Termos iniciais

$I_0 = 1, \; I_1 = 0, \; I_2 = 3, \; I_3 = 3, \; I_4 = 9,$

Olhando pras sequências de tamanho n, há 2 possibilidades

(i) A sequência é constante.

(ii) A sequência termina com K caixas consecutivas iguais, $2 \leq K \leq n-2$.

No caso (i), existem 3 sequências. $(n \geq 2)$.

No caso (ii), ao retirar a sequência final de K caixas iguais, geramos sequências de tamanho $n-K$, que também satisfazem a propriedade. Porém, cada sequência de tamanho K é atingida exatamente 2 vezes (as K últimas caixas podem ter qualquer uma das duas cores diferente da última cor).

Logo:

$$I_n = 3 + \sum_{j=2}^{\overset{n \geq 4 \,(?)}{n-2}} 2 I_j \quad , \quad \text{para } n \geq 4$$

$$\Rightarrow I_{n+2} - I_{n+1} = 2 I_n \quad , \quad \text{para } n \geq 3$$

$$\Rightarrow I_{n+2} - I_{n+1} - 2 I_n = 0 \quad , \quad \text{para } n \geq 3$$

Eq. característica

$x^2 - x - 2 = 0 \quad \Rightarrow \quad x_1 = 2, \; x_2 = -1.$

$\Rightarrow I_n = \alpha \cdot 2^n + \beta (-1)^n$

$3 = I_3 = \alpha \cdot 8 - \beta$

$9 = I_4 = \alpha \cdot 16 + \beta$

$\Rightarrow \alpha = \frac{1}{2}, \; \beta = 1$

$\Rightarrow I_n = 2^{n-1} + (-1)^n,$

para $n \geq 3$.