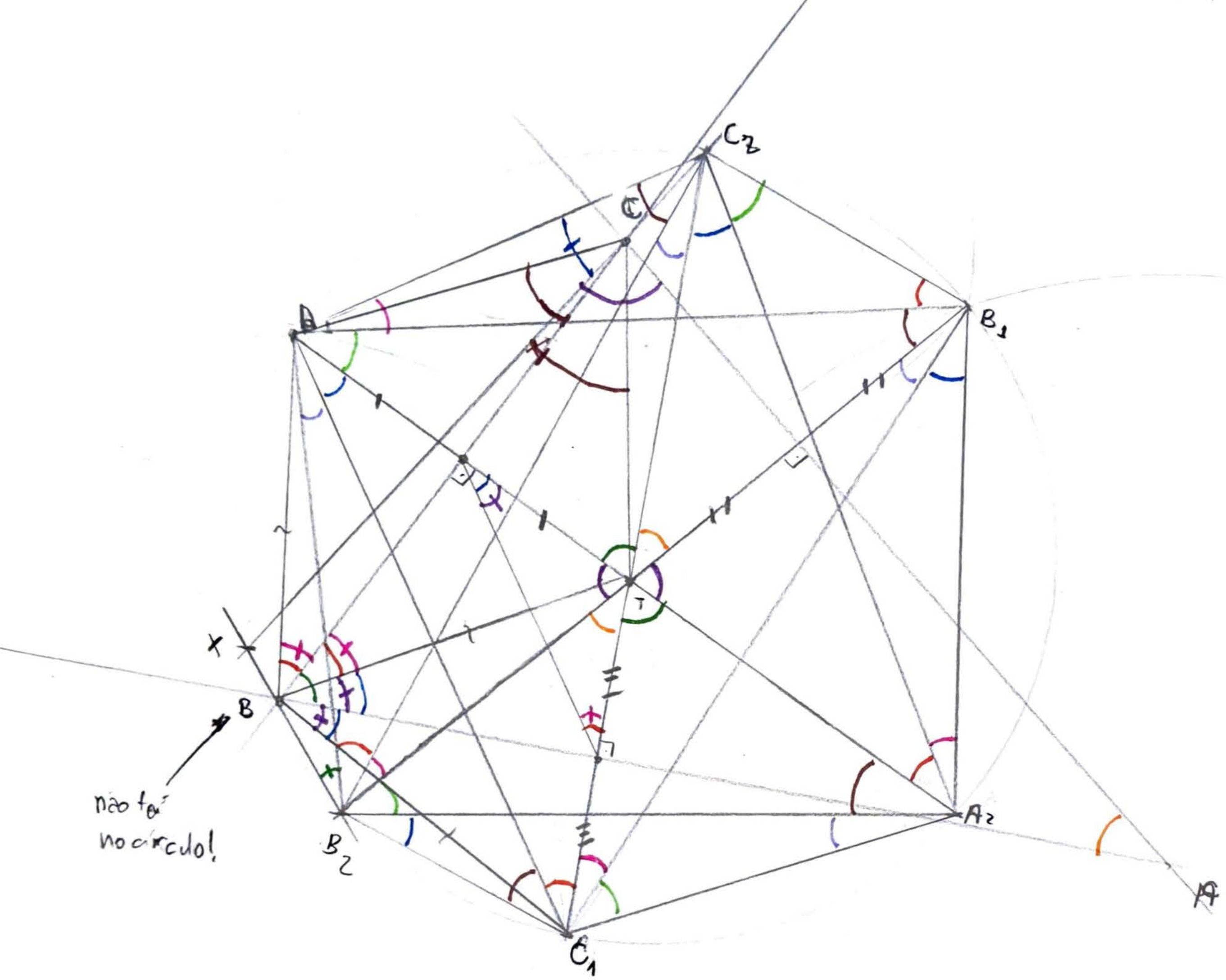
G4/2018
(Folha 1)

→ Arrastão
→ Base Média
→ Semelhança (Rotohomotetia)



G4/2018 (Folha 2)

Seja $X_A = CC_2 \cap BB_2$. (Define X_B, X_C analogamente)

Sejam D, E, F os pés das perpendiculares por T a BC, CA e AB, respectivamente.

$A_1D = DT$ e $C_1F = FT \Rightarrow DF$ é base média de $\Delta A_1TC_1 \Rightarrow$

$\Rightarrow \angle A_1C_1T = \angle DFT$. (Mas $\angle A_1C_1T = \angle A_1C_1C_2 = \angle A_1B_2C_2$)

Mas, como $\angle TDB = \angle TFB = 90° \Rightarrow \# TDBF$ cíclico

$$\angle DFT = \angle DBT \underset{\text{reflexão}}{=} \angle DBA_1 = \angle CBA_1$$

Logo: $\angle A_1B_2C_2 = \angle A_1BC$.

Analogamente: $\angle A_1C_2B_2 = \angle A_1CB$ $\Big\} \Rightarrow \Delta A_1B_2C_2 \sim \Delta A_1BC$

Além de semelhantes, são rotohomotéticos com centro A e, por semelhança automática:

$$\Delta A_1B_2B \sim \Delta A_1C_2C \Rightarrow \angle A_1B_2B = \angle A_1C_2C$$

$$\Rightarrow \angle A_1B_2X_A = \angle A_1C_2X_A$$

$$\Rightarrow A_1B_2X_AC_2 \text{ cíclico} \Rightarrow X_A \in \Omega$$

Analogamente, $X_B \in \Omega$ e $X_C \in \Omega$.

Note, porém, que, como $X_A, X_B, C_2 \in \Omega \cap C_1C_2 \Rightarrow$

$\Rightarrow$ dois deles são iguais. Porém, se $X_A \not\equiv C_2$ e $X_B \not\equiv C_2$, $\Rightarrow X_A \equiv X_B$, que prova o problema.

Logo: $X_A \equiv C_2$ ou $X_B \equiv C_2$.

Analogamente ($X_A \equiv B_2$ ou $X_C \equiv B_2$) e ($X_B \equiv A_2$ ou $X_C \equiv A_2$)

S.P.G: $X_A \equiv C_2 \Rightarrow X_C \equiv B_2 \Rightarrow X_B \equiv A_2 \Rightarrow$ A, A_2, C, C_2 colineares, B, B_2, C, C_2 colineares $\Rightarrow A, B, C$ colineares Absurdo! $\square$