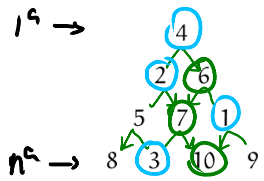
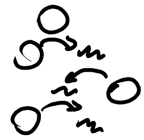
1. Um triângulo *anti-Pascal* é uma disposição de números em forma de triângulo equilátero tal que, exceto para os números na última linha, cada número é o módulo da diferença entre os dois números imediatamente abaixo dele. Por exemplo, a seguinte disposição de números é um triângulo anti-Pascal com quatro linhas que contém todos os inteiros de 1 até 10.



$2+4+1+3=10$



Determine se existe um triângulo anti-Pascal com ~~2018~~ n linhas que contenha todos os inteiros de 1 até $1+2+\cdots+\cancel{2018}\, n$.

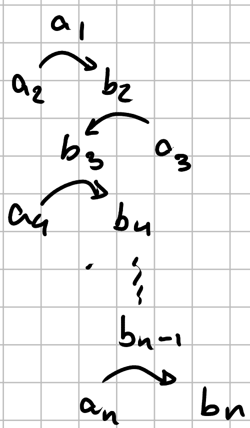
Seja $N = 1+2+\cdots+n = \dfrac{n(n+1)}{2}$.

Lema 1: N está na n^a fileira.

$N-1$ está na $\geq (n-1)^a$ fileira.

$N-2$ está na $\geq (n-2)^a$ fileira.

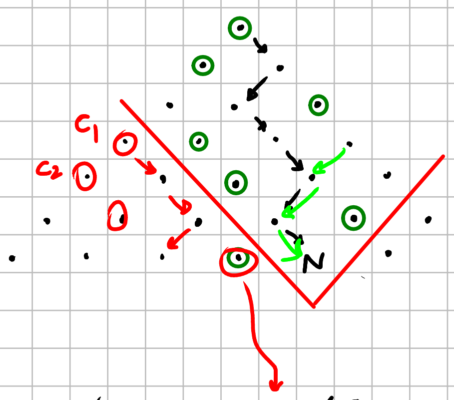
Lema 2



$$\left.\begin{aligned} a_1 + a_2 &= b_2 \\ b_2 + a_3 &= b_4 \\ b_3 + a_4 &= b_5 \\ &\vdots \\ b_{n-1} + a_n &= b_n \end{aligned}\right\} \Rightarrow \begin{array}{c} N \\ \vee\!\!| \\ b_n \\ \shortparallel \\ a_1+a_2+\cdots+a_n. \\ \vee\!\!| \\ 1+2+\cdots+n \\ \shortparallel \\ N \end{array}$$

$\Rightarrow b_n = N,\ \{a_1, \dots, a_n\} = \{1, 2, \dots, n\}$

Em toda linha tem exatamente um $\# \leq n$.



$n = 2018$

$L \geq \dfrac{n-1}{2}$. $\quad (n+1)+(n+2)+\cdots+\cancel{(n+L)} \leq c_1 + c_2 + \cdots + c_L = d_L$

$\left(\dfrac{n-3}{2}\right)\Big(\quad \leq (L-1)\left(n + \dfrac{L}{2}\right) \leq N-1$

$\dfrac{n^2-1}{8} \leq n-1$

$n+1 \leq 8$

$n \leq 7 \qquad$ MAS, $n = 2018 \Rightarrow$ Abs.