深蓝学院
shenlanxueyuan.com

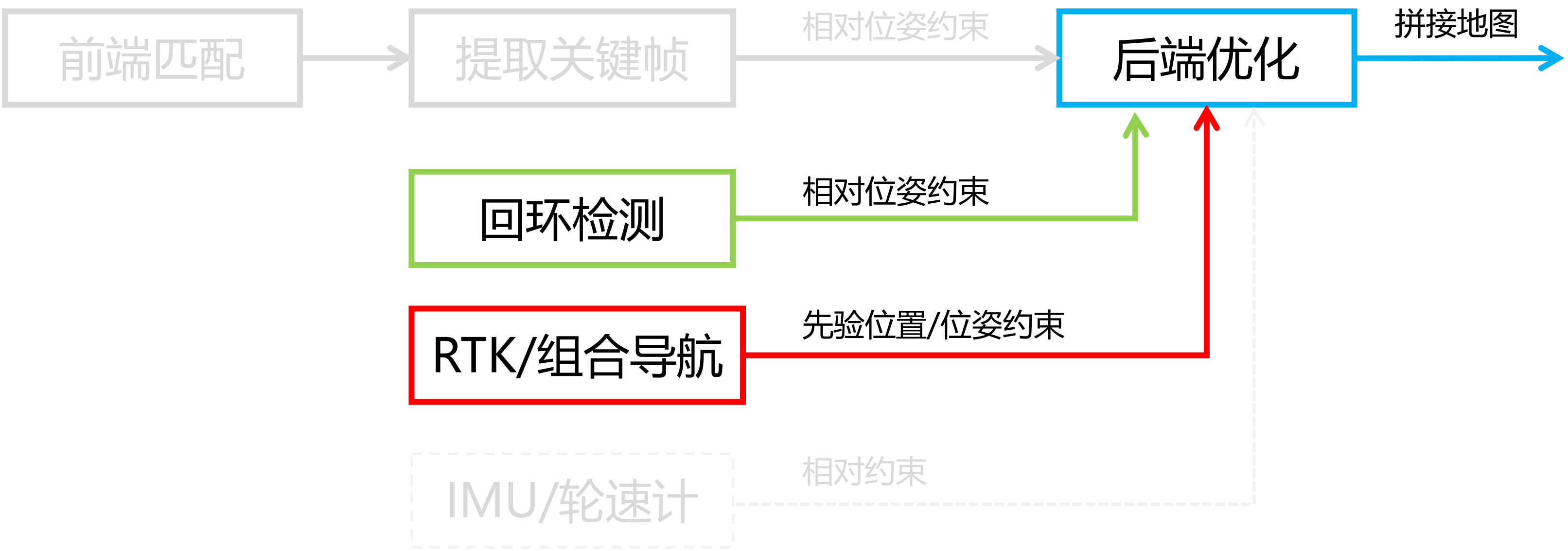
多传感器融合定位

第4章 点云地图构建及基于地图的定位

主讲人 任 乾

北京理工大学本硕
自动驾驶从业者

建图流程介绍


前端匹配
提取关键帧
相对位姿约束
后端优化
拼接地图
回环检测
相对位姿约束
RTK/组合导航
先验位置/位姿约束
IMU/轮速计
相对约束

目录

目录

回环检测

目的：消除累计误差，并提高地图一致性。

方法：从历史帧中找出相似帧（即物理世界中相近位置且有充足共视区域的帧），并给出二者的相对位姿。

用法：在后端优化中，作为一个相对位姿约束的边，加入图优化系统中（后面详细讲述）。

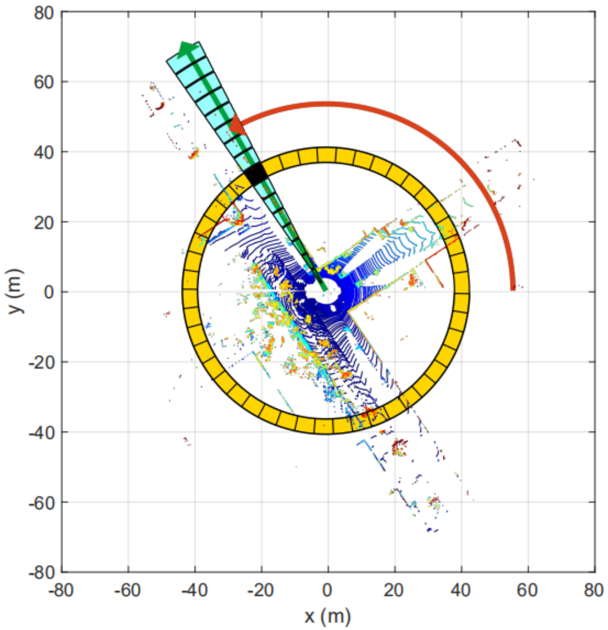
回环检测

基于Scan Context

方法原理：

论文题目：Scan Context: Egocentric Spatial Descriptor for Place Recognition within 3D Point Cloud Map

代码地址：https://github.com/irapkaist/scancontext



应用案例：

方法： LeGO-LOAM + scan context 闭环检测

代码：https://github.com/irapkaist/SC-LeGO-LOAM

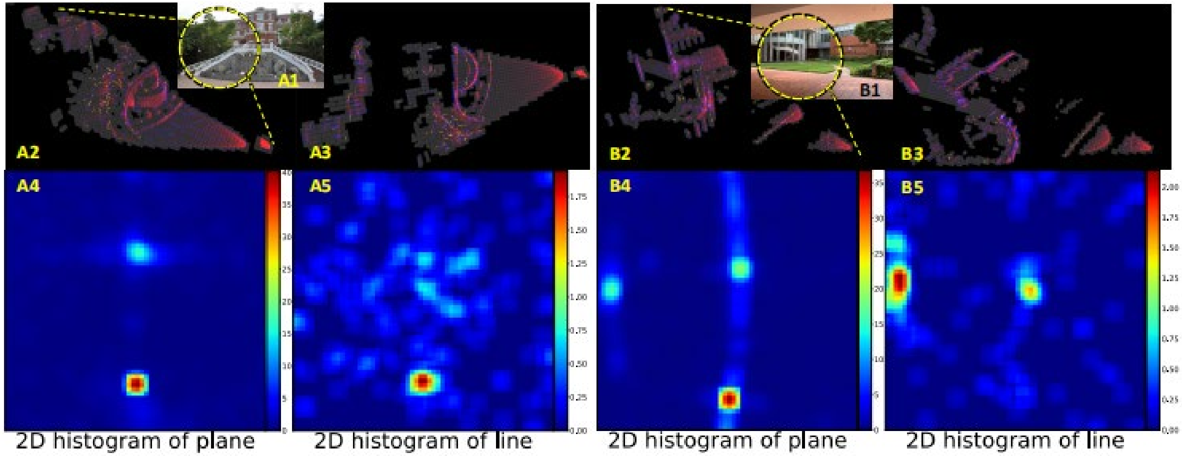
回环检测

基于直方图

论文题目：A fast, complete, point cloud based loop closure for LiDAR odometryand mapping

应用案例：loam_livox

开源代码：https://github.com/hku-mars/loam_livox



目录

后端优化

1. 后端优化基本原理

目的：利用回环检测结果和惯导先验位姿修正里程计误差。

回环在此处提供的是两帧之间的相对位姿。

观测：

1) 连续两帧的相对位姿观测；

2) 回环匹配得到的相对位姿观测；

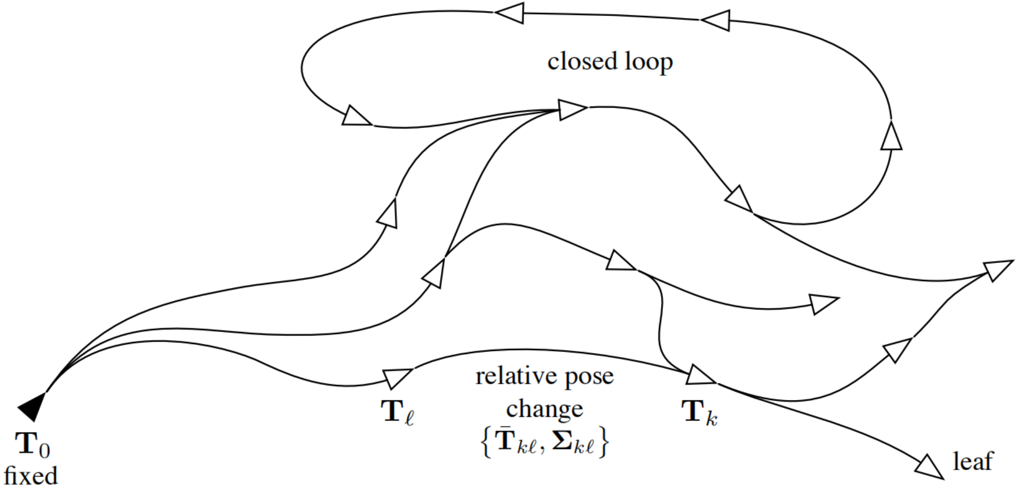
3) 组合导航提供的先验位姿观测。

使用方式：

a. 1)和2)的观测构成了基于回环的位姿修正；

b. 1)和3)的观测构成了基于先验观测的位姿修正；

c. 1) 2) 3) 也可以同时使用。

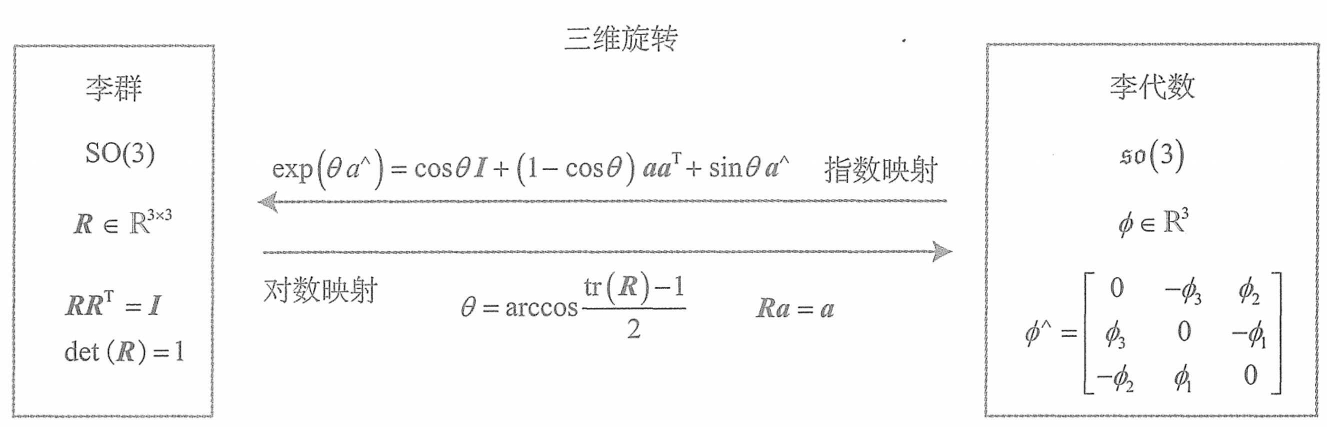


后端优化示意

后端优化

2. 李群、李代数基本知识

三维旋转上的定义：



常用转换：

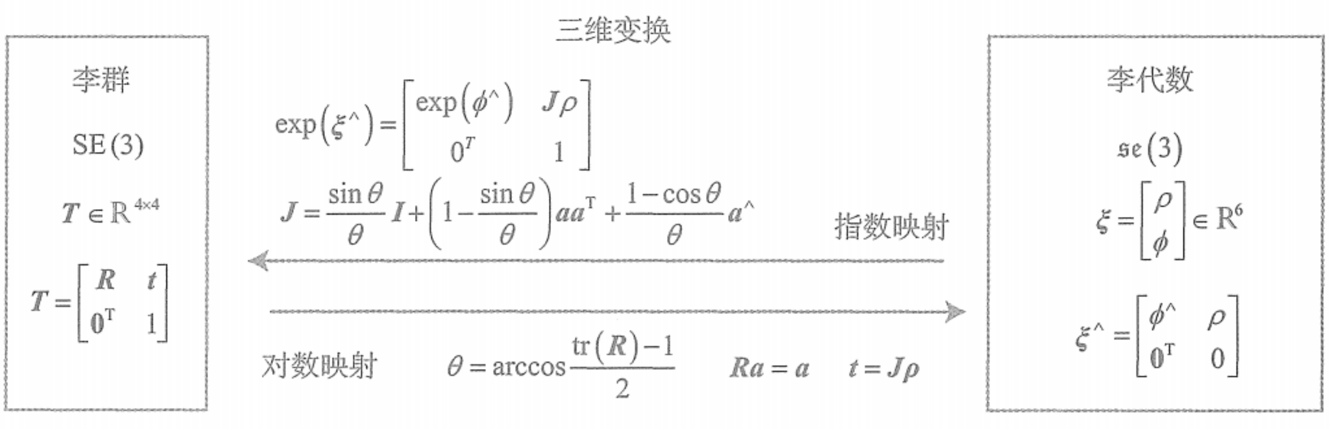
$$R = \exp(\boldsymbol{\phi}^\wedge)$$

$$R^{-1} = \exp((-\boldsymbol{\phi})^\wedge)$$

$$\boldsymbol{\phi} = \ln(\exp(\boldsymbol{\phi}^\wedge))^\vee = \ln(R)^\vee$$

2. 李群、李代数基本知识

三维变换上的定义：



常用转换：

$$
\begin{aligned}
T &= \exp(\boldsymbol{\xi}^\wedge) \\
T^{-1} &= \exp((-\boldsymbol{\xi})^\wedge) \\
\boldsymbol{\xi} &= \ln(\exp(\boldsymbol{\xi}^\wedge))^\vee = \ln(T)^\vee
\end{aligned}
$$

2. 李群、李代数基本知识

BCH公式

$$\ln(\exp(A)\exp(B)) = A + B + \frac{1}{2}[A,B] + \frac{1}{12}[A,[A,B]] - \frac{1}{12}[B,[A,B]] + \cdots$$

SO(3)下的李括号定义为

$$[\boldsymbol{\phi}_1, \boldsymbol{\phi}_2] = (\Phi_1\Phi_2 - \Phi_2\Phi_1)^\vee$$

SE(3)下的李括号定义为

$$[\boldsymbol{\xi}_1, \boldsymbol{\xi}_2] = \left(\boldsymbol{\xi}_1^\wedge\boldsymbol{\xi}_2^\wedge - \boldsymbol{\xi}_2^\wedge\boldsymbol{\xi}_1^\wedge\right)^\vee$$

其中

$$\Phi = \boldsymbol{\phi}^\wedge = \begin{bmatrix} 0 & -\phi(3) & \phi(2) \\ \phi(3) & 0 & -\phi(1) \\ -\phi(2) & \phi(1) & 0 \end{bmatrix}$$

2. 李群、李代数基本知识

SO(3)对应的BCH公式

$$\ln\left(\exp\left(\boldsymbol{\phi}_1^{\wedge}\right)\exp\left(\boldsymbol{\phi}_2^{\wedge}\right)\right)^{\vee} \approx \begin{cases} J_l\left(\boldsymbol{\phi}_2\right)^{-1}\boldsymbol{\phi}_1 + \boldsymbol{\phi}_2, & \text{当 } \boldsymbol{\phi}_1 \text{ 为小量} \\ J_r\left(\boldsymbol{\phi}_1\right)^{-1}\boldsymbol{\phi}_2 + \boldsymbol{\phi}_1, & \text{当 } \boldsymbol{\phi}_2 \text{ 为小量} \end{cases}$$

其中左乘雅可比为

$$J_l = \frac{\sin\theta}{\theta} I + \left(1 - \frac{\sin\theta}{\theta}\right) a a^{\mathrm{T}} + \frac{1-\cos\theta}{\theta} a^{\wedge}$$

即

$$J_l^{-1} = \frac{\theta}{2}\cot\frac{\theta}{2} I + \left(1 - \frac{\theta}{2}\cot\frac{\theta}{2}\right) a a^{\mathrm{T}} - \frac{\theta}{2} a^{\wedge}$$

右乘雅可比仅需要在左乘雅可比的基础上对自变量取负号，即

$$J_r(\boldsymbol{\phi}) = J_l(-\boldsymbol{\phi})$$

2. 李群、李代数基本知识

SE(3)对应的BCH公式

$$\ln\left(\exp\left(\boldsymbol{\xi}_1^\wedge\right)\exp\left(\boldsymbol{\xi}_2^\wedge\right)\right)^\vee \approx \begin{cases} \mathcal{J}_\ell\left(\boldsymbol{\xi}_2\right)^{-1}\boldsymbol{\xi}_1 + \boldsymbol{\xi}_2\text{，当 } \boldsymbol{\xi}_1 \text{ 为小量} \\ \mathcal{J}_r\left(\boldsymbol{\xi}_1\right)^{-1}\boldsymbol{\xi}_2 + \boldsymbol{\xi}_1\text{，当 } \boldsymbol{\xi}_2 \text{ 为小量} \end{cases}$$

由于SE(3)上的雅可比形式过于复杂，此处直接给出本章所用到的近似形式如下。详细内容可参考《机器人中的状态估计》中公式7.83的推导过程。

$$\mathcal{J}_r\left(\boldsymbol{\xi}\right)^{-1} \approx I + \frac{1}{2}\begin{bmatrix} \boldsymbol{\phi}^\wedge & \boldsymbol{\rho}^\wedge \\ 0 & \boldsymbol{\phi}^\wedge \end{bmatrix}$$

若 $\boldsymbol{\xi}_1$ 和 $\boldsymbol{\xi}_2$ 非常小，则左右雅可比均可以直接约等于单位阵，此时有

$$\ln\left(\exp\left(\boldsymbol{\xi}_1^\wedge\right)\exp\left(\boldsymbol{\xi}_2^\wedge\right)\right)^\vee \approx \ln\left(\exp\left(\boldsymbol{\xi}_1^\wedge + \boldsymbol{\xi}_1^\wedge\right)\right)^\vee$$

2. 李群、李代数基本知识

SO(3)上的伴随性质

$$\exp\left(\phi^{\wedge}\right)R = R\exp\left(\left(R^{-1}\phi\right)^{\wedge}\right)$$

SE(3)上的伴随性质

$$\exp\left(\xi^{\wedge}\right)T = T\exp\left(\left(\mathrm{Ad}(T^{-1})\xi\right)^{\wedge}\right)$$

其中伴随矩阵的定义如下

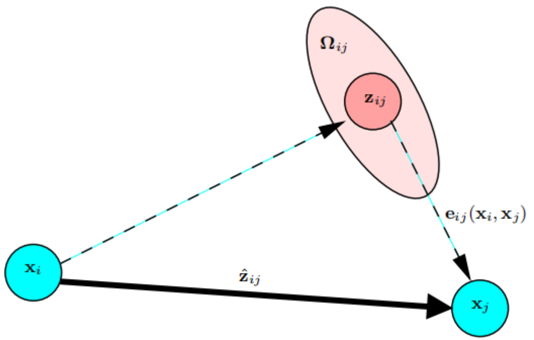
$$\mathrm{Ad}(T) = \begin{bmatrix} R & t^{\wedge}R \\ 0 & R \end{bmatrix}$$

3. 基于回环的位姿修正

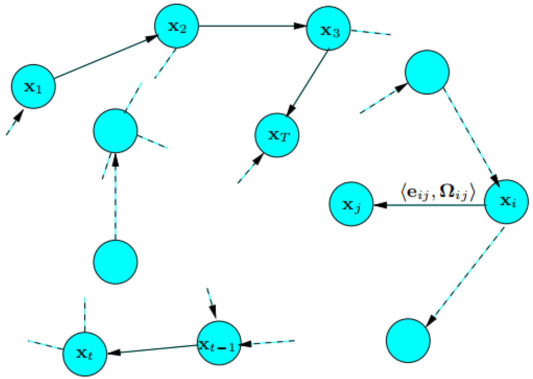
位姿图优化是把所有的观测和状态放在一起优化，残差项是前面所讲的残差项的总和。
在实际使用中，各残差会被分配一个权重，也就是信息矩阵，它相当于对残差进行加权。
考虑信息矩阵后，总的残差项可以表示为：

$$\mathbf{F}(\mathbf{x}) = \sum_{\langle i,j\rangle \in \mathcal{C}} \underbrace{\mathbf{e}_{ij}^T \boldsymbol{\Omega}_{ij} \mathbf{e}_{ij}}_{\mathbf{F}_{ij}}$$

此时优化问题可以表示为： $\mathbf{x}^* = \underset{\mathbf{x}}{\operatorname{argmin}} \mathbf{F}(\mathbf{x})$



单个残差项



多个残差项组成位姿图

3. 基于回环的位姿修正

第 i 帧和第 j 帧之间的相对位姿，在李群SE(3)上可以表示为

$$\boldsymbol{T}_{ij} = \boldsymbol{T}_i^{-1}\boldsymbol{T}_j$$

也可以在李代数上表示为

$$\begin{aligned}\boldsymbol{\xi}_{ij} &= \ln\left(\boldsymbol{T}_i^{-1}\boldsymbol{T}_j\right)^{\vee} \\ &= \ln\left(\exp\left((-\boldsymbol{\xi}_i)^{\wedge}\right)\exp\left(\boldsymbol{\xi}_j^{\wedge}\right)\right)^{\vee}\end{aligned}$$

若位姿没有误差，则上面两个式子是精确相等的，但当位姿有误差存在时，便可以使用等式的左右两端计算残差项。

$$\begin{aligned}\boldsymbol{e}_{ij} &= \ln\left(\boldsymbol{T}_{ij}^{-1}\boldsymbol{T}_i^{-1}\boldsymbol{T}_j\right)^{\vee} \\ &= \ln\left(\exp\left((-\boldsymbol{\xi}_{ij})^{\wedge}\right)\exp\left((-\boldsymbol{\xi}_i)^{\wedge}\right)\exp\left(\boldsymbol{\xi}_j^{\wedge}\right)\right)^{\vee}\end{aligned}$$

位姿图优化的思想是通过调整状态量(即位姿)，使残差项的值最小化，这就需要用残差项对位姿求雅可比，才能使用高斯牛顿方法进行优化。

求雅可比的方式是对位姿添加扰动，此时残差表示为：

$$\hat{e}_{ij} = \ln\left(\boldsymbol{T}_{ij}^{-1}\boldsymbol{T}_i^{-1}\exp\left((-\boldsymbol{\delta\xi}_i)^{\wedge}\right)\exp\left(\delta\boldsymbol{\xi}_j^{\wedge}\right)\boldsymbol{T}_j\right)^{\vee}$$

后端优化

3. 基于回环的位姿修正

进一步对前面的式子进行化简

$$
\begin{aligned}
\hat{e}_{ij} &= \ln\left(\boldsymbol{T}_{ij}^{-1}\boldsymbol{T}_i^{-1}\exp\left((-\boldsymbol{\delta\xi}_i)^\wedge\right)\exp\left(\delta\boldsymbol{\xi}_j^\wedge\right)\boldsymbol{T}_j\right)^\vee \\
&\overset{①}{=} \ln\left(\boldsymbol{T}_{ij}^{-1}\boldsymbol{T}_i^{-1}\exp\left((-\boldsymbol{\delta\xi}_i)^\wedge\right)\boldsymbol{T}_j\exp\left(\left(\operatorname{Ad}\left(\boldsymbol{T}_j^{-1}\right)\boldsymbol{\delta\xi}_j\right)^\wedge\right)\right)^\vee \\
&\overset{②}{=} \ln\left(\boldsymbol{T}_{ij}^{-1}\boldsymbol{T}_i^{-1}\boldsymbol{T}_j\exp\left(\left(-\operatorname{Ad}\left(\boldsymbol{T}_j^{-1}\right)\boldsymbol{\delta\xi}_i\right)^\wedge\right)\exp\left(\left(\operatorname{Ad}\left(\boldsymbol{T}_j^{-1}\right)\boldsymbol{\delta\xi}_j\right)^\wedge\right)\right)^\vee \\
&\overset{③}{\approx} \ln\left(\boldsymbol{T}_{ij}^{-1}\boldsymbol{T}_i^{-1}\boldsymbol{T}_j\exp\left(\left(-\operatorname{Ad}\left(\boldsymbol{T}_j^{-1}\right)\boldsymbol{\delta\xi}_i\right)^\wedge+\left(\operatorname{Ad}\left(\boldsymbol{T}_j^{-1}\right)\boldsymbol{\delta\xi}_j\right)^\wedge\right)\right)^\vee \\
&\overset{④}{=} \ln\left(\exp(\boldsymbol{e}_{ij}^\wedge)\exp\left(\left(-\operatorname{Ad}\left(\boldsymbol{T}_j^{-1}\right)\boldsymbol{\delta\xi}_i\right)^\wedge+\left(\operatorname{Ad}\left(\boldsymbol{T}_j^{-1}\right)\boldsymbol{\delta\xi}_j\right)^\wedge\right)\right)^\vee \\
&\overset{⑤}{\approx} \boldsymbol{e}_{ij}-\mathcal{J}_r^{-1}(e_{ij})\operatorname{Ad}\left(\boldsymbol{T}_j^{-1}\right)\boldsymbol{\delta\xi}_i+\mathcal{J}_r^{-1}(e_{ij})\operatorname{Ad}\left(\boldsymbol{T}_j^{-1}\right)\boldsymbol{\delta\xi}_j
\end{aligned}
$$

① 三维变换下的伴随性质

② 三维变换下的伴随性质

③ BCH公式，且是两个李代数都比较小情况下的近似

④ 残差的定义

⑤ 三维变化下的伴随性质

上面的式子表明，残差关于 T_i 的雅可比为

$$
A_{ij}=\frac{\partial \boldsymbol{e}_{ij}}{\partial \boldsymbol{\delta\xi}_i}=-\mathcal{J}_r^{-1}(\boldsymbol{e}_{ij})\operatorname{Ad}\left(\boldsymbol{T}_j^{-1}\right)
$$

残差关于 T_j 的雅可比为

$$
B_{ij}=\frac{\partial \boldsymbol{e}_{ij}}{\partial \boldsymbol{\delta\xi}_j}=\mathcal{J}_r^{-1}(\boldsymbol{e}_{ij})\operatorname{Ad}\left(\boldsymbol{T}_j^{-1}\right)
$$

其中

$$
\mathcal{J}_r^{-1}(\boldsymbol{e}_{ij})\approx I+\frac{1}{2}\begin{bmatrix}\boldsymbol{\phi}_e^\wedge & \boldsymbol{\rho}_e^\wedge \\ 0 & \boldsymbol{\phi}_e^\wedge\end{bmatrix}
$$

3. 基于回环的位姿修正

按照高斯牛顿法的流程，需要对残差进行一阶泰勒展开，即求雅可比

$$
\begin{aligned}
&\mathbf{e}_{ij}\left(\mathbf{x}_i+\Delta\mathbf{x}_i,\mathbf{x}_j+\Delta\mathbf{x}_j\right)\\
&=\mathbf{e}_{ij}(\mathbf{x}+\Delta\mathbf{x})\\
&\approx\mathbf{e}_{ij}+\mathbf{J}_{ij}\Delta\mathbf{x}
\end{aligned}
$$

其中 $\mathbf{J}_{ij}$ 即为前面推导的残差关于位姿的雅可比组成的矩阵

$$
\mathbf{J}_{ij}=(0\cdots0\ \underbrace{\mathbf{A}_{ij}}_{\text{node } i}\ \mathbf{0}\cdots0\ \underbrace{\mathbf{B}_{ij}}_{\text{node } j}\ \mathbf{0}\cdots0)
$$

对于每一个残差块，便有

$$
\begin{aligned}
&\mathbf{F}_{ij}(\mathbf{x}+\Delta\mathbf{x})\\
&=\mathbf{e}_{ij}(\mathbf{x}+\Delta\mathbf{x})^T\Omega_{ij}\mathbf{e}_{ij}(\mathbf{x}+\Delta\mathbf{x})\\
&\approx\left(\mathbf{e}_{ij}+\mathbf{J}_{ij}\Delta\mathbf{x}\right)^T\Omega_{ij}\left(\mathbf{e}_{ij}+\mathbf{J}_{ij}\Delta\mathbf{x}\right)\\
&=\underbrace{\mathbf{e}_{ij}^T\Omega_{ij}\mathbf{e}_{ij}}_{c_{ij}}+2\underbrace{\mathbf{e}_{ij}^T\Omega_{ij}\mathbf{J}_{ij}}_{\mathbf{b}_{ij}^T}\Delta\mathbf{x}+\Delta\mathbf{x}^T\underbrace{\mathbf{J}_{ij}^T\Omega_{ij}\mathbf{J}_{ij}}_{\mathbf{H}_{ij}}\Delta\mathbf{x}\\
&=c_{ij}+2\mathbf{b}_{ij}^T\Delta\mathbf{x}+\Delta\mathbf{x}^T\mathbf{H}_{ij}\Delta\mathbf{x}
\end{aligned}
$$

其中

$$
\mathbf{H}_{ij}=\begin{pmatrix}
\ddots & & & & \\
 & \mathbf{A}_{ij}^T\boldsymbol{\Omega}_{ij}\mathbf{A}_{ij} & \cdots & \mathbf{A}_{ij}^T\boldsymbol{\Omega}_{ij}\mathbf{B}_{ij} & \\
\vdots & & \ddots & \vdots & \\
 & \mathbf{B}_{ij}^T\boldsymbol{\Omega}_{ij}\mathbf{A}_{ij} & \cdots & \mathbf{B}_{ij}^T\boldsymbol{\Omega}_{ij}\mathbf{B}_{ij} & \\
\ddots & & & &
\end{pmatrix}
\qquad
\mathbf{b}_{ij}=\begin{pmatrix}
\vdots\\
\mathbf{A}_{ij}^T\boldsymbol{\Omega}_{ij}\mathbf{e}_{ij}\\
\vdots\\
\mathbf{B}_{ij}^T\boldsymbol{\Omega}_{ij}\mathbf{e}_{ij}\\
\vdots
\end{pmatrix}
$$

此后便可以使用高斯牛顿法进行优化。

4. 基于先验观测的位姿修正

先验观测是一元边，它不像前面所述的帧间观测连接两个位姿状态，而是只连接一个位姿状态量，它直接给出的就是该状态量的观测值，因此它对应的残差就是观测值与状态量之间的差异，即

$$\begin{aligned} \boldsymbol{e}_i &= \ln\left(\boldsymbol{Z}_i^{-1}\boldsymbol{T}_i\right)^{\vee} \\ &= \ln\left(\exp\left((-\boldsymbol{\xi}_{zi})^{\wedge}\right)\exp\left(\boldsymbol{\xi}_i^{\wedge}\right)\right)^{\vee} \end{aligned}$$

对残差添加扰动，可得

$$\hat{\boldsymbol{e}}_i = \ln\left(\boldsymbol{Z}_i^{-1}\exp\left(\delta\boldsymbol{\xi}_i^{\wedge}\right)\boldsymbol{T}_i\right)^{\vee}$$

利用伴随性质和BCH公式进行化简，可得

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{e}}_i &= \ln\left(\boldsymbol{Z}_i^{-1}\boldsymbol{T}_i\exp\left(\left(\operatorname{Ad}\left(\boldsymbol{T}_i^{-1}\right)\delta\boldsymbol{\xi}_i\right)^{\wedge}\right)\right)^{\vee} \\ &= \ln\left(\exp\left(\boldsymbol{e}_i^{\wedge}\right)\exp\left(\left(\operatorname{Ad}\left(\boldsymbol{T}_i^{-1}\right)\delta\boldsymbol{\xi}_i\right)^{\wedge}\right)\right)^{\vee} \\ &\approx e_i + \mathcal{J}_r^{-1}\left(\boldsymbol{e}_i\right)\operatorname{Ad}\left(\boldsymbol{T}_i^{-1}\right)\delta\boldsymbol{\xi}_i \end{aligned}$$

因此残差关于 T_i 的雅可比为

$$\frac{\partial \boldsymbol{e}_i}{\partial \delta\boldsymbol{\xi}_i} = \mathcal{J}_r^{-1}\left(\boldsymbol{e}_i\right)\operatorname{Ad}\left(\boldsymbol{T}_i^{-1}\right)$$

其中

$$\mathcal{J}_r^{-1}\left(e_i\right) \approx I + \frac{1}{2}\begin{bmatrix} \boldsymbol{\phi}_e^{\wedge} & \boldsymbol{\rho}_e^{\wedge} \\ 0 & \boldsymbol{\phi}_e^{\wedge} \end{bmatrix}$$

后面的推导过程，便与相对位姿做观测的推导过程完全一致。

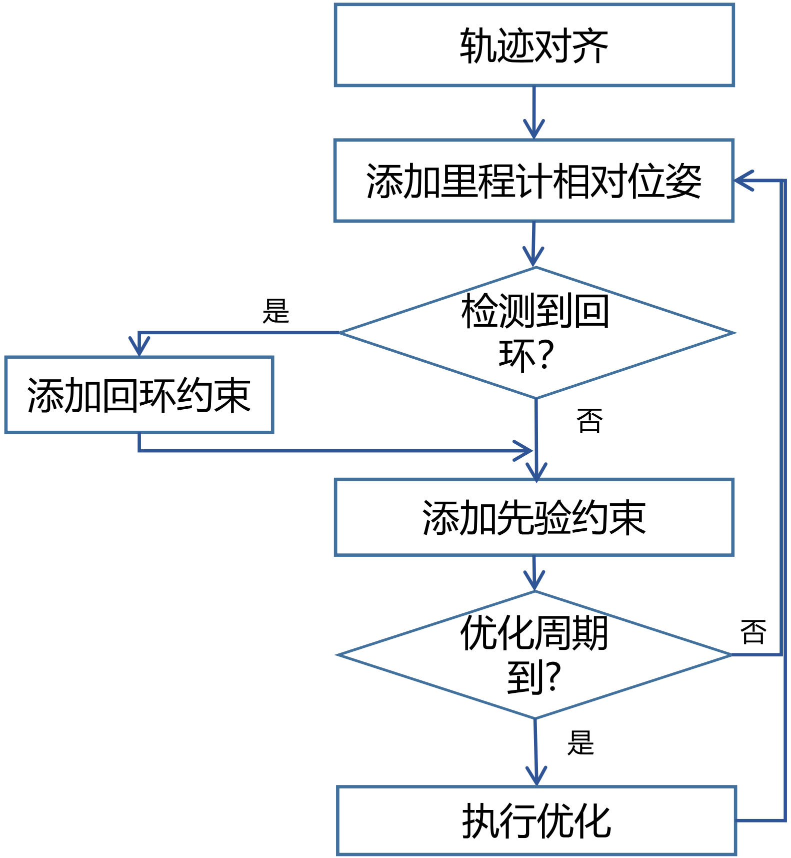
此外，部分场合提供的观测只有位置，没有姿态，比如只有RTK，而没有组合导航，这里的残差便只剩下位置误差。相应的雅可比公式，可自行推导。

目录

点云地图建立

1. 整体流程

建图流程设计的核心原则是准确、高效地把里程计相对位姿、回环相对位姿、惯导先验位姿进行融合。



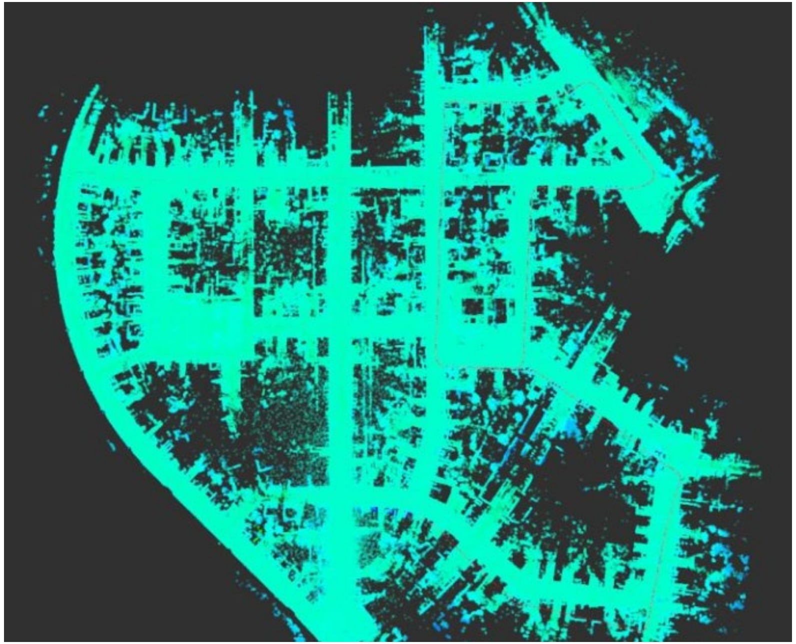
点云地图建立流程图

点云地图建立

2. 建图流程代码讲解

“低耦合、高内聚”变成思想的运用。

最终建图效果

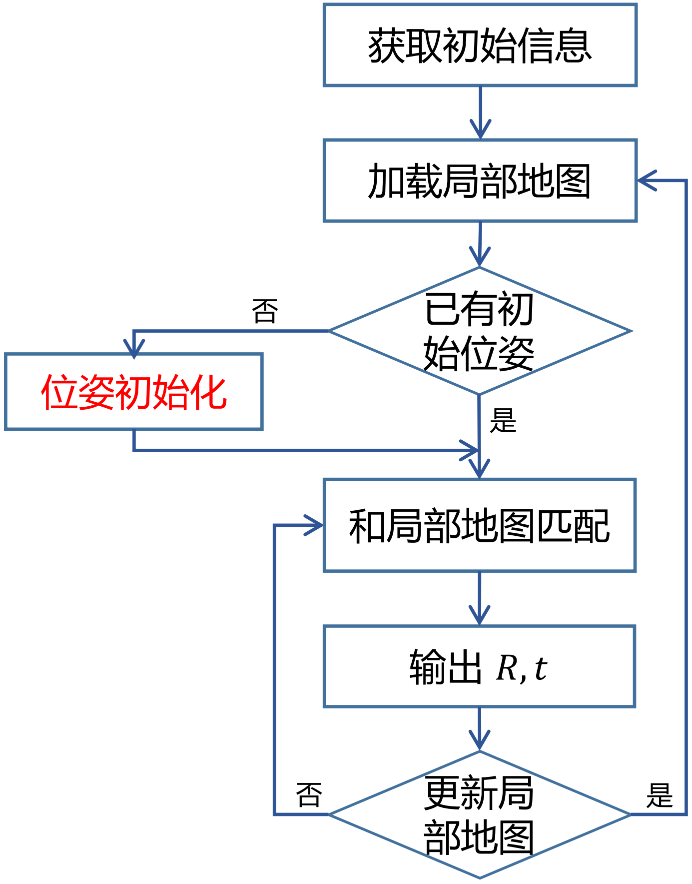


目录

基于地图的定位

1. 整体流程

在地图匹配中，鲁棒性和运行速度更加重要，因此实际使用中，基于NDT的匹配使用更广泛。



基于地图定位流程图

2. 位姿初始化

由于NDT匹配需要较准确的初始位姿，因此在定位之前需要初始化环节，给出载体的初始位姿。

按照难度由低到高，常见的初始化需求有这样几种：

1）已知位姿的初始化

2）位置已知而姿态位置的初始化

3）位置和姿态均未知的初始化

目录

LeGO-LOAM介绍

LOAM系列—LeGO-LOAM

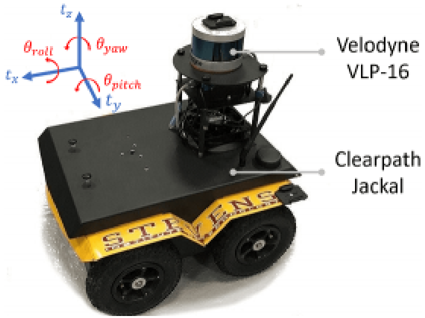
1. 主要特点

1) 对地面做了分割，减小了特征搜索范围；

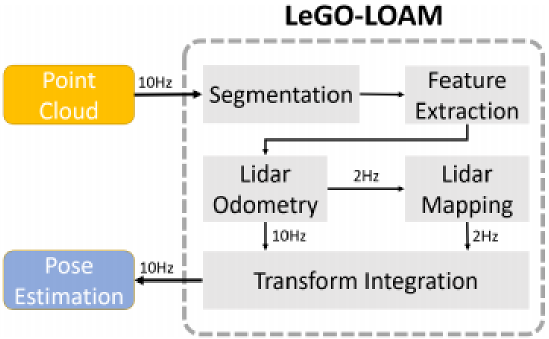
2) 提取特征之前做了聚类，提高了特征质量；

3) 以帧为单位进行优化，使得全局地图可以多次调整，而不像LOAM那样不可修改；

4) 增加了回环修正。



(a) Jackal UGV



(b) System overview

LeGO-LOAM介绍

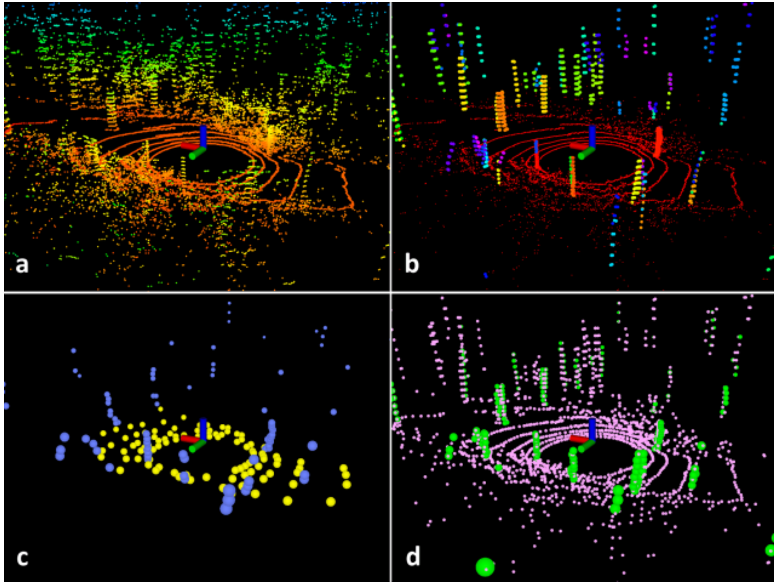
LOAM系列—LeGO-LOAM

2. 特征提取

1) 根据线与线之间的夹角，以及点的曲率，筛选出地面点。所有用于匹配的平面点仅使用地面点。

2) 在非地面点中，使用广度优先搜索(BFS)做聚类，聚类中点的数量大于30，才用来筛选线特征。

3) 筛选线特征方法，与LOAM中相同。



LeGO-LOAM介绍

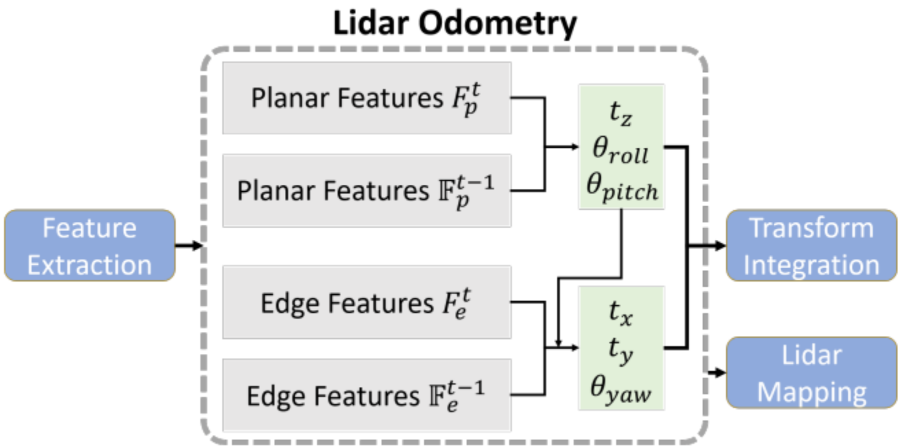
LOAM系列—LeGO-LOAM

3. 位姿解算

1) 使用地面面特征优化高度和水平角；

2) 使用线特征优化水平位移和航向角。

注意：实际代码中，只有odom环节(scan-to-scan)使用了该模式，在mapping环节(scan-to-map)仍使用的是六自由度模型。



LeGO-LOAM介绍

LOAM系列—LeGO-LOAM

4. 回环检测与修正

1) 回环检测使用的初始位姿，采用前端里程计位姿

2) 匹配采用 ICP 方法

3) 优化库采用 gtsam

(讲解LeGO-LOAM代码)

论文：LeGO-LOAM: Lightweight and Ground-Optimized Lidar Odometry and Mapping on Variable Terrain

代码：https://github.com/RobustFieldAutonomyLab/LeGO-LOAM

作业

1) 构建点云地图

使用提供的工程代码和bag文件，跑通建图过程，并保存地图。

2) 基于点云地图定位

实际使用时，载体可能处于地图中任意位置，而当雷达点云还没有开始和地图匹配时，它所处的精确位姿是未知的，往往只有 gps 或组合导航提供的带有一定误差的粗略位姿。在任意位置，利用粗略位姿作为初始值，通过雷达点云和地图点云匹配，得到精确初始位姿的过程，叫做全局初始化。

提供的作业框架中，只能完成在地图原点的初始化，而不能实现全局初始化，全局初始化的实现为作业内容。

作业要求提供在 bag 时间的 100s、200s、300s、400s 处初始化成功的截图。

提示：bag 可以在指定时间点（例如第100s）播放，指令为 ” rosbag play xxx.bag -s 100”

评价标准：

1) 及格：跑通建图流程、保存地图，并截图显示完整地图；

2) 良好：在建图的基础上，加载点云地图，实现在地图原点的初始化 (此功能提供的代码中已实现)；

3) 优秀：在建图的基础上，实现全局初始化的要求。

深蓝学院
shenlanxueyuan.com

感谢聆听！

Thanks for Listening