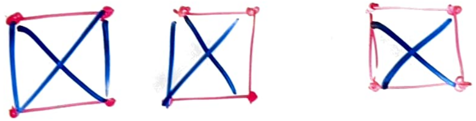
Q1 S.P.G. não tem cara que é amigo de todos ou que não tem amigos.

LEMA 1: O enunciado diz que não pode:



LEMA 2: diâmetro $G = 2$.

Suponha que $d(A,B) > 2$.

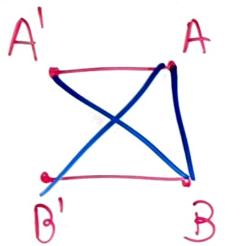
Seja $A' \sim A$ e $B' \sim B$.

Como $d > 2$: então

$A' \not\sim B$

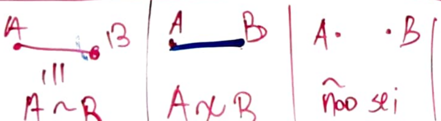
$B' \not\sim A$

$A \not\sim B$

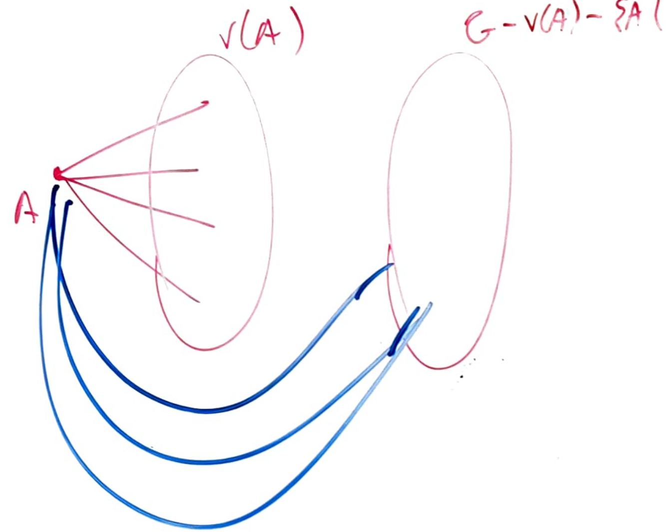


NÃO PODE PELO (L.1). $\square$

Legenda:



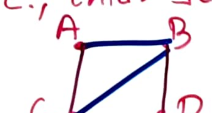
Seja A o elemento com mais amigos.



LEMA 3: Todos amigos de B são amigos de A (se $B \not\sim A$).

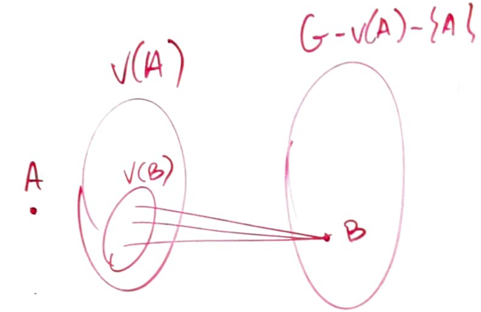
Prova: $|v(B)| \leq |v(A)|$. Se $v(A) = v(B)$, ok!

C.c., então $\exists c \in v(A) : c \notin v(B)$. pegue $D \in v(B)$.



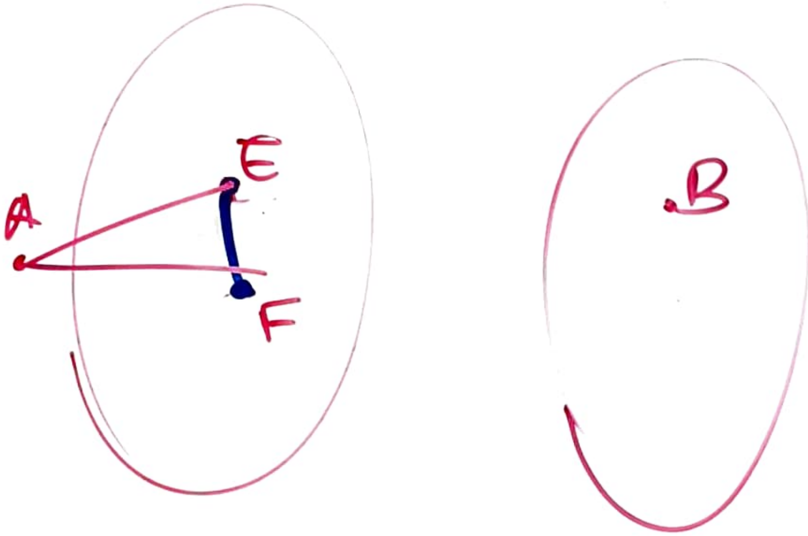
para não dar obs. pelo L.1,

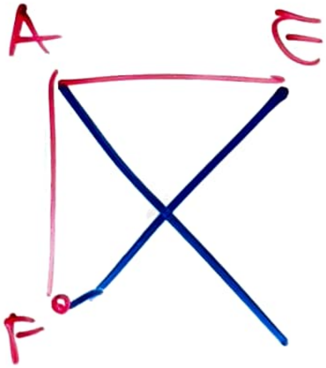
$A \sim D$ e $A \sim C \Rightarrow D \in v(A)$ $\square$.



Logo, nenhum amigo de B está em $G - v(A) - \{A\}$. (quase!)

Seja $D \subset A_0$ o conjunto dos elementos de A_0 que tem não-amigos em A_0





$\Rightarrow$ $E \nsim B$

$F \nsim B$.

$E \in D$: não está ligado a ninguém de $G - v(A) - \{A\}$

$$(A \cup v(A)) - D \ , \ (G - v(A) - \{A\}) \cup D.$$

funciona!