1. Dado um conjunto A de inteiros positivos, uma partição de A em A_1 e A_2 disjuntos é *sebosa* quando o mínimo múltiplo comum dos elementos de A_1 é igual ao máximo divisor comum dos elementos de A_2. Encontre o menor valor de n para o qual existe um conjunto com n elementos e exatamente ~~2016~~ K partições sebosas.

K=1

$n=1$ ⊗

$n=2$ ⊗

$n=3$ $\{p,q,pq\}$ → $\{p,q\} \to \text{MMC} = pq$; $\{pq\} \to \text{MDC} = pq$

$\{1,p,q\}$ → $\{1\} \to \text{MMC} = 1$; $\{p,q\} \to \text{MDC} = 1$

K=2

$n=4$ $\{1,p,q,pq\}$

$\{1,p,q\}$ $\{pq\}$

$\{1\}$ $\{p,q,pq\}$

1 p
q pq

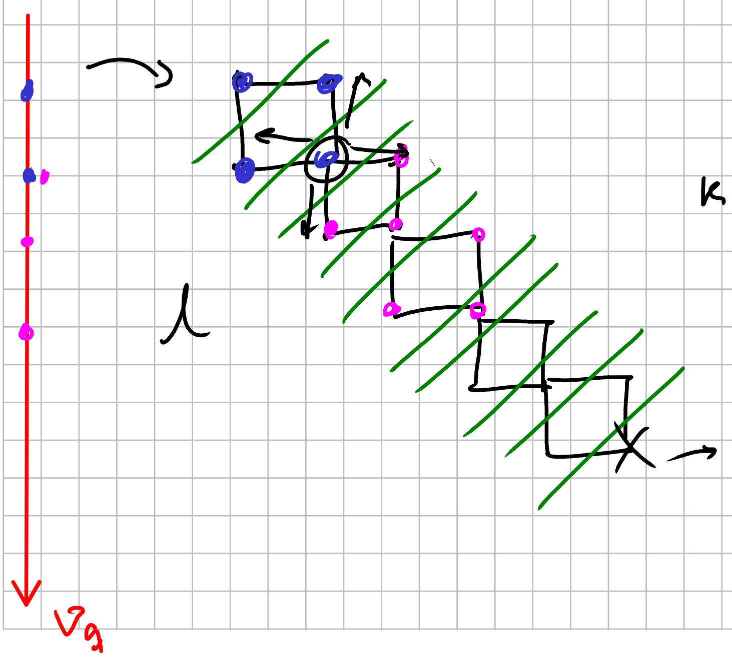
LEMA

$$\text{mmc } A_1 = \text{mdc } A_2 \quad \left.\begin{matrix} \uparrow \text{divide} & \downarrow \text{divide} \\ a_1 \in A_1 & a_2 \in A_2 \end{matrix}\right\} \Rightarrow \underbrace{a_1 \to a_2}_{\text{divide}}$$

k≥3 :

1 p
q pq p^2q
pq^2 p^2q^2

$\{1,p,q\}$ $\{pq, p^2q, pq^2, p^2q^2\}$



$3\ell+1$ elementos

$K = 2\ell$ cortes

• K par

$$n = \frac{3K+2}{2} \text{ elementos}$$

• K ímpar

$n = 3\ell$ elementos
$K = 2\ell - 1$ cortes
$$n = \frac{3(K+1)}{2}$$

Suponha que $2n \leq 3K+1$ ... Absurdo