AVISO!

Texto enrolado pela frente!
e
longo.

Definição 1:

Uma partição de n é legal sse a paridade de toda parte é diferente da paridade de n.

Ou seja, se n é par, uma partição de n é legal sse todas as partes são ímpares e, se n é ímpar, uma partição de n é legal sse todas as partes são pares.

Corolário 2: Não há partição legal para n ímpar.

Corolário 3: Uma partição de n é legal sse:

- n é par e,
- toda parte é ímpar.

Definição 4: Uma operação consiste em pegar uma partição de n e transformá-la em uma partição de $(n+1)$:

- Somando 1 em uma parte existente, ou,
- Adicionando uma nova parte de valor 1.

Pergunta 5: Qual é o menor número de operações necessárias para transformar qualquer partição de n em uma partição legal?

Resp:

Em cada operação, o número de partes pares pode aumentar em 1, manter constante ou diminuir em 1.

↳ acontece sse fazer a operação numa parte par.

Logo, se uma partição tem K partes pares, são necessárias, no mínimo K operações.

Ainda mais, após a K^a operação, o tamanho total será $n+K$. Se $n+K$ é ímpar, é impossível que essa partição seja legal.

Logo:

$$\#(\text{operações}) \geq K, \quad \text{se } K+n \text{ é par}$$
$$\#(\text{operações}) \geq K+1, \quad \text{se } K+n \text{ é ímpar.}$$

Além disso, podemos sempre aplicar sempre uma operação numa parte par e, após K operações, criar uma nova parte de valor 1, se $n+K$ for ímpar, de forma com que chegamos numa partição legal com exatamente

$$\begin{cases} K, & \text{se } K+n \text{ é par} \\ K+1, & \text{se } K+n \text{ é ímpar} \end{cases}$$

rodadas.

Logo:

$$\#_{min}(\text{operações}) =$$

$$= \begin{cases} k &, \text{ se } n+k \text{ é par} \\ k+1 &, \text{ se } n+k \text{ é ímpar} \end{cases}$$

- Se n é par: $(n = 2m)$

como toda parte par tem valor ≥ 2,

$$2k \leq n = 2m$$

$$k \leq m$$

$$\#_{min}(op.) = \begin{cases} k, & \text{se } k \text{ é par} \\ k+1, & \text{se } k \text{ é ímpar} \end{cases} \leq \begin{cases} m, & \text{se } m \text{ é par} \\ m+1, & \text{se } m \text{ é ímpar} \end{cases}$$

com igualdade, se $k = m$.

Atingível com a partição $(2, 2, 2, \dots, 2)$

- Se n ímpar, fica a cargo do leitor.

Em especial, para $n = 2018$, $m = 1005$,

a resposta $\max\left(\#_{\min}(op)\right) = 1010$.

Vamos agora traduzir o problema original

na Pergunta 5.

Para cada direção t.q. existe uma reta nessa

direção, criamos uma parte com o número

de retas nessa direção. Criamos assim, uma

partição $(x_1, x_2, \dots, x_d)$ tal que $\sum x = n$.

Acrescentando uma reta nesse conjunto, ela pode ser

- Paralela a alguma outra, de forma que a parte relacionada a essa direção aumente em 1 ou
- Concorrente a todos, de forma que cria-se uma nova parte, de tamanho 1, correspondente a essa direção.

Portanto, o resultado de uma operação nas retas é uma operação na partição.

O número de retas que são concorrentes a uma certa reta l é o número de retas que não estão na mesma direção que l.

conjunto é nice $\iff$

Logo:

$\forall l$, # retas concorrentes é ímpar,

$\iff$

$\forall$ parte x, $n-x$ é ímpar

$\iff$

partição é legal.

Logo, os problemas são equivalentes!

A resposta é $\boxed{1010.}$