
Problemas Sortidos de Geometria

Guilherme Zeus Moura
zeusdanmou@gmail.com

Problema 1 (USEMO 2019, 1). Seja $ABCD$ um quadrilátero cíclico. Uma circunferência com centro O passa pelos pontos B e D e intersecta as retas BA e BC pela segunda vez nos pontos E e F . Suponha que E e F são distintos de A , B e C . Seja H o ortocentro do triângulo DEF . Prove que, se as retas AC , DO e EF são concorrentes, então o triângulo ABC e EHF são semelhantes.

Problema 2 (China 2020, 2). Seja ABC um triângulo, com $AB > AC$. A bissetriz de $\angle BAC$ intersecta BC em D . Seja P um ponto da reta DA , tal que A está entre P e D . PQ é tangente a $\odot(ABD)$ em Q . PR é tangente a $\odot(ACD)$ em R . Suponha que B e Q estão no mesmo semiplano determinado por AD , assim como C e R estão no mesmo semiplano determinado por AD . CQ corta BR em K . A reta paralela a BC que passa por K encontra QD , AD , RD em E , L , F , respectivamente. Prove que $EL = KF$.

Problema 3 (Grécia JBMO TST 2013, 4). Seja AB um diâmetro de uma circunferência ω de centro O . Seja C o ponto médio do arco AB . Seja K um ponto no segmento OA e seja Ω a circunferência com centro K e raio KO . Seja D o ponto em Ω distinto de O tal que CD seja tangente a Ω . A reta KD intersecta a ω nos pontos E e Z (os pontos E e C estão na mesma região do plano em relação a reta AB). As retas EC e CZ intersectam AB nos pontos N e M , respectivamente. Prove que $EMZN$ é um trapézio isósceles, inscrito num círculo com centro sobre ω .