



Treinamento de Velocidade

Guilherme Zeus Dantas e Moura

zeusdanmou@gmail.com

- Você possui 1 hora para concluir essa tarefa. Você pode continuar pensando nos problemas após a sua hora completar, mas você deve concluir o item abaixo dentro dessa hora.
- Ao final da sua hora, você deve ter, para cada um dos três problemas abaixo, uma solução completa escrita no papel ou ≥ 3 páginas preenchidas com rascunho organizado.
- Às 16:15h, independentemente de sua hora ter completado ou não, começaremos a discutir os problemas em conjunto. Qualquer discussão dos problemas abaixo antes das 16:15h só pode ser feita entre alunos que completaram a tarefa.

1. Para inteiros positivos n , sejam os números $c(n)$ definidos pelas regras $c(1) = 1$, $c(2n) = c(n)$ e $c(2n+1) = (-1)^n c(n)$. Determine o valor de

$$\sum_{n=1}^{2013} c(n)c(n+2).$$

2. Determine todos os inteiros positivos $n < 10^{100}$ para os quais n divide 2^n , $n-1$ divide 2^n-1 , e $n-2$ divide 2^n-2 .
3. Seja $f(x) = x^2 + x + 1$. Determine todos os inteiros positivos n tais que $f(k)$ divide $f(n)$ sempre que k é um divisor positivo de n .