

Tutoria, 16:00

Guilherme Zeus Dantas e Moura zeusdanmou@gmail.com

- 1. Seja ABC um triângulo com ∠C = 90°, e seja H o pé da altura relativa a C. Um ponto D é escolhido no interior do triângulo CBH tal que CH bisecta AD. Seja P a intersecção das retas BD e CH. Seja ω o semicírculo de diâmetro BD que encontra o segmento CB em um ponto interior. Uma reta passando por P é tangente a ω em Q. Prove que as retas CQ e AD se encontram em ω.
- 2. Um inteiro $\mathfrak a$ é chamado amigável se a equação $(\mathfrak m^2 + \mathfrak n)(\mathfrak n^2 + \mathfrak m) = \mathfrak a(\mathfrak m \mathfrak n)^3$ possui solução inteira positiva.
 - (a) Prove que existem pelo menos 500 inteiros amigáveis no conjunto $\{1,2,\ldots,2012\}$.
 - (b) Determine se a = 2 é amigável.