

## Anotações de Aula

- Invariante de laços

Um invariante de um laço é uma propriedade que relaciona estados de uma ou mais variáveis do algoritmo a execução completa de um laço (loop). Ele deve ser escolhido de modo que, ao término da execução de um laço, tenha-se uma propriedade útil para mostrar a corretude do algoritmo.

- Como prova a corretude de um algoritmo

Uma forma comum de mostrar a corretude de um algoritmo iterativo é utilizando invariante de laços. Para isso devem ser seguidos três passos:

1. Mostre que o invariante de laço é válido na primeira iteração.
2. Supondo que a condição de invariante é válida em uma iteração **n** qualquer, prove que ele é válido na iteração **n+1**.
3. Prove que o algoritmo tem uma pára e que a condição do invariante é válida no início da última iteração.

### Exemplo:

#### Definição de um invariante de laço

No começo de cada iteração do laço para das linhas 1–8, o subvetor  $A[1, \dots, j]-1$  está sempre ordenado.

```
1 void insertionSort(int A[], int n)
2 {
3     int i, chave, j;
4     for (i = 1; i < n; i++)
5     {
6         chave = A[i];
7         j = i-1;
8         while (j >= 0 && A[j] > chave)
9         {
10            A[j+1] = A[j];
11            j = j-1;
12        }
13        A[j+1] = chave;
14    }
15 }
```

**Provando a validade do invariante de laço na primeira iteração:** Validade de uma iteração para a seguinte: segue da discussão anterior. O algoritmo empurra os elementos maiores que a chave para seus lugares corretos e ela é colocada no espaço vazio.

**Provando a validade do invariante de laço na iteração  $n$  e  $n+1$ :** Validade de uma iteração para a seguinte: segue da discussão anterior. O algoritmo empurra os elementos maiores que a chave para seus lugares corretos e ela é colocada no espaço vazio.

**Provando que o algoritmo pára e que o laço de ivariante é válido na última iteração:** Corretude do algoritmo: na última iteração, temos  $j = n+1$  e logo  $A[1, \dots, n]$  está aordenadocomos elementos originais do vetor. Portanto, o algoritmo é correto.