

# Отчёт по лабораторной работе №2

## Задача о погоне

Жукова Виктория Юрьевна

### Содержание

Цель работы .....	1
Задание .....	1
Постановка задачи .....	2
Построение .....	4
Выводы .....	6
Библиография .....	6

### Цель работы

Цель данной работы состоит в том, чтобы научиться моделировать траекторию движения и строить по ней графики.

### Задание

(Вариант 11)

На море в тумане катер береговой охраны преследует лодку браконьеров. Через определенный промежуток времени туман рассеивается, и лодка обнаруживается на расстоянии 6,9 км от катера. Затем лодка снова скрывается в тумане и уходит прямолинейно в неизвестном направлении. Известно, что скорость катера в 2,9 раза больше скорости браконьерской лодки.

1. Запишите уравнение, описывающее движение катера, с начальными условиями для двух случаев (в зависимости от расположения катера относительно лодки в начальный момент времени).
2. Постройте траекторию движения катера и лодки для двух случаев.
3. Найдите точку пересечения траектории катера и лодки

## Постановка задачи

1. Принимаем за  $t_0 = 0$ ,  $x_{л0} = 0$  - место нахождения лодки браконьеров в момент обнаружения,  $x_{к0} = 6,9$  - место нахождения катера береговой охраны относительно лодки браконьеров в момент обнаружения лодки.
2. Введем полярные координаты. Считаем, что полюс - это точка обнаружения лодки браконьеров  $x_{л0}$  ( $\theta = x_{л0} = 0$ ), а полярная ось  $r$  проходит через точку нахождения катера береговой охраны (рис. 1)

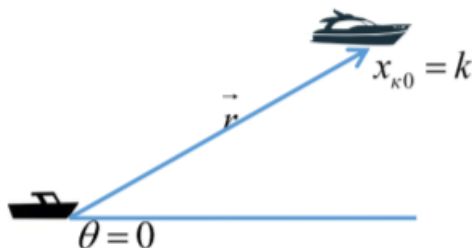


Рис. 1. Положение катера и лодки в

начальный момент времени

3. Траектория катера должна быть такой, чтобы и катер, и лодка все время были на одном расстоянии от полюса  $\theta$ , только в этом случае траектория катера пересечется с траекторией лодки. Поэтому для начала катер береговой охраны должен двигаться некоторое время прямолинейно, пока не окажется на том же расстоянии от полюса, что и лодка браконьеров. После этого катер береговой охраны должен двигаться вокруг полюса удаляясь от него с той же скоростью, что и лодка браконьеров.
4. Чтобы найти расстояние  $x$  (расстояние после которого катер начнет двигаться вокруг полюса), необходимо составить простое уравнение. Пусть через время  $t$  катер и лодка окажутся на одном расстоянии  $x$  от полюса. За это время лодка пройдет  $x$ , а катер  $6,9 - x$  (или  $6,9 + x$ , в зависимости от начального положения катера относительно полюса). Время, за которое они пройдут это расстояние, вычисляется как  $x/v$  или  $6,9 - x/2v$  (во втором случае  $x+6,9/2v$ ). Так как время одно и то же, то эти величины одинаковы. Тогда неизвестное расстояние  $x$  можно найти из следующего уравнения:

$$\frac{x}{v} = \frac{6,9 - x}{2,9v} \text{ в первом случае или}$$

$$\frac{x}{v} = \frac{x + 6,9}{2,9v} \text{ во втором}$$

Отсюда мы найдем два значения

$$x_1 = \frac{6,9}{3,9} \text{ и } x_2 = \frac{6,9}{1,9},$$

задачу будем решать для двух случаев.

5. После того, как катер береговой охраны окажется на одном расстоянии от полюса, что и лодка, он должен сменить прямолинейную траекторию и начать двигаться вокруг полюса удаляясь от него со скоростью лодки  $v$ . Для этого скорость катера раскладываем на две составляющие:  $v_r$  - радиальная скорость и  $v_t$  - тангенциальная скорость (рис. 2). Радиальная скорость - это скорость, с которой катер удаляется от полюса,

$$v_r = \frac{dr}{dt}.$$

Нам нужно, чтобы эта скорость была равна скорости лодки, поэтому полагаем

$$\frac{dr}{dt} = v.$$

Тангенциальная скорость - это линейная скорость вращения катера относительно полюса. Она равна произведению угловой скорости

$$\frac{d\theta}{dt} \text{ на радиус } r, \quad v_r = \frac{dr}{dt}$$

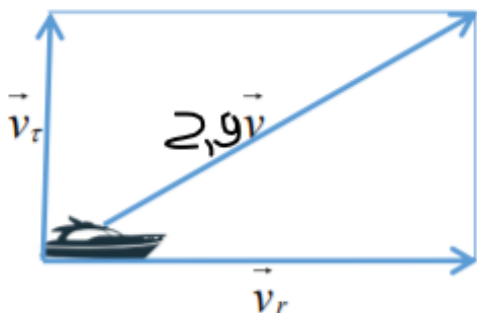


Рис. 2. Разложение скорости катера на тангенциальную и радиальную составляющие

Из рисунка видно:

$$v_r = \sqrt{8,41v^2 - v^2} = \sqrt{7.41}v$$

(учитывая, что радиальная скорость равна  $v$ ). Тогда получаем

$$r \frac{d\theta}{dt} = \sqrt{7.41}v$$

6. Решение исходной задачи сводится к решению системы из двух дифференциальных уравнений \$\$

с начальными условиями

или \$\$

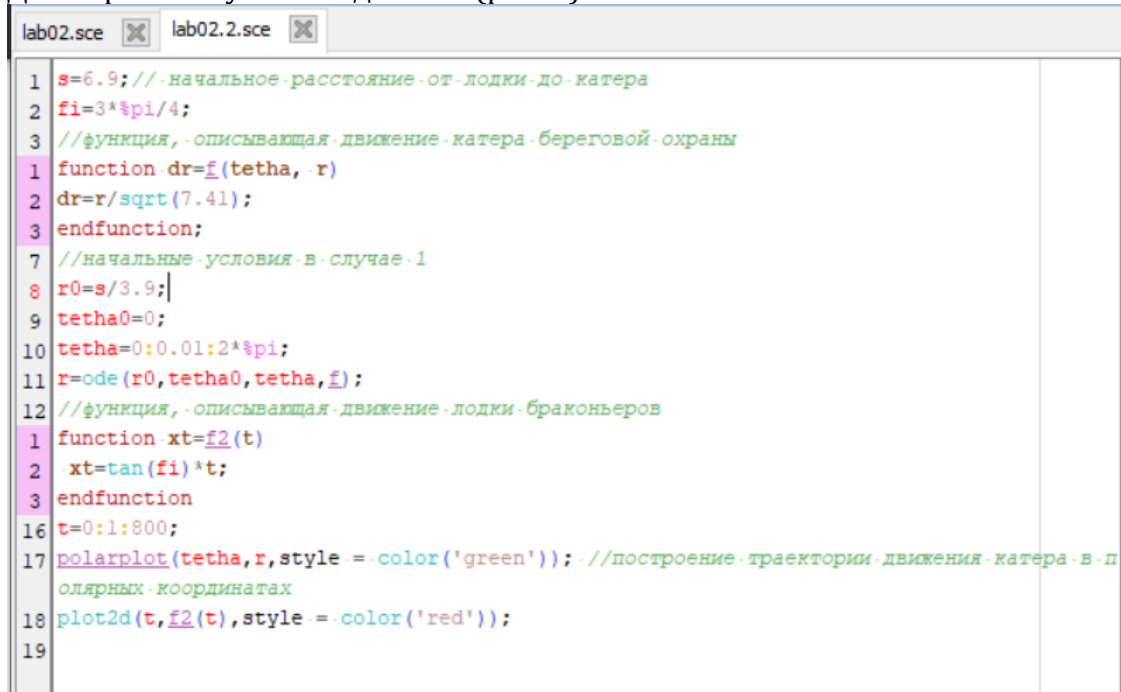
Исключая из полученной системы производную по  $t$ , можно перейти к следующему уравнению:

$$\frac{dr}{d\theta} = \frac{r}{\sqrt{7.41}}$$

Начальные условия остаются прежними. Решив это уравнение, мы получим траекторию движения катера в полярных координатах.

## Построение

Для первого случая - Код в Scilb (рис. 3)



```

lab02.sce  lab02.2.sce
1 s=6.9; // начальное расстояние от лодки до катера
2 fi=3*pi/4;
3 //функция, описывающая движение катера береговой охраны
1 function dr=f(tetha, r)
2 dr=r/sqrt(7.41);
3 endfunction;
7 //начальные условия в случае 1
8 r0=s/3.9;
9 tetha0=0;
10 tetha=0:0.01:2*pi;
11 r=ode(r0,tetha0,tetha,f);
12 //функция, описывающая движение лодки браконьеров
1 function xt=f2(t)
2 xt=tan(fi)*t;
3 endfunction
16 t=0:1:800;
17 polarplot(tetha,r,style='color','green'); //построение траектории движения катера в полярных координатах
18 plot2d(t,f2(t),style='color','red');
19
  
```

Рис. 3.

Код программы для моделирования случая 1 - Траектория (рис. 4)

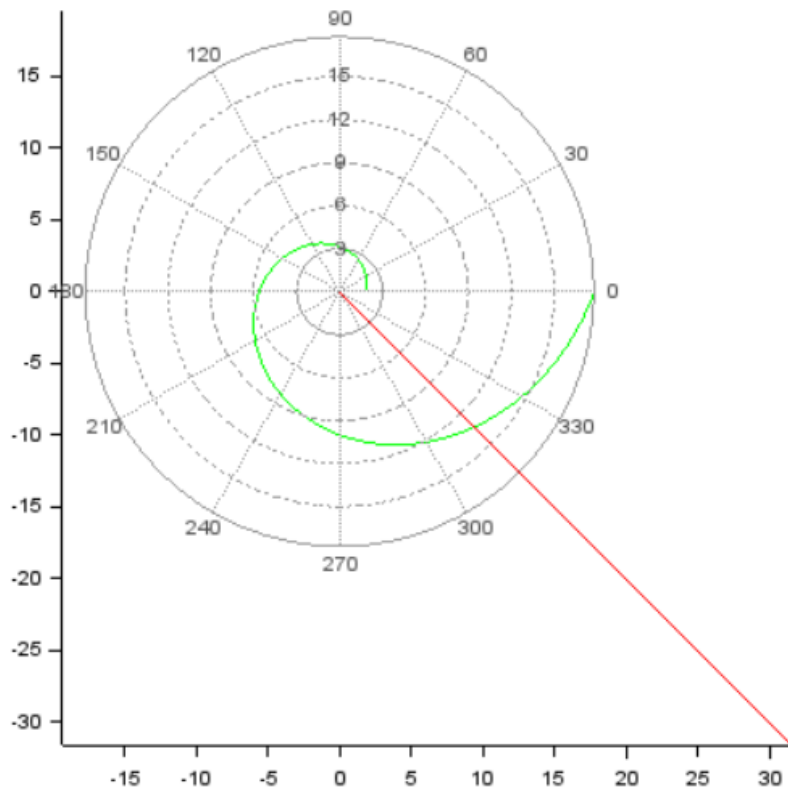


Рис. 4. График

траектории для случая 1

Для второго случая - Код в Scilb (рис. 5)

```
lab02.sce
1 s=6.9; // начальное расстояние от лодки до катера
2 fi=3*pi/4;
3 // функция, описывающая движение катера береговой охраны
4 function dr=f(tetha, r)
5 dr=r/sqrt(7.41);
6 endfunction;
7 // начальные условия в случае 2
8 r0=s/1.9;
9 tetha0=-pi;
10 tetha=0:0.01:2*pi;
11 r=ode(r0,tetha0,tetha,f);
12 // функция, описывающая движение лодки браконьеров
13 function xt=f2(t)
14 xt=tan(fi)*t;
15 endfunction
16 t=0:1:800;
17 polarplot(tetha,r,style = color('green')); // построение траектории движения катера в полярных координатах
18 plot2d(t,f2(t),style = color('red'));
19
```

Рис. 5.

Код программы для моделирования случая 1 - Траектория (рис. 6)

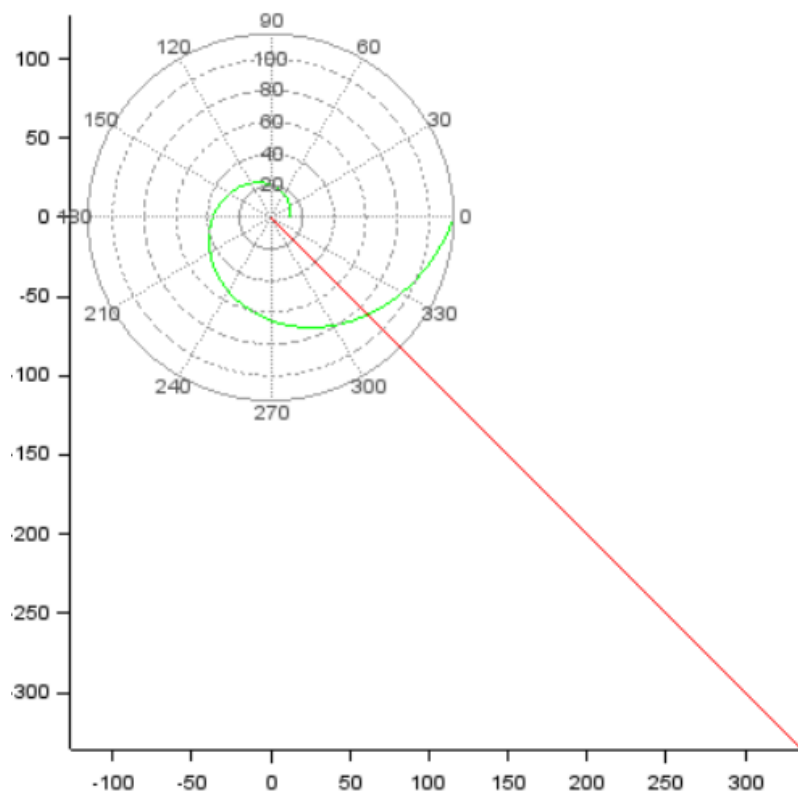


Рис. 6. График

траектории для случая 2

## Выводы

1. Записала уравнение, описывающее движение катера, с начальными условиями для двух случаев (в зависимости от расположения катера относительно лодки в начальный момент времени).
2. Построила траекторию движения катера и лодки для двух случаев.
3. Нашла точку пересечения траектории катера и лодки.
4. Научилась моделировать траекторию с помощью scilab.

## Библиография

1. Методичка по задаче о погоне. Кулябов Д.С.
2. Fomulars in Markdown. Archer Reilly