

$$x_1 = 2 \quad x_{n+1} = 2x_n^2 - 1.$$

$$\text{Se } x_k \equiv 0 \Rightarrow x_{k+1} \equiv -1$$

$$\text{Se } x_k \equiv -1 \Rightarrow x_{k+1} \equiv 1$$

$$\boxed{\text{Se } x_k \equiv 1 \Rightarrow x_{k+1} \equiv 1.}$$

Entre os números $\{x_1, x_2, \dots, x_p\}$: $(\text{mod } p)$

Existe $x_i \equiv 1$ ou (existe $x_i \equiv x_j$ e $\nexists k: x_k \equiv 1$).

(a)

(b)

Caso (a): $x_i \equiv 1 \Rightarrow x_{i+1} \equiv 1, \Rightarrow x_n \equiv 1, \forall n \geq p. \Rightarrow$

$\Rightarrow p \nmid x_n, \forall n \geq p.$

Caso (b): $(x_n)_{n \in \mathbb{N}}$ é periódica, sem 1 em seu período.

$\Rightarrow x_n \neq 1, \forall n \Rightarrow x_{n-1} \neq -1, \forall n \Rightarrow x_{n-2} \neq 0, \forall n. \Rightarrow$

$\Rightarrow p \nmid x_n, \forall n \geq p.$

Logo, $n = p_1^{\alpha_1} p_2^{\alpha_2} \dots p_t^{\alpha_t} \Rightarrow n \geq p_i, \forall i \Rightarrow p_i \nmid x_n, \forall i \Rightarrow$

$\Rightarrow n$ e x_n são coprimos.