

4. 课本 323 页习题 7.11

当 $\varphi(x) = \begin{cases} 1, & 0.25 \leq x \leq 0.75 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$ 时,

对于空间 V_0

$$\varphi_{0,k}(x) = \varphi(x - k) = \begin{cases} 1, & 0.25 \leq x - k < 0.75 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

对于空间 V_1

$$\varphi_{1,0}(x) = \sqrt{2}\varphi(2x) = \begin{cases} \sqrt{2}, & 0.125 \leq x < 0.375 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

$$\varphi_{1,1}(x) = \sqrt{2}\varphi(2x - 1) = \begin{cases} \sqrt{2}, & 0.625 \leq x < 0.875 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

由于 k 为整数, 所以对于 V_1 无论如何平移整数个单位距离图像都不能使 $[\frac{1}{8}, \frac{3}{8})$ 和 $[\frac{5}{8}, \frac{7}{8})$ 包含 $[\frac{1}{4},$

$\frac{3}{4})$, 所以违背了多分辨率分析的第二个要求低尺度空间嵌套于高尺度空间。