



NÍVEL 3

Folha 1/2

PROBLEMA 1

Todas as suas soluções devem ser justificadas

Nome completo: Guilherme Zeus Dantas e Moura

CPF do aluno ou do responsável: 140.264.007-27

Foto 1:

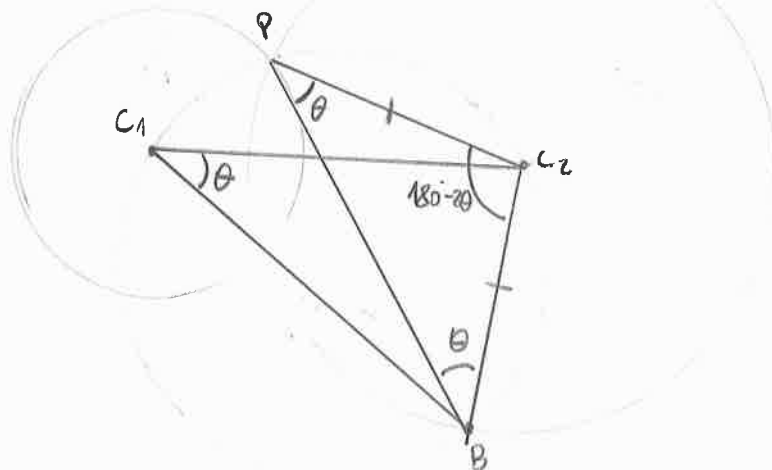
$\angle PC_1Q = 2 \angle PAQ$, pois A está na circunferência ω_1 , com centro C_1 .

Lema: C_1, Q, B são colineares

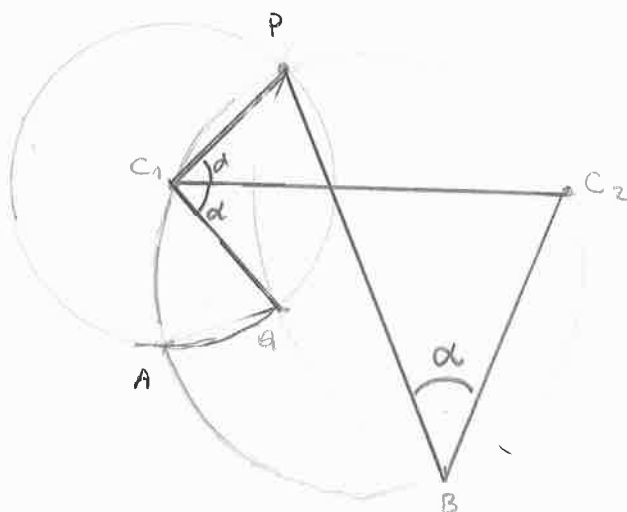
Prova: $\theta := \angle C_2 C_1 B$

$\alpha := \angle C_2 C_1 Q$

$$\begin{aligned} \theta &= \angle C_2 C_1 B \\ &= \angle C_2 P B \\ &= \angle C_2 B P \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} \alpha &= \angle C_2 C_1 Q \\ &= \angle C_2 C_1 P \\ &= \angle C_2 B P \end{aligned}$$



$\angle PBC_2$

$\Rightarrow \theta = \alpha \Rightarrow C_1, Q, B$ colineares. 2



NÍVEL 3

Folha 2/2

PROBLEMA 1

Todas as suas soluções devem ser justificadas

Nome completo: Guilherme Zeus Dantas e Moura

CPF do aluno ou do responsável: 140.264.007-27

Analogamente, C_2, A, A são colineares.

Por fim:

$$\begin{aligned}\text{Fato 2: } \angle PC_1Q &= 2\alpha = 2 \cdot \angle C_2C_1Q \\ &= 2 \cdot \angle C_2C_1B \\ &= 2 \cdot \angle C_2AB \\ &= 2 \angle QAB\end{aligned}$$

Unindo Fatos 1 e 2:

$$\angle PC_1Q = 2 \angle PAQ = 2 \angle QAB$$

$$\Rightarrow \angle PAQ = \angle QAB$$

$\Rightarrow AQ$ é bissetriz de $\angle PAB$.

Analogamente: BQ é bissetriz de $\angle PBA$

$\Rightarrow Q$ é incentro de PAB . \square