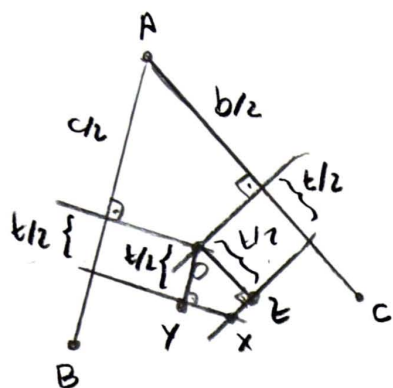


Seja  $X$  a interseção das mediatrizes de  $BD$  e  $CE$ . Seja  $t = AD = AE$ .

Lemma 1:  $OX \parallel$  bissetriz  $\hat{A}$ .

Prova:



Como  $OY = OE = t/2 \Rightarrow$   
 $\Rightarrow X \in$  bissetriz de  $\angle YOZ$ .  
 Mas  $YO \parallel BA$  e  $OZ \parallel AC$ .  
 $\Rightarrow OX \parallel$  bissetriz de  $\hat{A}$ .  $\square$

Seja  $A'$  a interseção do maior arco  $BC$  com a reta  $OX$ .

Traça  $\ell_1$  e  $\ell_2$  por  $A'$ , paralelos a  $AB$  e  $AC$ .

$B'$  e  $C'$  são a outra interseção de  $\ell_1$  e  $\ell_2$  com o circuncírculo de  $ABC$ .

Pelos paralelismos, a reta  $OX$  é bissetriz de  $\angle B'A'C'$ .

Além disso,  $F$  e  $G$  são os pontos com a propriedade de ser o encontro das perpendiculares a  $\ell_1$  e  $\ell_2$  que passam por  $X$  com o circuncírculo de  $ABC$ .  $(*)$

Portanto, a reflexão na reta  $OX$  leva  $A'B'$  em  $A'C' \Rightarrow$  leva  $F$  em  $G$ .

$\Rightarrow$  Fato 2:  $FG \perp OX$ .

Por último: Fato 3:  $DE \perp$  bissetriz de  $\hat{A}$ .

Prova: Basta notar que, como  $ADE$  é isósceles, a bissetriz também é altura.  $\square$

Logo:  $DE \perp$  biss  $\hat{A} \parallel OX \perp FG \Rightarrow DE \parallel FG$

$\square$