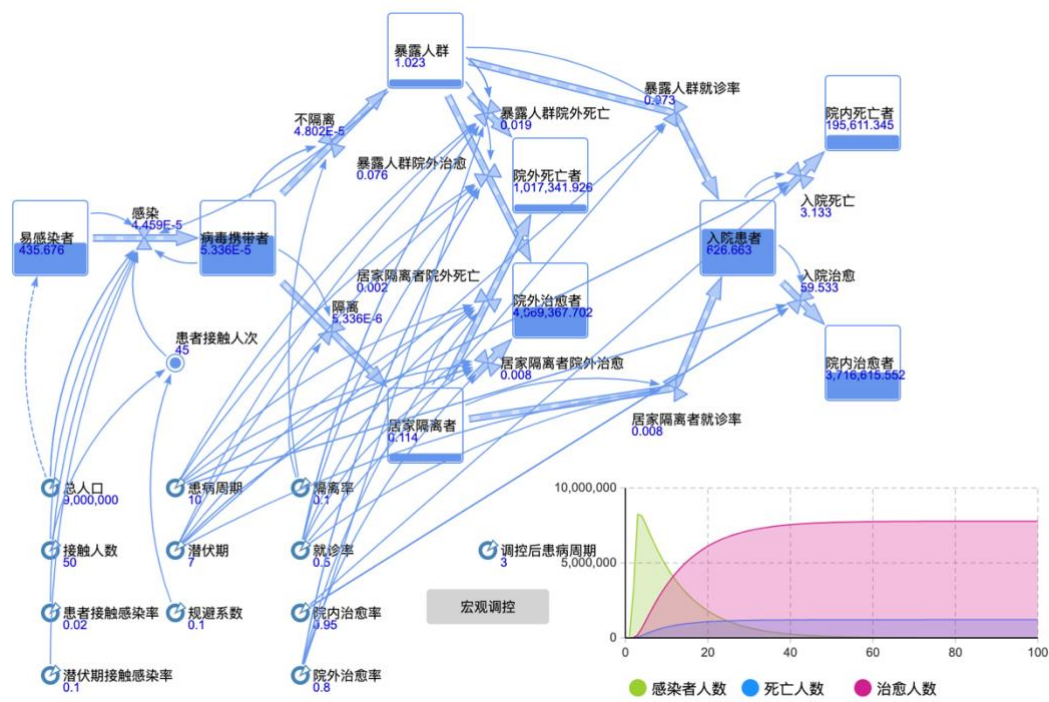


图 14 新冠肺炎疫情 SEIR 仿真实验运行结果示意图

13.2 仿真结果数据

表 3 新冠疫情 SEIR 模型仿真结果(前 40 天)

	感染者人数	死亡人数	治愈人数
1	84821	82	334
2	3314000	3955	16112
3	8245000	51000	210251
4	8131000	152532	642881
5	7542000	269431	1164000
6	6912000	382015	1694000
7	6308000	483938	2201000
8	5745000	574030	2676000
9	5228000	652915	3116000
10	4754000	721750	3522000
11	4321000	781757	3896000

系统动力学仿真——巴斯扩散模型实验、疫情 SIR 实验

12	3926000	834076	4239000
13	3566000	879720	4553000
14	3238000	919575	4841000
15	2940000	954407	5105000
16	2669000	984879	5346000
17	2422000	1012000	5566000
18	2197000	1035000	5767000
19	1993000	1055000	5951000
20	1808000	1074000	6118000
21	1639000	1089000	6271000
22	1486000	1103000	6410000
23	1348000	1116000	6536000
24	1222000	1126000	6651000
25	1107000	1136000	6756000
26	1003000	1144000	6852000
27	909352	1152000	6938000
28	823967	1159000	7017000
29	746532	1164000	7089000
30	676319	1170000	7154000
31	612661	1174000	7213000
32	554954	1178000	7266000
33	502649	1182000	7315000
34	455244	1185000	7359000
35	412286	1188000	7399000
36	373360	1191000	7435000
37	338092	1193000	7468000
38	306140	1195000	7498000
39	277195	1197000	7525000
40	250976	1199000	7550000

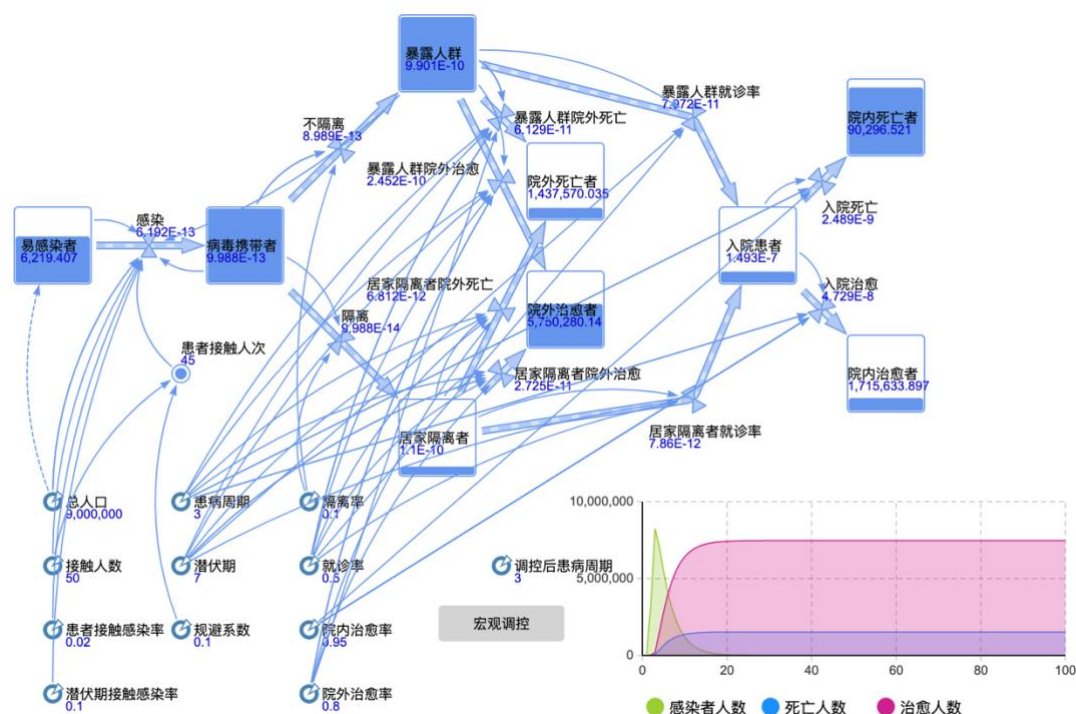
14 实验总结

(1) 系统最终会达到稳态。

实验参数条件下，系统最终将达趋于稳态。稳态条件下的治愈人数约为 7786000，死亡人数约为 1213000。

(2) 宏观调控患病周期影响系统到达稳态所需要的时间和死亡人数。

实验中宏观调控降低了患病周期（ $10 \rightarrow 3$ ），使得系统到达稳态所需要的时间减少，但同时死亡人数也有所上升。这是由于患病周期的结果为治愈或死亡，降低患病周期会导致感染者被治愈或死亡的周期缩短，且部分被感染者没能及时到达医院接受治疗，始终处于外部低治愈率的环境下，进而死亡人数上升。



15 参考文献

[1] Wikipedia. Compartmental models in epidemiology

https://en.wikipedia.org/wiki/Compartmental_models_in_epidemiology#The_SEIR_model