

北京理工大学

本科生毕业设计（论文）

开题报告

考虑任务约束的四旋翼多航迹点跟踪轨迹优化方法研究

**Research on Trajectory Optimization Method for Quadrotor
Multi-Waypoint Tracking Considering Task Constraints**

学 院： 宇航学院

专 业： 工程科学实验班

班 级： 01052001

学生姓名： 夏斐然

学 号： 1120203142

指导教师： 何绍溟

一、选题依据

（一）研究意义

无人驾驶飞机，简称“无人机”(Unmanned Aerial Vehicle, UAV)，即不载飞行员的飞机。无人机的飞行可以通过机载计算机自动控制，也可以由地面或其他飞机上的飞行员远程控制^[1]。四旋翼无人机由于能够垂直起降(Vertical Takeoff and Landing, VTOL)、自由悬停，可适应于各种速度及各种飞行剖面航路的飞行状况^[2]。

在现代战争中，无人机具有多方面的战略和战术意义，在战场上发挥着不可替代的作用。无人机的使用可以降低军事行动中人员的风险。通过遥控或自主飞行，无人机执行任务时不需要携带人员，从而减少了人员伤亡的可能性。无人机起初主要用于军事侦察，后逐渐应用于各个领域，例如监测和勘察、航拍和摄影、搜索与救援、物流和运输等民用领域。人工智能技术、计算机技术、地理信息系统等技术的引入赋予无人机更智能的功能，如自主导航、障碍物识别等。随着市场需求增加，产业链逐步完善，无人机已成为未来科技发展的关键组成部分，对社会生产和生活产生深远影响。目前，许多国家都在大力发展无人机技术，在军事和民用领域大力普及无人机的应用。其中，无人机轨迹优化技术在无人机的应用中具有重要意义。轨迹优化是提升无人载具自动化水平的一个关键使能技术^[3-6]，它涉及到提高飞行效率、减少能耗、增强任务执行能力等方面，具体如下：

1.提高自主飞行能力：轨迹优化算法考虑了无人机在飞行过程中的障碍物等信息，从而计算出能够规避障碍物、适应复杂环境的飞行轨迹，提高了无人机飞行的安全性。通过在线轨迹优化方法，无人机在飞行过程中能够不断更新飞行轨迹，更好地适应环境的动态变化，有助于应对不确定的障碍物，提高了飞行的自主性和轨迹更新的实时性。

2.缩短任务执行时间：在线轨迹优化方法实时考虑飞行环境包括障碍物、目标位置的变化，使用动态路径规划算法，能够调整无人机的航线以适应实时变化的情况。通过轨迹优化算法计算出无人机执行任务中最优的飞行轨迹，并以飞行时间为优化参数，便可缩短任务执行的时间。这对于一些特定的任务至关重要，例如战场上的无人机突防和袭击等任务，对于时间要求非常严苛，缩短任务执行的时间可以使无人机更快地接近目标和完成任务。

3.减少任务执行能耗：合适的轨迹规划可以减小无人机飞行路径中的不必要的能量消耗，从而优化飞行性能、提高续航能力。无论是在战场上还是在民用环境中，无人机不必要的能量消耗都是越少越好。例如在无人机巡航任务中，能量消耗越少使得无人机续航性能越好，可以以更好的飞行性能和续航能力完成任务。

总而言之，研究无人机轨迹优化的重要性和意义在于提高飞行效率、降低能源消耗、增强任务灵活性和飞行安全性等。通过轨迹优化、避障算法和实时环境感知，无人机能更灵活适应不同任务需求和复杂环境。此外，轨迹优化支持多无人机协同飞行，提高了整体效率，拓展了应用领域。轨迹优化的研究推动了无人机技术在农业、交通、物流等领域的应用，并为未来无人机系统的发展提供了坚实基础。

（二）国内外研究概况和发展趋势

1.非线性轨迹优化算法

非线性轨迹优化算法作为无人机自主控制和路径规划领域的关键问题之一，近年来在研究中取得显著进展。目前国内外已经有众多高校、科研机构等致力于研究无人机非线性轨迹优化问题。在过去的几年中，一些文章已经报道了许多不同种类的数值算法来解决非线性的轨迹优化问题，例如伪谱法^[7,8]，顺序二次规划^[9,10]，顺序凸规划^[11-13]，微分动态规划(DDP)^[14,15]等等。

2018年，G. Tang 等人引入了一种无损凸化方法^[16]，将非凸优化问题转化为凸规划问题，提高了求解效率。通过将直接方法与间接方法相结合，充分利用了两者的优势，避免了各自的缺点。2021年，R. Quirynen 等人提出了一种基于混合整数顺序二次规划的混合整数非线性模型预测控制的实时可行实现方法^[17]。文中为所提出的 MISQP 框架提供了理论动机，并呈现了两种算法变体。通过初步的软件实现，展示了 MISQP 算法在使用分段

北京理工大学本科生毕业设计（论文）开题报告

仿射轮胎模型进行车辆控制案例研究时的性能。

2.微分动态规划方法

微分动态规划是一种用于求解最优控制问题的方法，它结合了动态规划和微分优化的思想。微分动态规划作为求解最优控制问题的强大工具，其研究现状在理论深化、数值方法改进和应用领域拓展等方面都在不断发展，这使得微分动态规划更加适用于复杂实际问题的求解。近年来，微分动态规划由于其完备的问题表述框架和快速收敛的特性，已经成为了一种求解非线性轨迹优化问题的广泛应用的方法^[18]。

2014年，Y. Tassa 等人^[19]提出了对 DDP 算法的修改，以便将控制限制纳入考虑。这是将 DDP 算法应用于真实机器人时的关键特性，特别是在控制输入涉及某些运动学变量时，如汽车的转向方向或人形机器人的关节参考。这种解决方案速度非常快，并保持了 DDP 算法的良好收敛性质。2022年，X. Zheng 等人通过动态优化最终时间，通过值函数的一阶最优性条件，并利用增广 Lagrangian 方法解决非线性约束的问题，重新研究了 DDP，得到的算法被称为可变终端时间受约束微分动态规划方法（FFT-CDDP）^[20]，通过对三维引导问题进行广泛的数值模拟，展示了 FFT-CDDP 的工作原理。结果表明，与通用的离线最优控制软件（GPOPS）算法相比，所提出的 FFT-CDDP 算法在计算效率和对初始解猜测的鲁棒性方面都表现出更高的性能。2022年，Alex Oshin 等人提出了一种称为参数化微分动态规划（PDDP）的新型轨迹优化算法^[21]，该算法基于系统动力学和成本函数的二阶近似，最初用于优化具有时不变参数的系统。相较于先前的工作，本文通过提出一个通用的参数化最优控制目标，推导了 PDDP 的参数化版本。文章进行了严格的收敛性分析，证明了 PDDP 无论初始值如何都能收敛到代价函数的最小值。研究了将优化引导到更有效地摆脱局部极小值的影响。实验证明，PDDP 在多个机器人系统上应用于同时解决模型预测控制（MPC）和移动视角估计（MHE）任务。最后，PDDP 用于确定复杂城市空中移动（UAM）类飞行器在多个飞行阶段之间的最优过渡点。

3.多航迹点轨迹规划问题

多航迹点轨迹规划问题是指在无人机等飞行器飞行的过程中，需要按照预定的路径经过多个特定的航迹点的问题。每个航迹点通常代表一个特定的位置或任务点，无人机需要按照事先规划好的顺序依次经过这些航迹点。这个问题在实际应用中非常常见，因为在许多任务中，无人机需要按照特定的顺序访问一系列目标点，执行各种任务，如航拍、勘察、监测等。多航迹点问题的解决涉及到路径规划、飞行控制、动态环境感知等多个方面的技术和算法。

2010年，Kan Ee May 等人^[22]提出了一种解决无人机在雷达环境中的航迹点规划问题的技术，介绍了一种多航迹点规划器的开发，该规划器为无人机在敌方领土上生成一系列航迹点序列，能够为无人机生成隐身路径，使其飞到目标位置并返回安全地面，同时最小化敌方雷达曝光。2017年，R. R. Warier 等人^[23]提出了一种在离散时间中生成最优轨迹的方案。该方案可用于通过仅由位置和相应时间点指定的任意数量的航点构建轨迹。数值模拟结果说明了轨迹生成方案如何通过给定的一组航点生成平滑轨迹。

二、研究目标和内容

（一）研究目标

本课题通过将任务中的多航迹点轨迹划分为多段轨迹，对每个分段轨迹进行参数化建模，采用参数化微分动态规划（Parameterized Differential Dynamic Programming, PDDP）方法解算各段轨迹的最优时间分配，并处理状态约束、控制约束等条件。在完成单段轨迹的轨迹优化的基础上，将多段轨迹进行参数化建模，建立多段轨迹间的连接约束，采用 PDDP 方法完成针对具有多个航迹点的多段轨迹最优时间分配及最优轨迹计算；最后，进行数学仿真，验证多航迹点轨迹优化方法的普适性。

（二）主要内容

实现无人机多航迹点轨迹优化任务，需要完成以下工作：

北京理工大学本科生毕业设计（论文）开题报告

1. 建立四旋翼无人机动力学模型

本课题以四旋翼无人机为研究对象，在研究无人机轨迹优化问题是首先需要建立惯性坐标系与机体坐标系，完成四旋翼无人机六自由度动力学模型建模。

2. 将 PDDP 方法应用到单段飞行轨迹优化

单个飞行段是无人机多航迹点飞行的基础。将四旋翼无人机多航迹点飞行拆分成多个飞行段，首先完成单个飞行段的轨迹优化。

3. 将多段轨迹进行参数化建模，建立多段轨迹间的连接约束

在完成单段轨迹优化后，进行多段轨迹优化。首先对多段轨迹以每段飞行时间为参数进行建模，并建立多段轨迹间的连接约束。

4. 将 PDDP 方法应用于多段轨迹

在完成参数化建模后，采用 PDDP 方法完成针对具有多个航迹点的多段轨迹最优时间分配及最优轨迹计算。

5. 仿真验证

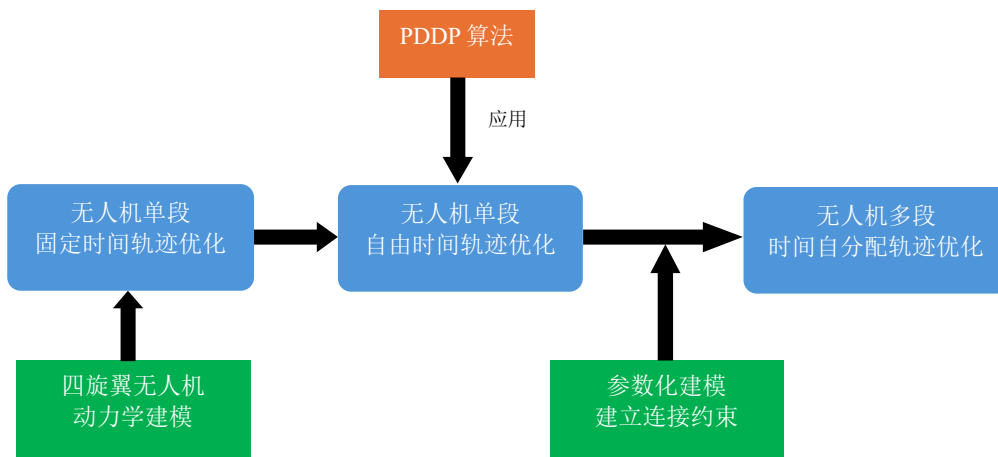
最后进行数学仿真，验证多航迹点轨迹优化方法的普适性。

（三）关键问题

1. 如何建立多段轨迹之间过渡段的连接约束，以确保整体轨迹的平滑性和连贯性。
2. PDDP 算法对初始解猜测敏感，应如何给出合适的初始解猜测。

三、研究方案

（一）技术路线



（二）方案设计

1. 基于微分动态规划方法实现无人机单飞行段轨迹优化

微分动态规划（Differential Dynamic Programming, DDP）方法利用二阶泰勒级数在当前解附近对值函数进行逼近，利用一阶最优性条件递归地更新控制序列的最优增量，直至收敛到局部最优解。DDP 来源于经典的动态规划（DP），它利用 Bellman 最优性原理，通过对值函数的二阶近似来把原问题分解为一系列较小维数的子问题，克服了 DP 的维数灾难^[24,25]。DDP 的关键特征是它提供了相对于时间范围长度的线性复杂度，并确保理论上的二阶收敛率^[26]。DDP 的关键特点在于它在预测时段长度上提供线性复杂度，并确保理论上的二阶收敛速率，类似于牛顿法。这意味着 DDP 及其变体提供了实时应用的可能性，这对于快速移动的飞行器（如导弹、无人机）至关重要。

DDP 通常将连续时间问题离散化为离散的时间问题，即

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{f}(\mathbf{x}_k, \mathbf{u}_k)$$

北京理工大学本科生毕业设计（论文）开题报告

DDP 需要提供一个初始猜测的轨迹，包括状态轨迹和控制输入序列。这个初始猜测可能是基于经验或其他方法得到的。从初始状态开始，使用当前的猜测轨迹进行系统的正向传递，计算状态和控制的演化轨迹。这一步可以使用数值积分方法（如欧拉法）来近似连续时间的动力学。之后通过应用动态规划的基本原理，从问题的最终时间开始向后递归计算值函数的梯度和 Hessian 矩阵。这些信息用于更新控制输入序列，以使成本函数最小化，即

$$J_0(\mathbf{x}, \mathbf{U}) = \sum_{k=0}^{N-1} l(\mathbf{x}_k, \mathbf{u}_k) + \varphi(\mathbf{x}_N)$$

之后迭代地重复正向和反向传播步骤，直到收敛到一个局部最优解。

然而，DDP 方法终端时间 t_N 是固定的，因此不能优化时间项，而利用 PDDP 方法便可以解决这一问题，实现多段轨迹的时间最优分配。

2. 基于参数化微分动态规划方法实现无人机单飞行段轨迹优化

参数化微分动态规划（Parameterized Differential Dynamic Programming, PDDP）方法是一种建立在 DDP 基础上的轨迹优化算法。DDP 生成的值函数导数可以用于更新标准轨迹的初始条件，从而允许在时间不变参数上进行优化。但修改 DDP 的初始条件显著影响算法的收敛性，因为这种改变在状态空间中引起标准轨迹的大幅移动。为了解决这个问题，PDDP 引入了一个通用的参数化最优控制目标。通过将参数明确引入系统动力学方程和成本函数中，可以导出一个二阶算法，用于同时迭代地更新控制和参数。即

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_{k+1} &= \mathbf{f}(\mathbf{x}_k, \mathbf{u}_k; \theta) \\ J_0(\mathbf{x}, \mathbf{U}) &= \sum_{k=0}^{N-1} l(\mathbf{x}_k, \mathbf{u}_k; \theta) + \varphi(\mathbf{x}_N; \theta) \end{aligned}$$

其中 θ 为一个时不变的参数。

3. 基于参数化微分动态规划方法实现无人机多段轨迹优化

在实现无人机单段轨迹优化后，对多段轨迹以每段飞行时间为参数进行建模，并建立多段轨迹间的连接约束。基于 PDDP 方法完成针对具有多个航迹点的多段轨迹最优时间分配及最优轨迹计算。

（三）技术途径

1. 依据中国知网、万方数据库、AIAA 及 IEEE 查阅相关文献。
2. 通过 matlab 科学计算平台建立仿真模型，对所用到的算法进行数值仿真分析。

（四）可行性分析

1. PDDP 方法可以解决一般的轨迹优化问题
2. 将飞行终端时间作为参数，应用 PDDP 方法可得到最优飞行时间
3. 在建立多段轨迹连接约束的基础上利用 PDDP 方法可实现最优时间分配

四、研究计划及进度安排

时间	进度安排
第 1-2 周	文献调研，开题准备
第 3 周	完成四旋翼无人机动力学建模
第 4-6 周	完成基于 DDP 方法的无人机单段轨迹优化
第 7-8 周	修改算法，将 PDDP 算法应用于单段轨迹优化算例
第 9 周	将多段轨迹进行参数化建模，建立连接约束
第 10-12 周	完成基于 PDDP 方法的无人机多航迹点轨迹优化
第 13-14 周	总结工作，撰写论文
第 15-16 周	准备答辩材料，完成论文装订、准备 PPT 等工作

五、创新点及预期研究成果

（一）创新点

1. 将连接约束应用到 PDDP 算法中，使得算法能够处理约束条件
2. 保证多段轨迹之间的连续性，完成各自时间的优化，完成多航迹点最优时间分配

（二）预期研究成果

希望发表一篇期刊论文或会议论文

六、参考文献

- [1] 全权. 多旋翼飞行器设计与控制[M]. 电子工业出版社, 2018.
- [2] 岳基隆, 张庆杰, 朱华勇. 微小型四旋翼无人机研究进展及关键技术浅析[J]. 电光与控制, 2010, 17(10):7.
- [3] He S, Shin H S, Tsourdos A. Trajectory Optimization for Target Localization With Bearing-Only Measurement[J]. Robotics, IEEE Transactions on, 2019.
- [4] Chai R, Savvaris A, Tsourdos A, et al. A review of optimization techniques in spacecraft flight trajectory design[J]. Progress in Aerospace Sciences, 2019, 109(Aug.):100543.1-100543.15.
- [5] Wang Z, Grant M J. Constrained Trajectory Optimization for Planetary Entry via Sequential Convex Programming[J]. Journal of Guidance Control and Dynamics, 2017:1-13.
- [6] Hong H, Maity A, Holzapfel F, et al. Adaptive trajectory generation based on real-time estimated parameters for impaired aircraft landing[J]. International Journal of Systems Science, 2019, 50.
- [7] Sun Z, Liu Z, Zhang P. Quick Trajectory Optimization Method for Mars Airplane Based on Adaptive Gauss Pseudospectral Method[J]. IOP Conference Series Materials Science and Engineering, 2020, 751:012024.
- [8] Laad D, Elango P, Mohan R. Fourier pseudospectral method for trajectory optimization with stability requirements[J]. Journal of Guidance Control and Dynamics, 2020:2073-2090.
- [9] Li J, Li C, Zhang Y. Entry Trajectory Optimization With Virtual Motion Camouflage Principle[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2020(4).
- [10] Zhang J, Ma K, Meng G, et al. Spacecraft maneuvers via singularity-avoidance of control moment gyros based on dual-mode model predictive control[J]. Aerospace & Electronic Systems IEEE Transactions on, 2015, 51(4):2546-2559.
- [11] Daniel, Morgan, Soon-Jo, et al. Model Predictive Control of Swarms of Spacecraft Using Sequential Convex Programming[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2014.
- [12] Augugliaro F, Schoellig A P, D'Andrea R. Generation of collision-free trajectories for a quadcopter fleet: A sequential convex programming approach[C]//IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots & Systems. IEEE, 2012.
- [13] Deligiannis A, Amin M, Lambotharan S, Fabrizio G. Optimum sparse subarray design for multitask receivers[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2019:939-950.
- [14] Aziz J D, Scheeres D J, Lantoine G. Hybrid Differential Dynamic Programming in the Circular Restricted Three-Body Problem[J]. Journal of guidance, control, and dynamics, 2019, 42(5):963-975.
- [15] Sun W, Pan Y, Lim J, et al. Min-Max Differential Dynamic Programming: Continuous and Discrete Time Formulations[J]. Journal of Guidance Control and Dynamics, 2018, 41:1-13.
- [16] Tang G, Jiang F, Li J. Fuel-Optimal Low-Thrust Trajectory Optimization Using Indirect Method and Successive Convex Programming[J]. IEEE Transactions on Aerospace & Electronic Systems, 2018:1-1.
- [17] Quirynen R, Cairano S D. Sequential Quadratic Programming Algorithm for Real-Time Mixed-Integer Nonlinear MPC[J]. IEEE Control, Dynamical Systems, Optimization, 2022.
- [18] Ozaki N, Campagnola S, Funase R, et al. Stochastic Differential Dynamic Programming

北京理工大学本科生毕业设计（论文）开题报告

- with Unscented Transform for Low-Thrust Trajectory Design[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics: A Publication of the American Institute of Aeronautics and Astronautics Devoted to the Technology of Dynamics and Control, 2018(2):41.
- [19] Tassa Y, Mansard N, Todorov E. Control-limited differential dynamic programming[J]. 2014 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA), Hong Kong, China, 2014.
- [20] Zheng X, He S, Lin D. Constrained Trajectory Optimization With Flexible Final Time for Autonomous Vehicles[J]. IEEE Transactions on Aerospace & Electronic Systems, 2018.
- [21] Oshin A, Houghton M D, Acheson M J, et al. Parameterized Differential Dynamic Programming[J]. 2022.
- [22] May K E, Sien H J, Ping Y S, et al. An evolutionary algorithm for multiple waypoints planning with B-spline trajectory generation for Unmanned Aerial Vehicles(UAVs)[C]//International Conference on Computational Problem-solving.IEEE, 2010.
- [22] May K E , Sien H J , Ping Y S ,et al.An evolutionary algorithm for multiple waypoints planning with B-spline trajectory generation for Unmanned Aerial Vehicles (UAVs)[C] //International Conference on Computational Problem-solving.IEEE, 2010.
- [23] Warier R, Sanyal A, Viswanathan S. Discrete-Time Optimal Trajectory Generation Through Multiple Waypoints[C]//2019 Fifth Indian Control Conference (ICC), New Delhi, India, 2019, pp. 342-346.
- [24] Mayne, D. A Second-order Gradient Method for Determining Optimal Trajectories of Non-linear Discrete-time Systems[J]. International Journal of Control, 1966, 3(1):85-95.
- [25] Pavlov A, Shames I, Manzie C. Interior Point Differential Dynamic Programming[J]. 2020.
- [26] Manchester Z, Kuindersma S. Derivative-Free Trajectory Optimization with Unscented Dynamic Programming[C]//2016 IEEE 55th Conference on Decision and Control (CDC), Inst. of Electrical and Electronics Engineers, New York, 2016:3642-3647.

七、指导教师意见

签字:

年 月 日

成绩: , 占比: %

八、开题审核负责人意见

签字:

年 月 日