

2、假设我们有一个[0, 1]上的均匀分布随机数发生器 $U(0,1)$, 请基于它构造指数分布的随机数发生器, 推导出随机数生成方程。若我们有一个标准正态分布的随机数发生器 $N(0,1)$, 请推导出对数正态分布的随机数生成方程。

1) 有一个均匀分布随机数发生器 $U(0,1)$ 构造指数分布随机数发生器, 已知指数分布的累积概率密度函数如下

$$F_z(z) = \begin{cases} 1 - e^{-az}, & z \geq 0 \\ 0, & z < 0 \end{cases}$$

所以有

$$1 - e^{-az} = U(0,1)$$

解得如下表示, z 为一个指数分布随机数发生器

$$z = -\frac{1}{a} \ln[1 - U(0,1)]$$

2) 一个标准正态分布的随机数发生器 $N(0,1)$, 已知对数正态分布的概率密度函数为

$$P_z(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}bz} e^{-[\ln(z)-a^2]/2b^2}$$

也就是一个随机变量的对数服从正态分布 $N(a,b)$, 可以知道 $bN(0,1)+a$ 服从正态分布 $N(a,b)$, 所以对数正态分布表示如下, z 为对数正态分布的随机数发生器。

$$z = e^{bN(0,1)+a}$$