

## G4 beamline

Extrait d'un programme G4 beamline :

```
#####
#                               Color Code
#   Red=1,0,0   Greene=0,1,0   blue=0,0,1   yellow=1,1,0
#   opacity=number 0 to 1
#####.

particlecolor e-=1,0,0 e+=0,0,1 gamma=1,1,0

#####
#                               BEAM and nEvents
#   the beam is nominally headed in the +Z direction, momentum in MeV/c
#
#####

# Example for e-:
beam gaussian particle=e- nEvents=10000 beamZ=0.0 sigmaX=1.0 sigmaY=1.0 sigmaXp=0. sigmaYp=0. meanMomentum=sqrt(0.01*(0.01+1.022)) sigmaP=0.0 meanT=0.0 sigmaT=0.0

# Example for gamma:
beam gaussian particle=gamma nEvents=100000 beamZ=0.0 sigmaX=0.1 sigmaY=0.1 sigmaXp=0. sigmaYp=0. meanMomentum=1 sigmaP=0.0 meanT=0.0 sigmaT=0.0
```

**Beam:** faisceau de particules

**meanMomentum:** valeur moyenne du moment ou valeur moyenne de la quantité de mouvement de la particule incidente:

$$pc = \sqrt{T(T + 2mc^2)}$$

avec T énergie cinétique  
et m masse au repos de la particule considérée

Pc unité MeV

P unité MeV/c

mc<sup>2</sup>: en MeV

# Quelques notions sur la relativité

## De la relativité de Galilée à la relativité restreinte d'Einstein

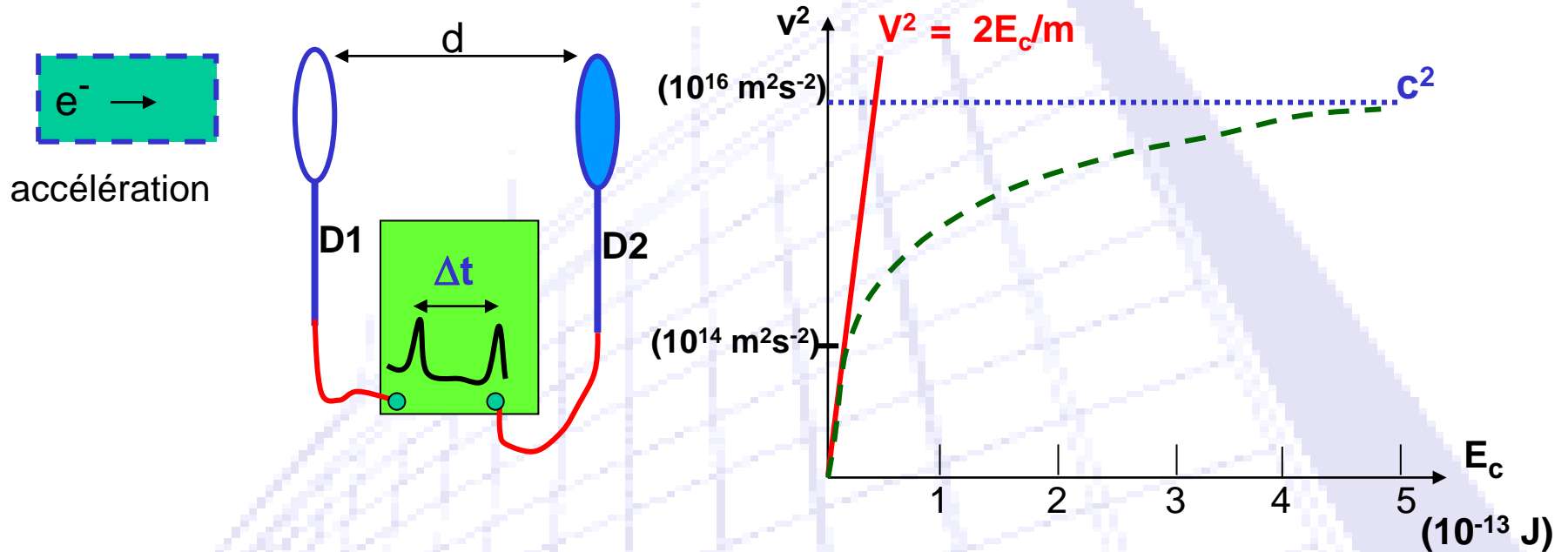
La théorie de relativité formulée par Einstein en 1905 a pris naissance à partir des expériences faites par Michelson et Morley en 1887 sur la vitesse de la lumière dans l'éther.

Au XVI<sup>ème</sup> siècle, **Galilée** affirme, et explique, que les lois de la physique sont les mêmes dans des référentiels en translation rectiligne et uniforme les uns par rapport aux autres. **C'est le principe de relativité** (de Galilée).

Il utilisera aussi **l'additivité des vitesses** qui a comme conséquence que n'importe quelle vitesse peut être atteinte: ce n'est qu'une question de moyen.

En un mot : si une balle roule à 10 km/h dans un train (et dans le sens de la marche) qui va lui-même à 100 km/h par rapport au sol, alors la balle va à 110 km/h par rapport au sol.

# Expérience de William Bertozzi (1964)

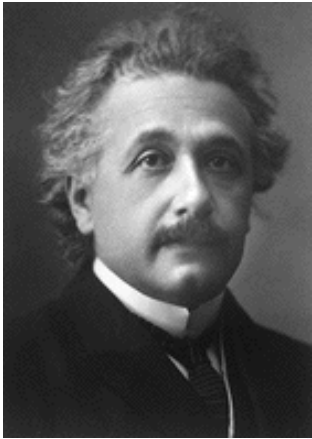


Elévation de  $T^\circ$  en  $D_2 \rightarrow E_c$  des  $n e^-$

Mesure de la charge  $Q \rightarrow$  nombre  $n$

$E_c$  d'un  $e^-$

# Relativité restreinte



On nomme relativité restreinte une première version de la théorie de la Relativité, émise en 1905 par **Albert Einstein**, qui ne considérait pas la question des accélérations d'un référentiel, ni les interactions d'origine gravitationnelles. Cependant, elle présentait une explication cohérente des interactions électro-magnétiques et de leurs transformations par changement de référentiel à l'aide de la transformation de **Lorentz** (paradoxalement mises au point par **Lorentz** et **Henri Poincaré** pour défendre l'existence de l'éther).

Elle a permis notamment de résoudre des paradoxes existant en mécanique classique relatifs aux mesures de la vitesse de la lumière.

Cette théorie a introduit pour la première fois la notion d'**espace-temps** et expliqué quelques phénomènes étonnants, mais vérifiés expérimentalement.

# Les postulats d'Einstein (1905)

**1<sup>er</sup> postulat :** Les lois de la physique sont les mêmes dans tous les référentiels inertiels.

Si dans R on trouve la relation entre les grandeurs  $A = B/C$ , dans R' on trouvera la même relation  $A' = B'/C'$ .

Les valeurs pour A, B, C et A', B', C' ne seront pas forcément identiques

**2<sup>ème</sup> postulat :** La vitesse de la lumière dans le vide a la même valeur dans tous les référentiels inertiels.

Dans R: à  $t=t_1$   $x=x_1$     à  $t=t_2$   $x=x_2$      $\Rightarrow$      $c = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}$

Dans R': à  $t=t'_1$   $x=x'_1$     à  $t=t'_2$   $x=x'_2$      $\Rightarrow$      $c' = \frac{\Delta x'}{\Delta t'} = \frac{x'_2 - x'_1}{t'_2 - t'_1}$

On a évidemment  $\Delta x' \neq \Delta x$  ; or  $c=c'$     donc  $\Delta t' \neq \Delta t$ .

**Le temps et les longueurs perdent leurs caractères absolus.**

### a) Dilatation des durées :

Supposons un intervalle de temps  $\Delta t'$  correspondant à par exemple la durée séparant deux battements de cœur d'un individu ou l'écart de temps entre deux tocs d'une horloge, immobiles dans le référentiel  $R'$ . Dans ce référentiel  $R'$ , les deux événements (1<sup>er</sup> battement, 2<sup>ème</sup> battement,...) ont lieu au même point d'espace de  $R'$ . ( $\Delta t'$  est défini comme la durée propre du phénomène).

Dans le référentiel  $R$  par rapport auquel se déplace  $R'$  (à la vitesse  $v$ ), le voyageur ou l'horloge se sont déplacés d'une distance  $\Delta x = v\Delta t$ . ( $\Delta t$  est défini comme la durée apparente du phénomène).

La conservation de l'intervalle d'espace-temps fournit alors :

$$\Delta t = \gamma \Delta t' = \frac{\Delta t'}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}}$$

Ainsi, le même phénomène durant 1 s (par exemple) dans un référentiel où il est au repos ( $R'$ ) est vu durer  $\gamma$  s dans le référentiel ( $R$ ) par rapport auquel le sujet du phénomène se déplace à la vitesse  $v$ .

Le temps s'écoule donc plus vite dans le référentiel fixe. C'est le fameux célèbre paradoxe des jumeaux de Langevin.

## b) Contraction des longueurs:

Lecture

Supposons que dans le référentiel R, le long de l'axe Ox, se trouve une règle fixe, de longueur propre L.

La mesure de cette longueur demande aussi la définition d'une méthode, acceptable pour tous les référentiels. On appellera longueur apparente L' de la règle mobile dans le repère en mouvement R' la distance entre les points de R qui coïncideront avec les extrémités de la règle, au même instant de R', choisi arbitrairement.

Cette méthode appliquée à partir des relations de transformation, fournit alors la relation :

$$L' = \Delta x' = \frac{L}{\gamma} = \frac{\Delta x}{\gamma} = \sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2} \Delta x$$

La longueur apparente de la règle (L') mesurée à partir du repère mobile est donc plus courte (que sa longueur propre L) dans tout référentiel par rapport auquel elle se déplace.

## Exemple :

Lecture

### a) Dilatation des durées :

Durée de vie de muons atmosphériques, durée de vie de particules dans les accélérateurs... La durée de vie apparente /Terre est plus longue que la durée de vie propre /particule.

$$\text{exple } \mu: T_{\text{app}} 15 \cdot 10^{-6} \text{s} \longleftrightarrow T_{\text{propre}} 2,2 \cdot 10^{-6} \text{s}$$

### b) La contraction des longueurs :

Dans l'exemple cité plus haut, dans le référentiel des muons traversant l'atmosphère à grande vitesse, c'est l'atmosphère qui se déplace. Pour la particule l'épaisseur apparente d'air traversée n'est plus de quelques dizaines de kilomètres, mais de quelques kilomètres...

## Conclusion:

Pour garder les lois de conservation de la quantité de mouvement et de l'énergie, il faut redéfinir:  $\vec{p}$ ,  $m$  et  $E$ .



# Éléments de cinématique relativiste

## Relativité restreinte : définitions

$c$  = vitesse de la lumière =  $3 \cdot 10^8$  m/sec

$\beta = v/c$  ( $0 < \beta < 1$ )

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} \quad (\gamma > 1)$$

## Energétique relativiste :

Masse d'une particule :  $m(v) = \gamma m_0$  avec  $m_0$  : masse au repos de la particule

Energie totale : 
$$\begin{cases} E_T = m(v)c^2 = \gamma m_0 c^2 \\ E_T = T + m_0 c^2 \text{ où } T : \text{énergie cinétique (relativiste)} \end{cases}$$



$$T = m_0 c^2 (\gamma - 1)$$

Si  $v > c$    $1 - \beta^2 < 0$    $E_T$  est imaginaire

## Relation énergie - quantité de mouvement

L'introduction de  $p = mv = \gamma m_0 v$  dans l'équation de l'énergie totale conduit à :

$$E_T^2 = p^2 c^2 + m_0^2 c^4 \quad \text{soit} \quad p^2 c^2 = T(T + 2m_0 c^2) \quad \longrightarrow \quad pc = \sqrt{T(T + 2m_0 c^2)}$$

On a aussi :  $\vec{p} = \gamma m_0 \vec{v}$  et  $E = \gamma m_0 c^2$

d'où :  $\vec{p} = \frac{E}{c^2} \vec{v}$

Cas des photons ( $m_0 = 0$ ,  $v = c$ ):  $p = \frac{E}{c}$  or  $E = h\nu = \frac{hc}{\lambda}$

d'où :  $p = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda}$

Cas des faibles vitesses ( $v \ll c$ ):  $\gamma = (1 - \beta^2)^{-1/2} \approx 1 + \frac{\beta^2}{2} + \frac{3\beta^4}{8} + \dots$

$\vec{p} = m_0 \vec{v}$  et  $T = m_0 c^2 (\gamma - 1) \sim \frac{1}{2} m_0 v^2$   $v = p^2 / 2m_0$

On retrouve bien les formules classiques...

# Masse atomique et nucléaire

Unité de masse atomique (u.m.a) :

masse d'un atome  $^{12}\text{C} = 12 \text{ u}$ .

$$1 \text{ u.m.a} = 1/12 \cdot 12 \cdot 10^{-3} / N_A = 1.658 \cdot 10^{-27} \text{ kg} = 1 / N_A \text{ (en g)}$$

Entité	kg	uma	MeV
u.m.a.	$1,658 \cdot 10^{-27}$	1,00	931,5
Proton	$1,6604 \cdot 10^{-27}$	1,00728	938,3
Neutron	$1,675 \cdot 10^{-27}$	1,008665	939,6
Electron	$9,1 \cdot 10^{-31}$	0,00055	0,511

Equivalent Masse Energie:  $E=Mc^2$        $C = 2,99792458 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$

$$1 \text{ uc}^2 = 1,494 \cdot 10^{-10} \text{ Joule}$$

$$1 \text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

Multiples: keV, MeV, GeV, TeV...

Table I. The 2012 Atomic mass table (Explanation of Table on page 1608)

$N$	$Z$	$A$	Elt.	Orig.	Mass excess (keV)		Binding energy per nucleon (keV)		Beta-decay energy (keV)			Atomic mass $\mu$	
1	0	1	n		8071.3171	0.0005	0.0	0.0	$\beta^-$	782.347	0.001	1 008664.9158	0.0005
0	1		H		7288.97059	0.00009	0.0	0.0	*			1 007825.03223	0.00009
1	1	2	H		13135.72174	0.00011	1112.283	0.000	*			2 014101.77812	0.00012
2	1	3	H		14949.8061	0.0022	2827.266	0.001	$\beta^-$	18.591	0.001	3 016049.2779	0.0024
1	2		He		14931.2155	0.0023	2572.681	0.001	*			3 016029.3201	0.0025
0	3		Li	-pp	28670#	2000#	-2270#	670#	$\beta^+$	13740#	2000#	3 030780#	2150#
3	1	4	H	-n	24620	100	1720	25	$\beta^-$	22200	100	4 026430	110
2	2		He		2424.91561	0.00006	7073.915	0.000	*			4 002603.25413	0.00006
1	3		Li	-p	25320	210	1150	50	$\beta^+$	22900	210	4 027190	230
4	1	5	H	-nn	32890	90	1336	18	$\beta^-$	21660	90	5 035310	100
3	2		He	-n	11231	20	5512	4	*			5 012057	21
2	3		Li	-p	11680	50	5266	10	$\beta^+$	450	50	5 012540	50
1	4		Be	x	37140#	2000#	20#	400#	$\beta^+$	25460#	2000#	5 039870#	2150#
5	1	6	H	-3n	41880	250	960	40	$\beta^-$	24280	250	6 044960	270
4	2		He		17592.09	0.05	4878.519	0.009	$\beta^-$	3505.22	0.05	6 018885.89	0.06
3	3		Li		14086.8789	0.0014	5332.331	0.000	*			6 015122.8874	0.0015
2	4		Be	—	18375	5	4487.2	0.9	$\beta^+$	4288	5	6 019726	6
1	5		B	x	47320#	2000#	-470#	330#	$\beta^+$	28950#	2000#	6 050800#	2150#
6	1	7	H	-nn	49140#	1000#	940#	140#	$\beta^-$	23060#	1000#	7 052750#	1080#
5	2		He	-n	26073	8	4123.1	1.1	$\beta^-$	11166	8	7 027991	8
4	3		Li		14907.105	0.004	5606.439	0.001	*			7 016003.437	0.005
3	4		Be		15769.00	0.07	5371.548	0.010	$\beta^+$	861.89	0.07	7 016928.72	0.08
2	5		B	p4n	27677	25	3559	4	$\beta^+$	11908	25	7 029712	27
6	2	8	He		31609.68	0.09	3924.520	0.011	$\beta^-$	10663.88	0.10	8 033934.39	0.10
5	3		Li		20945.80	0.05	5159.712	0.006	$\beta^-$	16004.13	0.06	8 022486.25	0.05
4	4		Be	$-\alpha$	4941.67	0.04	7062.435	0.004	*			8 005305.10	0.04
3	5		B		22921.6	1.0	4717.15	0.13	$\beta^+$	17979.9	1.0	8 024607.3	1.1
2	6		C		35064	18	3101.5	2.3	$\beta^+$	12143	18	8 037643	20

M. Wang et al: The AME2012 atomic mass evaluation (II). Tables, graphs and references

<http://amdc.in2p3.fr/web/ame-pub.html>

<https://iopscience.iop.org/article/10.1088/1674-1137/36/12/003/pdf>

Masse atomique:  ${}^A_Z M_{\text{atome}} = A + {}^A_Z \delta$  (en unité u)

Dans les tables de masse, c'est souvent  $\delta$  qui est tabulé, plutôt que la masse.

Excès de Masse :  ${}^A_Z \delta = {}^A_Z M_{\text{atome}} - A$

Pour le  ${}^{12}_6\text{C}$ :  ${}^{12}_6 \delta = 0$  seul cas !

	${}^A_Z M_{\text{atome}}$	${}^A_Z \delta$
${}^4_2\text{He}$	4,002603	0,002603 > 0
${}^{40}_{20}\text{Ca}$	39,962589	-0,037411 < 0

Equivalent Masse Energie:

$${}^A_Z M_{\text{atome}} c^2 = \left( A + {}^A_Z \delta \right) u c^2 = \left( A + {}^A_Z \delta \right) 931,5$$

Adresse web utile <https://www.nndc.bnl.gov/nudat3/>

<https://www-nds.iaea.org/amdc/>

JC Angélique ENSICAEN 2A Notion de relativité. Particules relativistes 2024/2025

A partir de la table précédente calculer l'équivalent en énergie de la masse au repos des éléments suivants:

Élément	symbole	$\delta$ (MeV)	uma	MeV
neutron				
proton				
deuton				
triton				
alpha				
Hélium 3				

## Invariant relativiste:

$$\frac{E}{p} = \frac{\gamma m c^2}{\gamma m v} = \frac{c}{\beta} \quad \longrightarrow \quad \frac{v}{c} = \frac{p c}{E}$$

Electrons:  $E_0 = m_e c^2 = 511 \text{ keV}$

$E_c$	$E_c/E_0$	$V$ (Méca Rel.)	$V$ (Méca Clas.)	Ecart relatif
5,11 keV	1/100	0,140c	0,141c	1%
51,1 keV	1/10	0,416c	0,447c	7%
511 keV	1	0,866c	1,414 c !!!!	63%

D'une manière générale on utilise la mécanique relativiste si  $E_c/E_0 > 0,1$

## Pour aller plus loin:

Cours de relativité restreinte et générale

Richard Taillet

Enseignant-chercheur physique LAPTh Annecy



Cours de relativité restreinte #1

<https://www.youtube.com/watch?v=Lt4OimVS34A>

Cours de relativité restreinte #4 : quadrivecteurs

<https://www.youtube.com/watch?v=hGy2Z-csr9Q>

Introduction à la relativité générale, cours #2

[https://www.youtube.com/watch?v=l8d\\_qRPuTmQ](https://www.youtube.com/watch?v=l8d_qRPuTmQ)