

2、已知一个退化系统的退化函数  $H(u,v)$ ，以及噪声的均值与方差，请描述如何利用约束最小二乘方算法计算出原图像的估计。

根据受限均方滤波的方法可得到原始图像在频域的估计函数为：

$$\hat{F} = \left[ \frac{H^*(u,v)}{|H(u,v)|^2 + \gamma |P(u,v)|^2} \right] G(u,v)$$

其中  $P(x,y) = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & 4 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}$  是拉普拉斯算子，

我们令

$$\begin{aligned} \mathbf{r} &= \mathbf{g} - H\hat{\mathbf{f}} \\ \Phi(\mathbf{r}) &= \mathbf{r}^T \mathbf{r} = \|\mathbf{r}^2\|, \end{aligned}$$

可得  $\Phi(\mathbf{r})$  为关于  $\gamma$  的单调递增函数，所以我们要调整  $\gamma$  的值，使得满足

$$\|\mathbf{r}^2\| = \|\eta^2\| \pm a$$

其中  $\|\eta^2\|$  为噪声的平方和，因为已知噪声的期望为  $m$ ，方差为  $\sigma$ ，则有

$$\|\eta^2\| = MN[m_\eta^2 + \sigma_\eta^2]$$

所以具体步骤为：

1. 选取一个  $\gamma$  值
2. 计算对应的  $\mathbf{r}$  值，如果  $\mathbf{r}$  满足  $\|\mathbf{r}^2\| = \|\eta^2\| \pm a$ ，则停止，得到对应的图像估计函数  $\hat{\mathbf{f}}$ 。
3. 如果不满足，当  $\|\mathbf{r}^2\| > \|\eta^2\| \pm a$ ，就减小  $\gamma$ ，当  $\|\mathbf{r}^2\| < \|\eta^2\| \pm a$ ，就增大  $\gamma$ ，返回到第二步。