
Competição em Equipes – problemas não resolvidos

Guilherme Zeus Moura
zeusdanmou@gmail.com

Problema 5 (RMM 2015, 1). Determine se existe uma sequência infinita de inteiros positivos a_1, a_2, a_3, \dots tais que a_m e a_n são coprimos se, e somente se, $|m - n| = 1$?

Problema 6 (APMO 2006, 2). Prove que todo inteiro positivo pode ser escrito como soma de um número finito de potências inteiras distintas da razão áurea $\phi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$. Aqui, uma potência inteira de ϕ é um número da forma ϕ^i , onde i é um inteiro (não necessariamente positivo).

Problema 7 (RMM 2011, 1). Prove que existem funções $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, tais que $f \circ g$ é estritamente decrescente e $g \circ f$ é estritamente crescente.