

Alguns Problemas de Combinatória 2

Guilherme Zeus Moura
zeusdanmou@gmail.com

Problema 1 (Desafio PUC) Guilherme e Zeus gostam de jogar cara ou coroa. Guilherme sempre aposta em cara e Zeus sempre aposta em coroa. Eles gostam de inventar novas maneiras de jogar.

A última maneira que eles inventaram usa uma moeda comum. Eles combinam um número inteiro positivo N e jogam a moeda várias vezes contando as ocorrências até que tenham saído exatamente N caras. Cada coroa vale um ponto para Zeus e cada cara vale um ponto para Guilherme. Quando o jogo terminar, quem tiver mais pontos ganha.

Por exemplo, eles combinaram $N = 5$ e obtiveram os seguintes resultados (com H para cara e T para coroa):

$HTHTHHH$

e com isso o jogo acabou com um placar de 5 a 2.

Em função de N , responda:

- (a) Qual é a probabilidade de que haja empate (ou seja, uma placar de N a N)?
- (b) Qual é o placar final mais provável? (Se houver mais de um placar final com igual probabilidade máxima indique quais são estes placares.)
- (c) Qual é a probabilidade de que Guilherme ganhe (por qualquer placar)?

Problema 2 (OBM 2005, 4) Temos quatro baterias carregadas, quatro baterias descarregadas e um rádio que necessita de duas baterias carregadas para funcionar. Supondo que não sabemos quais baterias estão carregadas e quais estão descarregadas, determine o menor número de tentativas suficiente para garantirmos que o rádio funcione. Uma tentativa consiste em colocar duas das baterias no rádio e verificar se ele, então, funciona.

Problema 3 (OBM 2002, 4) Definimos o diâmetro de um subconjunto não vazio de $\{1, 2, \dots, n\}$ como a diferença entre seu maior elemento e seu menor elemento (em módulo). Calcule a soma dos diâmetros de todos os subconjuntos não vazios de $\{1, 2, \dots, n\}$.