



**Problema 1.** Considere o quadrilátero convexo  $ABCD$ . O ponto  $P$  está no interior do  $ABCD$ . Verificam-se as seguintes igualdades entre razões:

$$\angle PAD : \angle PBA : \angle DPA = 1 : 2 : 3 = \angle CBP : \angle BAP : \angle BPC.$$

Prove que as três seguintes retas se intersectam num ponto: as bissetrizes internas dos ângulos  $\angle ADP$  e  $\angle PCB$  e a mediatriz do segmento  $AB$ .

**Problema 2.** Os números reais  $a, b, c, d$  são tais que  $a \geq b \geq c \geq d > 0$  e  $a + b + c + d = 1$ . Prove que

$$(a + 2b + 3c + 4d)a^a b^b c^c d^d < 1.$$

**Problema 3.** Temos  $4n$  pedras com pesos  $1, 2, 3, \dots, 4n$ . Cada pedra está colorida com uma de  $n$  cores e há quatro pedras de cada cor. Mostre que podemos organizar as pedras em dois grupos de modo que as seguintes condições sejam satisfeitas:

- Os pesos totais dos dois grupos são iguais.
- Cada grupo contém duas pedras de cada cor.