2、请根据课本中 Z 变换的定义，证明如下结论。

(1) 若 $x(n)$的 Z 变换为 $X(z)$，则$(-1)^n x(n)$ 的 Z 变换为 $X(-z)$

(2) 若 $x(n)$的 Z 变换为$X(z)$，$x(-n)$ 的 Z 变换为$X(\frac{1}{z})$

(3) 若 $x(n)$的 Z 变换为$X(z)$，课本 280 页公式 7.1.2

(1) 已知 $x(n)$的 Z 变换如下：

$$X(Z)=\sum_{-\infty}^{\infty}x(n)z^{-n}$$

则$(-1)^n x(n)$的 Z 变换表达式为：

$$\sum_{-\infty}^{\infty}(-1)^n x(n)z^{-n}=\sum_{-\infty}^{\infty}(-1)^{-n}x(n)z^{-n}=\sum_{-\infty}^{\infty}x(n)(-z)^{-n}=X(-z)$$

综上得证。

(2) $x(-n)$的 Z 变换表达式为：

$$\sum_{-\infty}^{\infty}x(-n)z^{n}=\sum_{-\infty}^{\infty}x(-n)(z^{-1})^{-n}=X(z^{-1})=X(\frac{1}{Z})$$

综上得证。

(3) (3)$x(2n)$的 Z 变换表达式为：

$$\sum_{-\infty}^{\infty}x(2n)z^{-n}=\sum_{-\infty}^{\infty}x(m)z^{-\frac{m}{2}}$$

其中 m 为偶数，$x(m)$=$\frac{1}{2}[1+(-1)^m]x(m)$,代入得

$$\sum_{-\infty}^{\infty}x(m)z^{-\frac{m}{2}}=\sum_{-\infty}^{\infty}\frac{1}{2}[1+(-1)^m]x(m)z^{-\frac{m}{2}}$$

$$=\frac{1}{2}\sum_{-\infty}^{\infty}x(m)z^{-\frac{m}{2}}+\frac{1}{2}\sum_{-\infty}^{\infty}x(m)(-1)^m z^{-\frac{m}{2}}$$

$$=\frac{1}{2}\sum_{-\infty}^{\infty}x(m)(z^{\frac{1}{2}})^{-m}+\frac{1}{2}\sum_{-\infty}^{\infty}x(m)(-z^{\frac{1}{2}})^{-m}$$

$$=\frac{1}{2}[X(z^{\frac{1}{2}})+X(-z^{\frac{1}{2}})]$$

综上得证。