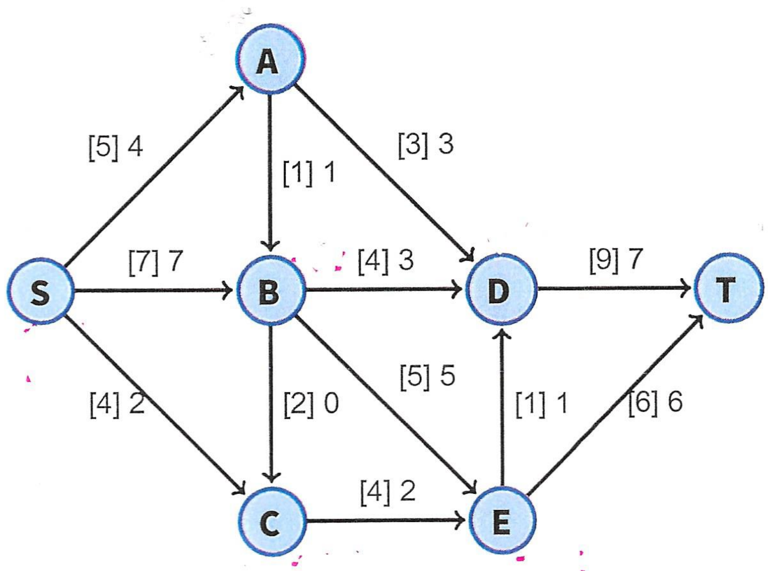
Examen de Recherche Op´erationnelle
S3 ENSIIE - 2014/2015 - 1`ere session
Documents manuscrits autoris´es - Calculatrice interdite
Dur´ee 1h45 - Bar^eme indicatif

Exercice 1 (6 points)

On consid`ere le r´eseau de transport ci-dessousuoùn flot a d´ej`a ´et´e calcul´eSur chaque arc figurent sa capacit´e (entre crochets et exprimant des unit´es de marchandise) et son flux.



1. V´erifier que le flot actuel est correct et donner sa valeur.
2. Effectuer clairement un marquage pour montrer que le flot actuel n'est pas de valeur maximale.
3. D´eduire de ce marquage une cha^ıne augmentante.
4. Calculer alors le nouveau flot.
5. Montrer que ce nouveau flot est optimal et en d´eduire une coupe de capacit´e minimale.
6. On veut maintenant ajouter une contrainte : le nœud B ne peut pas faire transiter plus de 7 unit´es de marchandiseComment modifier le r´eseau de transport pour tenir compte de cette contrainte ? Dessiner soigneusement le nouveau r´eseau en indiquant les capacit´es des arcs (on ne demande pas de faire de nouveau calcul)

Exercice 2 (5 points)

On consid`ere le programme lin´eaire (P 1) suivant:

$$(P\,1)\begin{cases}\min & x_1 + 2x_2 \\ & x_1 + x_2 \geq 4 \\ & x_1 + 5x_2 \geq 5 \\ & x_1, x_2 \geq 0\end{cases}$$

1. Mettre (P 1) sous forme standard.
2. Montrer que $x_1 = \frac{15}{4}$ et $x_2 = \frac{1}{4}$ constituent une solution optimale de (P 1) (par calculs alg´ebriques ou en dressant un tableau simplexe)
3. On souhaite changer le coefficient de la variable x_1 dans la fonction ´economique. Pour quelles valeurs de ce coefficient la solution de la question pr´ec´edente reste-t-elle optimale ?

$\alpha \in [2/5, 2]$.

Exercice 3 (4 points)

On consid`ere le programme lin´eaire (P 2) suivant:

$$(P\,2)\begin{cases}\max & 2x_1 + x_2 \\ & x_1 - x_2 \leq 1 \\ & -x_1 + x_2 \leq 2 \\ & x_1, x_2 \geq 0\end{cases}$$

1. Mettre (P 2) sous forme standard.
2. R´esoudre par la m´ethode du simplexe en partant de la base triviale form´ee par les variables d'´ecart.
3. V´erifier vos r´esultats en effectuant une r´esolution graphique (´echelle unit´e = 1cm)

Exercice 4 (5 points)

Une particule se d´eplace suivant un cercle passant par 5 points cons´ecutifs num´erot´es 1, 2, 3, 4 et 5. La particule commence au point 1. A chaque ´etape, elle a une probabilit´e 0.5 d'aller vers le point suivant ou vers le point pr´ec´edent (de 1 elle peut aller `a 2 ou `a 5, de 2 elle peut aller `a 3 ou `a 1, etc). On note X_n ($n \geq 0$) la localisation de la particule apr`es n ´etapes. $\{X_n\}$ constitue une cha^ıne de Markov.

1. Donner la matrice des probabilit´es de transition en une ´etape.
2. Donner le vecteur de distribution des probabilit´es de l'´etat initial et des deux ´etapes suivantes.
3. Donner le graphe des transitions de cette cha^ıne de Markov.
4. Pourquoi existe-t-il un r´egime permanent ?
5. Calculer le vecteur limite de distribution des probabilit´es.