主題

日期

星期

真空中Maxwell方程组:

- 积分:

$$\oint_{\partial\Omega} E\cdot dS = \frac{1}{\varepsilon_0}\iiint_{\Omega} \rho\, dV \qquad \oint_{\partial\Omega} B\cdot dS = 0$$

$$\oint_{\partial\Sigma} E\cdot dl = -\frac{d}{dt}\iint_{\Sigma} B\cdot dS \qquad \oint_{\partial\Sigma} B\cdot dl = \mu_0\left(\iint_{\Sigma} J\, dS + \varepsilon_0 \frac{d}{dt}\iint_{\Sigma} E\cdot dS\right)$$

- 微分:

$$\nabla\cdot E = \frac{\rho}{\varepsilon_0} \qquad \nabla\cdot B = 0$$

$$\nabla\times E = -\frac{\partial B}{\partial t} \qquad \nabla\times B = \mu_0\left(J+\varepsilon_0\cdot\frac{\partial E}{\partial t}\right)$$

介质中Maxwell方程组:

$$D=\varepsilon_0E+P \qquad \nabla\cdot D=\rho \qquad \nabla\cdot B = 0$$

$$\nabla\times E = -\frac{\partial B}{\partial t} \qquad \nabla\times H = J+\frac{\partial D}{\partial t} \qquad H=\frac{B}{\mu_0}-M$$

D.E.B.H 数量关系:

电

$$D=\varepsilon_0E+\underbrace{P}_{=\chi_e\varepsilon_0E=(\varepsilon_r-1)\varepsilon_0E=(\varepsilon-\varepsilon_0)E}$$

$$D=(1+\chi_e)\varepsilon_0E=\varepsilon_r\varepsilon_0E=\varepsilon E$$

其中 $\underbrace{\varepsilon_r}_{\text{相对介电常数}} = 1+\chi_e$

主題

日期

星期

注意这个μ_0与上面不同.

磁: $H=\frac{B}{\mu_0}-M \Rightarrow B=\mu_0 H+\mu_0 M$

$\mu_0 M = \chi_M \mu_0 H = (\mu_r-1)\mu_0 H = (\mu-\mu_0)H$

$B = (1+\chi_M)\mu_0 H = \mu_r \mu_0 H = \mu H$

其中 $\mu_r = 1+\chi_M$ 相对磁导率

概念辨析:

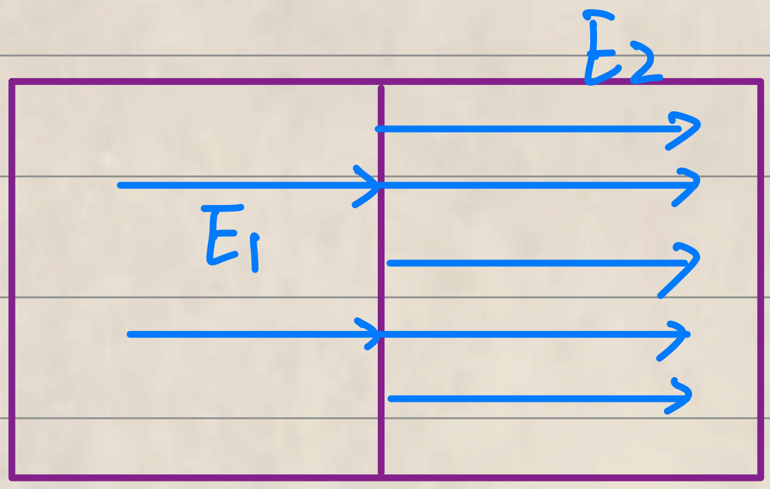
电 → 介质 → 可极化且线性 → 适用 $D=\varepsilon_0 E+P$

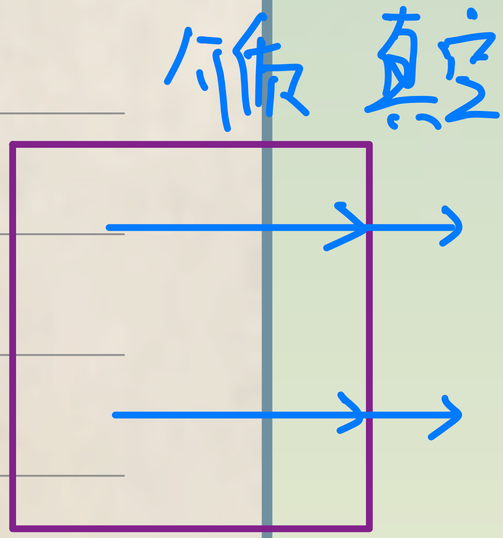
↘ 导体 ↘ 不可线性极化

磁 → 磁介质 → 可线性磁化 → 适用 $B=\mu_0 H+\mu_0 M$

↘ 非磁性材料 ↘ 铁磁性物质

电磁场边值关系:





自由电荷面密度

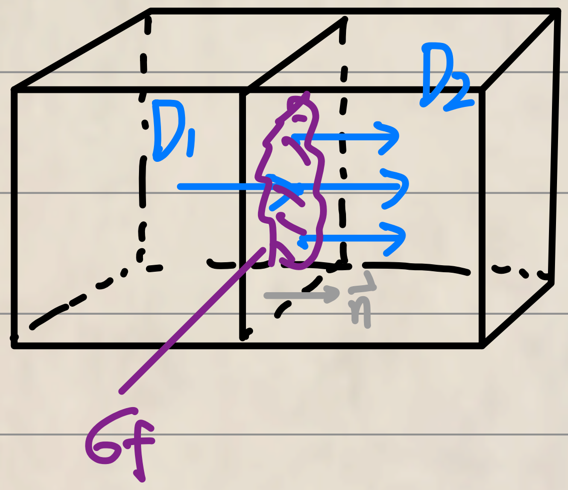
$n\cdot(D_2-D_1)=\sigma_f$ $\qquad n\cdot(B_2-B_1)=0$

$n\times(E_2-E_1)=0$ $\qquad n\times(H_2-H_1)=\alpha_f$

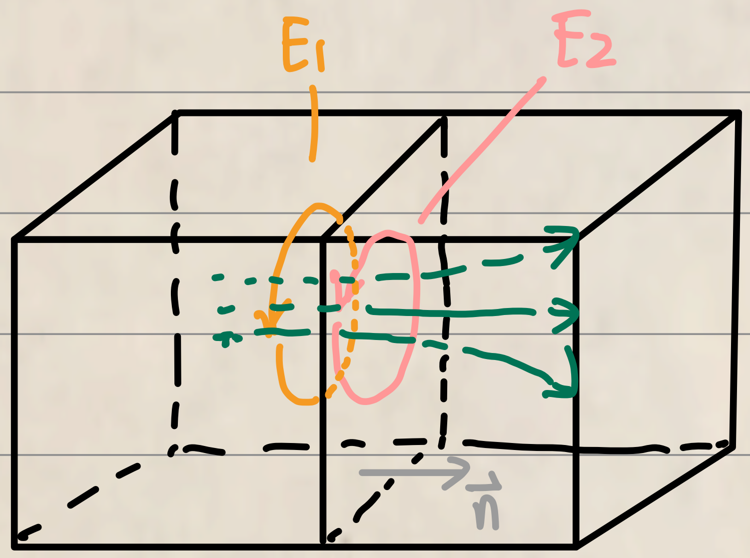
自由电流线密度

主題

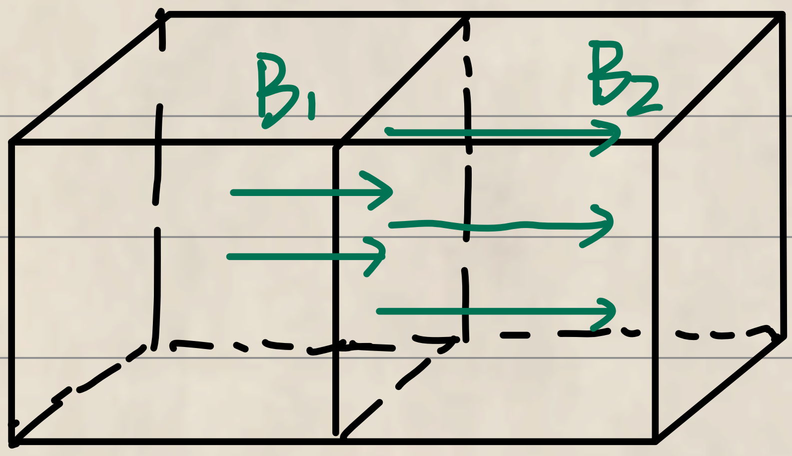
日期	
星期	



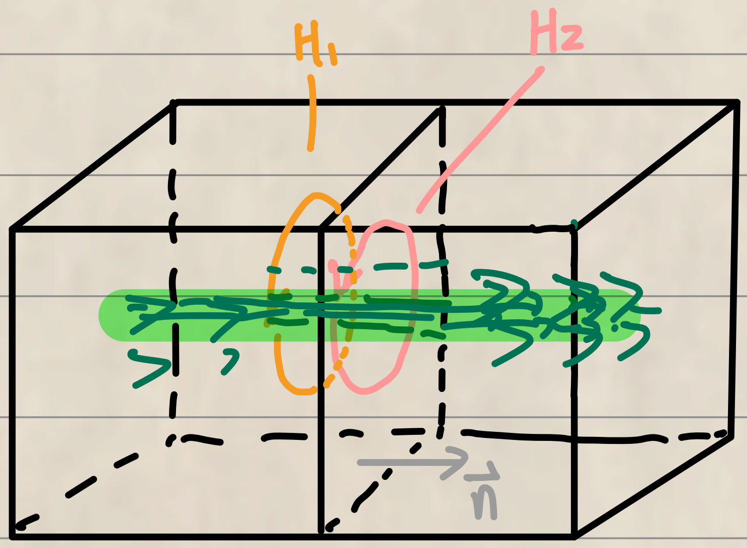
$$n\cdot(D_2-D_1)=\sigma_f$$



$$n\times(E_2-E_1)=0$$



$$n\cdot(B_2-B_1)=0$$



$$n\times(H_2-H_1)=\alpha_f$$

主題

日期
星期

束缚电荷密度

$\rho_p = -\nabla \cdot P$　　积分: $\int_V \rho_p \, dV = -\oint_S P \cdot dS$

电 $\begin{cases} \rho_p = -\nabla \cdot P \\ \sigma_p = -n(P_2 - P_1) \end{cases}$ 束缚电荷密度

主题

日期

星期

物理 电动力学. 纠错.

1. 介质的极化, 束缚电荷

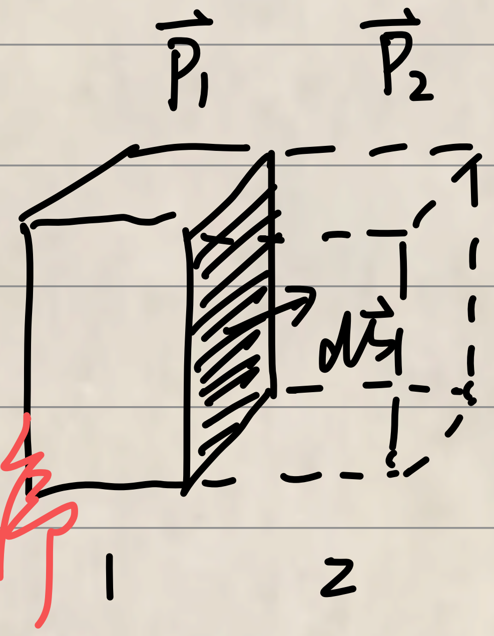
两种介质平常均无电偶极矩. 但在电场中都有!

P的定义: $P=\dfrac{\sum p_i}{\Delta V}$

$$\Rightarrow \text{积分:}\quad \int_V \underbrace{\rho_p}_{\text{束缚电荷密度}}\, dV = -\oint_S P\cdot dS$$

$$\text{微分:}\quad \rho_p = -\underbrace{\nabla\cdot P}_{\text{由于极化而产生}}$$

介质表面的情形:



$$\underbrace{\sigma_p}_{\text{(面)束缚电荷}} = -\underbrace{\vec n}_{\text{法向}}\underbrace{(\vec P_2-\vec P_1)}_{\text{注意顺序}}$$

2. 极化和场强

原理: 自由电荷+束缚电荷 共同起作用

$$\Rightarrow \rho = \underbrace{\rho_f}_{\text{自由}} + \underbrace{\rho_p}_{\text{束缚}}$$

主題

日期

星期

Maxwell 方程一：$\nabla\cdot E=\frac{\rho_f+\rho_p}{\varepsilon_0}$ （所有电荷）（真实值）

将 ρ_p 移走：$\varepsilon_0\nabla\cdot E-\rho_p=\rho_f$

换为 $\nabla\cdot P$

$\Rightarrow \nabla(\varepsilon_0E+P)=\rho_f$ （仅自由电荷）（无物理意义）

定义 $D=\varepsilon_0E+P$ （电位移矢量），则 $\nabla\cdot D=\rho_f$

3. 自由电荷：易控制、观测，ρ_f 好用于计算

束缚电荷：不好算、不好用，ρ_p 尽量不用

4. D与E关系：$P=\chi_e\varepsilon_0E$　极化率

条件：仅在［各向同性］介质中可用！

设 $\varepsilon=\varepsilon_r\varepsilon_0$，其中 $\varepsilon_r=\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0}=1+\chi_e$ 为相对电容率

介质介电常数

$\Rightarrow \varepsilon=(1+\chi_e)\varepsilon_0$

$D=(1+\chi_e)\varepsilon_0E=\varepsilon_r\varepsilon_0E=\varepsilon E$

主题 真实场强

日期

星期

电位移矢

$$D = \underbrace{\varepsilon_0 \cdot E}_{} = \varepsilon_0 E$$

$$+$$

$$\|$$

$$\varepsilon E = \varepsilon_r \varepsilon_0 E$$

$$= (1+\underbrace{\chi_e}_{\text{极化率}})\varepsilon_0 E$$

$$P = \chi_e \varepsilon_0 E = (\varepsilon_r - 1)\varepsilon_0 E$$

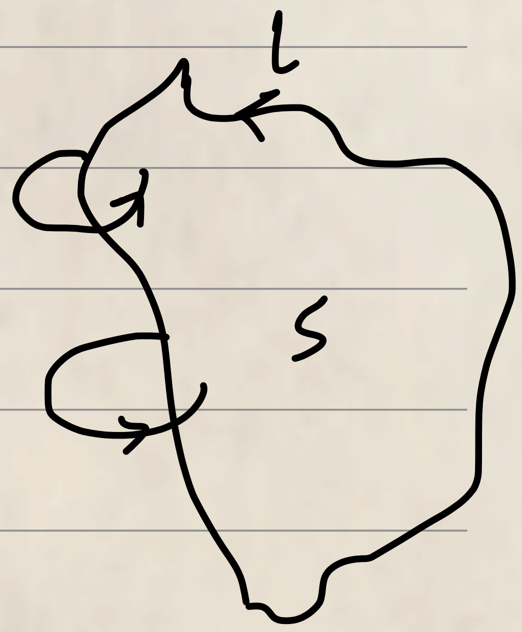
电极化强度矢 $= (\varepsilon - \varepsilon_0)E$

建立同 σ_p. ρ_p 的关系:
$$\begin{cases} \sigma_p = -\vec{n}\cdot(\vec{P_2} - \vec{P_1}) \\ \rho_p = -\nabla \cdot P \end{cases}$$

5. 介质磁化　　先假设E不变

磁偶极矩之和.

$$\begin{cases} \text{磁化强度 } M: \quad M = \dfrac{\sum m_i}{\Delta V} \\ \text{宏观磁化电流密度}: \quad J_M \end{cases}$$



二者关系: 积: $\int_S J_M \cdot dS = \oint_L M\, dl$

微: $J_M = \nabla \times M$

主題

日期

星期

再看. 若E改变. → 极化强度P变 → 出现极化电流 J_p

自由电流密度 J_f

$\boxed{J_f + \underbrace{J_M + J_p}_{\text{诱导电流}}}$ 总电流(用于Maxwell方程)

相对论的Maxwell方程: $\frac{1}{\mu_0}\nabla\times B = J + \varepsilon_0\frac{\partial E}{\partial t}$

$$= \underbrace{J_f}_{\text{好控. 好测.}} + \underbrace{J_M + J_p}_{\text{难搞}} + \varepsilon_0\cdot\frac{\partial E}{\partial t}$$

消去 J_M 和 J_p.
$$\begin{cases} J_M = \nabla\times M \\ J_p = \frac{\partial P}{\partial t}, \quad D = \varepsilon_0 E + P \end{cases}$$

取 $H = \frac{B}{\mu_0} - M$, 则 $\underbrace{\nabla\times H}_{J_M\text{在这}} = J_f + \underbrace{\frac{\partial D}{\partial t}}_{J_p\text{在这}}$

主題

日期	
星期