

## Alguns Problemas de Combinatória 2

Guilherme Zeus Moura  
zeusdanmou@gmail.com

**Problema 1.** (Desafio PUC) Guilherme e Zeus gostam de jogar cara ou coroa. Guilherme sempre aposta em cara e Zeus sempre aposta em coroa. Eles gostam de inventar novas maneiras de jogar.

A última maneira que eles inventaram usa uma moeda comum. Eles combinam um número inteiro positivo  $N$  e jogam a moeda várias vezes contando as ocorrências até que tenham saído exatamente  $N$  caras. Cada coroa vale um ponto para Zeus e cada cara vale um ponto para Guilherme. Quando o jogo terminar, quem tiver mais pontos ganha.

Por exemplo, eles combinaram  $N = 5$  e obtiveram os seguintes resultados (com  $H$  para cara e  $T$  para coroa):

$HTHTHHH$

e com isso o jogo acabou com um placar de 5 a 2.

Em função de  $N$ , responda:

- (a) Qual é a probabilidade de que haja empate (ou seja, um placar de  $N$  a  $N$ )?
- (b) Qual é o placar final mais provável? (Se houver mais de um placar final com igual probabilidade máxima indique quais são estes placares.)
- (c) Qual é a probabilidade de que Guilherme ganhe (por qualquer placar)?

**Problema 2.** (OBM 2005) Temos quatro baterias carregadas, quatro baterias descarregadas e um rádio que necessita de duas baterias carregadas para funcionar. Supondo que não sabemos quais baterias estão carregadas e quais estão descarregadas, determine o menor número de tentativas suficiente para garantirmos que o rádio funcione. Uma tentativa consiste em colocar duas das baterias no rádio e verificar se ele, então, funciona.

**Problema 3.** (OBM 2002) Definimos o diâmetro de um subconjunto não vazio de  $\{1, 2, \dots, n\}$  como a diferença entre seu maior elemento e seu menor elemento (em módulo). Calcule a soma dos diâmetros de todos os subconjuntos não vazios de  $\{1, 2, \dots, n\}$ .