

(Bonco Junior Bolkon 2018, G1) [P5, SIMU 17/10/19]

$\angle DBC$

$$\bullet \angle LAC = \angle BAC = \overset{''}{\angle BDC} = \angle LKC =: \alpha \Rightarrow$$

$\Rightarrow \# LKAC$  é cíclico.

$$\bullet \angle CLA = \angle CKA = \angle CAK =: \beta$$

$$\bullet \angle DBA = \angle DCA = \angle KCA = 180^\circ - 2\beta$$

$$\bullet \angle FBA = 90^\circ - \alpha$$

$$\bullet \angle GCA = 90^\circ - \alpha$$

$$\bullet \angle LCG = 90^\circ - \beta$$

$$\begin{aligned} \bullet \angle FBC &= \angle DBC - \angle DBA - \angle ABF \\ &= \alpha - (180^\circ - 2\beta) - (90^\circ - \alpha) \\ &= 2\alpha + 2\beta - 270^\circ \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \angle FCB = 90^\circ - (2\alpha + 2\beta - 270^\circ) = 360^\circ - 2\alpha - 2\beta$$

$$\text{Mas, } \angle LCA = \angle LCG + \angle GCA$$

$$= (90^\circ - \beta) + (90^\circ - \alpha)$$

$$= 180^\circ - \alpha - \beta$$

$\Rightarrow CL$  é bissetriz de  $\angle ACB$ .

Seja  $Q$  o ponto médio de  $CH$ .

$$90^\circ = \angle CEH = \angle CNH = \angle CFH \Rightarrow \# CENHF \text{ é cíclico, com centro } Q.$$

$\Rightarrow Q$  é mediatriz  $EF$ .

$$90^\circ = \angle BEA = \angle BFA \Rightarrow \# ABEF \text{ é cíclico, com centro } M.$$

$\Rightarrow M$  é mediatriz  $EF$

$$\angle B = \angle EFC = \angle ENC; \angle A = \angle FEC = \angle FNC.$$

$$\triangle CEN: 180^\circ = \frac{\angle C}{2} + \angle A + \angle B + \angle NEF$$

$$\triangle CFN: 180^\circ = \frac{\angle C}{2} + \angle B + \angle A + \angle NFE$$

$$\Rightarrow \angle NEF = \angle NFE \Rightarrow N \text{ é mediatriz } EF$$

$\Rightarrow M, N, Q$  colineares  $\square$