

# Цель работы

Цель данной работы состоит в том, чтобы рассмотреть модель рекламной компании, определить ее эффективность с помощью графиков.

## Задание

(Вариант 11)

Постройте график распространения рекламы, математическая модель которой описывается следующим уравнением:

1.  $\frac{dn}{dt} = (0.84 + 0.00022n(t))(N - n(t))$
2.  $\frac{dn}{dt} = (0.000022 + 0.74n(t))(N - n(t))$
3.  $\frac{dn}{dt} = (0.74\sin(t) + 0.35\cos(t)n(t))(N - n(t))$

При этом объем аудитории  $N = 1005$ , в начальный момент о товаре знает 11 человек. Для случая 2 определите в какой момент времени скорость распространения рекламы будет иметь максимальное значение.

## Теоретическое введение

Организуется рекламная кампания нового товара или услуги. Необходимо, чтобы прибыль будущих продаж с избытком покрывала издержки на рекламу. Вначале расходы могут превышать прибыль, поскольку лишь малая часть потенциальных покупателей будет информирована о новинке. Затем, при увеличении числа продаж, возрастает и прибыль, и, наконец, наступит момент, когда рынок насытится, и рекламировать товар станет бесполезным.

Предположим, что торговыми учреждениями реализуется некоторая продукция, о которой в момент времени  $t$  из числа потенциальных покупателей  $N$  знает лишь  $n$  покупателей. Для ускорения сбыта продукции запускается реклама по радио, телевидению и других средств массовой информации. После запуска рекламной кампании информация о продукции начнет распространяться среди потенциальных покупателей путем общения друг с другом. Таким образом, после запуска рекламных объявлений скорость изменения числа знающих о продукции людей пропорциональна как числу знающих о товаре покупателей, так и числу покупателей о нем не знающих.

Модель рекламной кампании описывается следующими величинами.

Считаем, что

$\frac{dn}{dt}$  - скорость изменения со временем числа потребителей, узнавших о товаре и готовых его купить,

$t$  - время, прошедшее с начала рекламной кампании,

$n(t)$  - число уже информированных клиентов. Эта величина пропорциональна числу покупателей, еще не знающих о нем, это описывается следующим образом:

$\alpha_1(t)(N - n(t))$ , где

$N$  - общее число потенциальных

платежеспособных покупателей,

$\alpha_1(t) > 0$  - характеризует интенсивность рекламной кампании (зависит от затрат на рекламу в данный момент времени).

Помимо этого, узнавшие о товаре потребители также распространяют полученную информацию среди потенциальных покупателей, не знающих о нем (в этом случае работает т.н. сарафанное радио). Этот вклад в рекламу описывается величиной  $\alpha_2(t)(N - n(t))$ , эта величина увеличивается с увеличением потребителей узнавших о товаре. Математическая модель распространения рекламы описывается уравнением:

$$\frac{dn}{dt} = (\alpha_1(t) + \alpha_2(t)n(t)(N - n(t)))$$

При

$\alpha_1(t) \gg \alpha_2(t)$  получается модель типа модели Мальтуса, решение которой имеет вид (рис. 1)

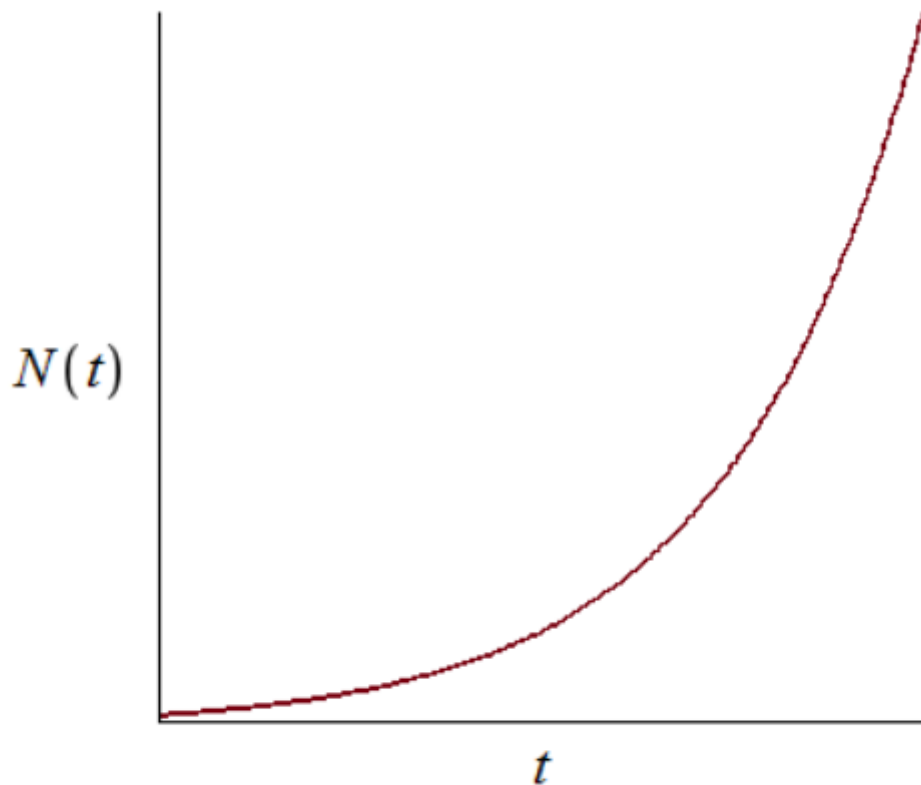


Рисунок 1. График решения уравнения модели Мальтуса

В обратном случае, при

$$\alpha_1(t) \ll \alpha_2(t)$$

получаем уравнение логистической кривой (рис. 2):

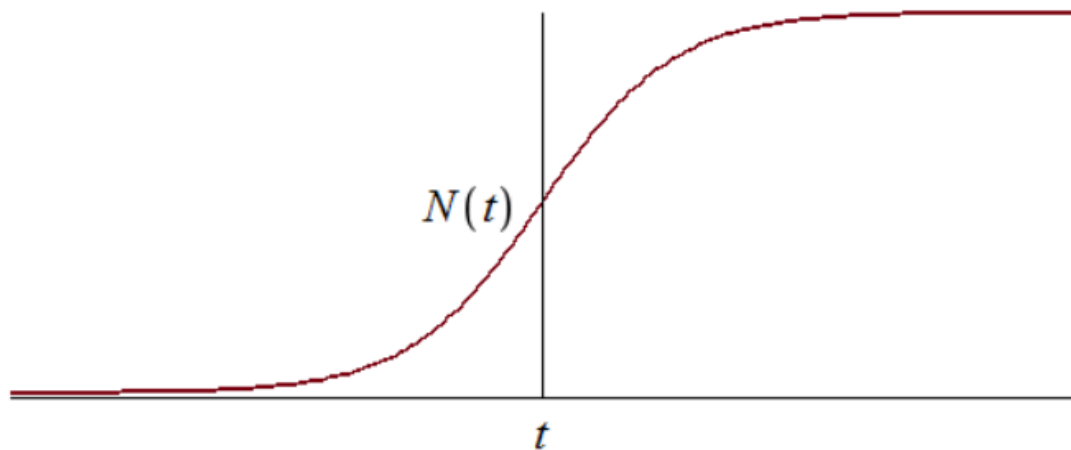


Рисунок 2. График логистической кривой

## Реализация

1. Случай с  $\alpha_1(t) \gg \alpha_2(t)$

- Код

```
model lab07_1

constant Real N=1005;
constant Real a1=0.84;
constant Real a2=0.00022;

Real n;

initial equation
n=11;

equation
der(n)=(a1+a2*n)*(N-n);

end lab07_1;
```

- График

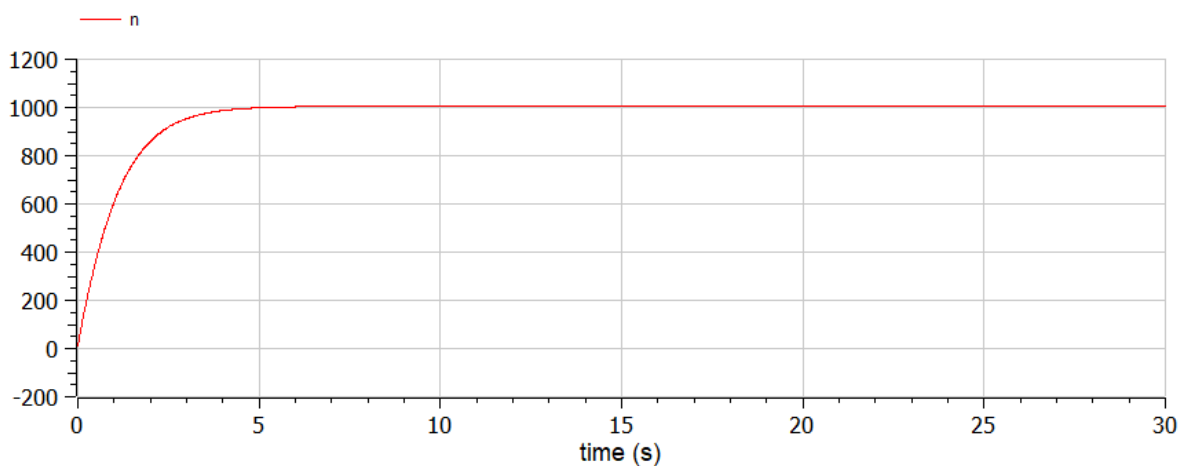


Рисунок 3. График распространения информации о товаре с учетом платной рекламы и с учетом сарафанного радио Коэффициент  $\alpha_1 = 0.84$ , коэффициент  $\alpha_2 = 0.00022$

2. Случай с  $\alpha_1(t) \ll \alpha_2(t)$

- Код

```
model lab07_2

constant Real N=1005;
constant Real a1=0.000022;
constant Real a2=0.74;

Real n;

initial equation
n=11;

equation
der(n)=(a1+a2*n)*(N-n);

end lab07_2;
```

- График

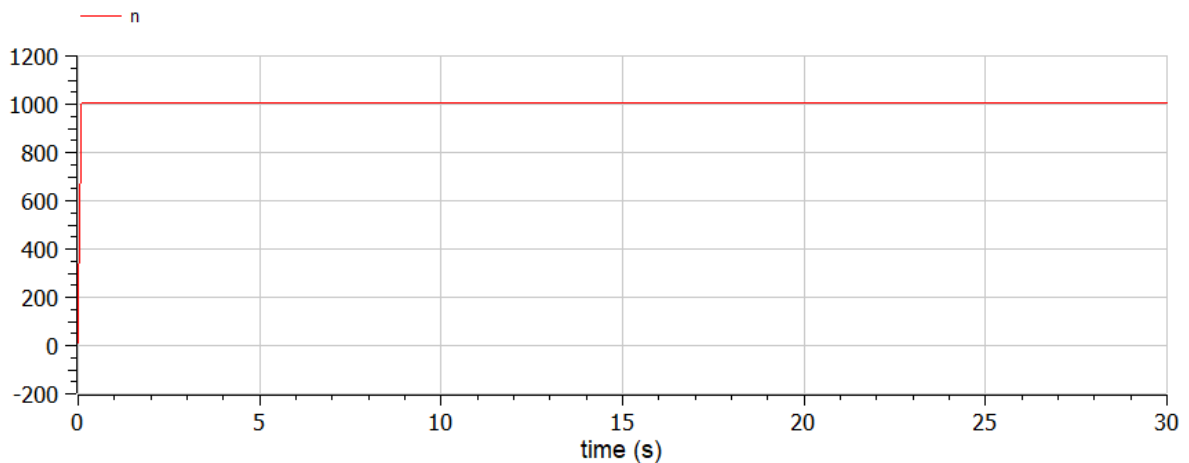


Рисунок 4. График распространения информации о товаре с учетом платной рекламы и с учетом сарафанного радио. Коэффициент  $\alpha_1 = 0.000022$ , коэффициент  $\alpha_2 = 0.74$

- Максимальная скорость распространения рекламы  
В связи с тем, что коэффициент  $\alpha_2$  в этом случае больше, чем коэффициент  $\alpha_1$ , то распространение идет в большей степени за счёт сарафанного радио. Соответственно, чем больше людей узнает о продукте, тем быстрее скорость распространения. На графике видно, что количество растёт в наибольшей степени в первый момент времени (рис. 5).

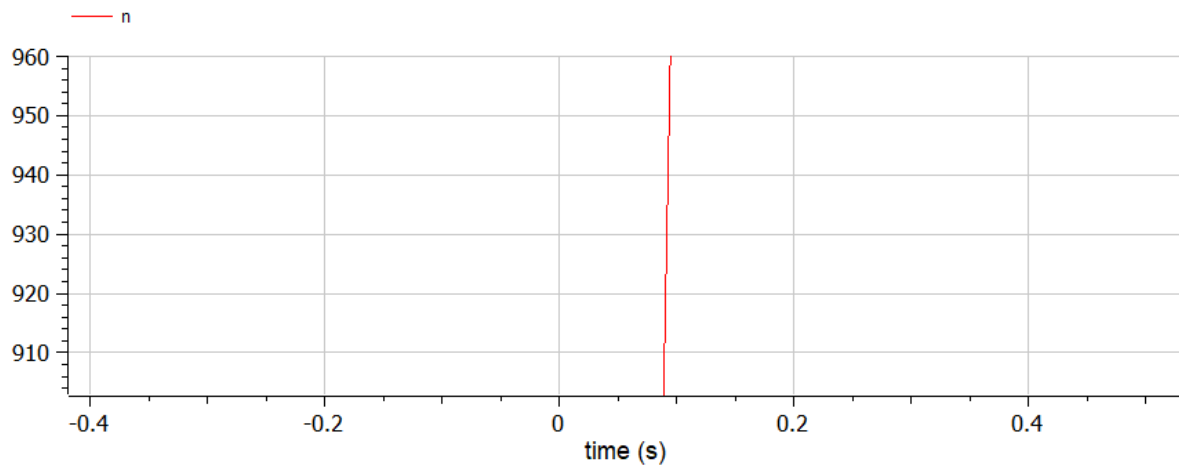


Рисунок 5. Максимальная скорость

3. Случай с  $\alpha_1(t) \approx \alpha_2(t)$

- Код

```
model lab07_3

constant Real N=1005;

Real a1;
Real a2;
Real n;

initial equation
n=11;

equation
a1=0.74*sin(time);
a2=0.35*cos(time);
der(n)=(a1+a2*n)*(N-n);

end lab07_3;
```

- График

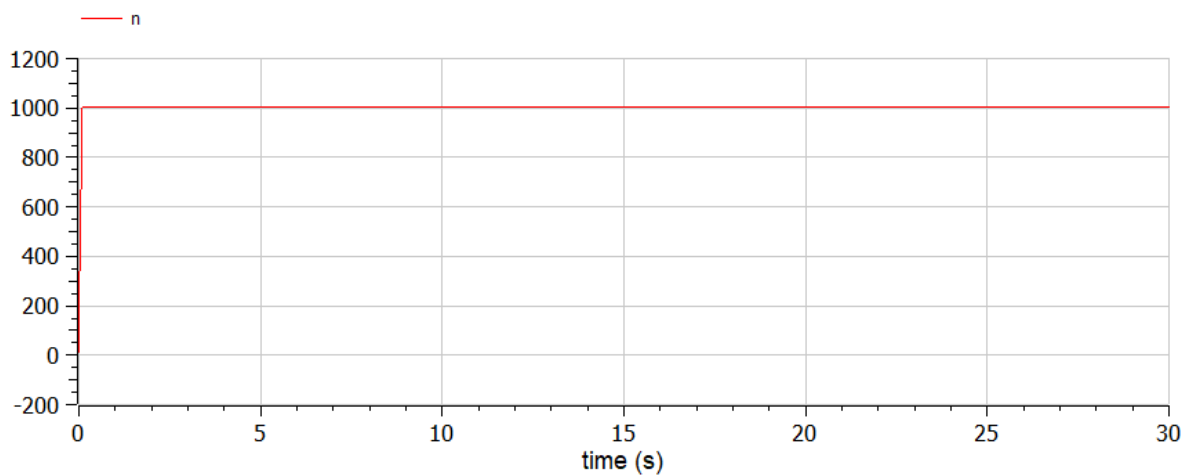


Рисунок 6. График распространения информации о товаре с учетом платной рекламы и с учетом сарафанного радио. Коэффициент  $\alpha_1 = 0.74\sin(t)$ , коэффициент  $\alpha_2 = 0.35\cos(t)$

# Вопросы

1. Записать модель Мальтуса (дать пояснение, где используется данная модель)

$$dN/dt = aN$$

Модель Мальтуса используется в экологии для моделирования динамики роста популяции.

2. Записать уравнение логистической кривой (дать пояснение, что описывает данное уравнение)

$$\frac{dP}{dt} = rP \left( 1 - \frac{P}{K} \right),$$

Используется для изучения изменений численности населения.

3. На что влияет коэффициент  $\alpha_1(t)$  и  $\alpha_2(t)$  в модели распространения рекламы

$\alpha_1(t) > 0$  - характеризует интенсивность рекламной кампании (зависит от затрат на рекламу в данный момент времени),

а  $\alpha_2(t)$  - это коэффициент отображающий сарафанное радио.

4. Как ведет себя рассматриваемая модель при  $\alpha_1(t) \gg \alpha_2(t)$

При

$\alpha_1(t) \gg \alpha_2(t)$  получается модель типа модели Мальтуса, решение которой имеет вид (рис. 1)

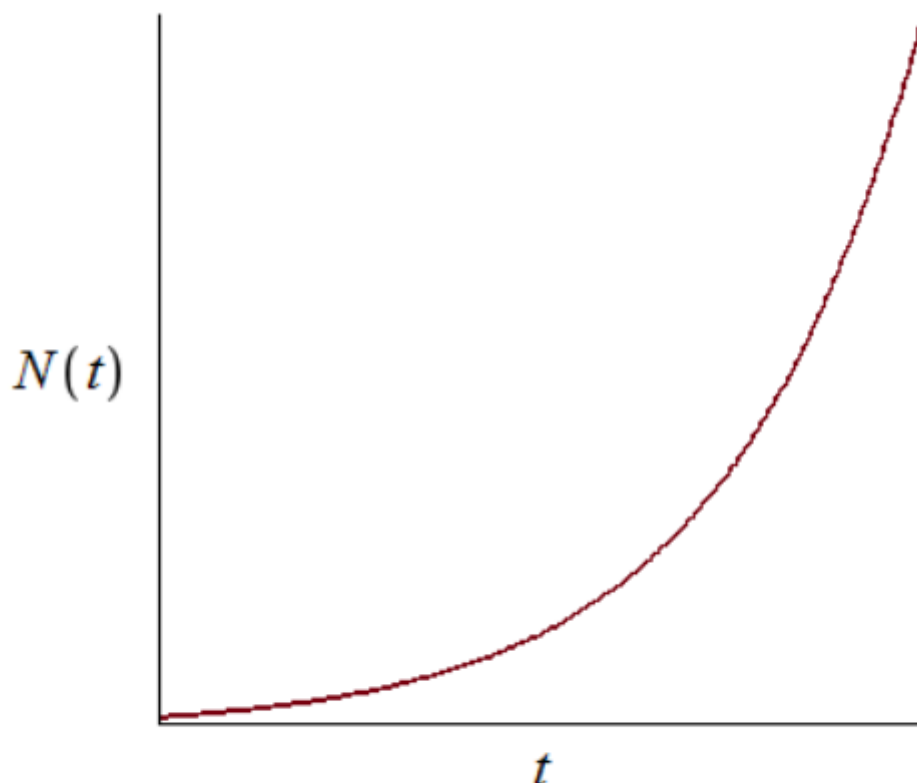


Рисунок 1. График решения уравнения модели Мальтуса

5. Как ведет себя рассматриваемая модель при  $\alpha_1(t) \ll \alpha_2(t)$

при  
 $\alpha_1(t) \ll \alpha_2(t)$   
получаем уравнение логистической  
кривой (рис. 2):

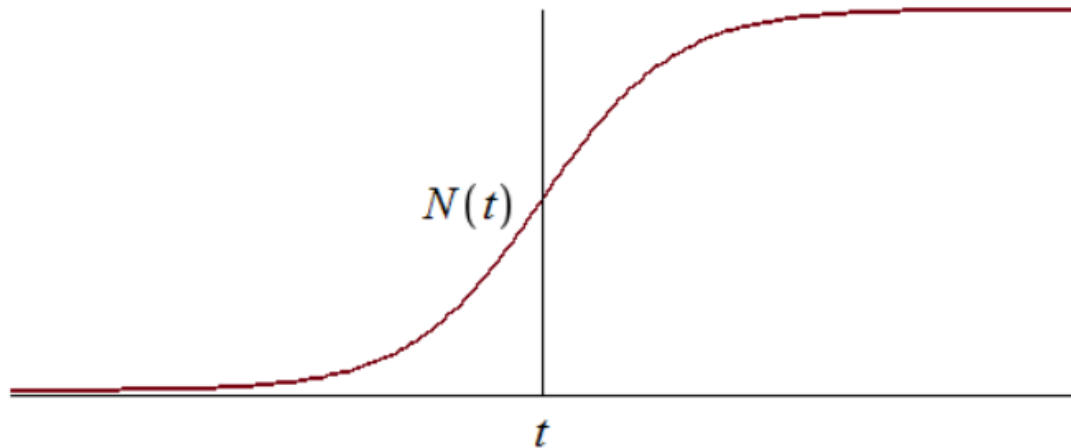


Рисунок 2. График логистической кривой

## Выводы

---

1. Рассмотрела математическую модель рекламной компании.
2. Построила графики распространения рекламы.
3. Для случая 2 определила в какой момент времени скорость распространения рекламы будет иметь максимальное значение.

## Библиография

---

1. [Методические материалы по эффективности рекламы. Кулябов Д.С.](#)
2. [Математические модели в экологии. Семериков С. А., Завизена Н. С.](#)