量子物理基础

- 斯忒藩-玻尔兹曼定律

$$\boxed{E_0(T)=\sigma_0 T^4} \qquad \sigma_0 = 5.6703\times10^{-8}(\mathrm{W\cdot m^{-2}\cdot K^{-4}})$$

- 维恩位移定律：

$$\boxed{\lambda_{\mathrm{m}} T = b} \qquad b = 2.898\times10^{-3}(\mathrm{m\cdot K})$$

一、早期量子理论主要内容

1. ~~了解黑体辐射实验规律及普朗克能量子假设.~~

2. 理解爱因斯坦光子论的基本思想, 光与物质相互作用的方式, 掌握关于光电效应, 康普顿效应的计算.

光子:

$$E = h\nu = \frac{hc}{\lambda}, \quad I = Nh\nu, \quad m = \frac{E}{c^2} = \frac{h}{c\lambda}, \quad p = mc = \frac{h}{\lambda}$$

$$\begin{cases} h\nu = \frac{1}{2}mv_{\mathrm{m}}^2 + A \\ A = h\nu_0 \\ \frac{1}{2}mv_{\mathrm{m}}^2 = eU_a \end{cases} \qquad \begin{cases} \Delta\lambda = \lambda - \lambda_0 = 2\lambda_c \sin^2\frac{\varphi}{2} \\ \lambda_c = 0.024\,\mathring{\mathrm{A}} \end{cases}$$

能量守恒, 动量守恒

3. 玻尔的氢原子理论

(1) 定态假设 $E_1, \; E_2, \cdots$

(2) 轨道量子化 $L = mvr = n\frac{h}{2\pi} = n\hbar \quad (n = 1,2,3,\cdots)$

(3) 辐射跃迁 $\boxed{h\nu = E_n - E_m}$

二、量子理论主要内容

1. 物质波假说, 德布罗意公式及其实验验证

$$p = mv = \frac{h}{\lambda} \qquad E = mc^2 = h\nu$$

2. 不确定关系的物理意义及有关计算

$$\begin{cases} \Delta x \cdot \Delta p_x \geq \hbar / 2 \\ \Delta y \cdot \Delta p_y \geq \hbar / 2 \\ \Delta z \cdot \Delta p_z \geq \hbar / 2 \end{cases} \qquad \Delta E \cdot \Delta t \geq \hbar / 2$$

3. 波函数之物理意义

波函数不仅把粒子与波统一起来, 同时以概率波（概率密度波）的形式描述粒子的运动状态.

波函数满足态叠加原理. $\Psi = c_1 \Psi_1 + c_2 \Psi_2,$

4. 波函数的统计解释, 归一化条件和标准条件

概率密度： $|\Psi|^2 = \Psi \cdot \Psi^*$ $\int |\Psi|^2 \mathrm{d}V = 1$

概率幅 ψ**：** 单值、有限、连续

5. 薛定谔方程及其简单应用

一维定态薛定谔方程

一维无限深势阱

~~**隧道效应**~~ ~~**激光原理**~~

6. 一维无限深势阱的波函数及相关计算

$$\psi(x) = \sqrt{\frac{2}{a}} \sin \frac{n\pi x}{a} \quad (n = 1, 2, \cdots\cdots) \quad (0 < x < a)$$

$$E = n^2 E_1 \quad E_1 = \frac{\hbar^2 \pi^2}{2ma^2} \quad (n = 1, 2, \cdots\cdots)$$

7. 原子结构的量子理论

四个量子数的物理意义

决定原子中电子状态的四个量子数(n, l, m_l, m_s)

电子分布遵循的两个基本原理

1) 泡利不相容原理

能级n共有 $\boxed{z_n = \sum_{l=0}^{n-1} 2(2l+1) = 2n^2}$ 个量子态

2) 能量最小原理

按$n+0.7l$大小排列

斯特恩—盖拉赫实验

原子中电子状态的四个量子数(n, l, m_l, m_s)

名称	符号	取 值	物 理 意 义	对应的经典模型
主量子数	n	$1,2\cdots$	决定电子能量的主要部分 n同称为同一壳层,如K,L,M	"轨道"运动
角量子数	l	$0,1,\ldots.n\text{-}1$ 可取n个值	决定电子"轨道"角动量 $\lvert\vec{L}\rvert=\sqrt{l(l+1)}\hbar$ 对电子能量有影响	
磁量子数	m_l	$0,\pm1,\cdots\pm l$ 可取$2l+1$个值	决定"轨道"角动量在外场中的取向 $L_s=m_l\hbar$	
自旋磁量子数	m_s	$\pm\frac{1}{2}$	决定电子"自旋"角动量在外场中的取向 $S_z=m_s\hbar$	"自旋"运动

$$\psi_{n,l,m_l,m_s}(r,\theta,\varphi,s_z)=R_{n,l}(r)\cdot\Theta_{l,m_l}(\theta)\cdot\Phi_{m_l}\chi_{m_s}(s_z)$$

例1. $\lambda_c = h/(m_0 c)$ 称为电子的康普顿波长, 其中m_0为电子静质量, c 为光速, h为普朗克恒量. 当电子的动能等于它静止能量时, 它的德布罗意波长λ=$\underline{\sqrt{3}/3}$ λ_c

解: 由题意得 $E_k = mc^2 - m_0 c^2 = m_0 c^2$

$$E = mc^2 = 2m_0 c^2 \qquad m = 2m_0$$

根据相对论公式 $m = \gamma m_0$ 得 $\gamma = \dfrac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}} = 2$

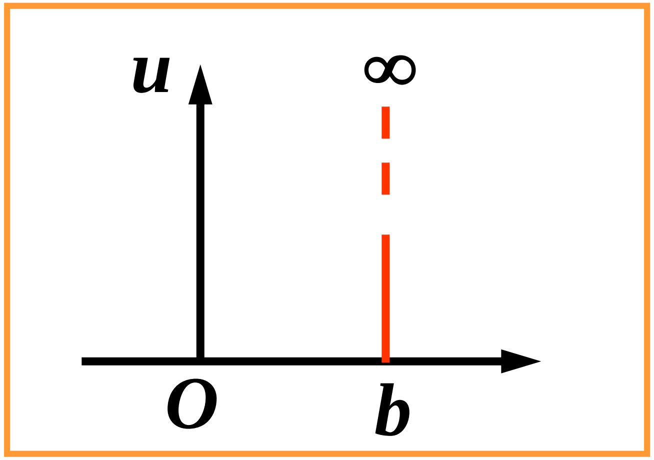
即 $v = \dfrac{\sqrt{3}}{2} c$

$$\lambda = \frac{h}{mv} = \frac{h}{(2m_0)\frac{\sqrt{3}}{2}c} = \frac{\sqrt{3}}{3}\frac{h}{m_0 c} = \frac{\sqrt{3}}{3}\lambda_c$$

例2. 计算宽度为 b 的一维无限深势阱中的粒子处于第二激发态时

(1) 概率密度最大值

(2) 概率密度最大的位置



解： 建立如图坐标系, 可知波函数为

$$\psi_n(x)=\sqrt{\frac{2}{b}}\sin\frac{n\pi x}{b}\qquad (n=1,2,3\ldots\ldots)$$

第二激发态对应 $n = 3$, 由此得到：

$$P=\psi_3\cdot\psi_3^{*}=\frac{2}{b}\sin^2\frac{3\pi}{b}x$$

$$P=\psi_3\cdot\psi_3^{*}=\frac{2}{b}\sin^2\frac{3\pi}{b}x$$ **则** $$P_{\max}=\frac{2}{b}$$

概率密度最大值对应于 $\sin^2\frac{3\pi}{b}x=1$

即 $$x=\frac{2k+1}{2}\cdot\frac{b}{3}$$

$\because\quad 0\le x\le b$ **当** $k=0,1,2$ **对应概率密度最大位置**

即 $x=\frac{b}{6},\quad\frac{b}{2},\quad\frac{5b}{6}$ **处**