

(IMO '92)

• Círculo C , reta ℓ t.g. a C , ponto $M \in \ell$.

Ache o l.g. dos pontos P para os quais existirem $Q, R \in \ell$ t.g.:

• M é ponto médio de QR .

• O incírculo de PAR é C .

"

Seja $\{D\} = C \cap \ell$. Seja E t.g. M é ponto médio de DE .

Seja DT diâmetro de C .

Como M é ponto médio de DE e de $QR \Rightarrow QD = ER \Rightarrow$

Pela unicidade do ponto do Lema 1, P, T, E são colineares \Rightarrow

$\Rightarrow P \in ET$ e, E, T, P estão nessa ordem. (1)

Para qq ponto P nas condições (1), basta pegar as tangentes ao círculo C e a reta ℓ para formar o triângulo PAR .

Pelo Lema 1, o ponto médio de QR é M .

Logo, o l.g. descrito em (1) é necessário e suficiente.

□

