Цель работы

Цель данной работы состоит в том, чтобы рассмотреть задачу об эпидемии, сделать программу для получения графиков течения эпидемии.

Задание

(Вариант 11)

На одном острове вспыхнула эпидемия. Известно, что из всех проживающих на острове (N=17 000) в момент начала эпидемии (t=0) число заболевших людей (являющихся распространителями инфекции) I(0)=117, А число здоровых людей с иммунитетом к болезни R(0)=17. Таким образом, число людей восприимчивых к болезни, но пока здоровых, в начальный момент времени S(0)=N-I(0)-R(0). Постройте графики изменения числа особей в каждой из трех групп. Рассмотрите, как будет протекать эпидемия в случае:

1. если $I(0) \leq I*$
2. если $I(0) > I*$

Теоретическое введение

Рассмотрим простейшую модель эпидемии. Предположим, что некая популяция, состоящая из N особей, (считаем, что популяция изолирована) подразделяется на три группы. Первая группа - это восприимчивые к болезни, но пока здоровые особи, обозначим их через $S(t)$. Вторая группа – это число инфицированных особей, которые также при этом являются распространителями инфекции, обозначим их $I(t)$. А третья группа, обозначающаяся через $R(t)$ – это здоровые особи с иммунитетом к болезни.

До того, как число заболевших не превышает критического значения I^*, считаем, что все больные изолированы и не заражают здоровых. Когда $I(0) > I*$, тогда инфицирование способны заражать восприимчивых к болезни особей.

Таким образом, скорость изменения числа *S(t)* меняется по следующему закону:

$$\frac{dS}{dt} = \begin{cases} -\alpha S, \ \textit{если} \ I(0) > I^* \\ 0, \ \textit{если} \ I(0) \leq I^* \end{cases}$$

Поскольку каждая восприимчивая к болезни особь, которая, в конце концов, заболевает, сама становится инфекционной, то скорость изменения числа инфекционных особей представляет разность за единицу времени между заразившимися и теми, кто уже болеет и лечится, т.е.:

$$\frac{dS}{dt} = \begin{cases} -\alpha S - \beta I, \ \textit{если} \ I(0) > I^* \\ -\beta I, \ \textit{если} \ I(0) \leq I^* \end{cases}$$

А скорость изменения выздоравливающих особей (при этом приобретающих иммунитет к болезни)

$\frac{dR}{dt} = \beta I$

Постоянные пропорциональности
α, β, - это коэффициенты заболеваемости
и выздоровления соответственно.

Для того, чтобы решения соответствующих уравнений определялось однозначно, необходимо задать начальные условия.Считаем, что на начало эпидемии в момент времени
$t = 0$ нет особей с иммунитетом к болезни $R(0) = 0$, а
число инфицированных и восприимчивых к болезни особей
$I(0)$ и
$S(0)$
соответственно. Для анализа картины протекания эпидемии необходимо рассмотреть два случая: $I(0) \leq I^*$ и $I(0) > I^*$

Реализация

1. Для случая $I(0) \leq I^*$

- Код программы

```
model lab6_1
constant Real a=0.01;
constant Real b=0.02;
constant Real N=17000;

Real I;
Real R;
Real S;

initial equation
I=117;
R=17;
S=16866;

equation
der(S)=0;
der(I)=-b*I;
der(R)=b*I;

end lab6_1;
```

- График (рис. 1)

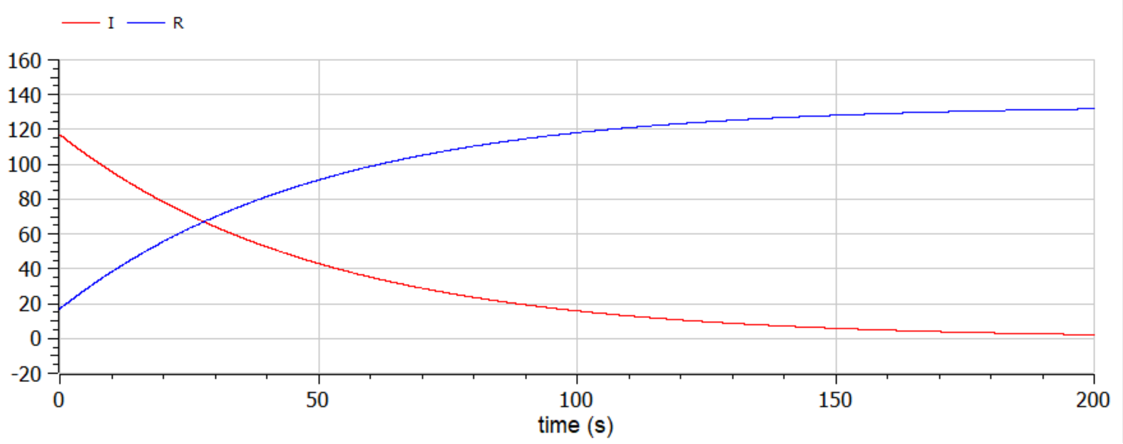

Рис. 2. График для случая 1

2. Для случая $I(0) > I^*$

- Код программы

```
model lab6_2
constant Real a=0.01;
constant Real b=0.02;
constant Real N=17000;

Real I;
Real R;
Real S;

initial equation
I=117;
R=17;
S=16866;

equation
der(S)=-a*S;
der(I)=a*S-b*I;
der(R)=b*I;

end lab6_2;
```

- График (рис. 1)

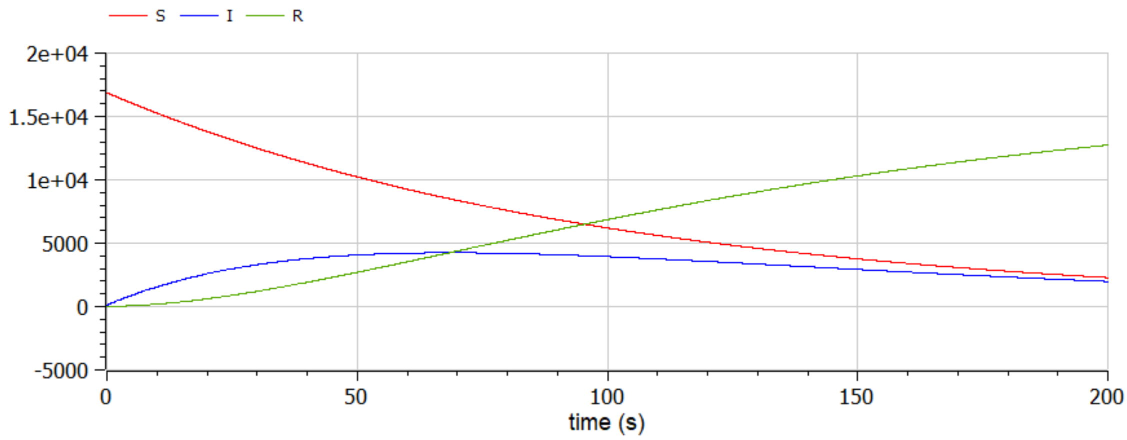

Рис. 2. График для случая 2

Выводы

1. В первом случае с течением времени количество выздоровливающих и приобретающих иммунитет особей растет, а количество болеющих распространителей уменьшается.
2. Во втором случае, восприимчивые к болезни, но пока здоровые особи уменьшаются на протяжении всей эпидемии, количество заболевших и заразных особей увелчивается в первой трети эксперемента и затем медленно уменьшается, а количество людей с иммунитетом постоянно растет.
3. Рассмотрела задачу об эпидемии.
4. Построила графики и проанализировала результаты.

Библиография

[Методические материалы по задаче об эпидемии. Кулябов Д.С.]