
Inversão

Guilherme Zeus Moura
zeusdanmou@gmail.com

Definição 1 (Inversão) Seja O um ponto e $r > 0$ um real. A inversão I com centro O e raio r é uma transformação que leva o ponto $P \neq O$ em um ponto P' tal que:

- (i) P' está na semirreta \overrightarrow{OP} ;
- (ii) $OP \cdot OP' = r^2$.

Proposição 1 (Preservação de ângulos)

$$\angle OAB = \angle OB'A'.$$

Proposição 2 Uma inversão leva uma reta que passa por O em si mesma.

Proposição 3 Uma inversão leva uma reta que não passa por O em um círculo que passa por O .

Proposição 4 Uma inversão leva um círculo que passa por O em uma reta que não passa por O .

Proposição 5 Uma inversão leva um círculo que não passa por O em um círculo que não passa por O .

Problemas

Problema 1 (Teorema de Ptolomeu) Em um quadrilátero inscritível, o produto das medidas das diagonais é igual à soma dos produtos das medidas dos lados opostos.

Problema 2 (Ibero 1998) [Problema math/ibero/1998/2 não encontrado!](#)

Problema 3 (OBM 2011) Seja ABC um triângulo acutângulo e H seu ortocentro. As retas BH e CH cortam AC e AB em D e E , respectivamente. O circuncírculo de ADE corta o circuncírculo de ABC em $F \neq A$. Provar que as bissetrizes internas de $\angle BFC$ e $\angle BHC$ se cortam em um ponto sobre o segmento BC .