

同学们好



光 学

光的直线传播

光的干涉

光的衍射

光的偏振

基本定律

光的相干性

多子波干涉

起偏

重点内容：

1. 子波干涉概念
2. 菲涅耳半波带法
3. 光栅衍射分析
4. 缺级现象

干涉

干涉

单缝衍射

光栅衍射

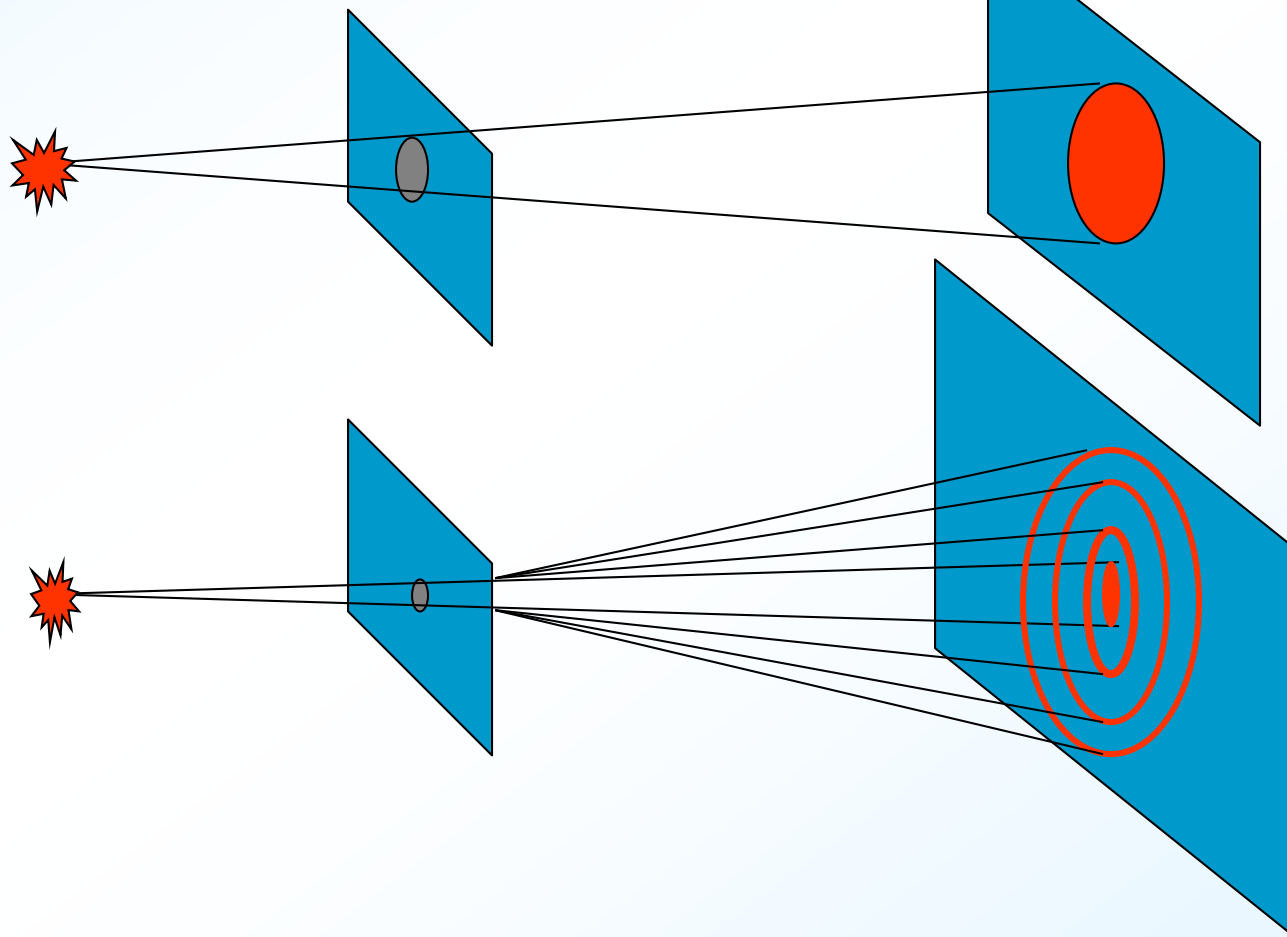
检偏

双折射

单缝衍射

一、光的衍射现象(diffraction)

波在传播过程中遇到障碍物,能够绕过障碍物的边缘前进这种偏离直线传播的现象称为**衍射现象**.



单缝衍射

一、光的衍射现象(diffraction)

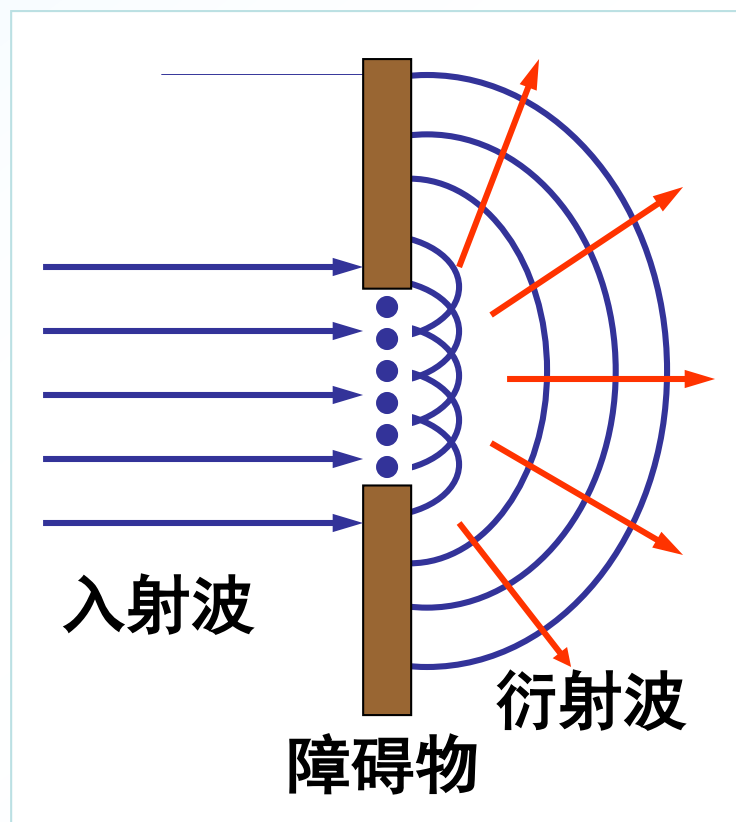
波在传播过程中遇到障碍物,能够绕过障碍物的边缘前进这种偏离直线传播的现象称为**衍射现象**.



二、惠更斯-菲涅耳原理

1. 惠更斯原理

波面上的每一点均为发射子波的波源, 这些子波的包络面即新的波阵面.



成功: 可解释衍射成因, 用几何法作出新的波面,
推导反射、折射定律.

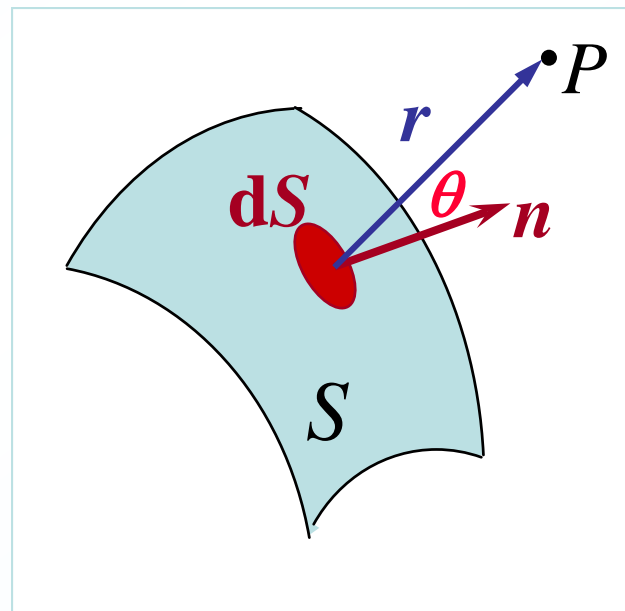
不足: 不能定量说明衍射波的强度分布.

2. 菲涅耳原理

① 对子波的振幅和相位作了定量描述

波面上各面元 —— 子波源

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{各子波初相相同 } \varphi_0 \\ \text{子波在 } P \text{ 点相位: } \omega t + \varphi_0 - 2\pi \frac{r}{\lambda} \\ \text{子波在 } P \text{ 点振幅: } A \propto \frac{1}{r} \end{array} \right.$$



$$A \propto \frac{1}{2} (1 + \cos \theta) dS$$

$$\text{倾斜因子 } f(\theta) = \frac{1}{2} (1 + \cos \theta) = \begin{cases} 1 & (\theta = 0) \\ 1/2 & (\theta = \pi/2) \\ 0 & (\theta = \pi) \end{cases}$$

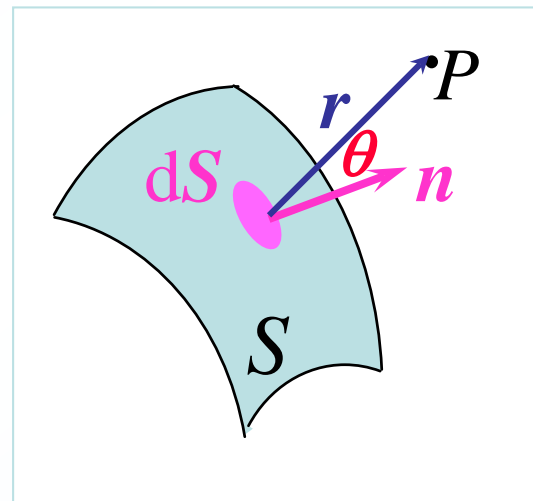
$$\text{子波: } dE = \frac{C}{2r} (1 + \cos \theta) \cdot \cos(\omega t + \varphi_0 - 2\pi \frac{nr}{\lambda}) \cdot dS$$

子波:
$$dE = \frac{C}{2r} (1 + \cos \theta) \cdot \cos(\omega t + \varphi_0 - 2\pi \frac{nr}{\lambda}) \cdot dS$$

② 空间任一点 P 的振动为所有子波在该点引起振动相干叠加的结果

合振动:
$$E = \int dE$$

菲涅耳衍射积分公式:



$$E = \int_S dE = C \int_S \frac{f(\theta)}{r} \cos(\omega t + \varphi_0 - \frac{2\pi nr}{\lambda}) dS$$

衍射本质: 子波的相干叠加

- 有限个分立相干波叠加——干涉
- 无限多个连续分布子波源相干叠加——衍射

三、衍射分类

以光源、衍射物(缝)、屏三者的相互位置不同来分

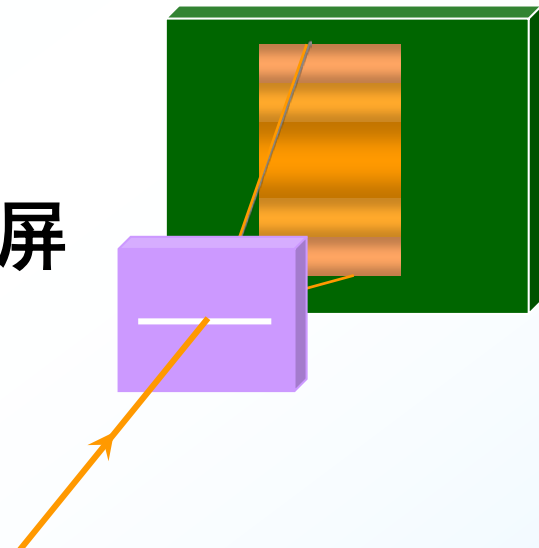
菲涅耳衍射:

波源 $\xrightarrow{\text{有限距离}}$ 障碍物 $\xrightarrow{\text{有限距离}}$ 屏
(或二者之一有限远)

夫琅和费衍射:

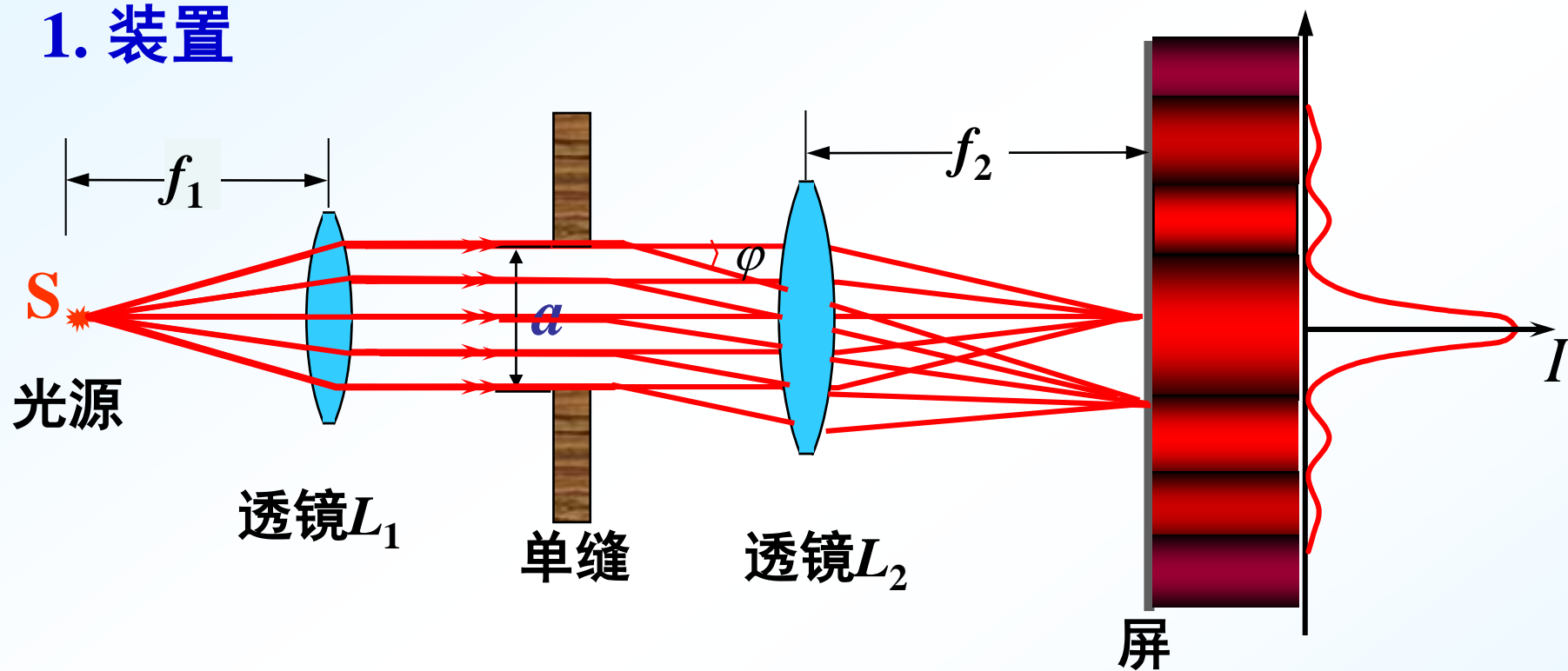
波源 $\xrightarrow{\text{无限远}}$ 障碍物 $\xrightarrow{\text{无限远}}$ 屏
 L_1 L_2
即平行光衍射

信息光学(现代光学分支)



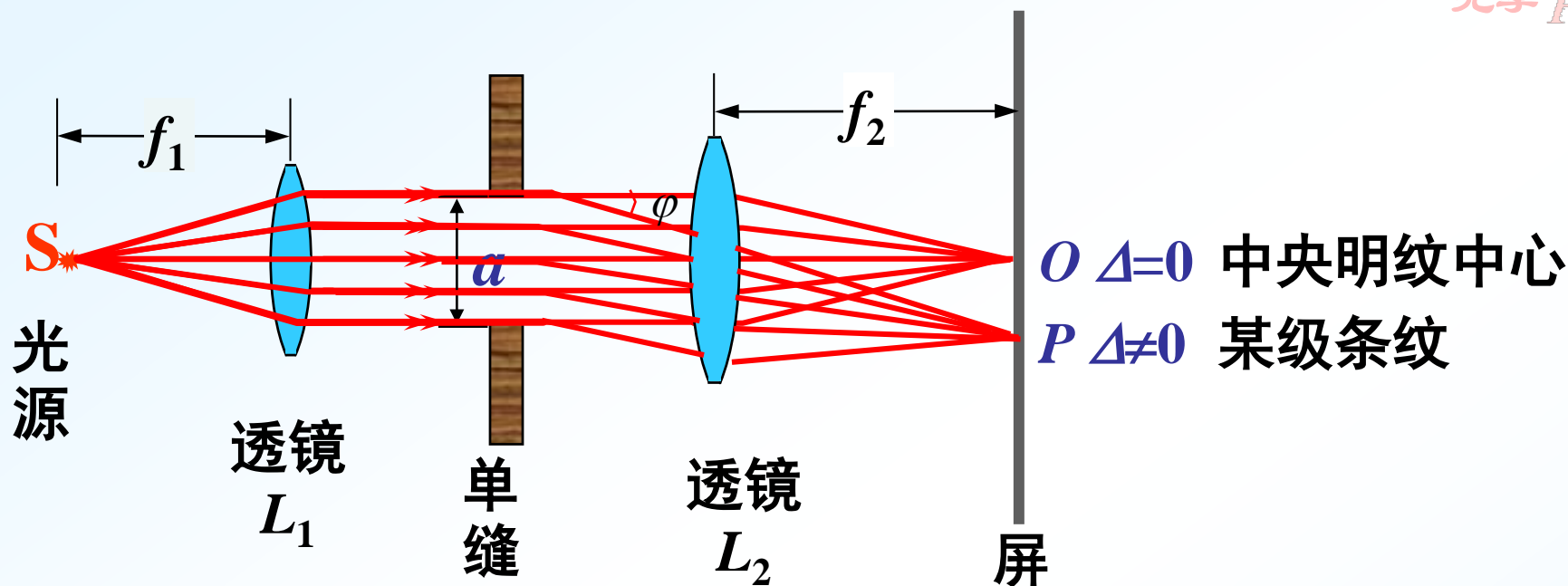
四、单缝衍射

1. 装置



缝宽 a : 其上每一点均为子波源, 发出衍射光.

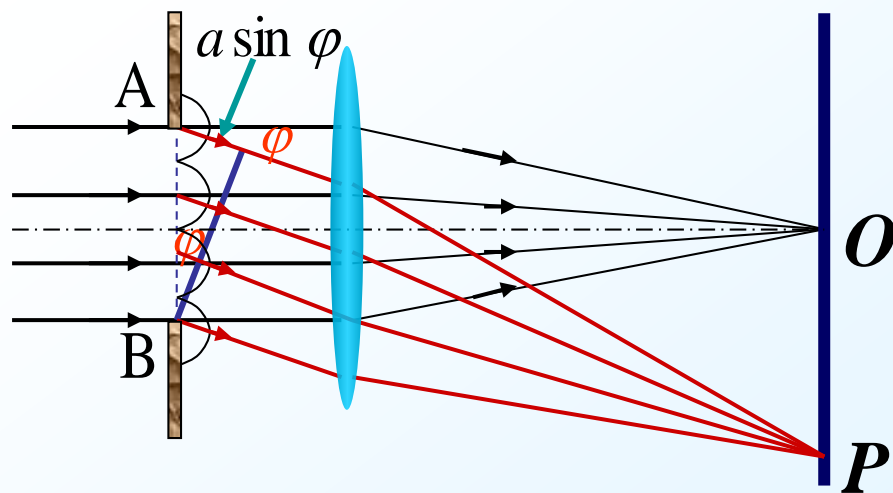
衍射角 φ : 衍射光线与波面法线夹角.



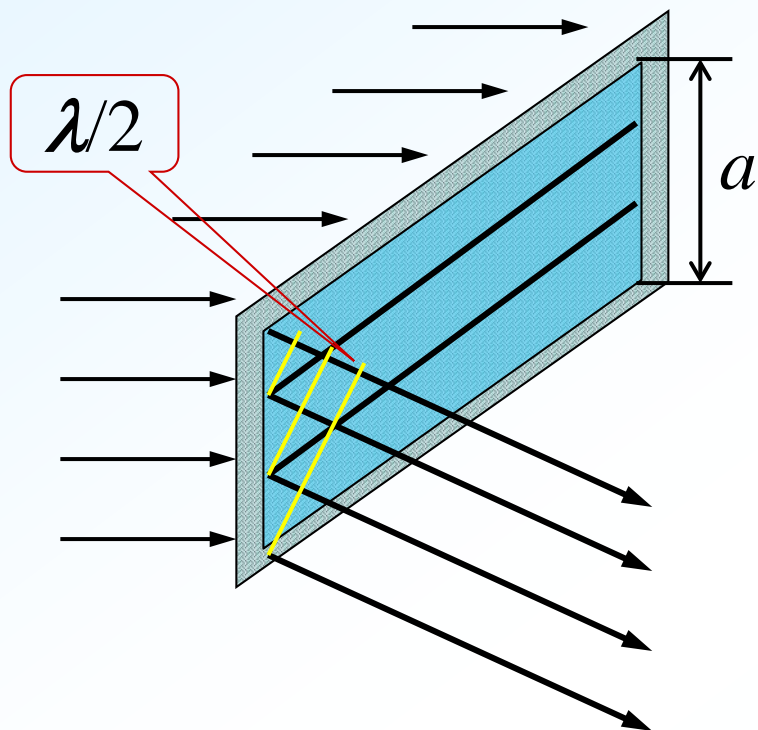
$\varphi = 0$, 衍射光线汇集于 L_2 焦点 O

$\varphi \neq 0$, 衍射光线汇集于 L_2 焦平面上某点 P

单缝衍射两边缘光线的
最大光程差 $\Delta = a \sin \varphi$

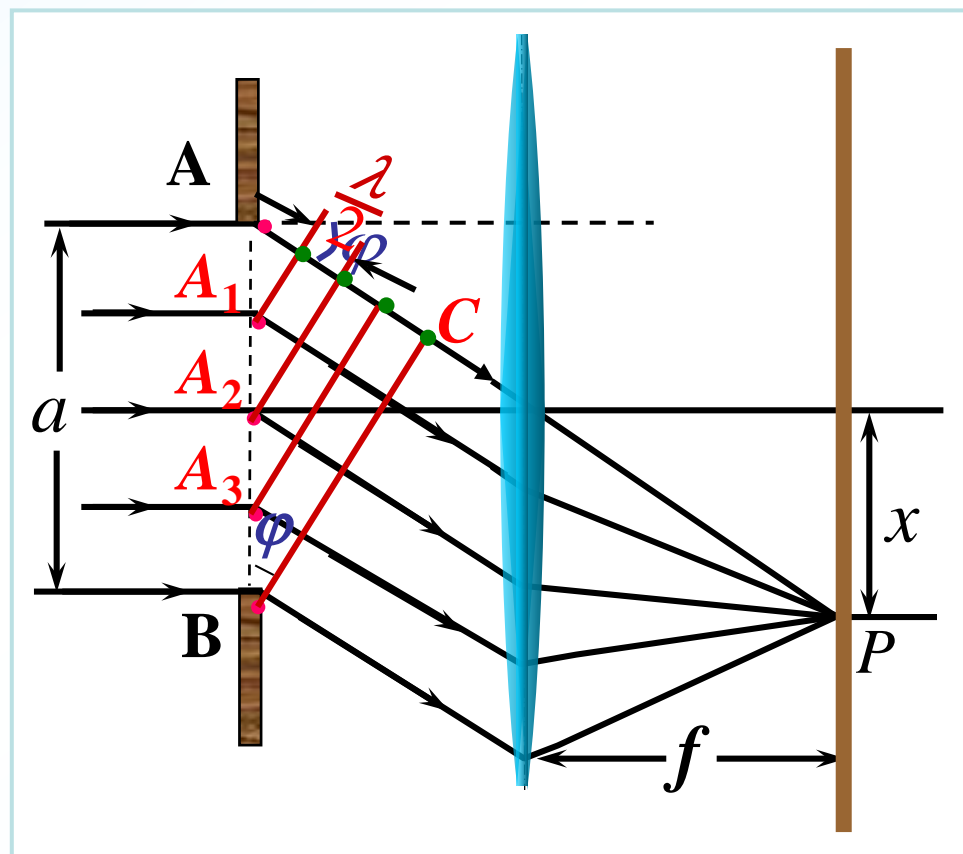


2. 单缝衍射条纹的形成 ----菲涅耳半波带法 (Fresnel zone construction)



$$\Delta = AC = a \sin \varphi$$

用 $\frac{\lambda}{2}$ 去分 Δ , 设 $\Delta = n \cdot \frac{\lambda}{2}$



狭缝分为 n 个半波带

$$a \sin \varphi = n \frac{\lambda}{2}$$

$$\varphi = 0 \quad n = 0$$

对应中央明纹中心

$$\varphi \neq 0 \quad n \neq 0$$

相邻两半波带中心对应
光线的光程差： $\Delta = \lambda / 2$

n 恰好为偶数：

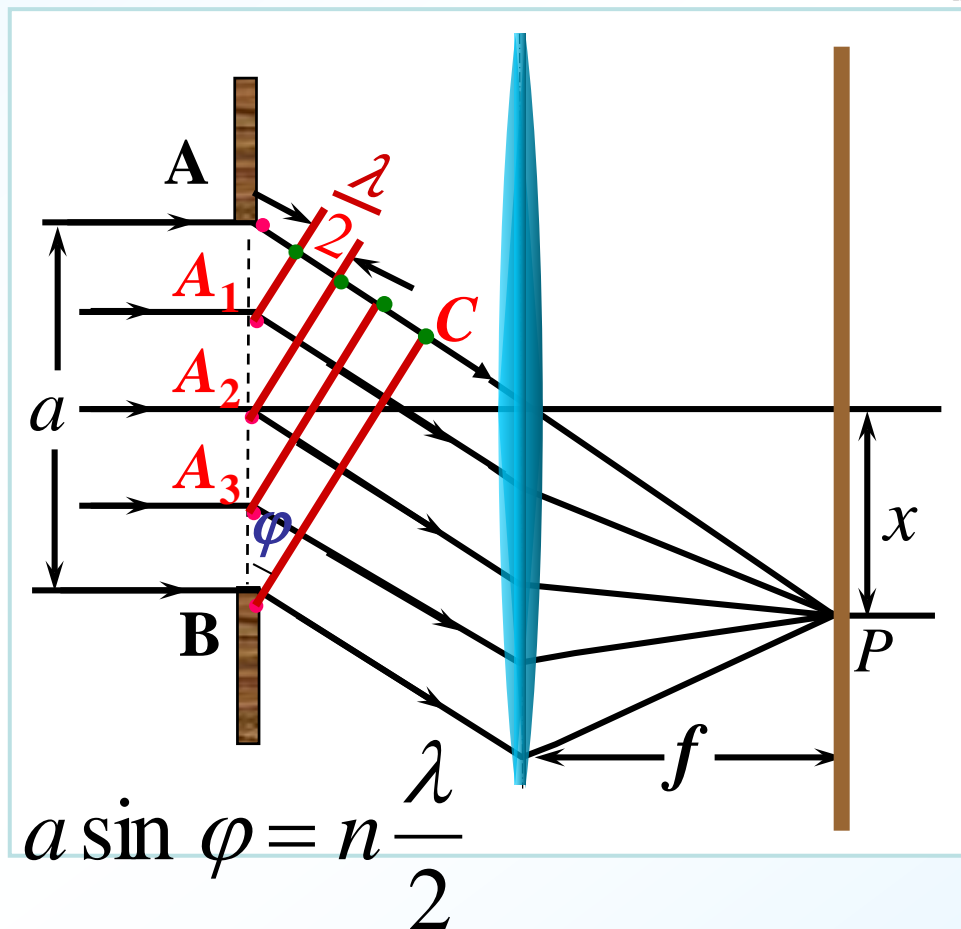
两两相消，

屏上相聚点为暗纹

n 为奇数：剩下一个半波带中的衍射光线未被抵消

对应的屏上相聚点为明纹中心

$n \neq$ 整数：对应非明、暗纹中心的其余位置

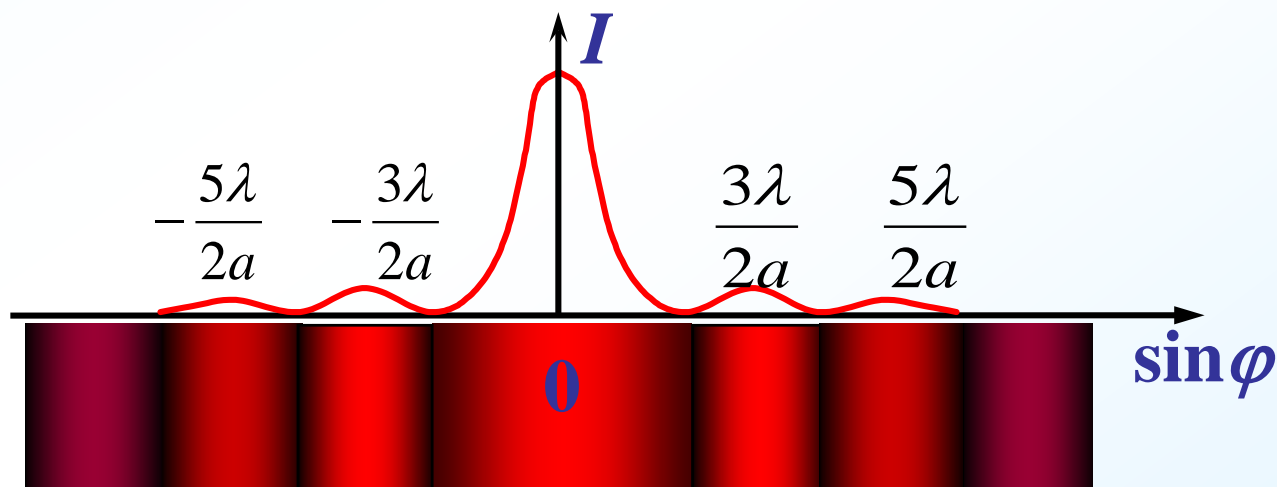


单缝衍射条纹的明、暗条件

$$\Delta = a \sin \varphi = \begin{cases} 0 & \text{中央明纹中心} \\ \pm (2k + 1) \frac{\lambda}{2} & \text{各级明纹中心} \\ \pm k\lambda & \text{暗纹} \end{cases}$$

注意: $k \neq 0$

$$k = 1, 2, 3, \dots$$

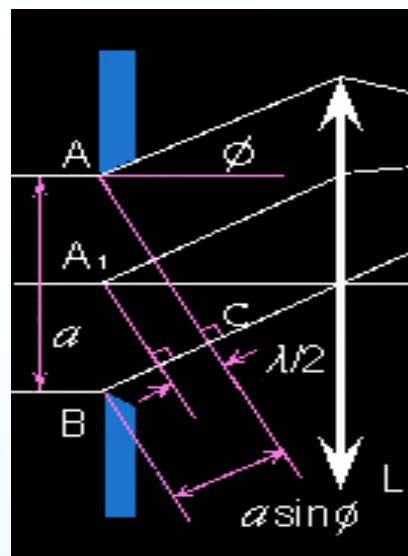
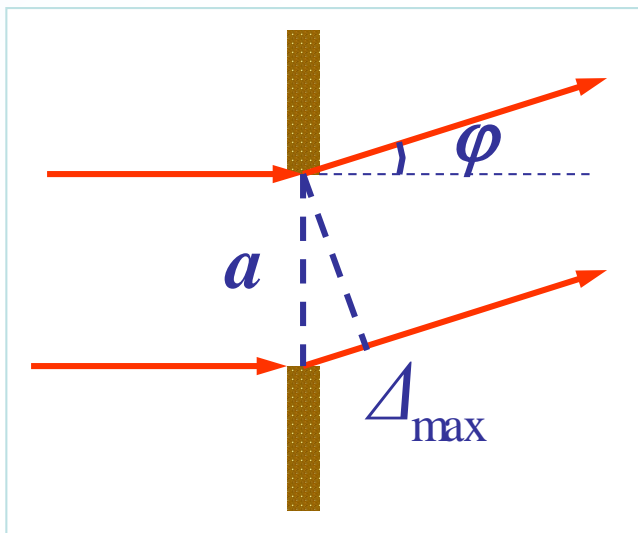


讨论

① 双缝干涉中 $\Delta = \begin{cases} \pm k\lambda & \text{明} \\ \pm (2k+1)\frac{\lambda}{2} & \text{暗} \end{cases} \quad k = 0, 1, 2, \dots$

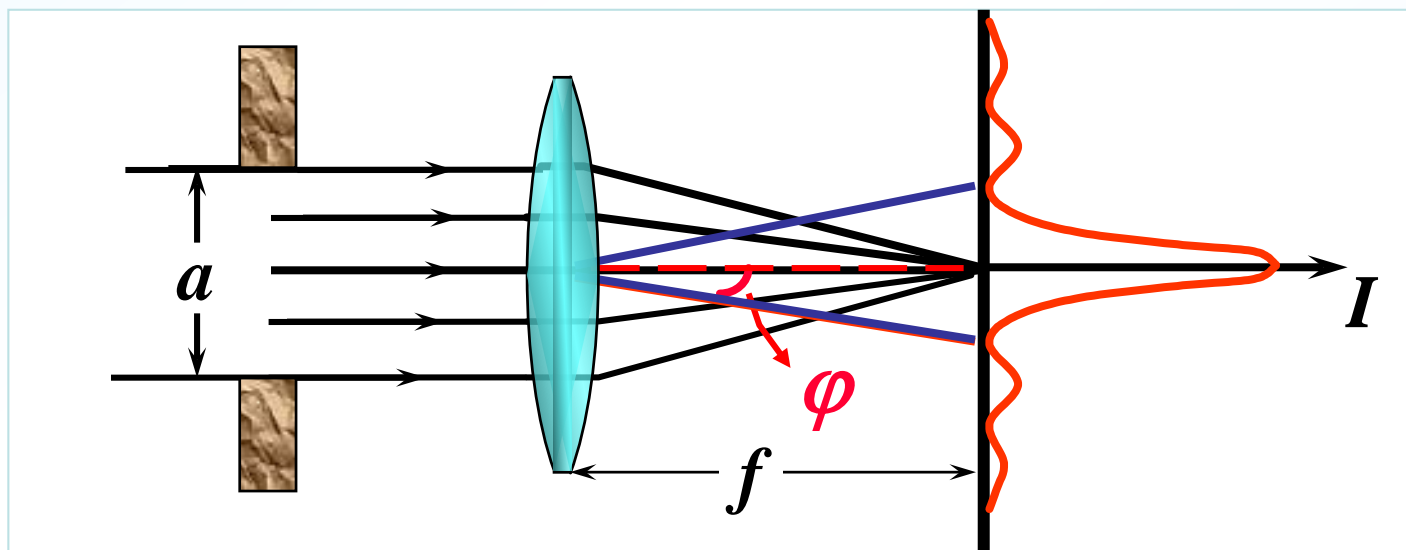
单缝衍射中 $\Delta = \begin{cases} \pm (2k+1)\frac{\lambda}{2} & \text{明} \\ \pm k\lambda & \text{暗} \end{cases} \quad k = 1, 2, \dots$

二者明暗纹条件是否相互矛盾？



② 计算衍射条纹角宽度

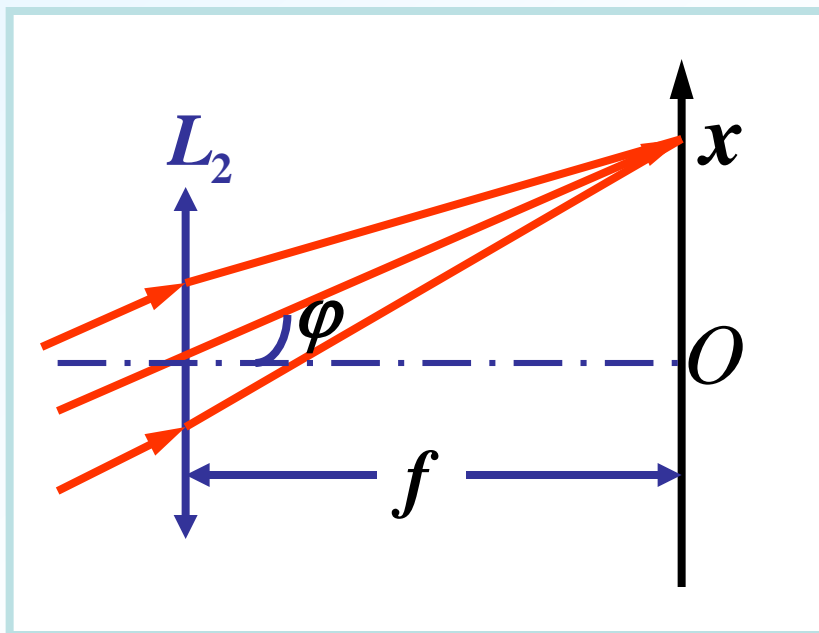
$$\sin \varphi \approx \varphi = \begin{cases} 0 & \text{中央明纹中心} \\ \pm k \frac{\lambda}{a} & \text{暗纹 } k = 1, 2, \dots \\ \pm (2k + 1) \frac{\lambda}{2a} & \text{明纹} \end{cases}$$



中央明纹 $\Delta\varphi = \frac{2\lambda}{a}$

其余明纹 $\Delta\varphi = \frac{\lambda}{a}$

③ 计算衍射条纹线宽度



$$x = f \operatorname{tg} \varphi$$

$$\Delta x = f (\operatorname{tg} \varphi_2 - \operatorname{tg} \varphi_1)$$

$$\Delta x = f (\varphi_2 - \varphi_1) = f \cdot \Delta \varphi$$

中央明纹 $\Delta x = \frac{2\lambda}{a} \cdot f$

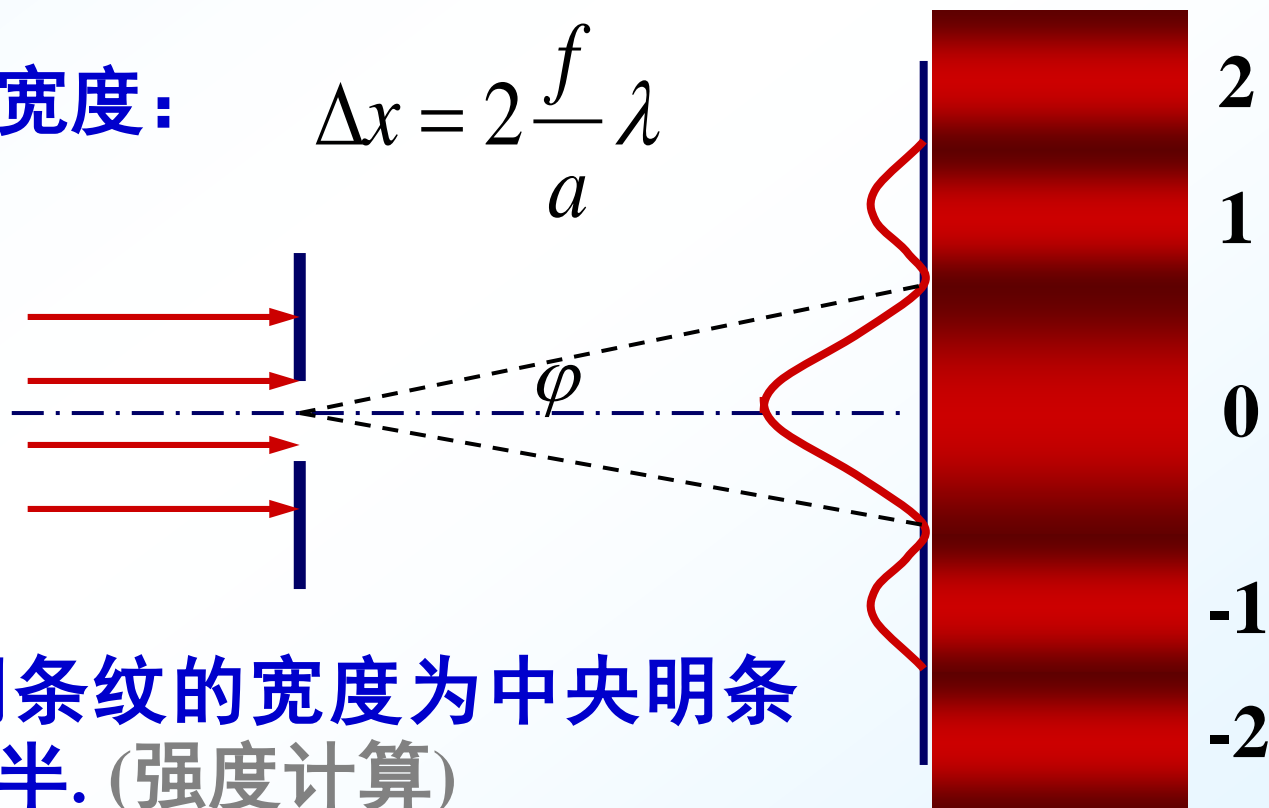
其余明纹 $\Delta x = \frac{\lambda}{a} \cdot f$

暗纹中心: $a \sin \phi = \pm k \lambda, k = 1, 2, 3 \dots$

中央明纹角宽度: $-\lambda < a \sin \phi < \lambda$

半角宽度: $\sin \phi = \lambda / a$

中央明纹的宽度: $\Delta x = 2 \frac{f}{a} \lambda$



其它各级明条纹的宽度为中央明条纹宽度的一半. (强度计算)

④ 条纹亮度分布是否均匀, 为什么?

由菲涅尔波带法:

中央明纹中心:

全部光线干涉相长

一级明纹中心:

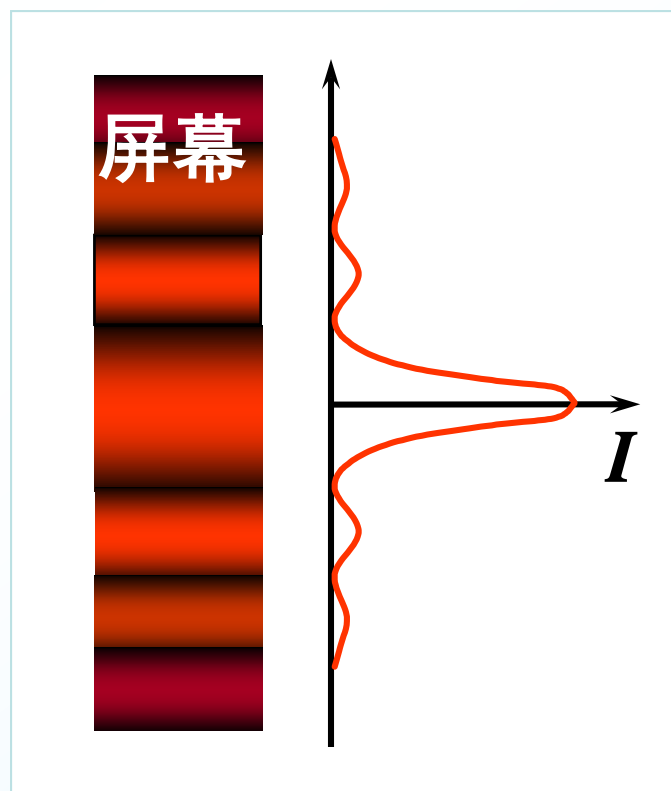
$\frac{1}{3}$ 部分光线干涉相长

二级明纹中心:

$\frac{1}{5}$ 部分光线干涉相长

• • • • •

中央明纹集中大部分能量,
明条纹级次越高亮度越弱.



⑤ 讨论条纹随 λ 、 a 的变化

中央明纹 $\Delta x = \frac{2\lambda}{a} \cdot f$ 其余明纹 $\Delta x = \frac{\lambda}{a} \cdot f$

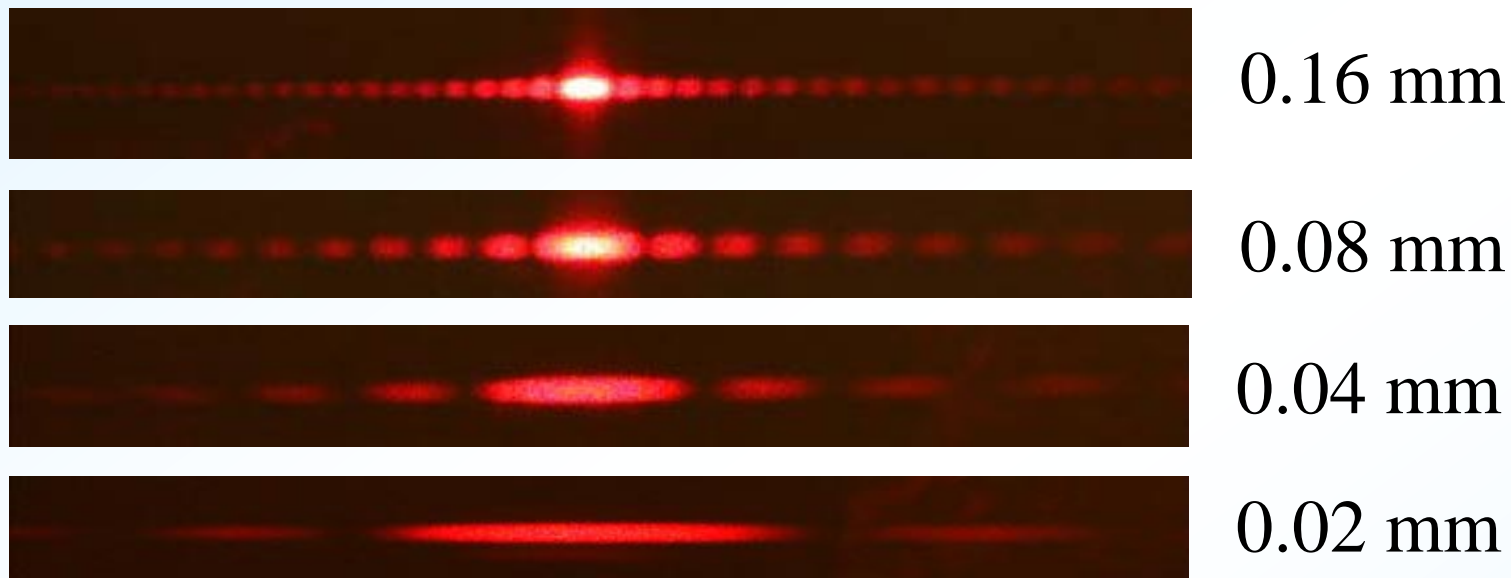
λ 一定 { $a \downarrow \Delta\varphi \uparrow$ 衍射显著 $a \downarrow\downarrow$ 光强太弱
 $a \uparrow \Delta\varphi \downarrow$ 衍射不明显 $a \uparrow\uparrow$ 直线传播

a 一定 { $\lambda \uparrow \Delta\varphi \uparrow$
 白光照射, 中央白色, 其余明纹形成
 内紫外红光谱, 高级次重叠.

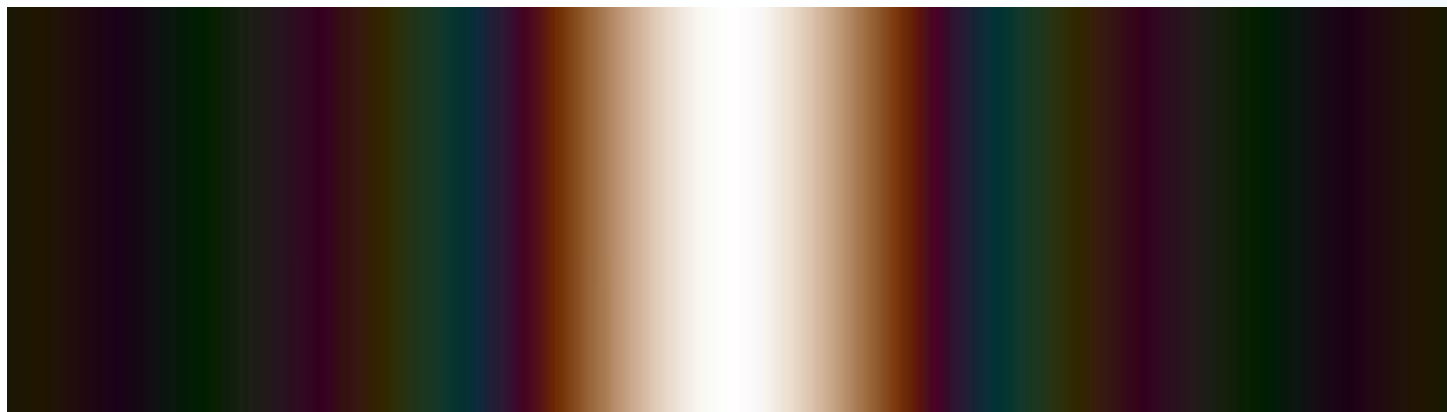
$\lambda \downarrow \Delta\varphi \downarrow$

浸入液体中, 条纹变密.

不同缝宽的单缝衍射条纹的实例比较



复色光照射单缝的光谱（计算机模拟图）



例1. 波长为546.0nm的平行光垂直照射在 $a=0.437\text{mm}$ 的单缝上, 缝后有焦距为40cm的凸透镜, 求透镜焦平面上出现的衍射中央明纹的宽度.

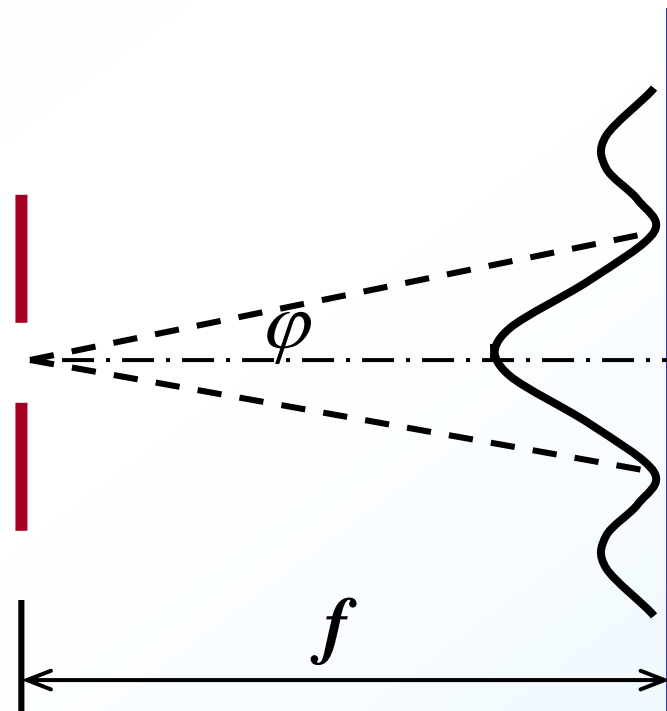
解: $a \sin \phi = \lambda$

$$\phi \approx \sin \phi = \frac{\lambda}{a}$$

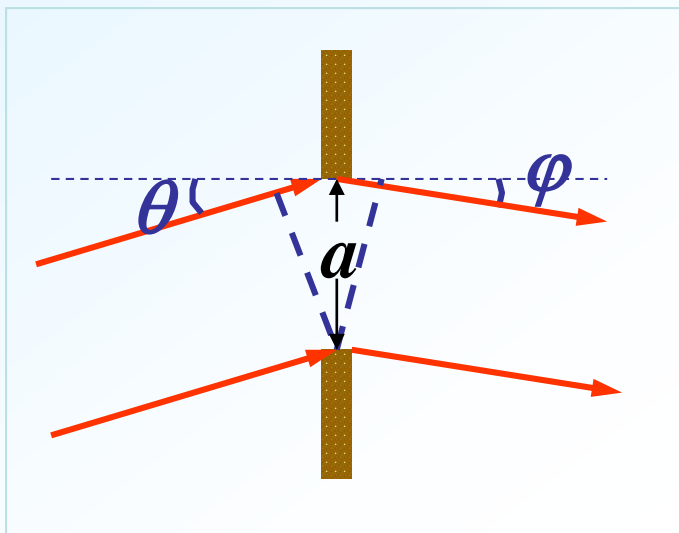
$$L = 2f \cdot \tan \phi$$

$$\approx 2f \phi = \frac{2f \lambda}{a}$$

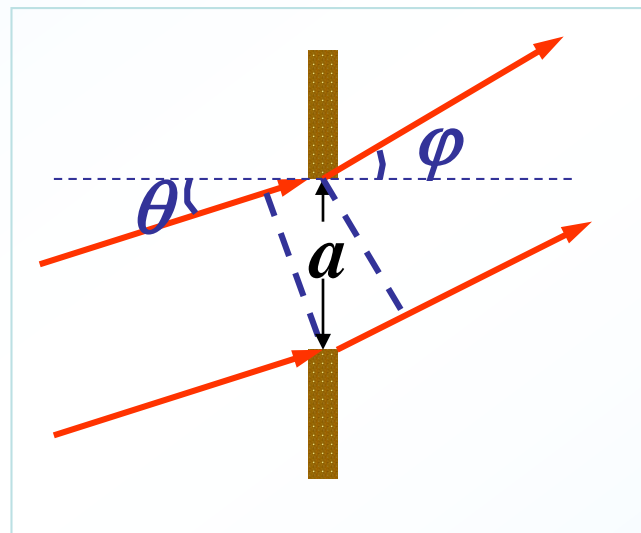
$$= \frac{2 \times 0.40 \times 546 \times 10^{-9}}{0.437 \times 10^{-3}} = 1.0 \times 10^{-3} \text{ m}$$



若平行光非垂直入射, 得出光程差公式和明暗纹条件



$$\Delta = a \sin \varphi + a \sin \theta$$



$$\Delta = a \sin \varphi - a \sin \theta$$

$$\Delta = a \sin \varphi \pm a \sin \theta = \begin{cases} 0 \\ \pm k\lambda \\ \pm (2k+1)\frac{\lambda}{2} \end{cases}$$

中央明纹中心

暗

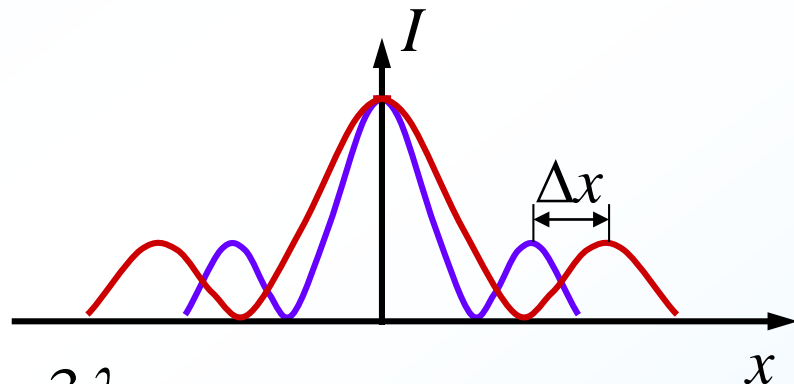
$$k = 1, 2, 3, \dots$$

明

例2.在单缝夫琅和费衍射实验中, 垂直入射的光有两种波长: $\lambda_1=400\text{nm}$, $\lambda_2=760\text{nm}$. 已知单缝宽度 $a=1.0\times 10^{-2}\text{cm}$, 透镜焦距 $f=50\text{cm}$. 求两种光第一级衍射明条纹中心之间的距离.

解: 由题意求图示之 Δx

单缝衍射明纹公式, 取 $k=1$, 有



$$a \sin \varphi_1 = \frac{1}{2} (2k + 1) \lambda_1, \quad \sin \varphi_1 = \frac{3\lambda_1}{2a}$$

$$a \sin \varphi_2 = \frac{3}{2} \lambda_2, \quad \sin \varphi_2 = \frac{3\lambda_2}{2a}$$

$$x_1 = f \cdot \tan \varphi_1 \approx f \cdot \sin \varphi_1$$

$$x_2 = f \cdot \tan \varphi_2 \approx f \cdot \sin \varphi_2$$

$$\Delta x = x_2 - x_1 = f (\sin \varphi_2 - \sin \varphi_1) = 0.27 \times 10^{-2} (\text{m})$$

练习：声纳起水下雷达的作用. 现有一潜水艇停在水下100m处, 艇上声纳喇叭向前发射声波, 习惯上以第一级衍射极小对应的张角为波的覆盖范围. 现设潜水艇前上方海面有一敌舰, 二者相距1000m. 请你为潜水艇声纳设计一个喇叭, 给出形状和尺寸, 使该声纳使用 $\lambda=10\text{cm}$ 声波时, 信号在水平方向覆盖范围张角为 60° , 同时不让敌舰收到信号.

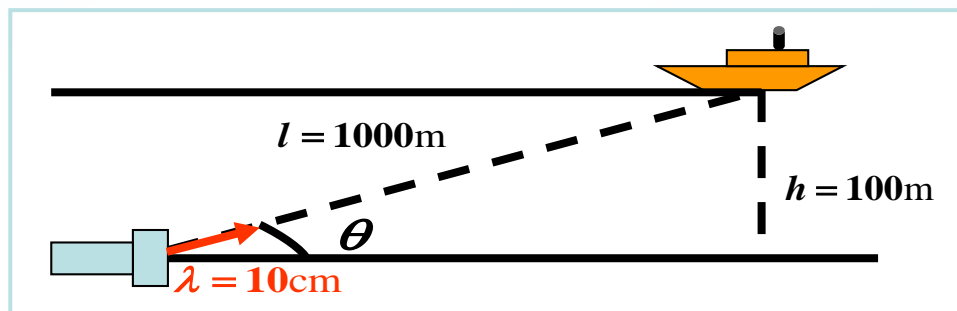
解： 竖直方向

$$\sin \theta_{1y} = \frac{h}{l} = 0.1$$

$$b \sin \theta_{1y} = \lambda \quad b = \frac{\lambda}{\sin \theta_{1y}} = \frac{10}{0.1} = 100\text{cm}$$

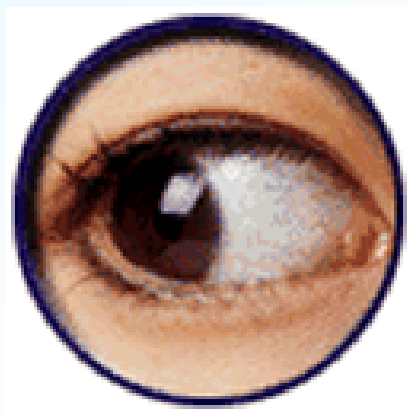
水平方向 $\theta_{1x} = \frac{60^\circ}{2} = 30^\circ \quad a \sin \theta_{1x} = \lambda \quad a = \frac{\lambda}{\sin 30^\circ} = 20\text{cm}$

喇叭为矩形： 高 100cm, 宽20cm



光学仪器的分辨本领

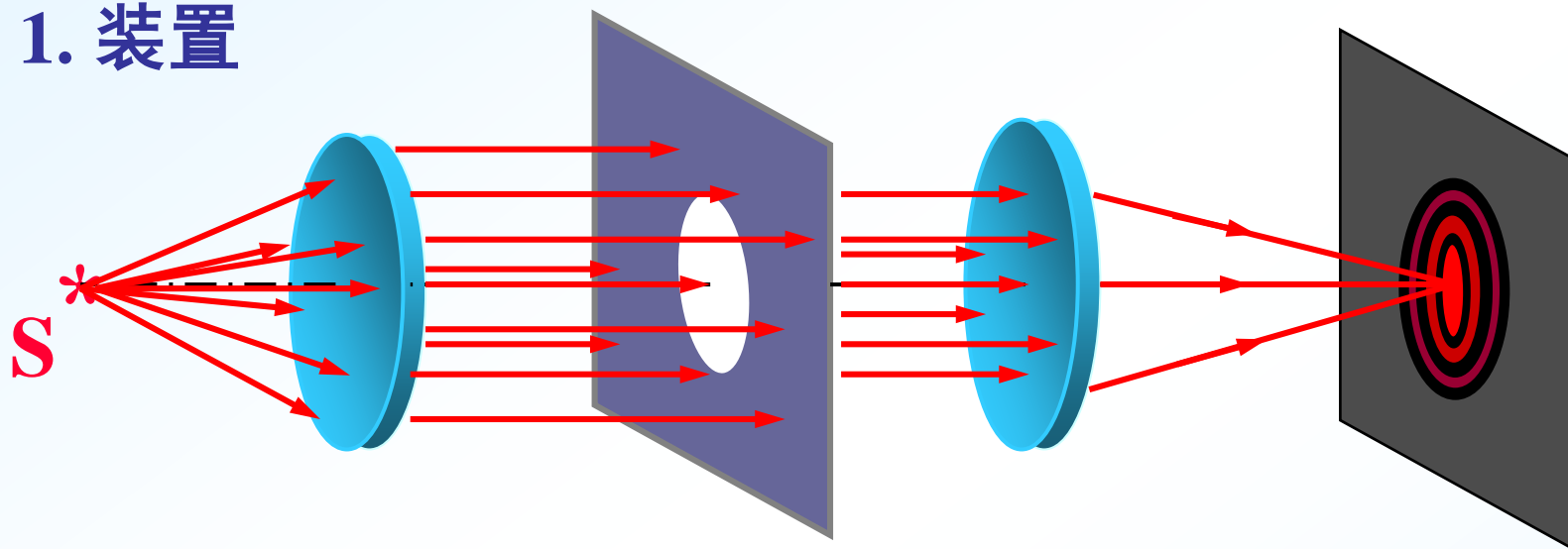
常见的光学仪器：



共同特征：圆孔透光 → 圆孔衍射

一、圆孔夫琅和费衍射

1. 装置

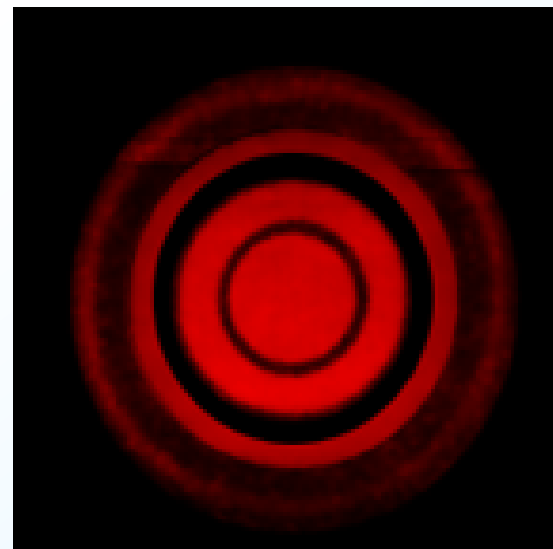


2. 条纹

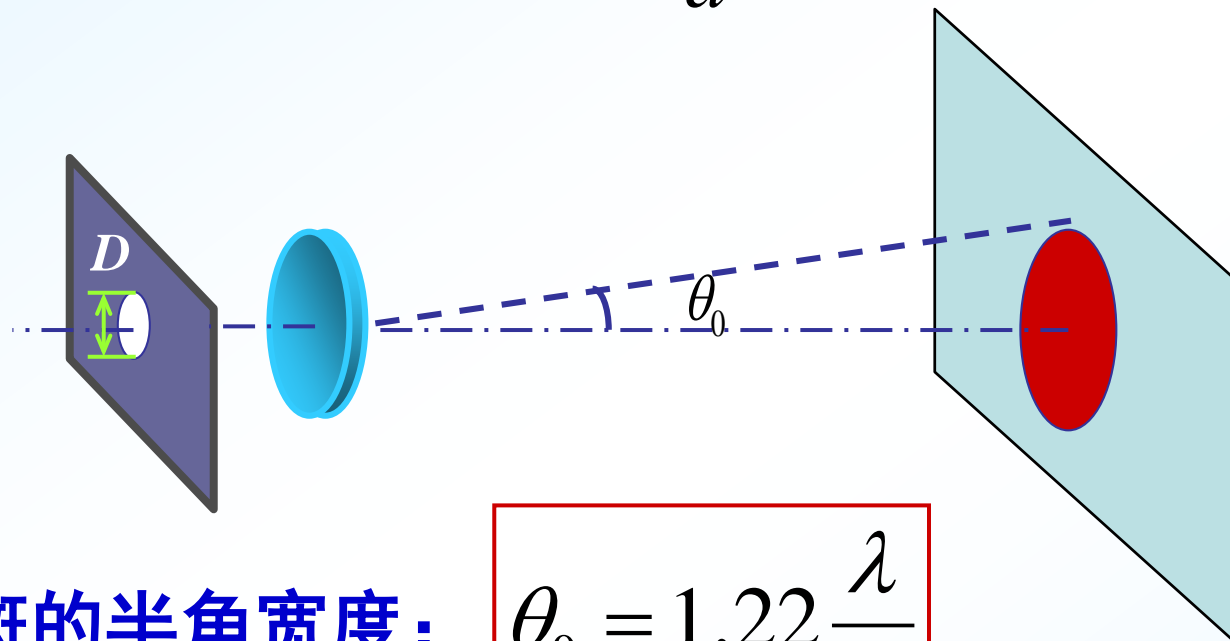
明暗相间同心圆环

中央亮纹：爱里斑(Airy disk)

集中大部分能量(80%)



单缝衍射: $a \sin \varphi = \lambda$ $\varphi \approx \frac{\lambda}{a}$ 圆孔衍射: $\theta_0 \sim \frac{\lambda}{D}$



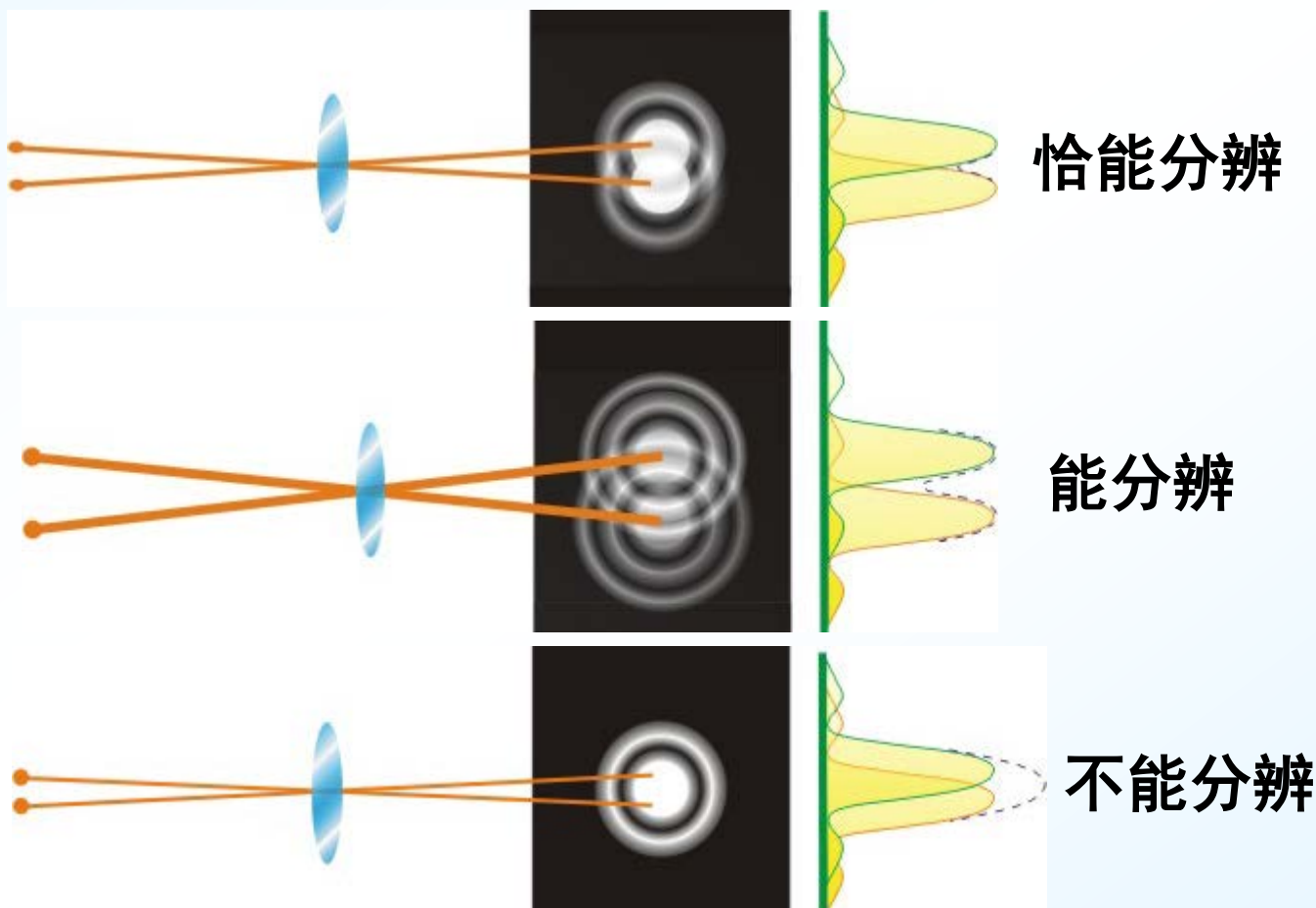
爱里斑的半角宽度: $\theta_0 = 1.22 \frac{\lambda}{D}$

结论: 圆孔直径 D 越小, 艾里斑越大, 衍射效果越明显.

透镜、光阑、人眼, 相当于小圆孔, 由于衍射, 其分辨本领受到限制.

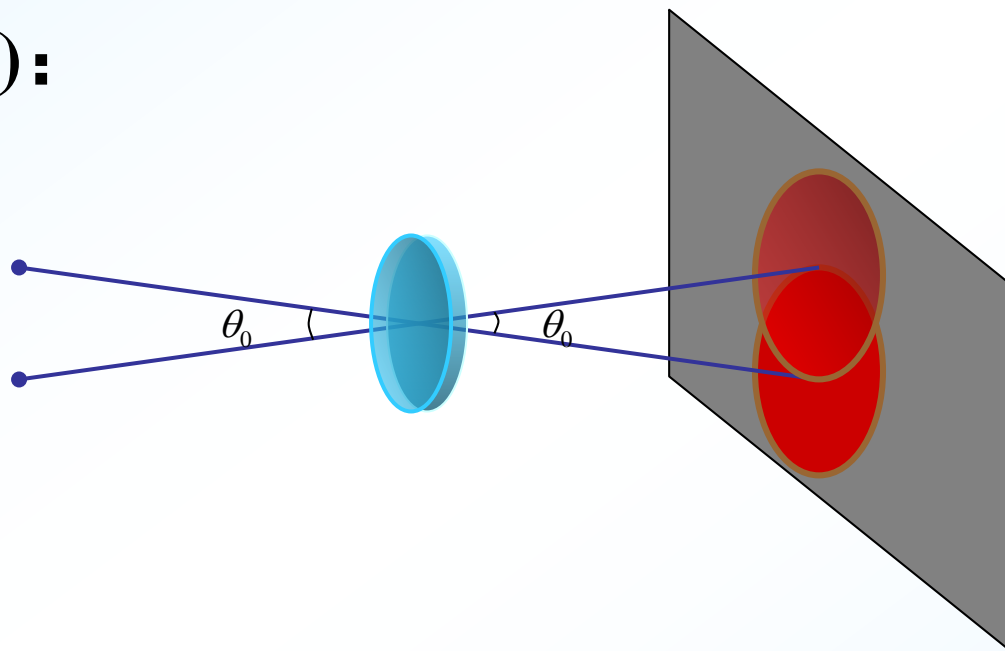
二、光学仪器分辨率

① **瑞利判据**：如果一个点像的衍射图样的中央最亮处刚好与另一个点像的衍射图样的第一级暗环相重合，这时这两个物点恰好能被这一光学仪器所分辨。



最小分辨角(分辨限角):

$$\theta_0 = 1.22 \frac{\lambda}{D}$$



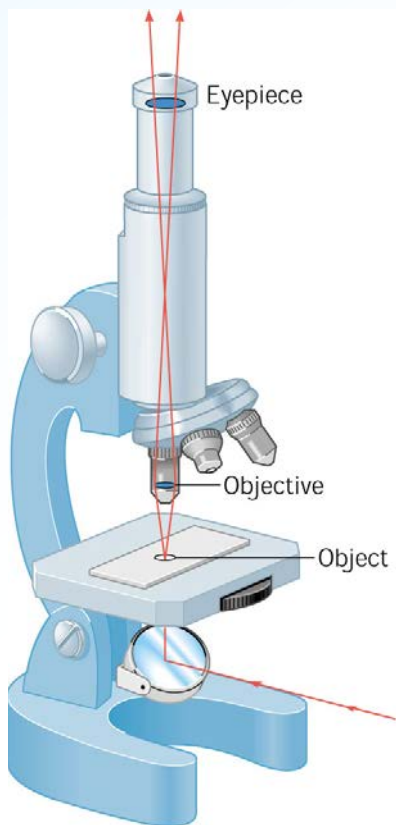
② 光学仪器分辨率

$$R = \frac{1}{\theta_0} = \frac{1}{1.22} \cdot \frac{D}{\lambda}$$

提高分辨率途径: (1) $\lambda \downarrow$ 电子显微镜

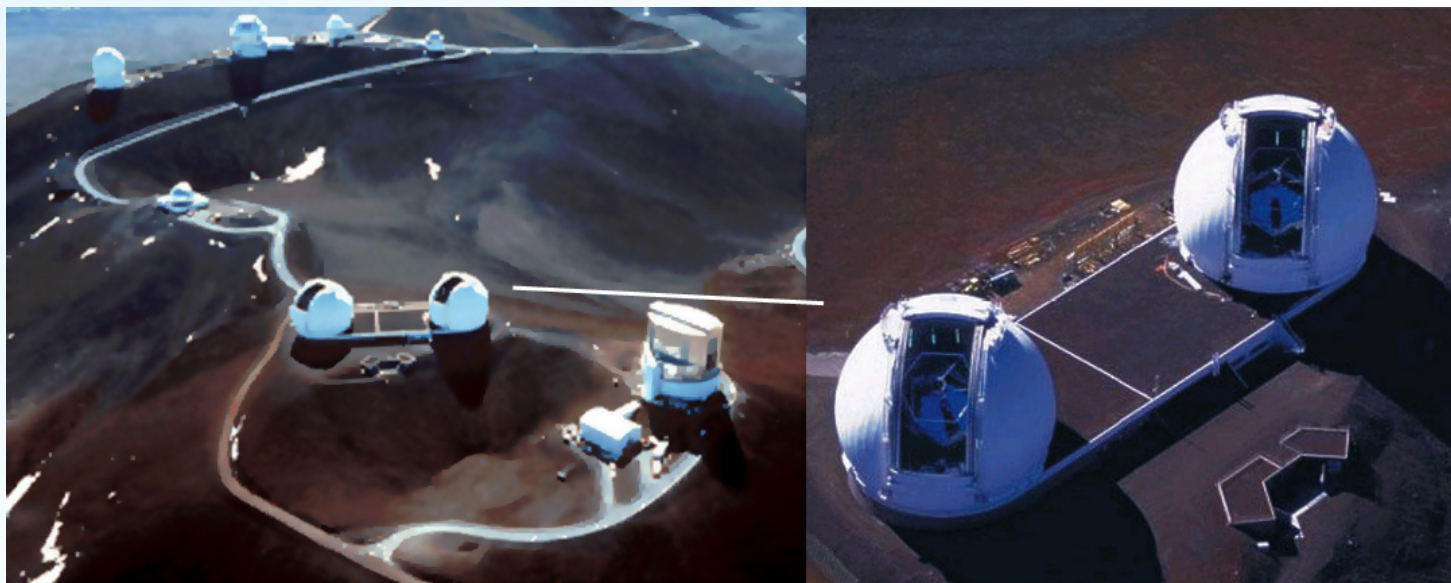
(2) $D \uparrow$ 大型望远镜

望远镜：尽量增大透镜孔径以提高分辨率。1990年发射的哈勃太空望远镜的凹面物镜的直径为2.4m角分辨率约为 $0.1''$.可观察130亿光年远的太空深处,发现了500亿个星系.



显微镜：采用极短波长的光以提高分辨率.

紫光：最小分辨距离约200nm. 电子波：波长只有 10^{-3} nm, 为研究分子、原子结构提供了有力的工具.



目前世界上最大的
单个地面光学望远镜

它们的口径
都是 10 米

Keck I 和Keck II分别在1991年和1996年建成, 现在夏威夷的莫纳克亚, 它们的口径都是10米, 由36块六角镜面拼接组成, 每块镜面口径均为1.8米, 而厚度仅为10厘米.

目前我国较大的射电望远镜

口径25M



上海天文台



乌鲁木齐天文站

上海天文台佘山站的25米口径射电望远镜和乌鲁木齐天文站南山观测基地的25米口径射电望远镜。

2007年10月直径50米射电望远镜, 竖立在河北兴隆。这是一架能够调节指向的望远镜。

目前世界最大口径射电望远镜-中国天眼

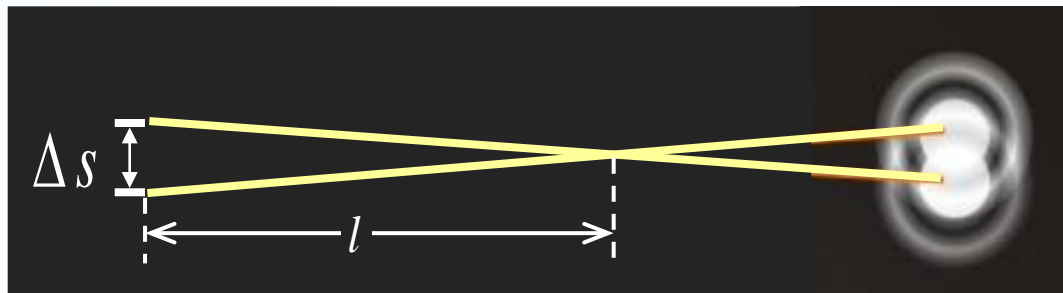


500米口径球面射电望远镜(FAST) 贵 州

例3. 在通常亮度下, 人眼的瞳孔直径为3mm, 问: 人眼对波长为 $\lambda=550\text{nm}$ 的光的最小分辨角为多大? 如果窗纱上两根细丝之间的距离为2.0mm, 问: 人在多远恰能分辨.

解:

$$\theta_0 = 1.22 \frac{\lambda}{D}$$

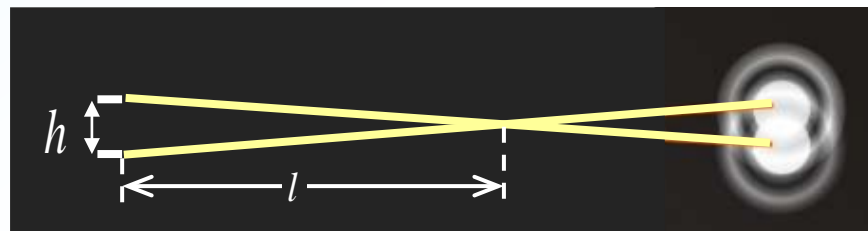


$$= 1.22 \times \frac{550 \times 10^{-9}}{3 \times 10^{-3}} = 2.24 \times 10^{-4} \text{ rad}(1')$$

$$\theta_0 = \frac{\Delta s}{l} \Rightarrow l = \frac{\Delta s}{\theta_0} = \frac{2.0 \times 10^{-3}}{2.24 \times 10^{-4}} = 8.9 \text{ m}$$

练习: (1) 物体放在明视距离 25cm 处, 两物点相距为 h 时恰能被分辨, $h=?$ (设人眼的最小分辨角为 $2.3 \times 10^{-4} \text{ rad}$)

$$\theta_0 = \frac{h}{l}$$



$$\begin{aligned} h &= l \theta_0 = 25 \times 10^{-2} \times 2.3 \times 10^{-4} \\ &= 5.8 \times 10^{-5} (\text{m}) = 0.058 (\text{mm}) \end{aligned}$$

(2) 若黑板与最后一排座位相距 15m, 最后一排同学分辨黑板上两条平行线的最小距离为

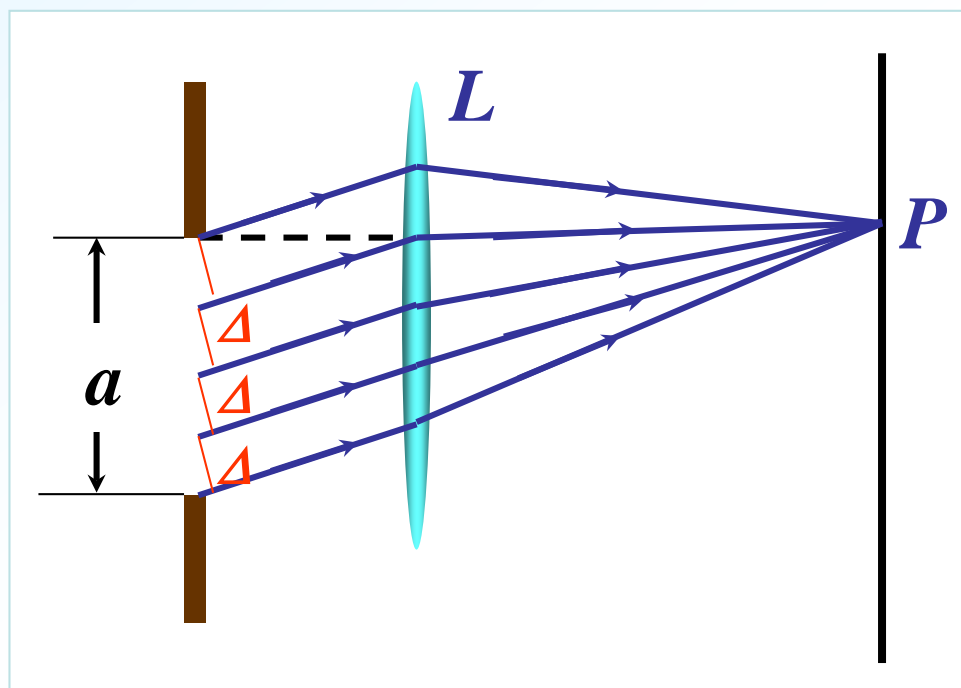
$$\begin{aligned} x &= \theta_0 \cdot S = 2.3 \times 10^{-4} \times 15 \\ &= 3.3 \times 10^{-3} (\text{m}) = 3.3 (\text{mm}) \end{aligned}$$

(3) 地球中心到月球中心的距离为 $R = 3.844 \times 10^8 \text{ (m)}$
 人眼能分辨月球上两个物点的最小距离为

$$\begin{aligned} H &= R \theta_0 = 3844 \times 10^8 \times 2.3 \times 10^{-4} \\ &= 8.841 \times 10^4 \text{ (m)} = 88.41 \text{ (km)} \end{aligned}$$

振幅矢量叠加法(定量)求衍射条纹的强度分布

将 a 划分为 N 个等宽($\frac{a}{N}$)的狭窄波带, 设每个波带内能量集中于图中所示光线。



两相邻光线光程差

$$\Delta = \frac{a}{N} \sin \varphi \quad (\text{不一定为 } \frac{\lambda}{2})$$

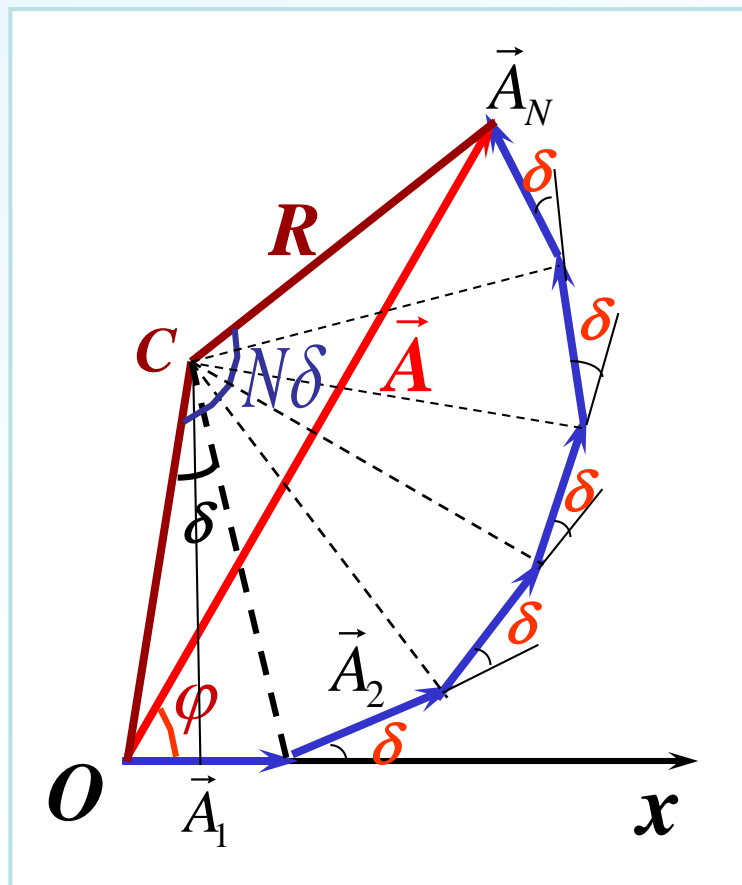
两相邻光线相位差

$$\delta = 2\pi \frac{\Delta}{\lambda} = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \frac{a}{N} \sin \varphi$$

每条光线在屏上引起光振动振幅相等 $A_1 = A_2 = \cdots = A_N$

用多边形法则进行 N 个大小相等、两两依次相差为 δ 的光振动的叠加

按多边形法则叠加 $\vec{A} = \vec{A}_1 + \vec{A}_2 + \cdots + \vec{A}_N$



构成正多边形的一部分

设该正多边形外接圆半径 R

$$A_1 = 2R \sin \frac{\delta}{2} \quad A = 2R \sin \frac{N\delta}{2}$$

$$A = A_1 \frac{\sin \frac{N\delta}{2}}{\sin \frac{\delta}{2}} \approx A_1 \frac{\sin \frac{N\delta}{2}}{\frac{\delta}{2}}$$

$$= NA_1 \frac{\sin \frac{N\delta}{2}}{\frac{N\delta}{2}}$$

$$A = NA_1 \frac{\sin \frac{N\delta}{2}}{\frac{N\delta}{2}} \quad \text{令} \quad \alpha = \frac{N\delta}{2} = \frac{N}{2} \cdot 2\pi \frac{\Delta}{\lambda} = \frac{\pi a \sin \varphi}{\lambda}$$

$A_0 = NA_1$ 即中央明纹中心处振幅

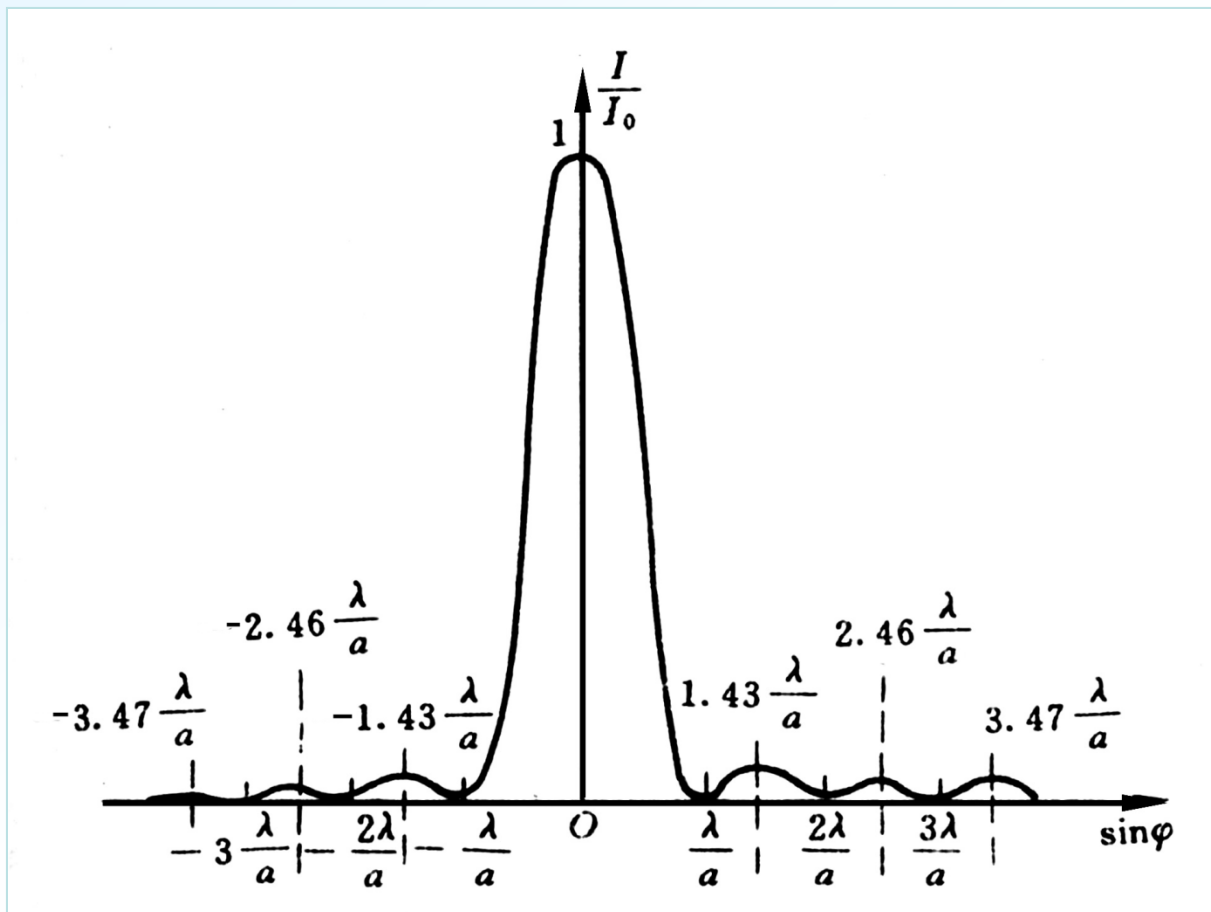
则 $A = A_0 \frac{\sin \alpha}{\alpha} \quad I = I_0 \left(\frac{\sin \alpha}{\alpha} \right)^2$

↓

中央明纹光强

式中 $I_0 = (NA_1)^2$ 为中央明纹光强

作光强曲线, 令 $\frac{\partial I}{\partial \alpha} = 0$ 得极值位置



明纹 $\sin \varphi = 0, \pm 1.43 \frac{\lambda}{a}, \pm 2.46 \frac{\lambda}{a}, \dots$

暗纹 $\sin \varphi = \frac{\lambda}{a}, \frac{2\lambda}{a}, \frac{3\lambda}{a}, \dots$

请与半波带法比较