Olimpíada Brasileira de Matemática

NÍVEL 3

PROBLEMA 6

Todas as suas soluções devem ser justificadas

Nome completo: Guilherme Zeus Dantas e Moura

CPF do aluno ou do responsável: 140.264.007-27

Fato 1: C_i é o centro da roto homotetia que leva $B_{i-1}A_i$ em $A_{i+1}B_i$.

Conjectura: Essas dez retas se encontram no centro do círculo circunscrito.

Basta mostrar que $O \in A_2C_2$ e $O \in B_2D_2$ (pois será análogo pros outros lados)

Mas A_2C_2 é eixo radical de $(A_1B_1A_2)$ e $(A_2B_2A_3)$.
e B_2D_2 é eixo radical de $(B_1A_2B_2)$ e $(B_2A_3B_3)$.

Logo, queremos

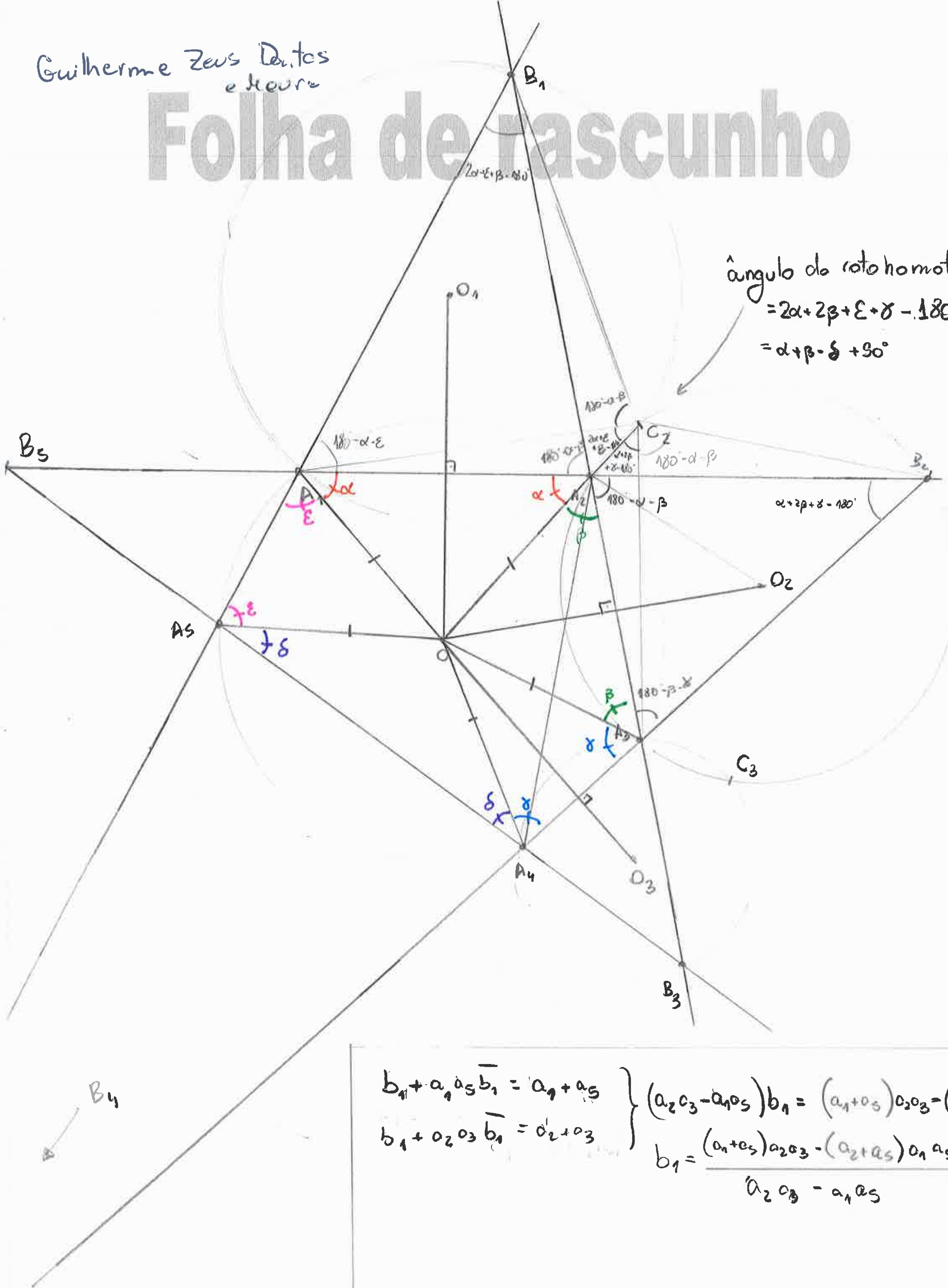
$$Pot_{(A_1B_1A_2)} O = Pot_{(A_2B_2A_3)} O$$

e

$$Pot_{(B_1A_2B_2)} O = Pot_{(B_2A_3B_3)} O$$

Guilherme Zeus Dantas e Moura

Folha de rascunho



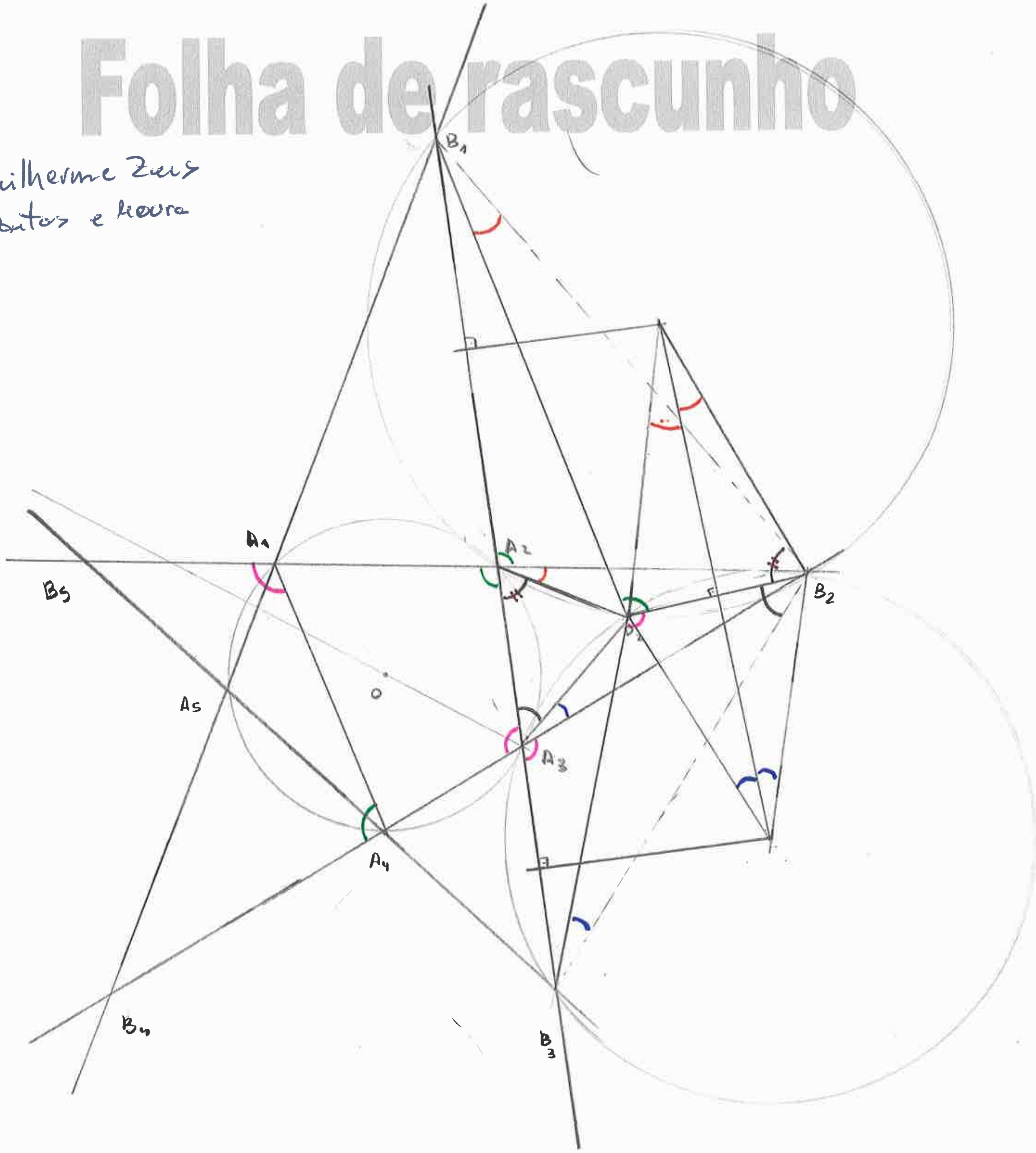
ângulo da rotohomotetia
$= 2\alpha+2\beta+\varepsilon+\gamma-180°$
$= \alpha+\beta-\delta+90°$

$$\left.\begin{aligned} b_1 + a_1a_5\bar{b}_1 &= a_1+a_5 \\ b_1 + a_2a_3\bar{b}_1 &= a_2+a_3 \end{aligned}\right\}\ (a_2a_3-a_1a_5)b_1 = (a_1+a_5)a_2a_3-(a_2+a_3)a_1a_5$$

$$b_1 = \frac{(a_1+a_5)a_2a_3-(a_2+a_5)a_1a_5}{a_2a_3-a_1a_5}$$

Folha de rascunho

Guilherme Zeus
Dantas e Moura



Olimpíada Brasileira de Matemática

NÍVEL 3

PROBLEMA 6

Todas as suas soluções devem ser justificadas

Nome completo: Guilherme Zeus Dantas e Moura

CPF do aluno ou do responsável: 140.764.007 - 27

$\Delta A_1 B_2 A_3 \sim \Delta O O_2 A_2$

$\Delta A_4 B_2 A_2 \sim \Delta O O_2 A_2$

$\Rightarrow A_2$ é o centro da rotohomotetia que leva OO_2 em $A_4 B_2$

$\Rightarrow \angle O A_2 A_4 = \angle O_2 A_2 B_2$