

**Tutoria, 16:00**

Guilherme Zeus Dantas e Moura
zeusdanmou@gmail.com

1. Encontre todas as funções $f : \mathbb{Q} \rightarrow \mathbb{Q}$ tais que

$$f(xf(x) + y) = f(y) + x^2$$

para quaisquer racionais x e y .

2. O número 2021 é fantabuloso. Se qualquer elemento do conjunto $\{m, 2m + 1, 3m\}$ é fantabuloso para algum m inteiro positivo, então todos os elementos desse conjunto são fantabulosos. Com base nisso, podemos afirmar que 2021^{2021} é fantabuloso?
3. Um plano tem um ponto especial O chamado origem. Seja P um conjunto de 2021 pontos no plano tal que
- não existem três pontos em P que sejam colineares.
 - não existem dois pontos que estejam numa reta que passe pela origem.

Um triângulo com vértices em P é chamado de *gordo* se O está estritamente interno ao triângulo. Encontre o maior número de triângulos gordos.

4. Sejam $\{a_1, \dots, a_n\}$ e $\{b_1, \dots, b_n\}$ dois multiconjuntos distintos, cada um deles formado por inteiros positivos. Se a igualdade dos seguintes multiconjuntos é verdadeira

$$\{a_i + a_j; 1 \leq i < j \leq n\} = \{b_i + b_j; 1 \leq i < j \leq n\},$$

prove que n é uma potência de 2.