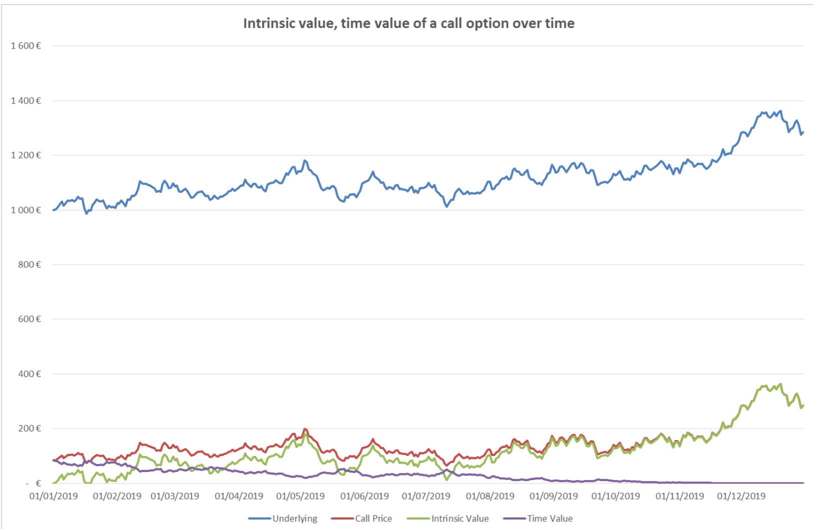
1 Intrinsic value, time value of a call option OVER TIME

Si nous voulons acheter une option call de maturité 1 an à la date du 1er janvier 2019, nous pourrons évaluer son prix à partir de la formule suivante :

Call Price $= S_T * \mathbb{N}(\frac{ln(\frac{S_T}{K})+(rf+0.5*vol^2)}{vol*\sqrt{T}}) - K * e^{-rf*T} * \mathbb{N}(\frac{ln(\frac{S_T}{K})+(rf-0.5*vol^2)}{vol*\sqrt{T}})$

Avec :
$\mathbb{N}$ une réalisation de loi normale
S_T l'Underlying Spot Value
K le Strike
rf le Risk-free rate
vol la volatilité
T la maturité

Pour pouvoir représenter toutes les valeurs de S_T, du Call, des valeurs intrasèques et temps, nous devons transformer notre fichier Excel.
La première chose qu'il nous faut faire est "découper" le temps. C'est pourquoi nous transformons les dates en jours puis créons notre nouvelle colonne de temps jusqu'à la maturité comme étant :
A la date t, il reste : $1 - \frac{t}{364}$ avant la maturité.
Nous calculons pour chaque valeur de $T - t$ le prix du Call avec la formule énoncée précédemment.
Nous déduisons la valeur intrisèque en calculant la valeur du payoff qui est, nous rappelons, $(S_T - K)^+$ pour chaque valeur de $T - t$ et la valeur temps qui n'est autre que la différence entre le Call Price et la valeur intrinsèque.
Les valeurs que nous utiliserons tout au long de cet exercice sont les suivantes : $S_T = 1000$, $K = 1000 Euros$, $T = 1$, $rf = 1\%$, $vol = 20\%$.

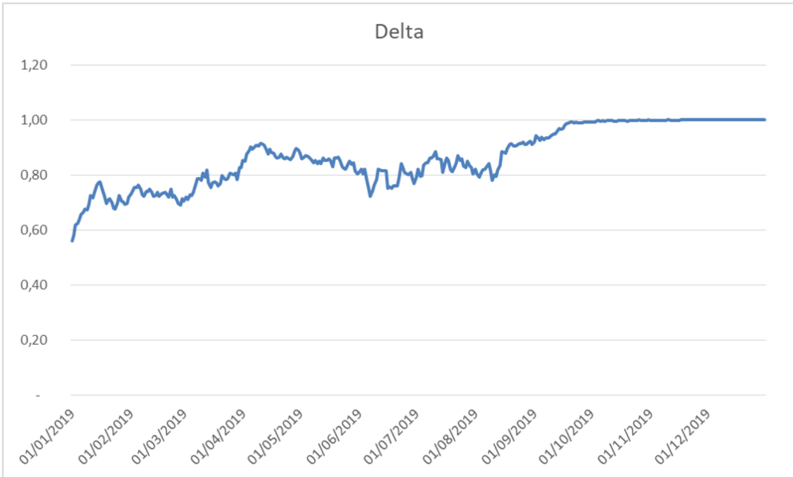


Maintenant, nous souhaitons représenter la valeur delta. Le delta d'une option mesure la sensibilité de son prix à la variation donnée du cours du Strike.

Pour obtenir cette colonne, nous avons créé une colonne étant égale à $S_t + 1$ et nous avons recalculé le prix du $Call$ ($Call'$) pour cette valeur de S'_T. Enfin, pour avoir la variation, et donc le delta, nous avons simplement affiché la différence de $Call' - Call$.

Voilà trois réalisations que nous avons eu pour différentes évolution deS_T.

Première évolution :

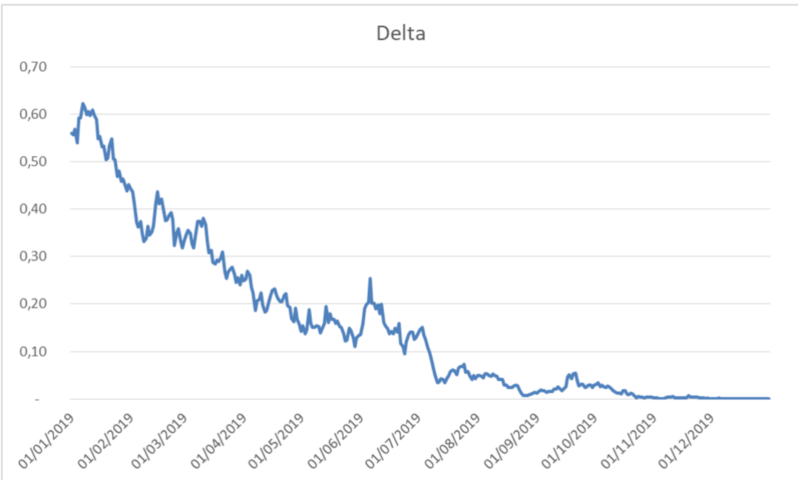


Dans ce cas là, nous sommes pendant toute l'année dans la monnaie, donc le delta est toujours proche de 1 jusqu'à l'atteindre en octobre 2019. Autrement dit, l'espoir d'être dans la monnaie est très rapidement élevé dans cette réalisation hypothétique.

Deuxième évolution :

Ce graphe est très intéressant car pendant une majeur partie de l'année le delta est assez proche de 1 jusqu'à atteindre, même, 0.85 mi novembre 2019. Puis le delta ne va cesser de dégringoler jusqu'à atteindre 0 fin décembre. L'espoir d'être dans la monnaie était donc plutôt élevé pendant quasiment toute l'année, seulement à la fin de la réalisation nous finissons en-dehors de la monnaie.

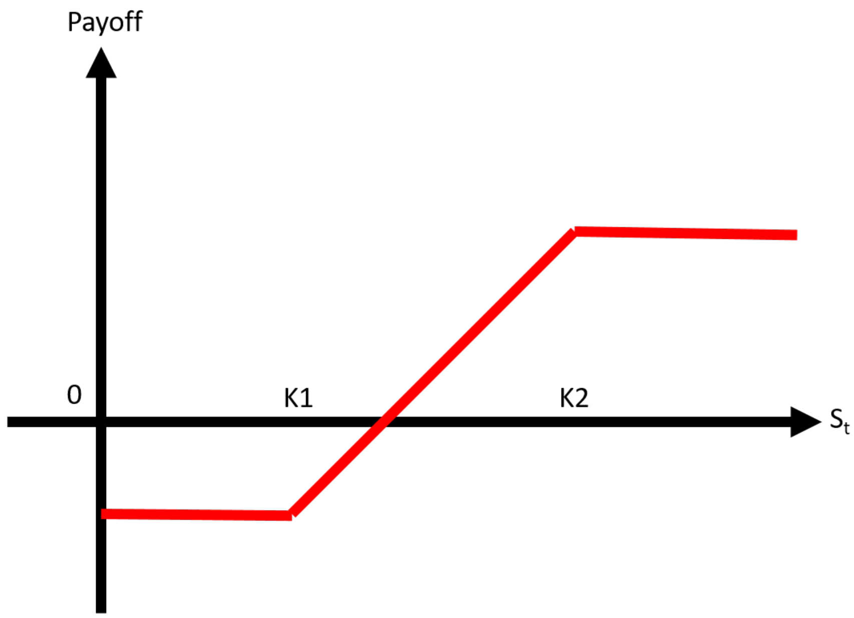
Troisième évolution :



Ici, nous avons une réalisation où le delta chute quasi-continuellement, il est donc très rapidement proche de 0 au cours de l'année. Nous avons donc l'espoir d'être en-dehors de la monnaie à la fin de l'année et c'est ce qui se produit finalement.

2 Let's step up with a call-spread now

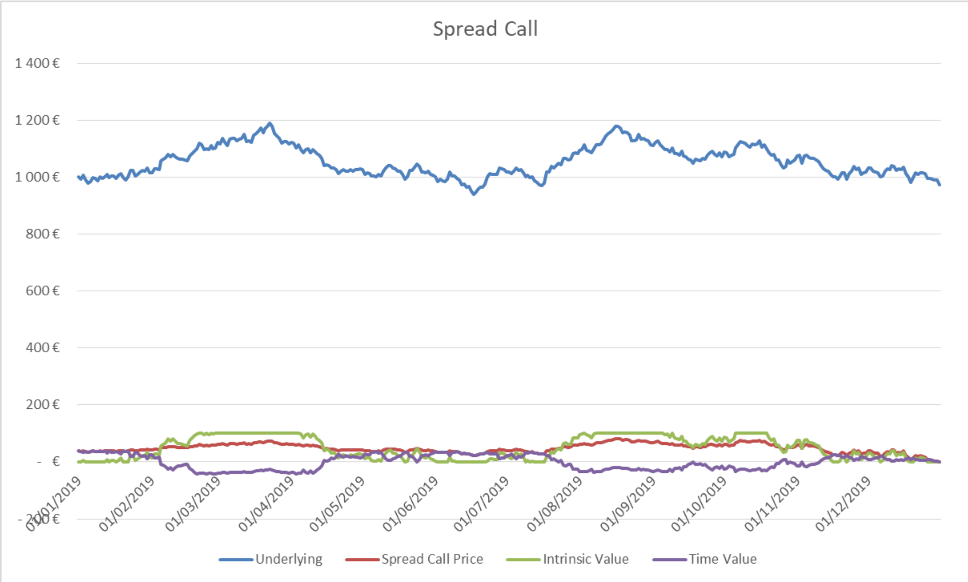
Nous présentons, tout d'abord, le graphique d'un spread classique :



L'avantage d'un Call Spread par rapport à un Call classique est qu'en premier lieu on vend un Call, cela implique donc que la dépense totale pour acheter le second Call est moindre pour l'acheteur, celà revient par conséquent moins cher. C'est donc plus intéressant.

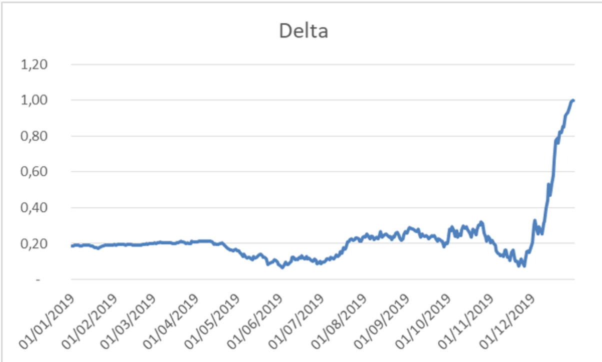
Nous voulons refaire ce que nous avons fait dans l'exercice précédent dans le cadre d'un Spread. C'est pourquoi nous avons ajouter une colonne du prix du second Call en utilisant la formule au début de l'exercice 1, puis nous en avons déduit le prix du Spread en faisant le calcul suivant : $(S_T - K_1)^+ - (S_T - K_2)^+$. De la même facon qu'à l'exercice 1, nous avons calculé la valeur intrinsèque pour tous les $T - t$ et en avons déduit la valeur temps.

Voici la représentation de toutes les courbes en fonction du temps.



Nous présentons, ensuite, deux réalisations possibles en fonction de différentes évolution de S_T.

Ici, la valeur de delta n'excède jamais 0.35 pendant toute l'année, ainsi, on a l'espoir d'être en-dehors de la monnaie toute l'année. On finit en décembre 2019 à un delta égal à 0.

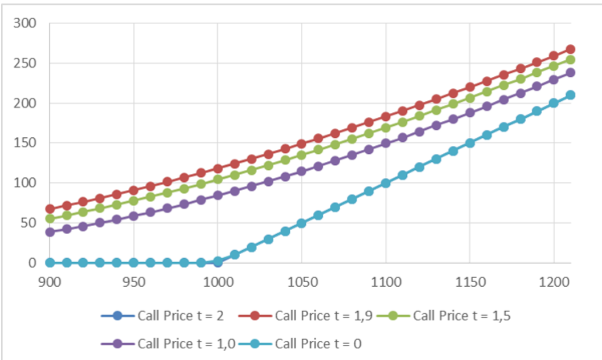


Pendant la quasi totalité de l'année, le delta est très proche de 0 ce qui peut laisser présager de finir en dehors de le monnaie au 31 décembre 2019. Cependant pendant tout le mois de décembre le delta ne va cesser de croître jusqu'à atteindre 1. On finit donc dans la monnaie à la fin de cette année dans ce cas de figure.

3 Intrinsic value, time value of a call option AT DIFFERENT POINTS OF TIME

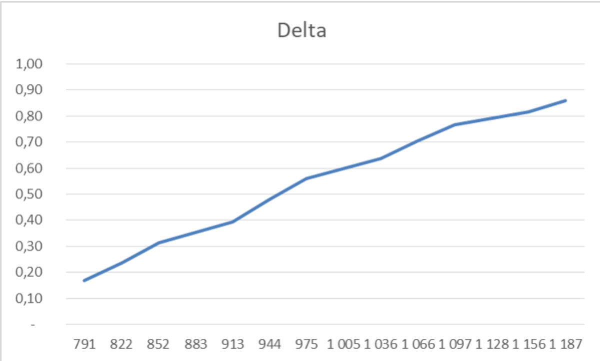
L'objectif, ici est de reproduire le graphe vu en cours. Pour cela, nous avons calculé le prix du Call avec la formule de l'exercice 1 en faisant varier la valeur de T.

Voici le résultat graphiques de ces calculs :



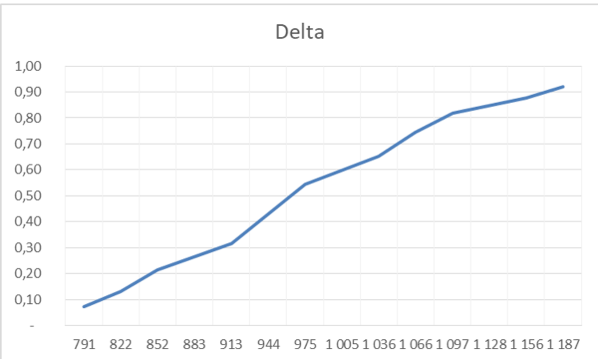
4 Delta chart

Pour pouvoir élaborer le graphe, nous avons créer quatre colonnes différentes suivant la même idée que le premier exercice. En effeet, nous avons d'abord mis en place, comme demandé dans l'énoncé, une colonne comportant des valeurs entre 800 et 1200 par pas de 40, puis une colonne étant égale à la précédente augmentée d'une unité, afin de pouvoir par la suite calculer les variations des prix des Call en découlant. Nous calculons, par conséquent, les prix des Call puis nous faisons simplement la différence.



Nous constatons que le delta augmente en continue jusqu'à atteindre 1, donc que l'espoir d'être dans la monnaie est très élevé tout au long de l'année.

Nous affichons maintenant le même graphe pour une maturité $T = 0.5$.



Le de