

## Problema 2 - Treinamento p/ IMO - Geometria - Rodada 1.

(Rússia 2008) ABCD cíclico,  $K \in BD \mid \angle AKB = \angle ADC$ ,  $I$  incentro de  $ADC$ ,  $I'$  incentro de  $ABK$ ,  $X = II' \cap BD$ . Prove  $A, X, I, D$  concílicos.

•  $\angle ABK = \angle ABD = \angle ACD$ . •  $\angle AKB = \angle ADC \Rightarrow \triangle AKB \sim \triangle ADC$ .

Na verdade, há uma rota homotetia que leva  $\triangle AKB$  em  $\triangle ADC$ , com centro  $A$ .

Logo:  $I \rightarrow I' \Rightarrow \triangle ADK \sim \triangle AII' \Rightarrow \angle ADK = \angle AII' \Rightarrow$

$\Rightarrow \angle ADX + \angle AID = 180^\circ \Rightarrow \#ADXI$  é cíclico

□

