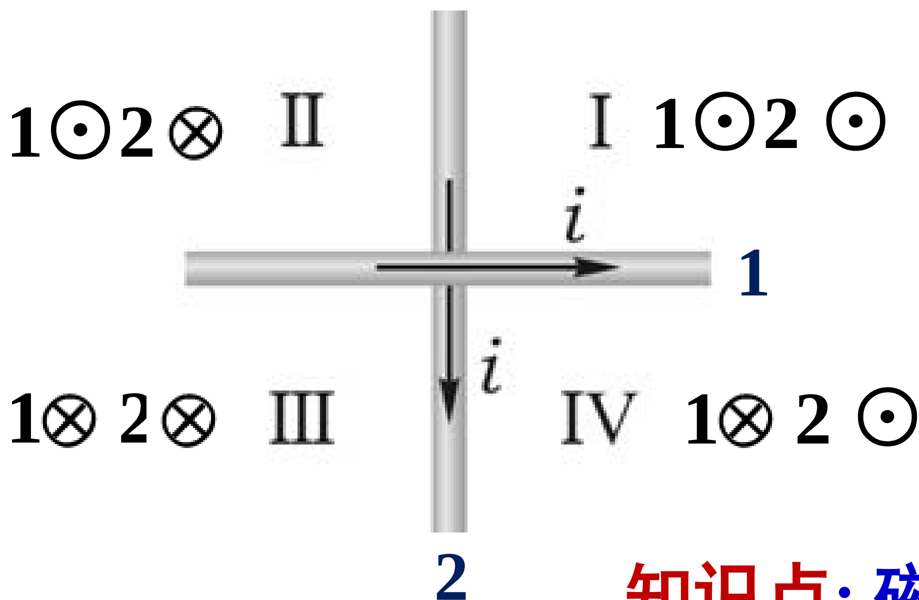
第7章 恒定磁场

一、选择题

1．在一平面内，有两条垂直交叉但相互绝缘的导线，流过每条导线的电流 i 的大小相等，其方向如图所示．问哪些区域中有某些点的磁感强度 B 可能为零？

[**D**]（A）仅在象限Ⅰ．（B）仅在象限Ⅱ．

（C）仅在象限Ⅰ，Ⅲ．（D）仅在象限Ⅱ，Ⅳ．



知识点: 磁感应强度和电流的方向

2．有一个圆形回路 1 及一个正方形回路 2，圆直径和正方形的边长相等，二者中通有大小相等的电流，它们在各自中心产生的磁感强度的大小之比 $B_1 : B_2$ 为

[C]（A）0.90． （B）1.00．

（C）1.11． （D）1.22．

圆直径 = 正方形边长= a

圆形回路: $B_1 = \dfrac{\mu_0 I}{2\dfrac{a}{2}} = \dfrac{\mu_0 I}{a}$

正方形回路:

$$B_2 = 4\frac{\mu_0 I}{4\pi\dfrac{a}{2}}(\cos 45° - \cos 135°) = \frac{2\sqrt{2}\mu_0 I}{\pi a}$$

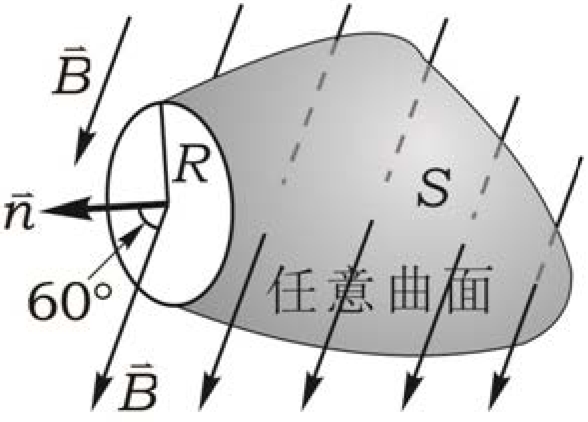
知识点: 圆电流和直电流的磁感应强度

3. 在匀强磁场 $\vec{B}$ 中，取一半径为 R 的圆，圆面的法线 $\vec{n}$ 与 $\vec{B}$ 成 60°角，如图所示，则通过以该圆周为边线的如图所示的任意曲面 S 的磁通量为

[**B**] (A) $\pi R^2 B$.　　(B) $\frac{1}{2}B\pi R^2$.

(C) $\frac{\sqrt{3}}{2}B\pi R^2$.　　(D) 无法确定.

均匀场强的场线是一组平行的直线，且磁场为无源场，所以对任意闭合曲面的通量一定为零.



在闭合曲面截一半径为R的圆，那么从其中穿出的磁场线一定等于穿入的磁场线.

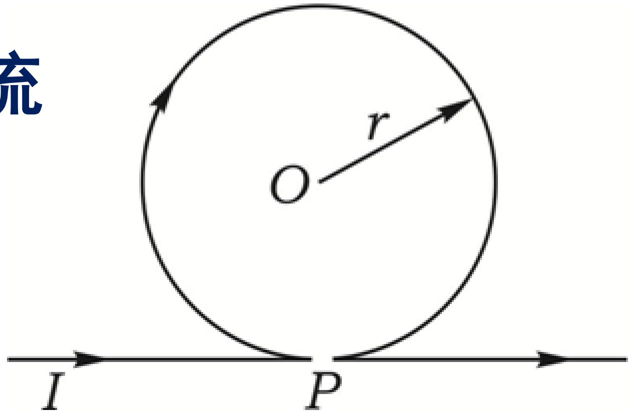
• **知识点**: 磁通量

4．如图所示，无限长直导线在 P 处弯成半径为 r 的圆，当通以电流 I 时，则在圆心 O 点的磁感应强度大小为

[**D**] （A）$\dfrac{\mu_0 I}{2\pi r}$．　　（B）$\dfrac{\mu_0 I}{4r}$．

（C）$\dfrac{\mu_0 I}{2r}\left(1+\dfrac{1}{\pi}\right)$．　　（D）$\dfrac{\mu_0 I}{2r}\left(1-\dfrac{1}{\pi}\right)$．

O处磁感应强度为通电流圆环和通电流无限长直线的叠加.



$$B_{圆}=\frac{\mu_0 I}{2r}\quad\otimes$$

$$B_{直}=\frac{\mu_0 I}{2\pi r}\quad\odot \qquad B_O=\frac{\mu_0 I}{2r}-\frac{\mu_0 I}{2\pi r}=\frac{\mu_0 I}{2r}\left(1-\frac{1}{\pi}\right)\quad\otimes$$

知识点: 圆电流和直电流的磁感应强度

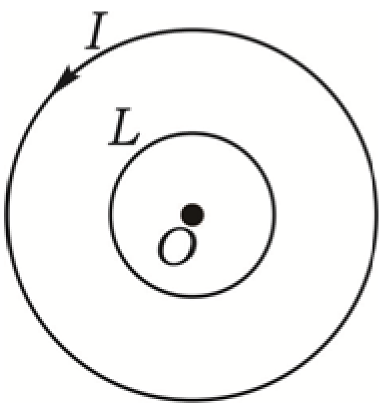
5．在一个圆形电流 I 所在的平面内，选取一个同心圆形闭合回路 L，则由安培环路定理可知

[**B**] （A）$\oint_L \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{l}=0$，且环路上任意一点 $B=0$.

（B）$\oint_L \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{l}=0$，且环路上任意一点 $B\neq 0$.

（C）$\oint_L \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{l}\neq 0$，且环路上任意一点 $B\neq 0$.

（D）$\oint_L \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{l}\neq 0$，且环路上任意一点 $B=$常量.



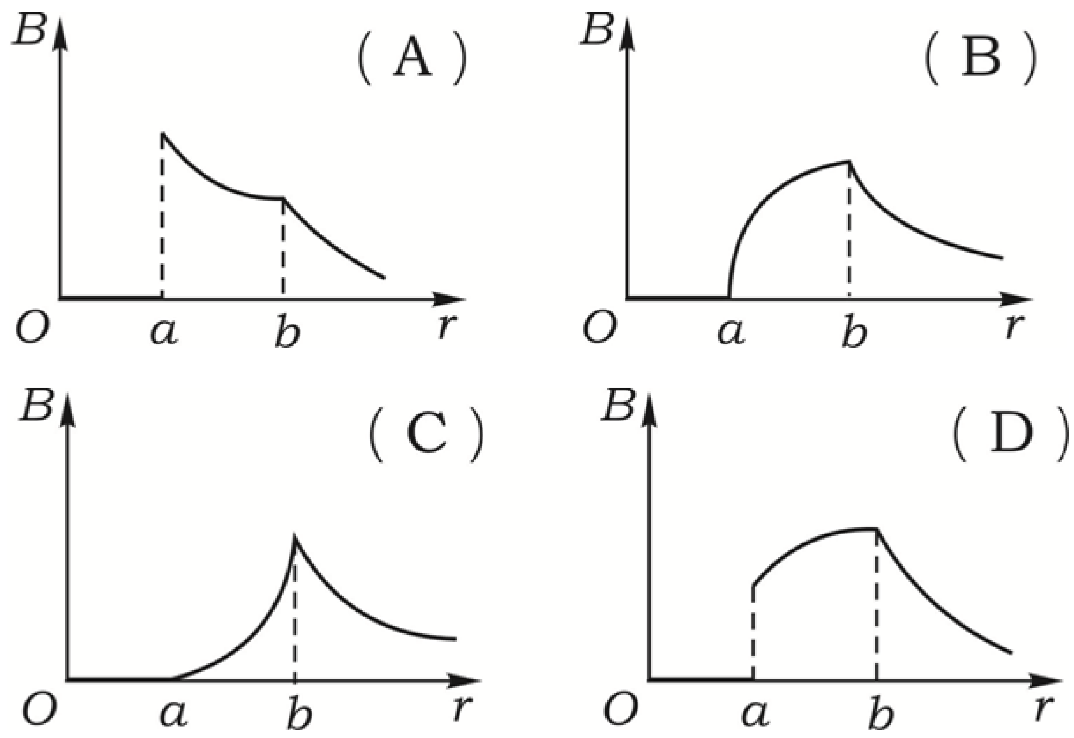
安培环路定理表示磁感应强度对闭合线的积分由穿过环线内的电流决定.

空间任意处磁感应强度是所有电流（运动电荷）作用的结果.

知识点: 安培环路定理

6．无限长载流空心圆柱导体的内外半径分别为 a、b，电流在导体截面上均匀分布，则空间各处的 $\vec{B}$ 的大小与场点到圆柱中心轴线的距离 r 的关系定性地如图所示. 正确的图是

[**B**]



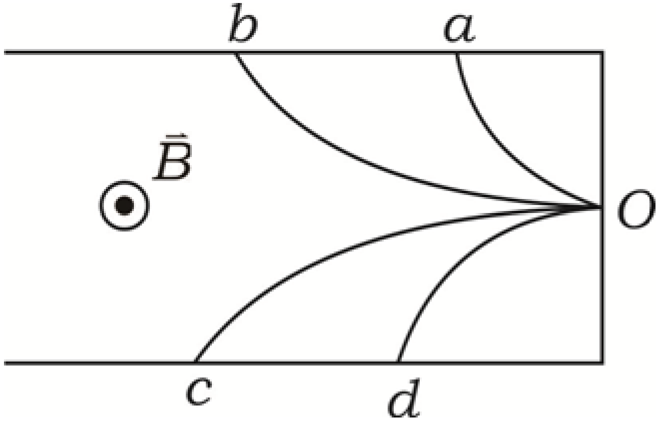
•**知识点: 安培环路定理、长直载流圆柱体磁感应强度**

7. 图为四个带电粒子在 O 点沿相同方向垂直于磁感应线射入均匀磁场后的偏转轨迹的照片．磁场方向垂直纸面向外，轨迹所对应的四个粒子的质量相等，电荷大小也相等，则其中动能最大的带负电的粒子的轨迹是

[**C**]（A）Oa．（B）Ob．

（C）Oc．（D）Od．

$$\vec{F} = -q\vec{v} \times \vec{B}$$



知识点: 洛伦磁力

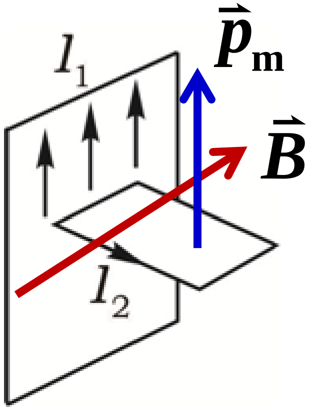
8．在一固定的载流大平板附近有一载流小线框能自由转动或平动．线框平面与大平板垂直．大平板的电流 I_1 方向与线框中电流 I_2 方向如图所示，则通电线框的运动情况对着从大平板看是：

[**B**]（A）靠近大平板．（B）顺时针转动．

（C）逆时针转动．（D）离开大平板向外运动．

$$B=\frac{\mu_0}{2}\lambda$$ 均匀场 $\rightarrow \sum F=0$

$$\vec{M}=\vec{p}_m\times\vec{B}$$



知识点: 安培力、磁力矩

二、填空题

1．从经典观点来看，氢原子可看作是一个电子绕核作高速旋转的体系．已知电子和质子的电荷分别为$-e$和e，电子质量为m_e，电子的圆轨道半径为r，则电子在圆心处所产生磁感强度的大小为________________，它轨道运动的磁矩为________________.

$$\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r^2}=m_e\frac{v^2}{r} \qquad v=e\sqrt{\frac{1}{4\pi\varepsilon_0 r m_e}}$$

•知识点：运动电荷的磁感应强度、磁矩

$$B=\frac{\mu_0 q v}{4\pi r^2}=\frac{\mu_0 e^2}{8\pi r^2}\sqrt{\frac{1}{\pi\varepsilon_0 r m_e}}$$

$$I=\frac{ev}{2\pi r}=\frac{e^2}{2\pi r}\sqrt{\frac{1}{4\pi\varepsilon_0 r m_e}} \qquad p_m=I\pi r^2=\frac{e^2}{2}\sqrt{\frac{r}{4\pi\varepsilon_0 m_e}}$$

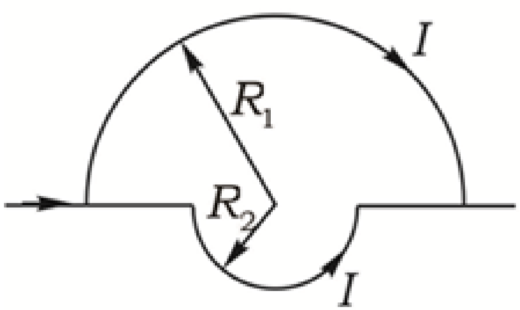
2．一长直螺线管是由直径 $d = 0.2\,\mathrm{mm}$ 的漆包线密绕而成．当它通以 $I = 0.5\,\mathrm{A}$ 的电流时，其内部的磁感应强度 B = <u>3.14×10^{-3} T</u>．（忽略绝缘层厚度）

$$B = \mu_0 nI$$

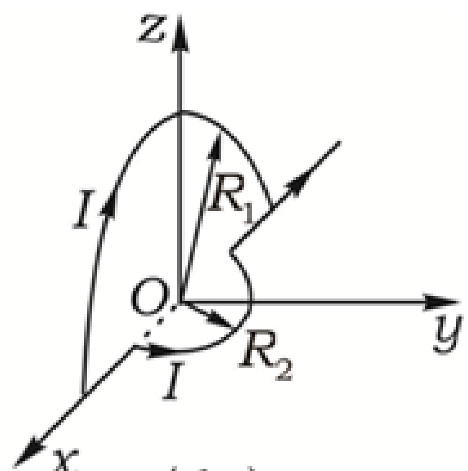
$$n = \frac{1}{d}$$

知识点: 螺线管的磁感应强度

3. 真空中稳恒电流 I 流过两个半径分别为 R_1，R_2 的同心半圆形导线，两半圆导线间由沿直径的直导线连接，电流沿直导线流入.（1）如果两个半圆共面，如图（a）所示．圆心 O 点的磁感强度 $\vec{B}_0$ 的大小为__________，方向为__________；（2）如果两个半圆面正交，如图（b）所示．则圆心 O 点的磁感强度 $\vec{B}_0$ 的大小为__________，$\vec{B}_0$ 的方向与 y 轴的夹角为__________.



(a)



(b)

$$\frac{\mu_0 I}{4}\sqrt{\frac{1}{R_1^2}+\frac{1}{R_2^2}}$$

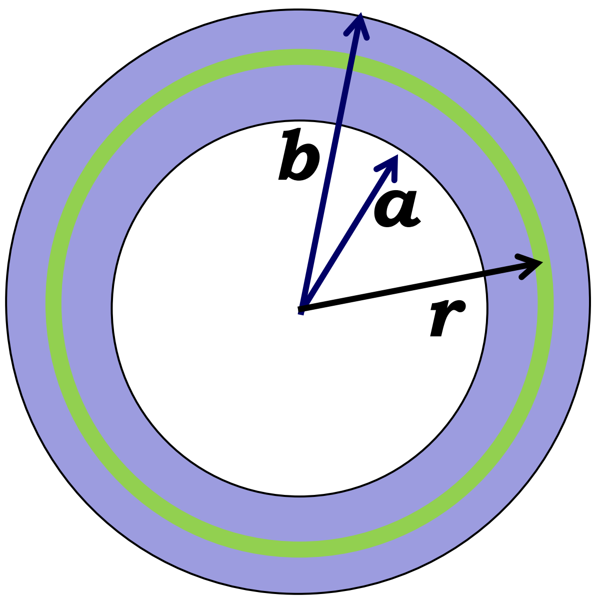
$$\frac{1}{2}\pi+\mathrm{arctg}\frac{R_2}{R_1}$$

$$\frac{\mu_0 I}{4}\left(\frac{1}{R_2}-\frac{1}{R_1}\right)$$ 垂直纸面向外

知识点：长直载流线和载流圆环的磁感应强度

4．内、外半径分别为a、b，带电量为Q的均匀带电园环，以角速度ω绕通过环心并垂直于环面的轴转动．则在环心处产生磁感应强度大小是____________________.

在半径为r处取厚度为dr圆环, 此圆环在圆心处的磁感应强度为 $$\mathrm{d}B=\frac{\mu_0\mathrm{d}I}{2r}$$



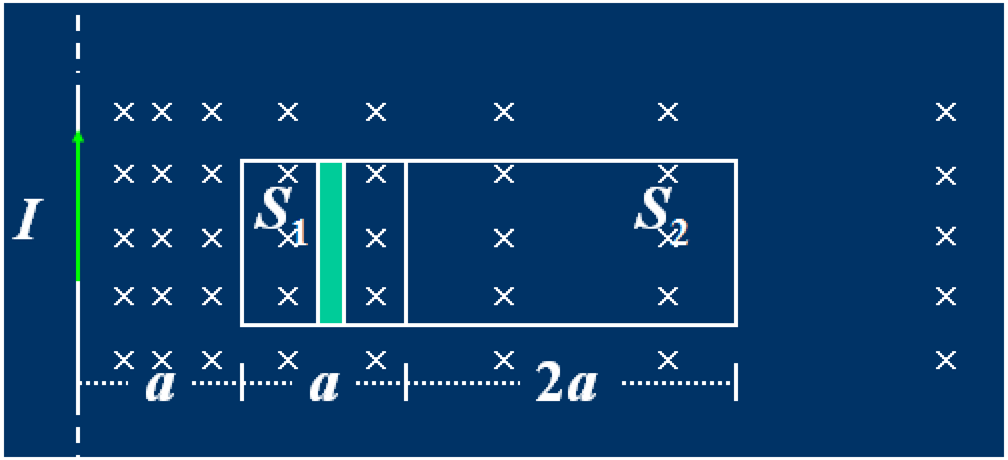
$$\mathrm{d}q=\frac{Q}{\pi\left(b^2-a^2\right)}2\pi r\mathrm{d}r=\frac{2Qr\mathrm{d}r}{b^2-a^2}$$

$$\mathrm{d}I=\frac{\omega}{2\pi}\mathrm{d}q=\frac{\omega Qr\mathrm{d}r}{\pi\left(b^2-a^2\right)}$$

$$\therefore\quad B=\int_a^b\frac{\mu_0}{2r}\frac{\omega Qr\mathrm{d}r}{\pi(b^2-a^2)}=\frac{\mu_0Q\omega}{2\pi(b+a)}$$

•知识点: 运动电荷激发的磁感应强度

5．如图所示，在无限长直载流导线的右侧有面积为 S_1 和 S_2 的两个矩形回路．两个回路与长直载流导线在同一个平面内，并且矩形回路的一边与长直载流导线平行．则通过面积为 S_1 的矩形回路的磁通量与通过面积为 S_2 的矩形回路的磁通量之比为____1____．



$$\mathrm{d}\Phi_{\mathrm{m}} = \vec{B} \cdot \mathrm{d}\vec{S}$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

$$\Phi_{\mathrm{m}} = \int_S \mathrm{d}\Phi_{\mathrm{m}} = \int_{r_1}^{r_2} B \cdot h\mathrm{d}r$$

知识点: 磁通量

6．两个带电粒子，以相同的速度垂直磁感线飞入均匀磁场中．它们的质量之比是1 : 4，电荷之比是1 : 2，它们所受的磁场力之比是 **1 : 2** ，运动轨迹半径之比是 **1 : 2** ．

$$m_2 = 4m_1 \qquad q_2 = 2q_1$$

$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B} \qquad F_1 = q_1 vB$$

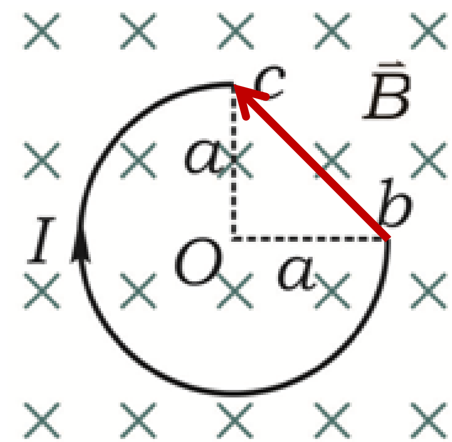
$$F_2 = 2q_1 vB$$

$$qvB = m\frac{v^2}{r} \qquad r_1 = \frac{m_1 v}{q_1 B}$$

知识点: 洛伦磁力

$$r_2 = \frac{4m_1 v}{2q_1 B}$$

7．如图所示，在真空中有一半径为 a 的 $\dfrac{3}{4}$ 圆弧形的导线，其中通以稳恒电流 I ，导线置于均匀外磁场 $\vec{B}$ 中，且 $\vec{B}$ 与导线所在平面垂直．则该载流导线 $\overset{\frown}{bc}$ 所受的磁力大小为________.

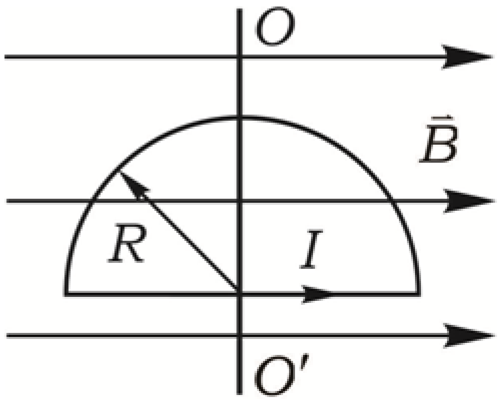


$$F = ILB\sin 90^\circ = \sqrt{2}aIB$$

任意弯曲的载流导线在均匀磁场中所受的磁场力,等效于弯曲导线起点到终点的矢量在磁场中所受的力.

知识点: 安培力

8．如图所示，半圆形线圈（半径为 R ）通有电流 I ．线圈处在与线圈平面平行向右的均匀磁场 $\vec{B}$ 中．则线圈的磁矩为________________，线圈所受磁力矩的大小为____________，方向为____________．



$$p_m = IS = \frac{1}{2}\pi IR^2 \quad \odot$$

$$M = p_m B\sin 90° = \frac{1}{2}\pi R^2 IB$$

$$\vec{M} = \vec{p}_m \times \vec{B}$$ 沿$O'O$向上

知识点: 磁矩、磁力矩

9. 螺绕环中心周长$l = 10\,\text{cm}$，环上均匀密绕线圈$N = 200$匝，线圈中通有电流$I = 0.10\,\text{A}$．管内充满相对磁导率$\varepsilon_r = 4200$的磁介质．则管内磁场强度大小为______________，磁感应强度的大小______________.

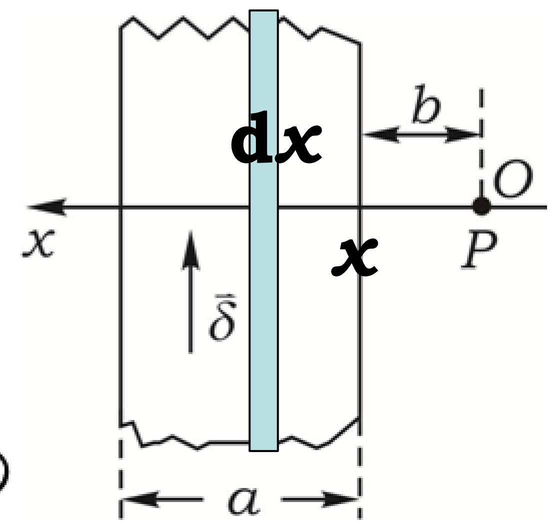
$$H = nI = \frac{N}{l}I = 200\,\text{A}\cdot\text{m}^{-1}$$

$$B = \mu nI = \mu_r\mu_0\frac{N}{l}I = 1.06\,\text{T}$$

知识点: 螺绕环内的磁感应强度

三、计算题

1．一无限长载流平板宽度为 a，线电流密度（即沿 x 方向单位长度上的电流）为 δ，求与平板共面且距平板一边为 b 的任意点 P 的磁感强度.



解：利用无限长载流直导线的公式求解.

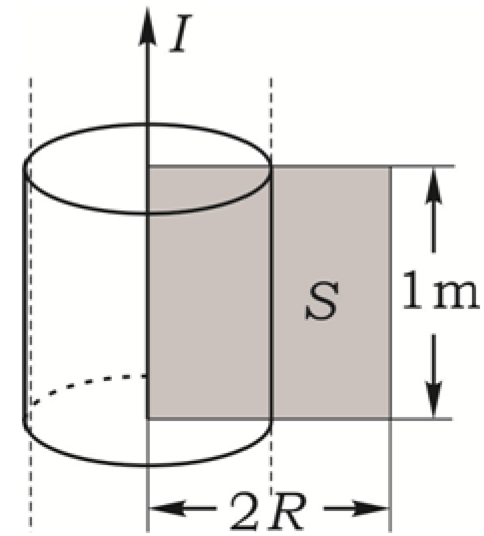
离 P 点为 x 宽度为 $\mathrm{d}x$ 的无限长载流细条，它的电流为 $\mathrm{d}i=\delta\,\mathrm{d}x$

该载流长条在 P 点磁场 $\mathrm{d}B=\dfrac{\mu_0\delta\,\mathrm{d}x}{2\pi x}\ \otimes$

所有载流长条在 P 点产生的磁感强度的方向都相同，所以载流平板在 P 点产生的磁感强度

$$B=\int\mathrm{d}B=\frac{\mu_0\delta}{2\pi}\int_b^{b+a}\frac{\mathrm{d}x}{x}=\frac{\mu_0\delta}{2\pi}\ln\frac{a+b}{b}\quad\otimes$$

2．一无限长圆柱形铜导体（磁导率 μ_0 ），半径为 R，通有均匀分布的电流 I．今取一矩形平面 S （长为 1m，宽为 $2R$ ），位置如图中阴影部分所示．求通过该矩形平面的磁通量．



解：在圆柱体内部与导体中心轴线相距为 r 处的磁感强度的大小，由安培环路定律可得

$$B=\frac{\mu_0 I}{2\pi R^2}r \qquad (r\le R)$$

穿过导体内阴影部分平面的磁通量

$$\Phi_1=\int \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{S}=\int B\,\mathrm{d}S=\int_0^R \frac{\mu_0 I}{2\pi R^2}r\,\mathrm{d}r=\frac{\mu_0 I}{4\pi}$$

在圆形导体外，与导体中心轴线相距 r 处的磁感强度大小为

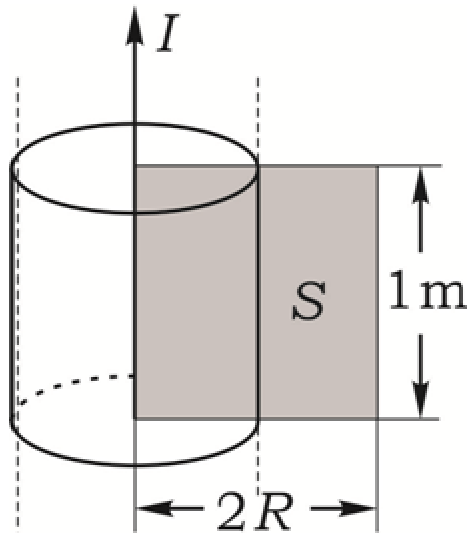
$$B=\frac{\mu_0 I}{2\pi r} \qquad (r>R)$$

穿过导体外画斜线部分平面的磁通

$$\Phi_2 = \int \vec{B} \cdot \mathrm{d}\vec{S} = \int_R^{2R} \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \mathrm{d}r = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \ln 2$$

穿过整个矩形平面的磁通量

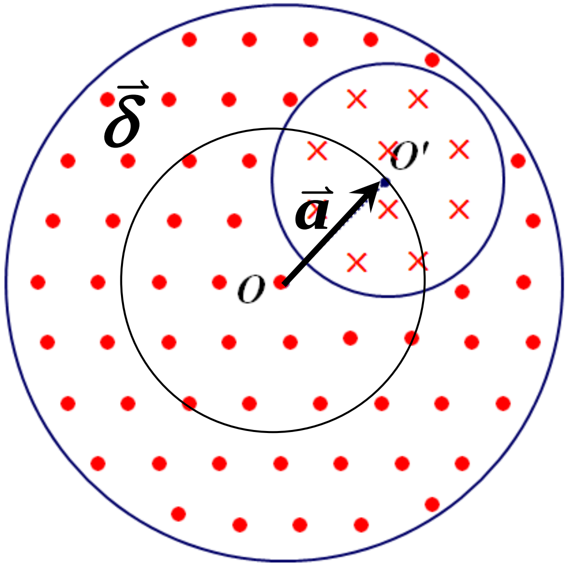
$$\Phi = \Phi_1 + \Phi_2 = \frac{\mu_0 I}{4\pi} + \frac{\mu_0 I}{2\pi} \ln 2$$



3．在半径为 R 的长直金属圆柱体内部挖去一个半径为 r 的圆柱，形成一圆柱形空腔，圆柱体与圆柱形空腔两者轴线平行，其间距 $OO' = a$（$a > r$），如图所示．在此导体上通以电流 I，电流在截面上均匀分布，方向平行于轴线．求：

（1）圆柱空腔轴线上磁感应强度．

（2）空腔中任一点的磁感应强度．



解1: (挖补法)将模型看作是一个电流垂直向外流动半径为R的圆柱体和一个电流垂直向内流动半径为r的圆柱体组成.

电流密度 $\delta = \dfrac{I}{\pi(R^2 - r^2)}$

(1) O'处磁感应强度为

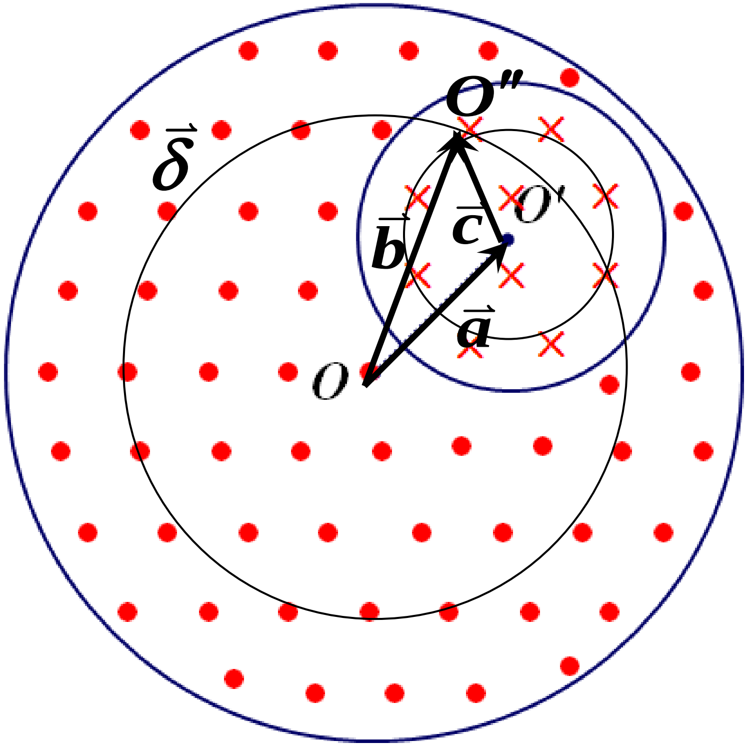
$$2\pi a B_1 = \mu_0 \delta \cdot \pi a^2$$

$$\vec{B}_1 = \frac{\mu_0}{2}\vec{\delta} \times \vec{a}$$

$$\vec{B}_2 = 0$$

$$\therefore \ \vec{B} = \frac{\mu_0}{2}\vec{\delta} \times \vec{a}$$

（2）空腔中任一点的磁感应强度.



解: (2) $2\pi b B_1 = \mu_0 \delta \cdot \pi b^2$

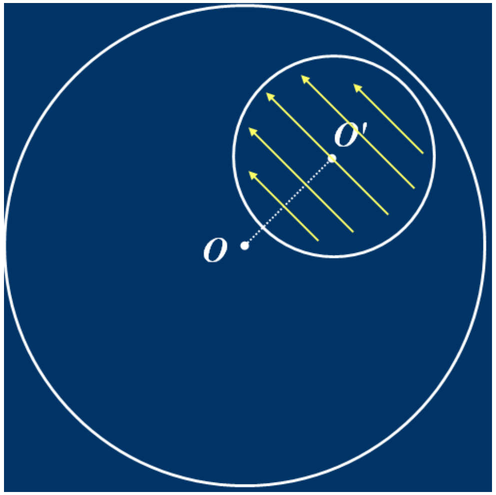
$$\vec{B}_1 = \frac{\mu_0}{2}\vec{\delta}\times\vec{b}$$

$$2\pi c B_2 = \mu_0 \delta \cdot \pi c^2$$

$$\vec{B}_2 = -\frac{\mu_0}{2}\vec{\delta}\times\vec{c}$$

$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 = \frac{\mu_0}{2}\vec{\delta}\times(\vec{b}-\vec{c})$$

$\therefore \vec{B} = \dfrac{\mu_0}{2}\vec{\delta}\times\vec{a}$　空腔内为均匀磁场



说明：此题用矢量计算显然比较简单，而且方向也可明确表达.

解2：标量计算

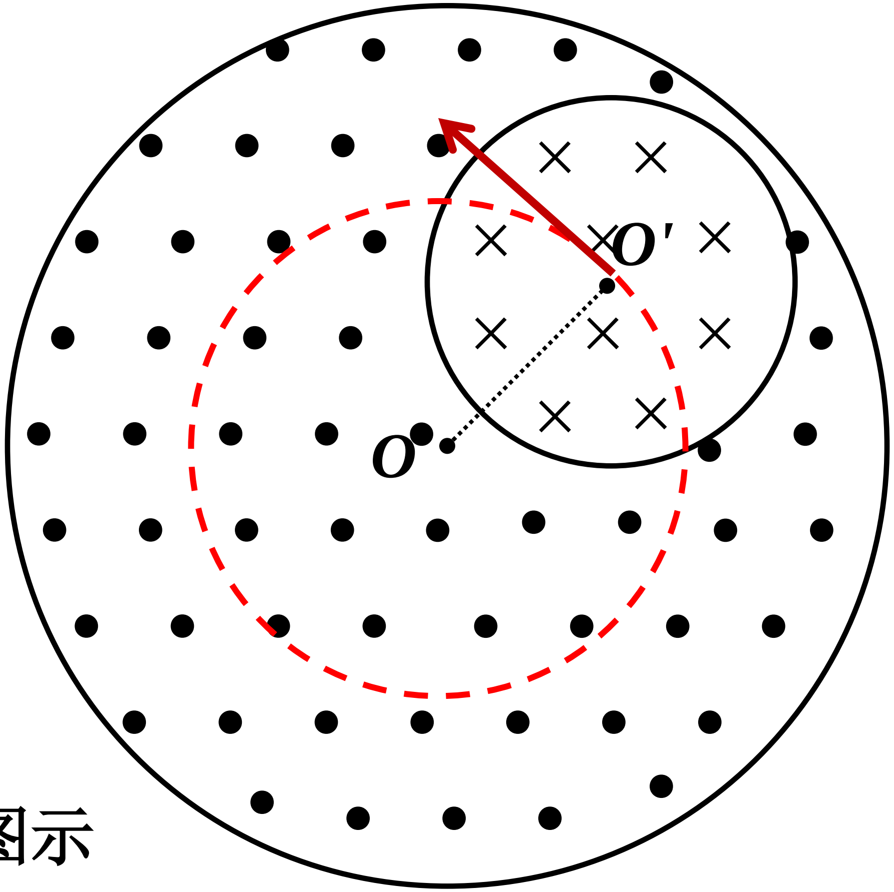
(1) $\delta = \dfrac{I}{\pi(R^2 - r^2)}$

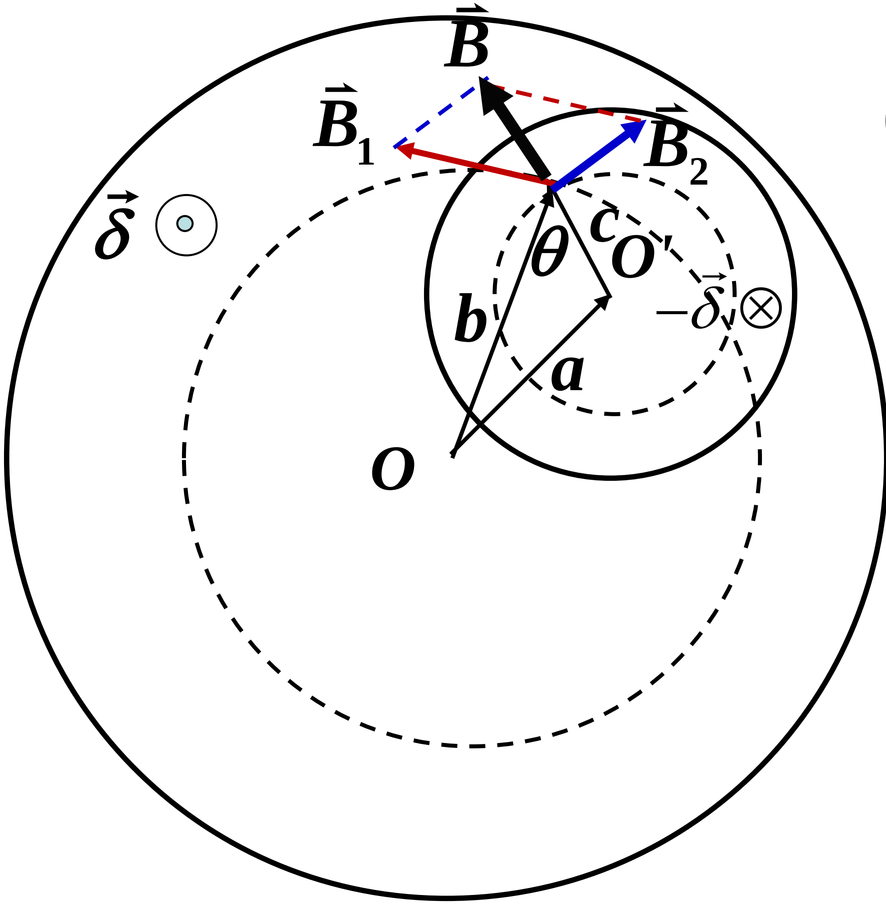
$$2\pi a B_1 = \mu_0 \delta \cdot \pi a^2$$

$$B_1 = \frac{\delta}{2} a \quad \text{方向如图示}$$

$$B_2 = 0$$

$$\therefore \quad B = B_1 = \frac{\delta}{2} a \quad \text{方向如图示}$$





(2) $2\pi b B_1 = \mu_0 \delta \cdot \pi b^2$

$B_1 = \dfrac{\delta}{2} b$ 方向为图中红箭

$2\pi c B_2 = -\mu_0 \delta \cdot \pi c^2$

$B_2 = \dfrac{\delta}{2} c$ 方向为图中蓝箭

$$\cos\theta = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$$

$$B^2 = B_1^2 + B_2^2 + 2B_1 B_2 \cos(\pi - \theta)$$

$$= \left(\frac{\delta}{2} b\right)^2 + \left(\frac{\delta}{2} c\right)^2 - 2 \cdot \frac{\delta}{2} b \cdot \frac{\delta}{2} c \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} \quad \therefore B = \frac{\delta}{2} a$$

方向如图所示

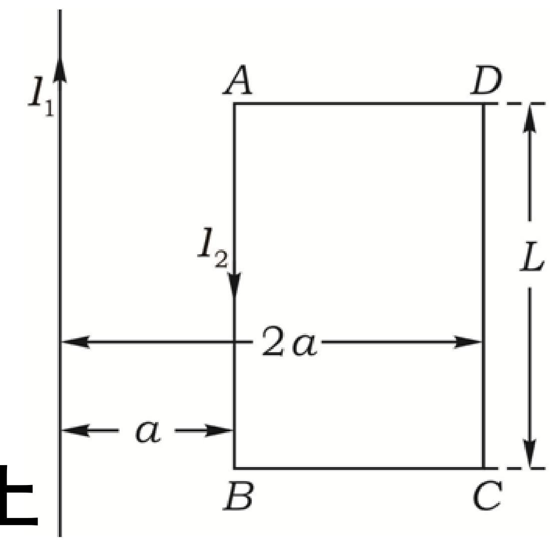
4. 如图所示，一通有电流 I_1 的长直导线，旁边有一个与它共面通有电流 I_2 的长方形线圈，线圈的尺寸与位置如图，它的一对边和长直导线平行，求：

（1）直导线 AB 受到的安培力.

（2）直导线 BC 受到的安培力.

（3）线圈所受安培力的合力.

（4）在保证共面的条件下，线圈从当前位置向右平移 a 距离，求磁场力对线圈所做的功.



解：(1) 直导线 AB 受到的安培力

$$F_{AB}=B_1I_2L=\frac{\mu_0 I_1 I_2 L}{2\pi a}$$ 方向向右

(2) 直导线 BC 受到的安培力

$$F_{BC}=\int_a^{2a} I_2\frac{\mu_0 I_1}{2\pi x}\mathrm{d}x=\frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi}\ln 2$$ 方向向上

(3) 线圈所受安培力的合力为

$$F_{BC}=-F_{AD}\quad F_{AB}=\frac{\mu_0 I_1 I_2 L}{2\pi a}\qquad F_{CD}=-\frac{\mu_0 I_1 I_2 L}{2\pi\cdot 2a}$$

$$\therefore\quad F_{合}=\frac{\mu_0 I_1 I_2 L}{4\pi a}$$

(4) 线圈在*AB*边距离长直导线为*x*时，所受安培力的合力为

$$F=I_2 L\left(\frac{\mu_0 I_1}{2\pi x}-\frac{\mu_0 I_1}{2\pi(x+a)}\right)$$

从 $x=a$ 到 $x=2a$ 磁场对线圈所做的功为

$$W=\int_a^{2a}\frac{\mu_0 L I_1 I_2}{2\pi}\left(\frac{1}{x}-\frac{1}{x+a}\right)\mathrm{d}x=\frac{\mu_0 L I_1 I_2}{2\pi}\ln\frac{4}{3}$$