2. 小波包是一种可以根据需要对信号进行更多控制的时间/空间-频率分解的工具。它的一种应用是对图像信息的压缩。课本中给出了一个针对指纹图像进行压缩的实例，在该实例中一幅指纹图像可以被至多分解成深度为4的小波包分解树。请计算进行至多4级小波包分解共有多少分解方式？请形式化描述一个基于书中能量函数定义的最优小波包分解树的构建算法（给出计算的流程，假设至多分解深度为N）。

一个P尺度的二维小波包树支持：个唯一展开，D（1）=1

故指纹图像的4级小波包共有  
 种唯一展开

Step1 初始化：开始时，树的根节点为原始信号的近似系数或细节系数。

Step2 逐层分析：从根节点开始，逐层向下遍历树，直到达到深度N或遍历完所有节点。

对于每个父节点：

计算父节点的能量Ep。

分别计算四个后代节点的能量 Ea, Eh, Ev, Ed，这些节点代表滤波后的近似、水平细节、垂直细节和对角线细节。

Step3 能量比较：

If (Ea+Eh+Ev+Ed < Ep)：

保留这四个后代节点

对于每一个新的后代节点，重复Step2。

Else(Ea+Eh+Ev+Ed ≥ Ep)：

删除这四个后代节点，并只保留父节点。

Step4 继续逐层分析：对于每一个新的子节点（如果存在），重复Step2和Step3，直到达到深度N或所有节点都被遍历。