Alguns Problemas Olímpicos de Polinômios

George Lucas

19 de agosto de 2019

1. (OMERJ 2018 - N4) Encontre todos os valores reais que \boldsymbol{a} pode assumir de modo que o sistema

$$\begin{cases} x^3 + y^2 + z^2 = a \\ x^2 + y^3 + z^2 = a \\ x^2 + y^2 + z^3 = a \end{cases}$$

possua solução com x, y, z reais distintos dois a dois.

2. Sejam $\alpha < 0 < \beta$ números reais e considere o polinômio $f(x) = x(x - \alpha)(x - \beta)$. Seja S o conjunto de números reais s tais que f(x) - s tenha três raizes reais distintas. Para $s \in S$, seja p(x) o produtoda menor e da maior raiz de f(x) - s. Determine o menor valor possível de p(s) para $s \in S$. Para que valores de s esse mínimo é atingido?

3. (OMERJ 2017 - NU) Encontre todos os polinômios não constantes com coeficientes complexos P para os quais existe um polinômio não constante com coeficientes complexos Q satisfazendo Q(x) = Q(P(x)) para todo x complexo.

4. Problem not found!

5. Problem not found!

6. Problem not found!

7. Problem not found!

8. Problem not found!

9. Problem not found!

10. Problem not found!