

Simulado OBM - 19/12/2020

December 19, 2020

Problema 1 Qual é a maior quantidade de subconjuntos de 5 elementos do conjunto $\{1, 2, \dots, 20\}$ que podemos escolher de modo que quaisquer dois compartilhem exatamente 1 elemento?

Problema 2 Seja ABC um triângulo e Γ seu circuncírculo. Os pontos D e E estão no segmento BC de modo que $\angle BAD = \angle CAE$. O círculo ω é tangente a AD em A e seu centro está em Γ . Seja A' a reflexão de A por BC e sejam L e K as interseções de $A'E$ com ω . Prove que BL e CK ou BK e CL se intersectam em Γ .

Problem 3 Seja $d(n)$ a quantidade de divisores positivos de n e $\sigma(n)$ a soma dos divisores positivos de n . Determine todos os inteiros positivos n para os quais

$$d(n) \mid 2^{\sigma(n)} - 1.$$