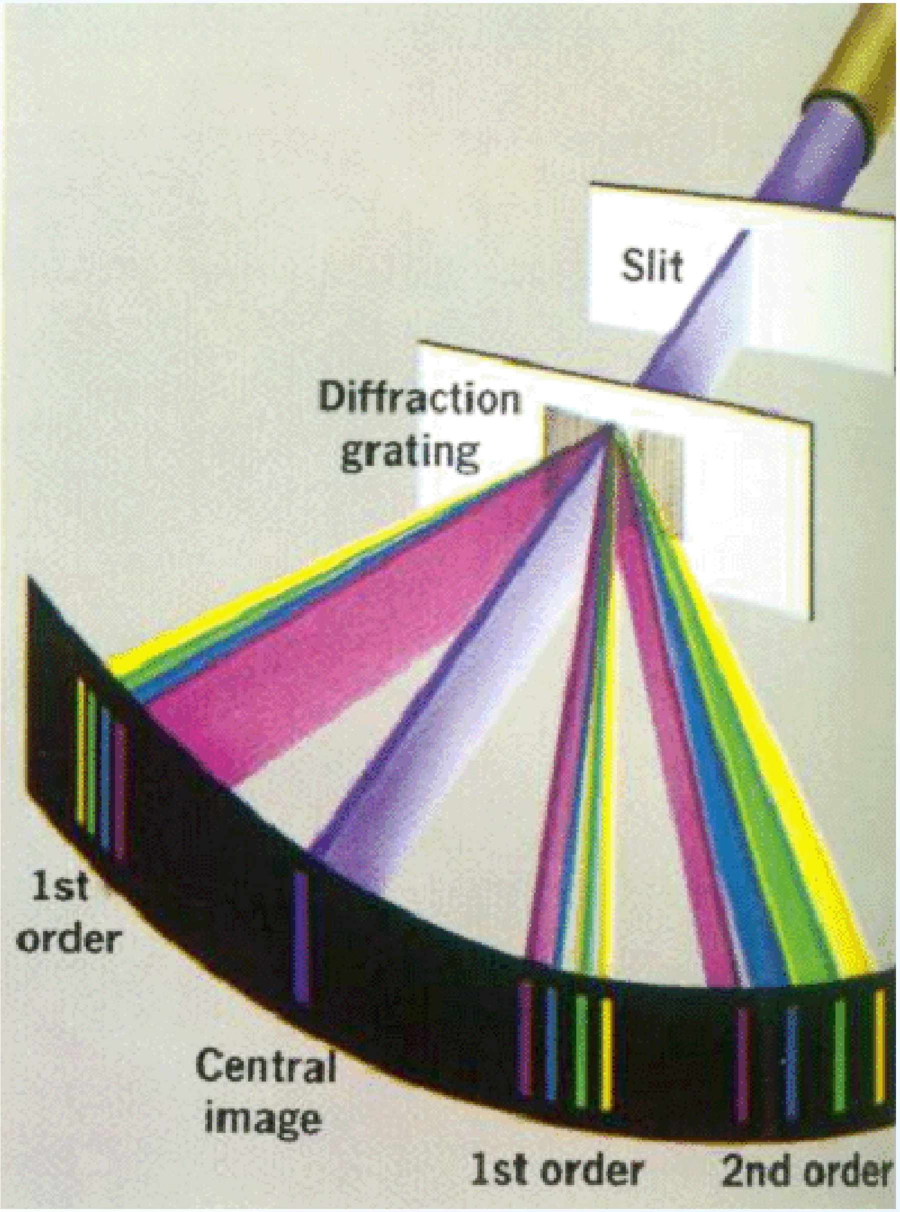
同学们好



Slit
Diffraction grating
1st order
Central image
1st order
2nd order

重要知识点回顾

1. 惠更斯-菲涅耳原理

空间任一点*P*的振动为所有子波在该点引起振动的相干叠加

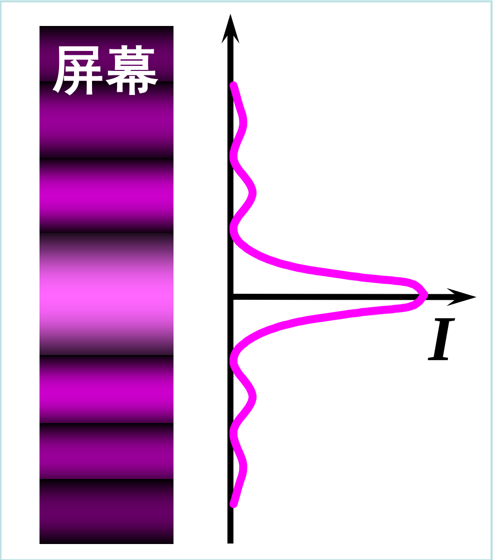
衍射——无限多个连续分布子波源相干叠加

2. 单缝夫琅和费衍射

➢**明暗纹条件**

$$\Delta = a\sin\varphi = \begin{cases} 0 & \text{中央明纹中心} \\ \pm(2k+1)\dfrac{\lambda}{2} & \text{明纹中心} \\ \pm k\lambda & \text{暗纹中心} \end{cases}$$

$k = 1, 2, 3, \cdots$



➢ **衍射条纹角宽度** $\Delta\varphi = \dfrac{\lambda}{a}$ $\Delta\varphi_{中央} = \dfrac{2\lambda}{a}$

3. 光学仪器的分辨率

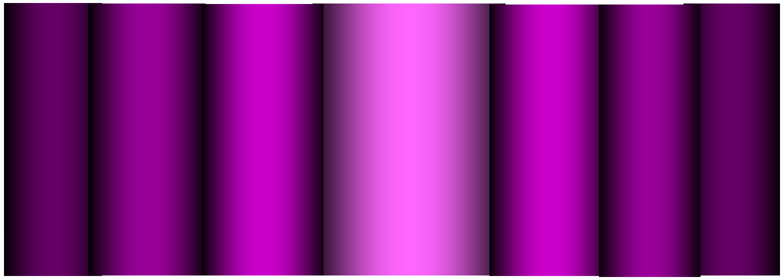
$$R = \frac{1}{\theta_0} = \frac{1}{1 \cdot 22} \cdot \frac{D}{\lambda}$$

提高分辨率途径 $D\uparrow, \lambda\downarrow$

问题：在单缝衍射中 $\Delta\varphi = \dfrac{\lambda}{a}$

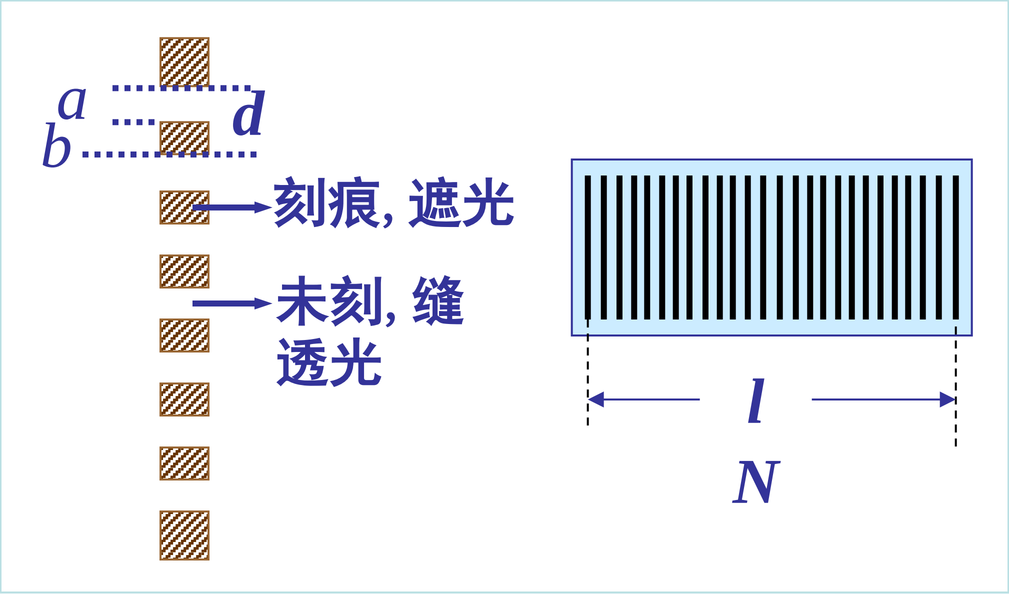
(1) $a\downarrow : \Delta\varphi\uparrow ; I\downarrow$

(2) 明纹中心?



解决办法：采用一系列平行单缝

光栅：平行、等宽、等间距的多狭缝



透射光栅：刻痕玻璃

光栅常数：

$$\boxed{d = a + b = \frac{l}{N}}$$

$(10^{-3} \sim 10^{-4}\,\mathrm{cm})$

光栅衍射

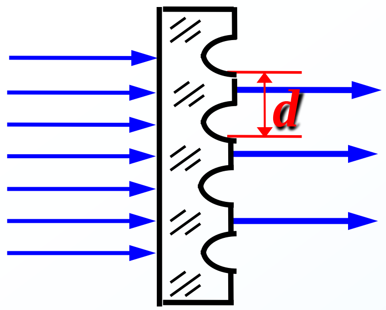
一、衍射光栅(diffraction grating)

大量等宽等间距的平行狭缝(或反射面)构成的光学元件。

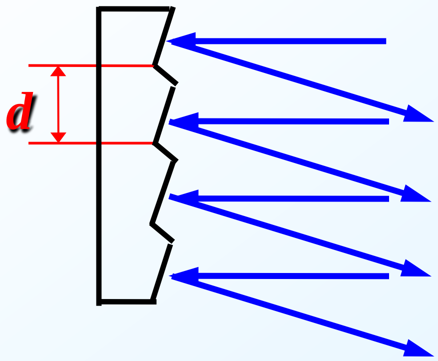
*a*是透光(或反光)部分的宽度

b 是不透光(或不反光)部分的宽度

透射光栅



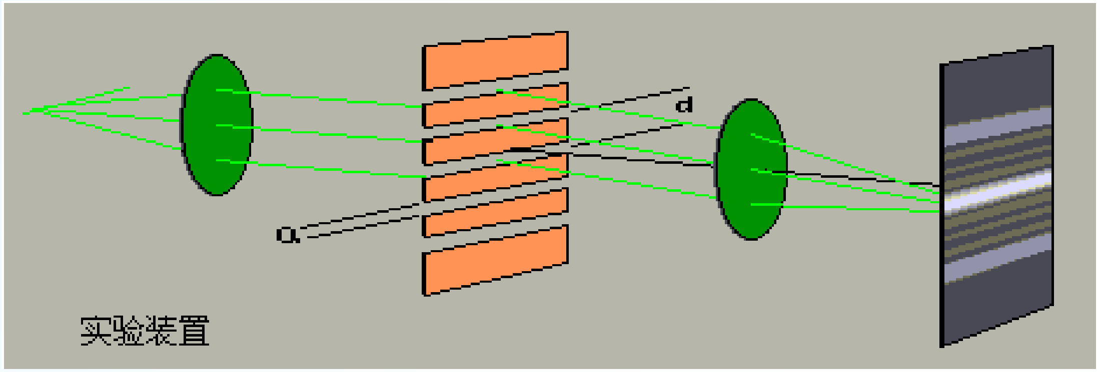
反射光栅



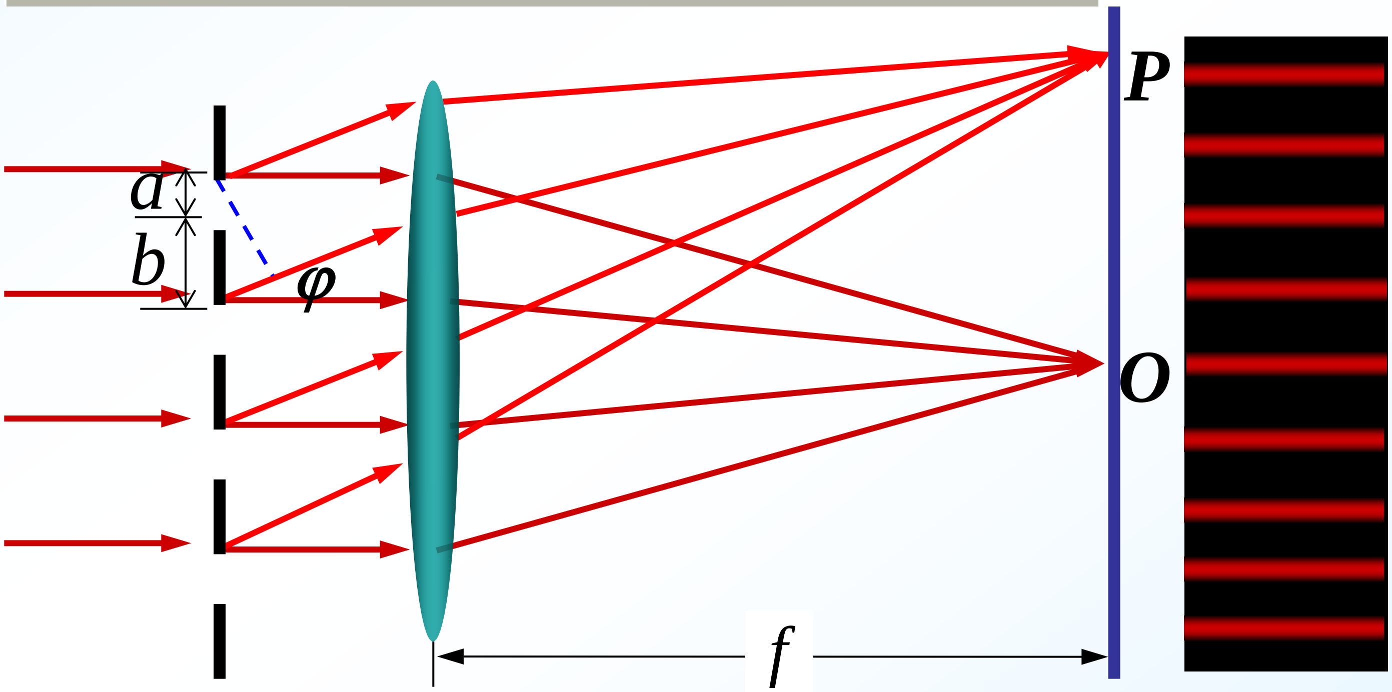
光栅常数(grating constant)

$d=a+b$ —— 光栅常数

光栅衍射



光栅常数
$(a+b)$



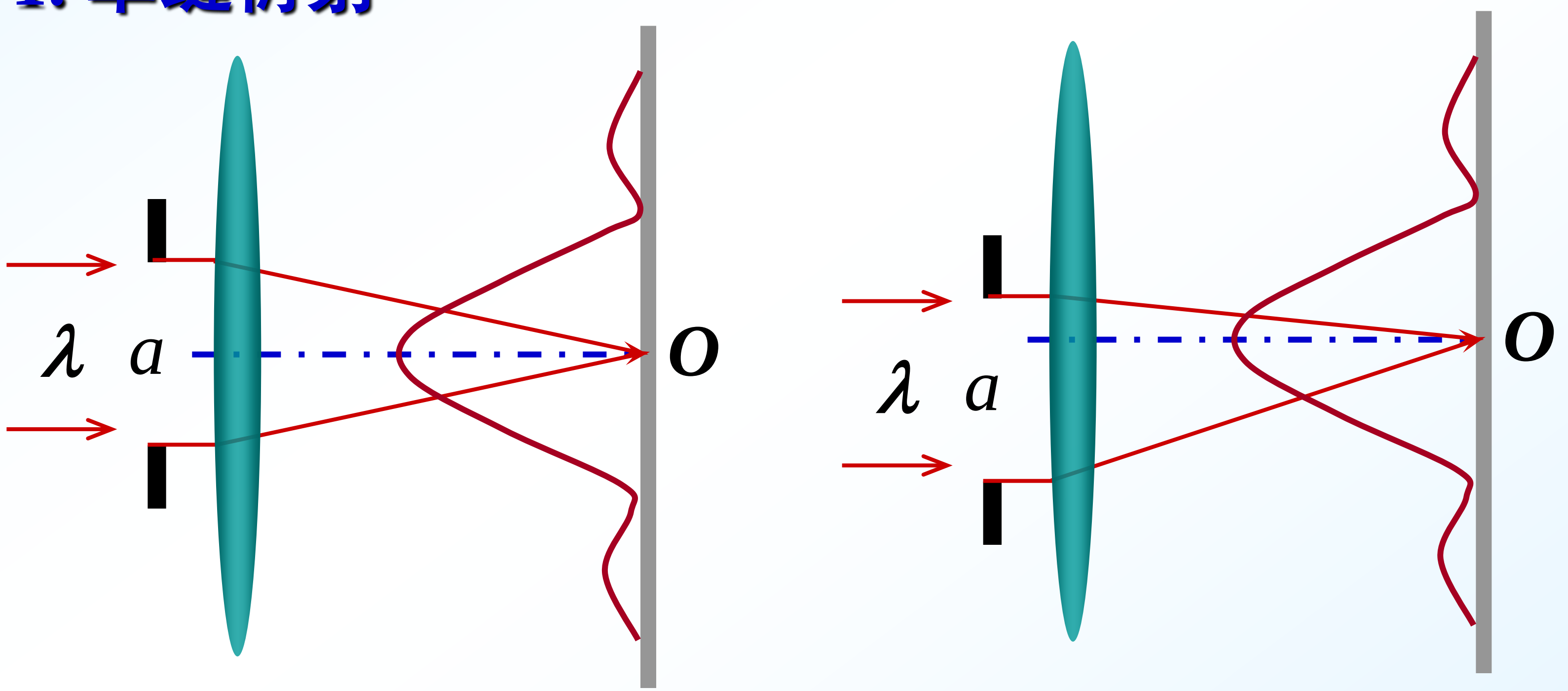
光栅方程(grating equation):

$$\boxed{(a+b)\sin\varphi = \pm k\lambda} \qquad k = 0, 1, 2, \cdots$$

光栅衍射条纹的成因

光栅衍射图样是由来自每一个单缝上许多子波以及来自各单缝对应的子波彼此相干叠加而形成. 因此, 它是**单缝衍射和多缝干涉的总效果**.

1. 单缝衍射

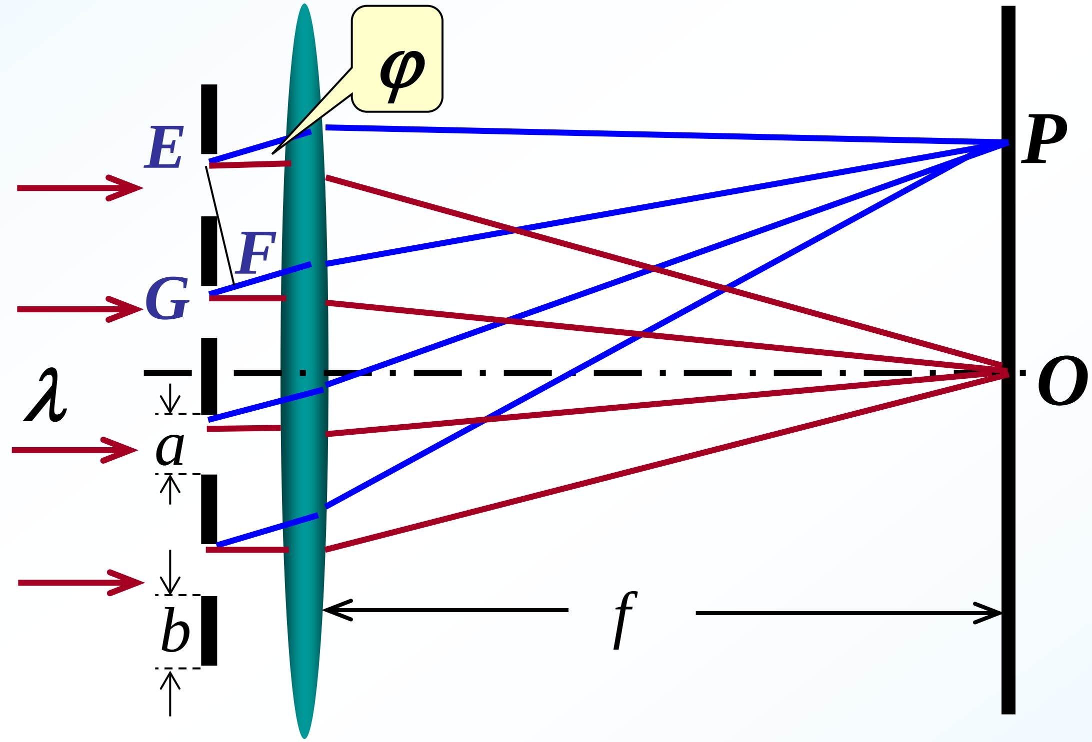


结论: N个单缝衍射图象重合在一起.

2. 多缝干涉

• 每一单缝有相同宽度a, 且满足相干条件.

• 相邻狭缝对应点在衍射角φ方向上的光程差满足:



$$FG = (a+b)\sin\varphi = k\lambda \qquad k = 0, \pm 1, \pm 2, \cdots$$

此时, 它们相干加强, 在屏幕上形成明条纹. 狭缝越多, 条纹就越明亮.

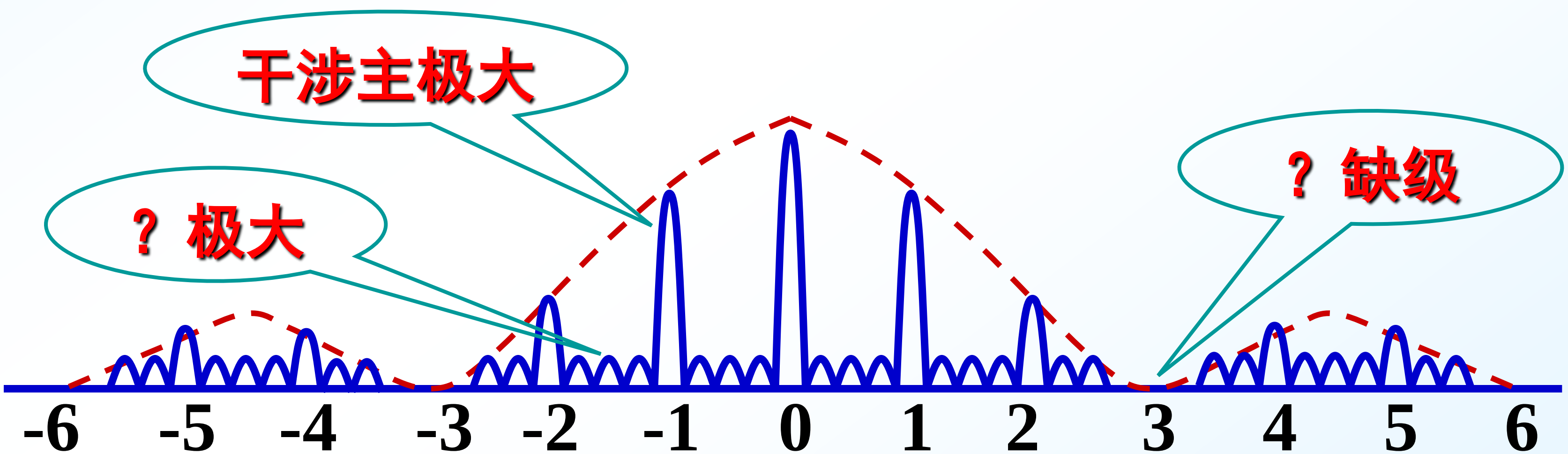
多缝干涉明条纹也称为主极大(principal maximum)明条纹

二、光栅衍射的光强分布

光栅方程： $$\boxed{(a+b)\sin\varphi = \pm k\lambda}$$

$$k = 0, 1, 2, \cdots$$

理论和实验证明： 光栅的狭缝条数越多, 条纹越明亮, 光栅常量越小, 条纹间距越大, 条纹越细.

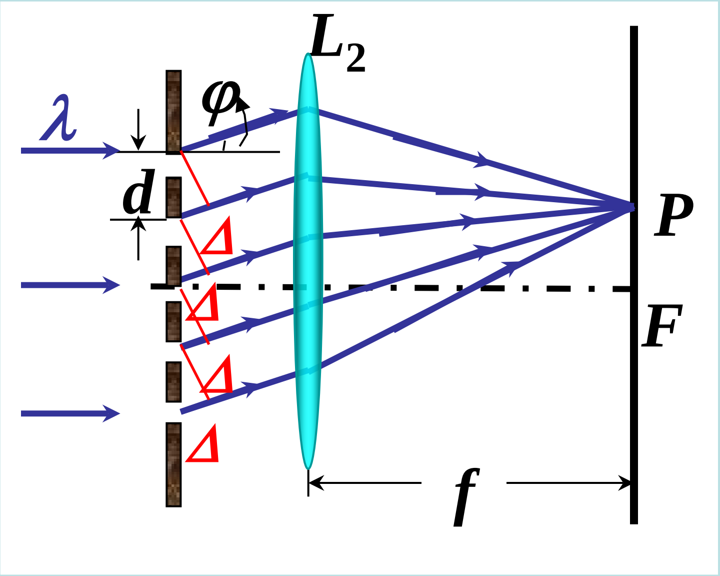


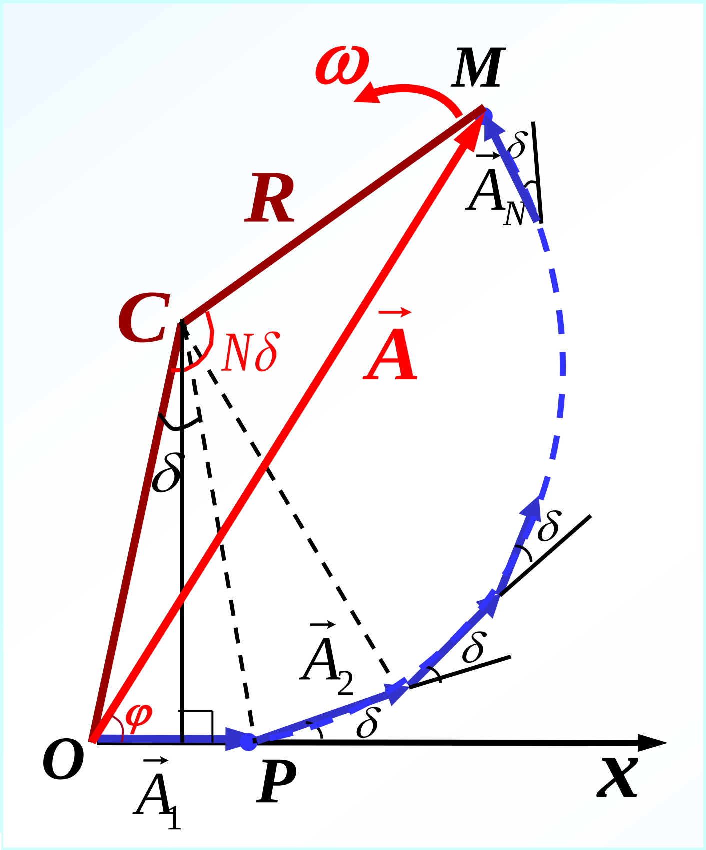
光栅衍射光强分布

1. N 缝干涉光强分布

$$\Delta = d\sin\varphi \qquad \delta = 2\pi\frac{\Delta}{\lambda} = \frac{2\pi d\sin\varphi}{\lambda}$$

$$\vec{A} = \vec{A}_1 + \vec{A}_2 + \cdots + \vec{A}_N$$

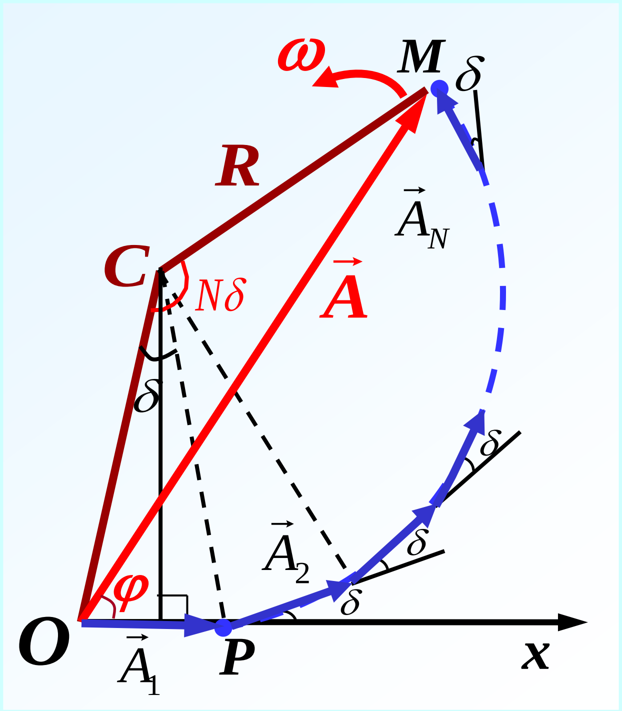




设该正多边形外接圆半径R

$$A_1 = 2R\sin\frac{\delta}{2} \qquad A = 2R\sin\frac{N\delta}{2}$$

$$A = A_1\frac{\sin\dfrac{N\delta}{2}}{\sin\dfrac{\delta}{2}}$$



合振幅： $\boxed{A = A_1 \dfrac{\sin\dfrac{N\delta}{2}}{\sin\dfrac{\delta}{2}}}$

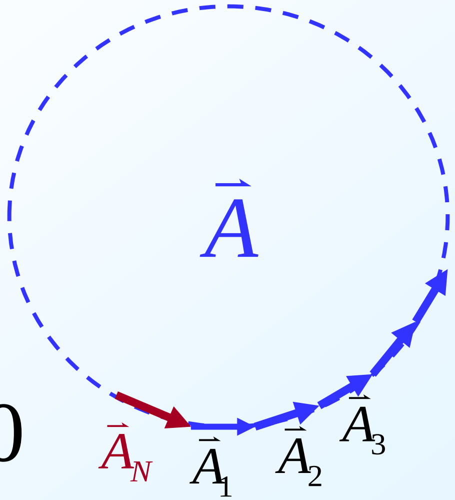
相位： $\varphi = \dfrac{1}{2}(\pi-\delta) - \dfrac{1}{2}(\pi - N\delta) = \dfrac{N-1}{2}\delta$

合振动： $x = A\cos(\omega t + \varphi)$

合振动最强： $\delta = k2\pi$ 多边形 ⟶ 直线 $A = NA_1$

合振动最弱： $\delta = k'2\pi/N \ (k' \neq Nk)$

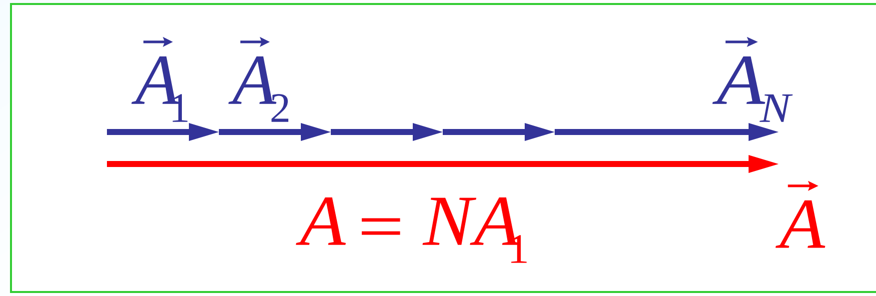
$k = 0, \pm 1, \pm 2, \cdots$



多边形闭合 $A=0$

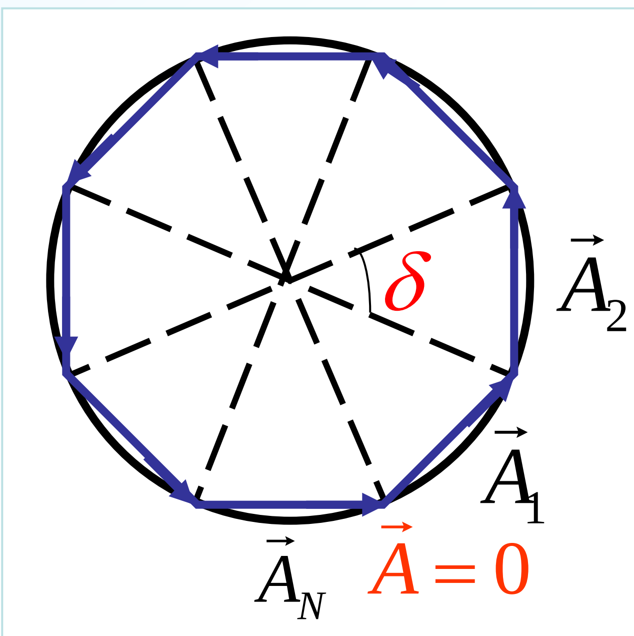
明纹中心 (主明纹、主极大)

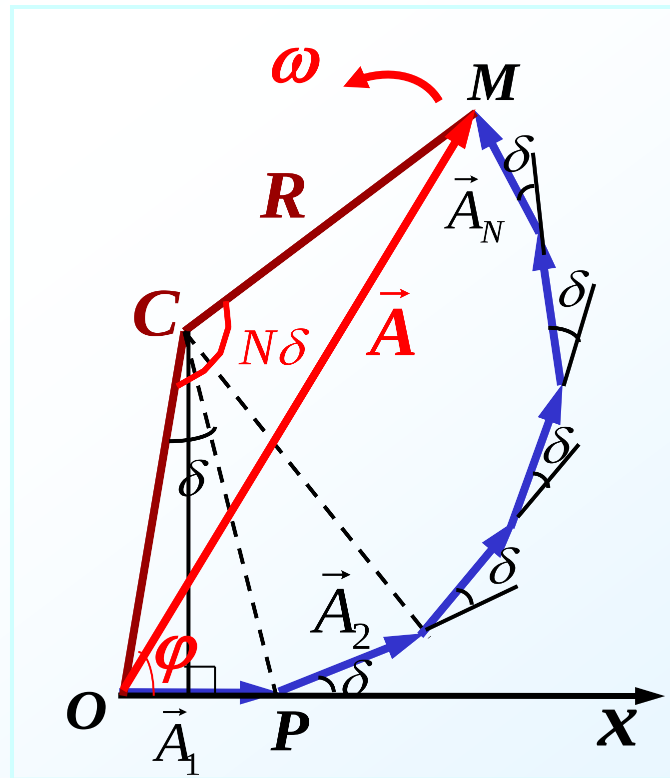
$$I = N^2 I_1$$



暗纹中心 $I = 0$

一般情况 $I = I_1\left(\dfrac{\sin N\beta}{\sin\beta}\right)^2,\ \beta = \dfrac{\delta}{2}$



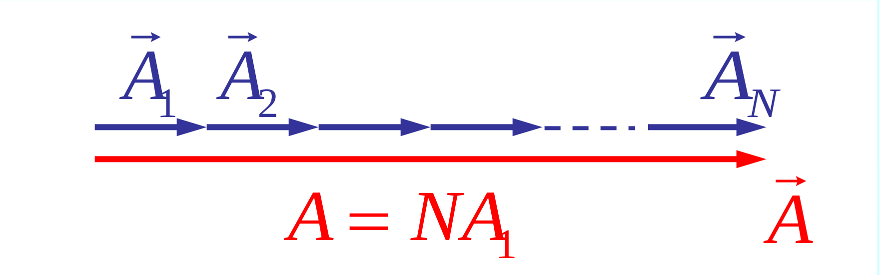


2. 条纹特点(半定量讨论)

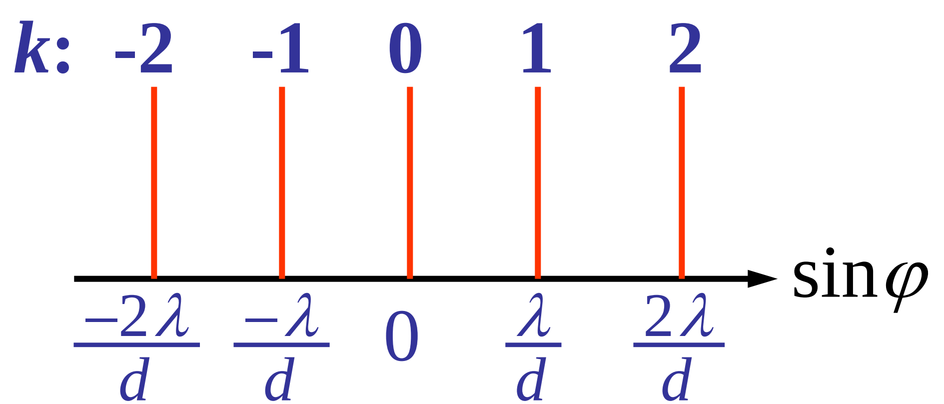
① 明纹中心(主明纹、主极大)条件

$$\Delta = d\sin\varphi = k\lambda$$

$$(k = 0, \pm 1, \pm 2 \cdots)$$



位置： $\sin\varphi = k\dfrac{\lambda}{d}$



亮度： $I = N^2 I_1$

最高级次：

$$|\sin\varphi| < 1$$

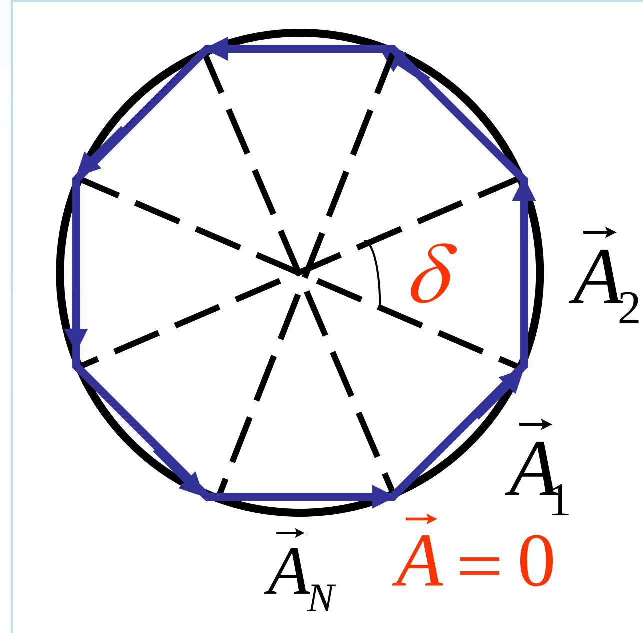
$$k_m < \frac{d}{\lambda} \qquad (\text{例：} \frac{d}{\lambda} = 4\cdot 2, k_m = 4; \frac{d}{\lambda} = 4, k_m = 3)$$

② 暗纹条件

$$N\delta = 2\pi k'$$

$$N \cdot \frac{2\pi d \sin\varphi}{\lambda} = 2\pi k'$$

位置： $\sin\varphi = \frac{k'}{N} \cdot \frac{\lambda}{d} \qquad (k' \neq Nk)$



k'为不等于Nk的整数，否则为主极大，不是暗纹

k'取值：

k: 0 1 2

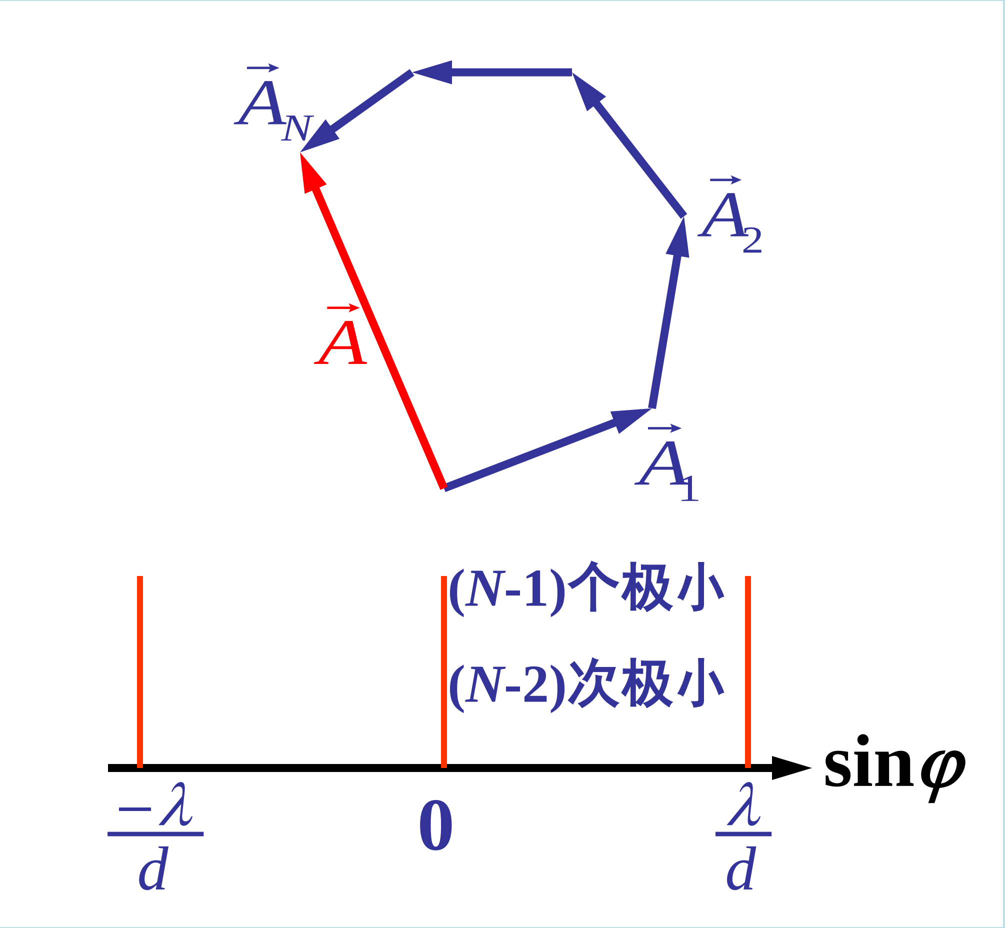
k': $\underline{\neq 0}$, 1, 2, $\cdots N-1$, $\underline{\neq N}$, $N+1$, $N+2, \cdots 2N-1$, $\underline{\neq 2N}$, $2N+1, \cdots$

相邻两条主明纹间有(N-1)条暗纹

③ 次极大条件

对应按多边形法则叠加，不正好为直线，也不正好闭合的其余位置.

(N-1)条暗纹由(N-2)个次极大隔开，相邻两条主明纹间有(N-1)条暗纹和(N-2)个次极大.



④ 主明纹角宽度

每条主明纹的角宽度：在kN-1和kN+1两条暗纹之间，

对应 $\Delta k' = 2$

由暗纹条件

$$\sin\varphi = \frac{k'}{N}\cdot\frac{\lambda}{d}$$

$$\cos\varphi\cdot\Delta\varphi = \frac{\lambda}{Nd}\cdot\Delta k'$$

$$\Delta k' = 2 \qquad \Delta\varphi = \frac{2\lambda}{Nd\cos\varphi} \approx \frac{2\lambda}{Nd}$$

(用于低级次$\varphi\to 0, \cos\varphi\to 1$)

$N\uparrow$主明纹越细窄明亮，光栅分辨本领越高.

⑤ 衍射对多缝干涉的影响

1) 亮度调制

$$\beta = \frac{\delta}{2} = \frac{\pi d \sin\varphi}{\lambda}$$

a*: 缝宽 *d*: 光栅常数 *a*+*b

φ: 衍射角

光强分布： $$I = I_1 (\frac{\sin N\beta}{\sin\beta})^2$$

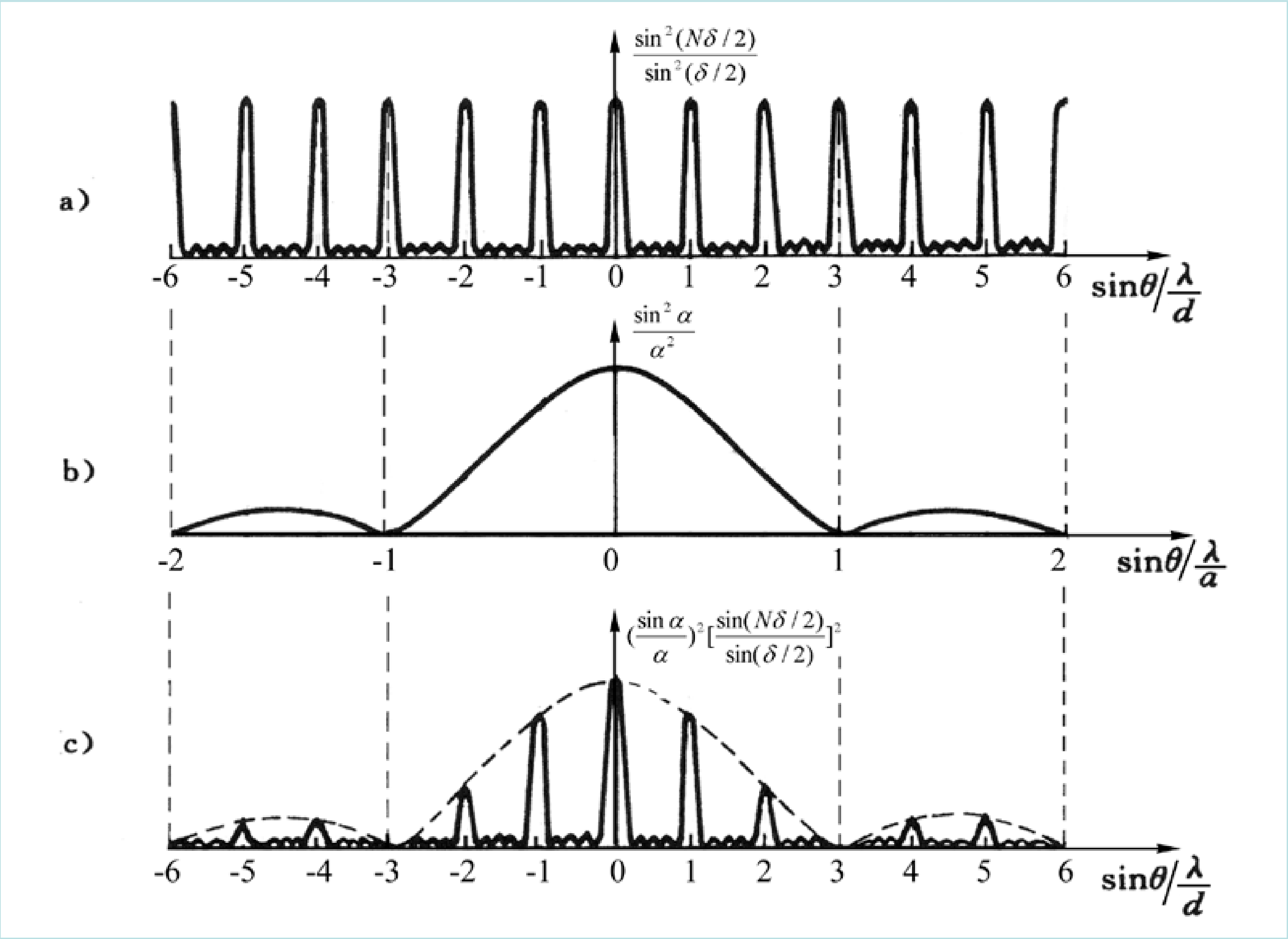
其中： $$I_1 = I_0 (\frac{\sin\alpha}{\alpha})^2 \qquad \alpha = \frac{\pi a \sin\varphi}{\lambda}$$ **(单缝衍射)**

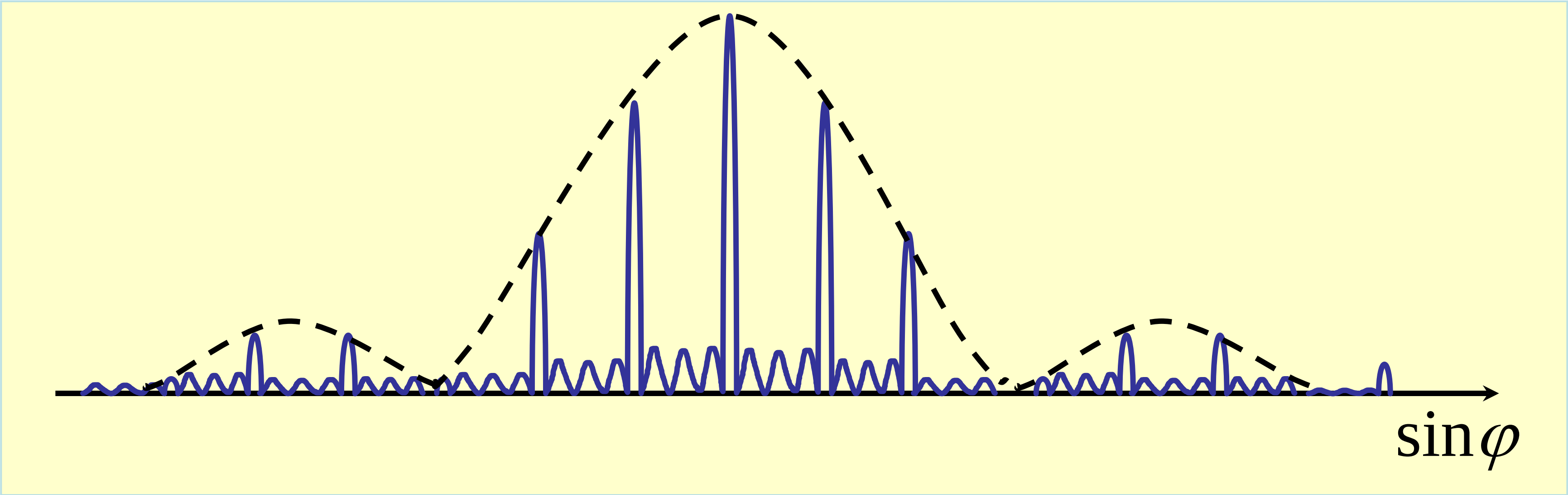
$$I = I_0 (\frac{\sin\alpha}{\alpha})^2 \cdot (\frac{\sin N\beta}{\sin\beta})^2$$

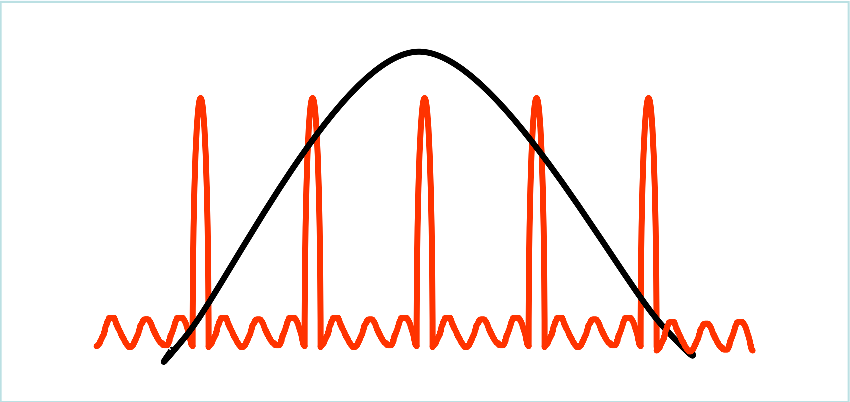
单缝衍射因子　　多(*N*)缝干涉因子

$$I = I_0\left(\frac{\sin\alpha}{\alpha}\right)^2 \cdot \left(\frac{\sin N\beta}{\sin\beta}\right)^2$$

同一缝中，子波相干影响亮度分布

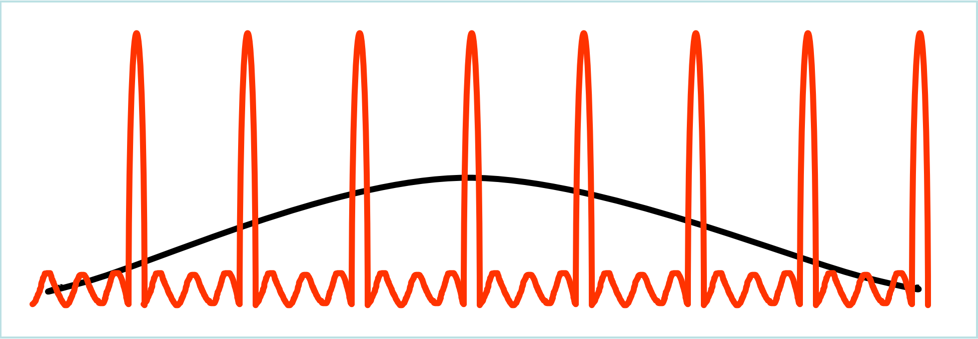






$a\uparrow \rightarrow \Delta\varphi\downarrow$

干涉+衍射



$a\downarrow \rightarrow \Delta\varphi\uparrow$

以干涉为主

2) 缺级(missing order)： 多缝干涉应出现的明纹处，由于衍射效应却成为暗纹的现象.

单缝衍射 $a\sin\varphi = k'\lambda$

光栅方程 $(a+b)\sin\varphi = k\lambda$

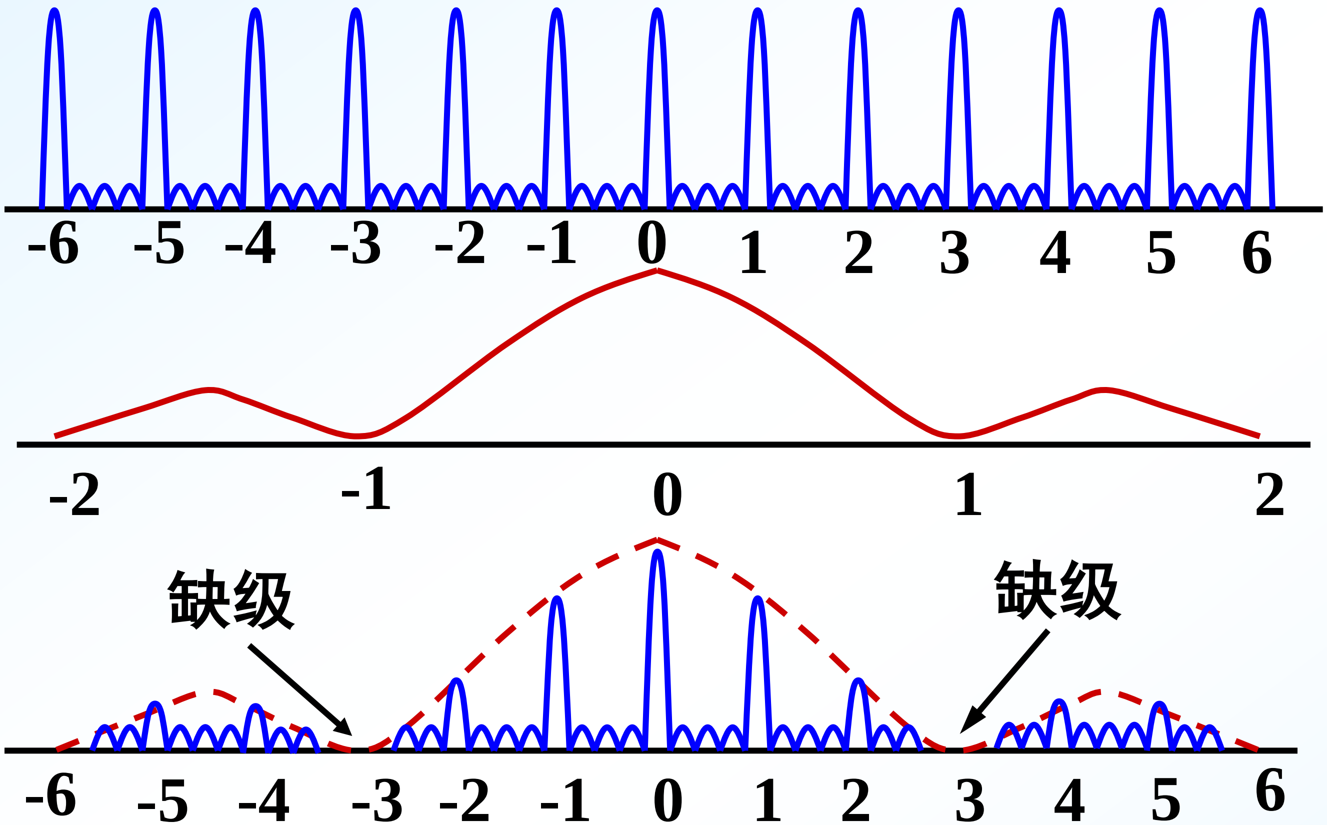
同时满足二式时，光谱线k级将不出现

设： $\dfrac{(a+b)}{a} = m$

则： $\dfrac{k}{k'} = m \qquad k = k'm$

$$k' = \pm 1\ ,\pm 2\ ,\ \pm 3\ ,\cdots\cdots$$

$$k = \pm m, \pm 2m, \pm 3m, \cdots\cdots$$ 缺级

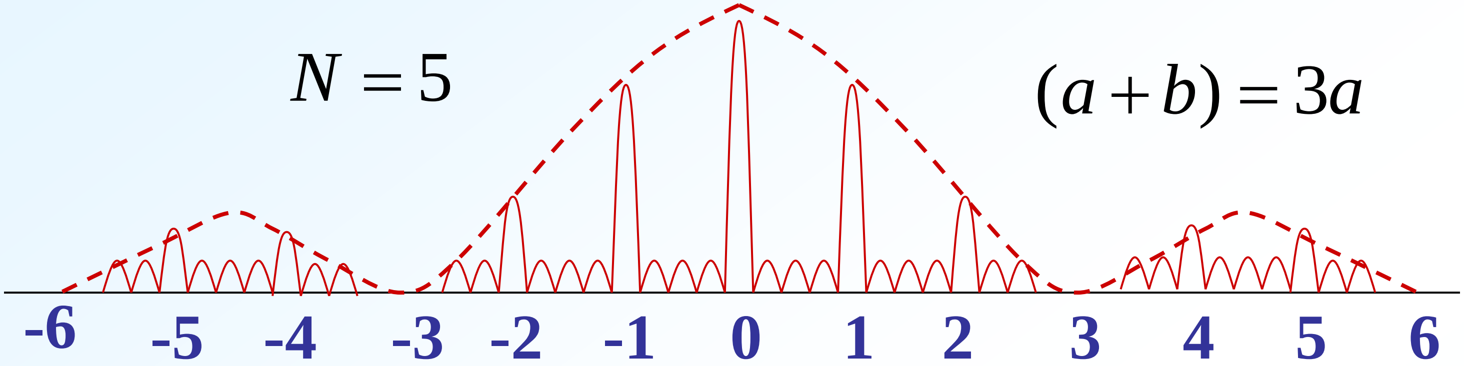


3) 单缝衍射中央明纹区主极大条数

$$2m-1=2(\underbrace{\frac{d}{a}}_{\text{进整}})-1$$

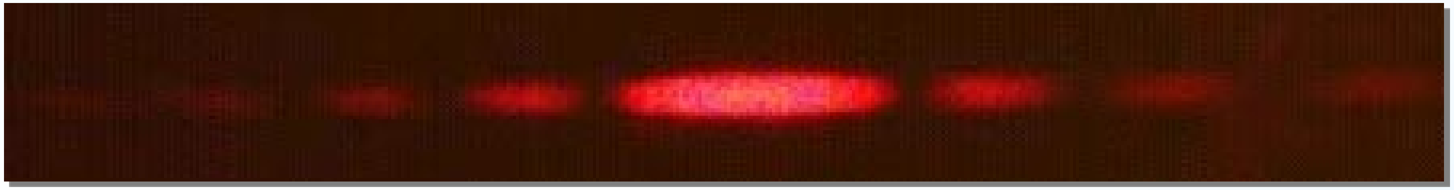
奇数个主极大明纹

$N=5$ $\quad (a+b)=3a \quad m=3$

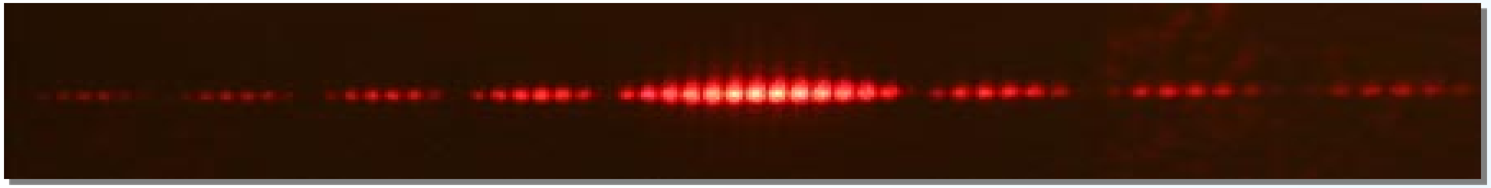


$k=\pm3,\pm6,\pm9,\cdots$**缺级**

单缝:



双缝:



$a=0.04\,\mathrm{mm} \qquad (a+b)=7a \qquad m=7k'$

$\therefore \quad k=\pm7,\pm14,\pm21,\cdots$**缺级**

例1 用每毫米500条栅纹的光栅，观察钠光谱线（λ=590nm）问：(1)光线垂直入射；(2) 光线以入射角30°入射时，最多能看到几级条纹？

解： (1) $(a+b)\sin\varphi = k\lambda$

$$k = \frac{a+b}{\lambda}\sin\varphi \qquad \varphi = 90^\circ \quad \sin\varphi = 1 \quad k\text{最大}$$

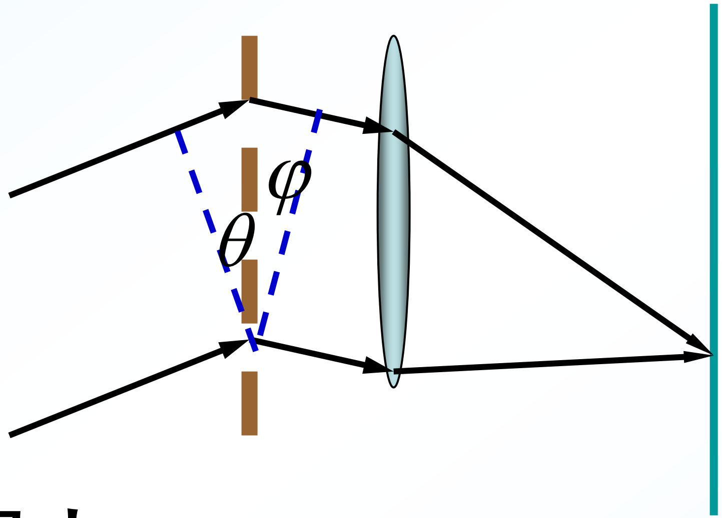
$$a+b = \frac{1\times 10^{-3}}{500} = 2\times 10^{-6}\ \mathrm{m}$$

$$k = \frac{a+b}{\lambda} = \frac{2\times 10^{-6}}{590\times 10^{-9}} \approx 3.39$$

取 k =3

(2)

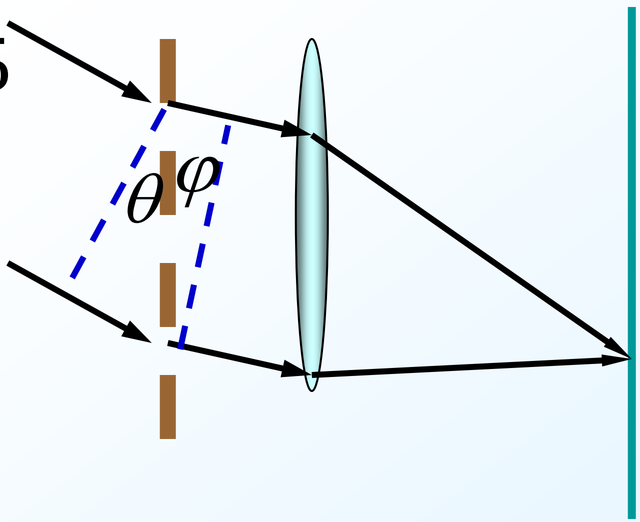
$$(a+b)(\sin\theta+\sin\varphi)=k\lambda$$



$$k=\frac{(a+b)(\sin\theta+\sin\varphi)}{\lambda}$$

$\varphi=90°$ $\sin\varphi=1$ ***k*最大**

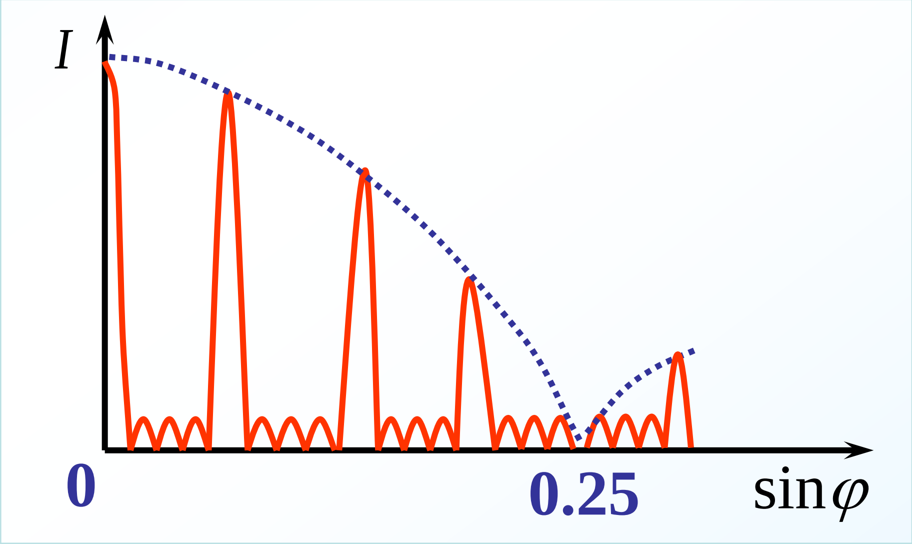
$$k=\frac{2\times10^{-6}\times(\sin30°+1)}{5900\times10^{-10}}\approx5.085$$



$$k=\frac{(a+b)(\sin\varphi-\sin\theta)}{\lambda}$$

$=1.69$ **取** $k=1$

例2 用波长为λ=500nm的单色光垂直照射光栅，观察到图所示的衍射光强分布确定. 由图示信息计算(1) 缝数N；(2) 狭缝的最小宽度；(3)光栅常量。



解： ① 相邻主极大之间有**N-1**个暗纹 $N=5$

② $a\sin\varphi = k'\lambda$

$k'=1 \quad \sin\varphi = 0\cdot 25$

$$a=\frac{500}{0\cdot 25}=2\times 10^{3}\,\mathrm{nm}$$

③ $d\sin\varphi = k\lambda$

$k=4 \quad \sin\varphi = 0\cdot 25 \qquad d=\dfrac{4\times 500}{0\cdot 25}=8\times 10^{3}\,\mathrm{nm}$

或由缺级 $\dfrac{d}{a}=4 \quad d=4a=8\times 10^{3}\,\mathrm{nm}$

例3 用波长为λ=600nm的单色光垂直照射光栅, 观察到第二级、第三级明纹分别出现在$\sin\varphi$=0.20和$\sin\varphi$=0.30处, 第四级缺级. 求：(1)光栅常量；(2)狭缝的最小宽度；(3)列出全部条纹的级数.（例13-12）

解： (1) $$d=\frac{k\lambda}{\sin\varphi}=\frac{2\times600\times10^{-9}}{0.2}=6\times10^{-6}\ \mathrm{m}$$

(2) 第四级缺级 $$a=\frac{d}{4}=1.5\times10^{-6}\ \mathrm{m}$$

(3) $$k_{\max}=\frac{d}{\lambda}\sin90^{\circ}=\frac{6\times10^{-6}\times1}{6\times10^{-7}}=10$$

$$k=0,\pm1,\pm2,\pm3,\pm5,\pm6,\pm7,\pm9$$

例4 一双缝, 缝距0.40mm, 两缝宽度都是0.08mm. λ=480nm的平行光垂直照射双缝, 在双缝后放一焦距为2.0m的透镜, 求:

(1) 在透镜焦平面处的屏幕上, 双缝干涉条纹间距Δx;

(2) 在单缝衍射中央亮纹范围内的双缝干涉条纹数目N 和相应的级数.

解: (1) $\Delta\varphi = \dfrac{\lambda}{d}$ $\quad \Delta x = f\Delta\varphi = \dfrac{f\lambda}{d} = \dfrac{2\times4.8\times10^{-7}}{0.40\times10^{-3}}$

$$= 2.4\times10^{-3}(\mathrm{m}) = 2.4(\mathrm{mm})$$

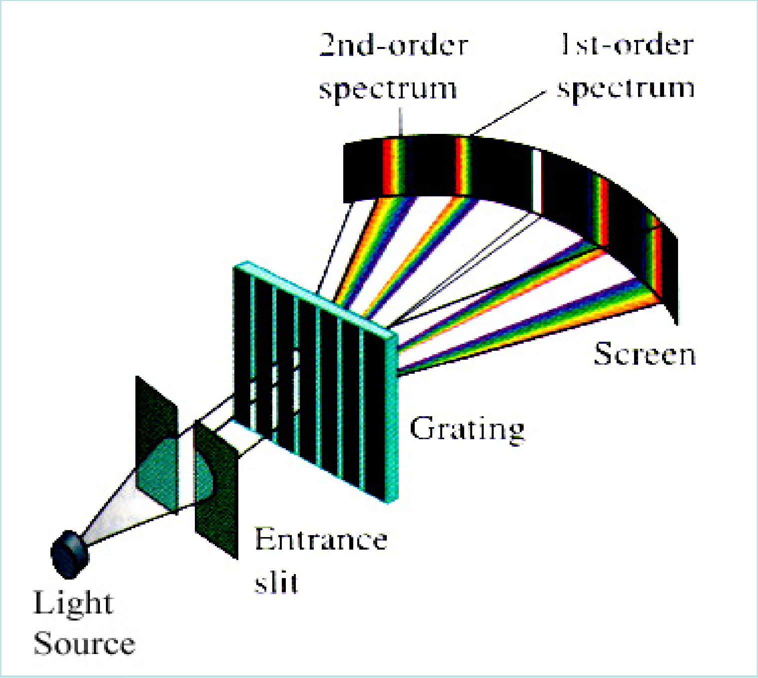
(2) $\dfrac{d}{a} = \dfrac{0.40}{0.08} = 5$ $\quad N = 2(\dfrac{d}{a}) - 1 = 9$

$$k = 0, \pm1, \pm2, \pm3, \pm4$$

衍射光谱

当垂直入射光为白光时, 则形成光栅光谱. 中央零级明条纹仍为白光, 其它主极大则由各种颜色的条纹组成. 由光栅方程可知, 不同波长由短到长的次序自中央向外侧依次分开排列.

光栅常量($a+b$)越小, 或光谱级次越高, 则同一级衍射光谱中的各色谱线分散得越开.



光盘反射光栅

例5 用白光(λ_1=400nm→λ_2=760nm)垂直照射在每厘米中有 6500 条刻线的平面光栅上, 求第三级光谱的张角.

解: 光栅常量为 $d=\dfrac{1}{6500}\text{cm}$

设第三级紫光和红光的衍射角分别为φ_1、φ_2，则由

$d\sin\varphi = k\lambda$　　得

$$\sin\varphi_1=\frac{k\lambda_1}{d}=0.78\Rightarrow\varphi_1=51.26^\circ$$

$$\sin\varphi_2=\frac{k\lambda_2}{d}=1.48(\text{不存在})$$

k =3 只出现一部分光谱, 光谱张角为

$$\Delta\varphi = 90^\circ - 51.26^\circ = 38.74^\circ$$

$k = 3$所能出现的波长λ'对应$\varphi' = 90^\circ$，所以

$$\lambda' = \frac{d\sin 90^\circ}{k} = \frac{1}{6500\times 3}$$

$$= 5.13\times 10^{-5}\mathrm{cm} = 513.9\mathrm{nm}$$ 绿光

第三级只出现紫、蓝、青、绿, 不出现黄、橙、红.

衍射和干涉的区别

(1) 干涉和衍射都是光的波动性表征.

(2) 光的干涉是指两束或有限束光的迭加, 使得某些区域振动加强, 某些区域减弱形成明暗条纹, 且每束光线都按几何光学直线传播.

光的衍射是光在空间传播时能够绕过障碍物, 且产生明暗条纹的现象, 光不是按几何光学的直线传播.

(3) 衍射现象就是无数个子波迭加时产生的干涉的结果. 衍射现象的本质也是干涉现象.

X射线衍射

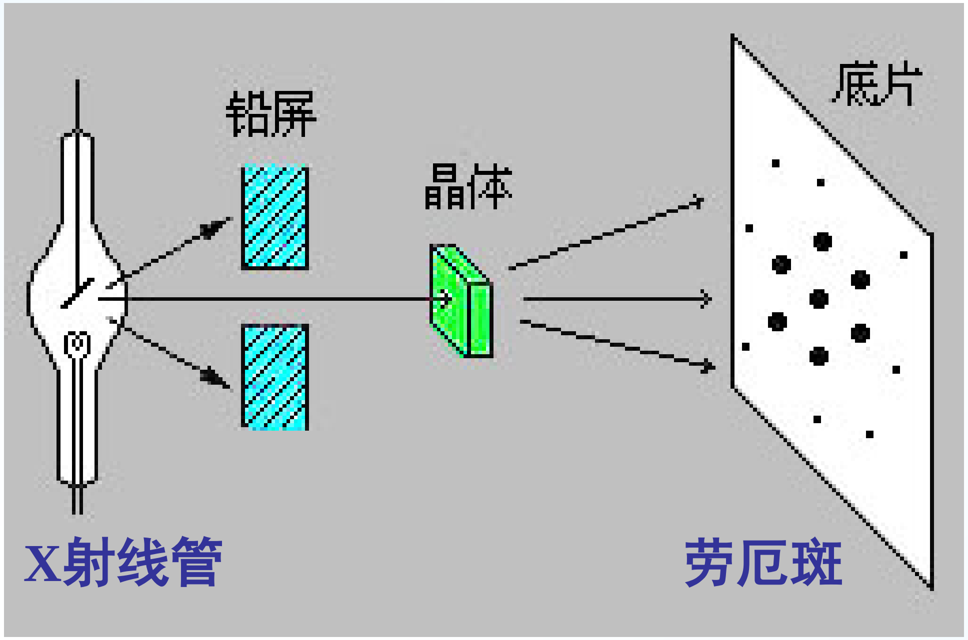
伦琴射线— *X* 射线, 1895年被德国物理学家伦琴(W.Crontgen)发现, 1901年首届诺贝尔物理学奖授给了伦琴.

1896年伦琴首次拍摄到他妻子手的X射线照片, 其无名指上戴着的戒指清晰可见.

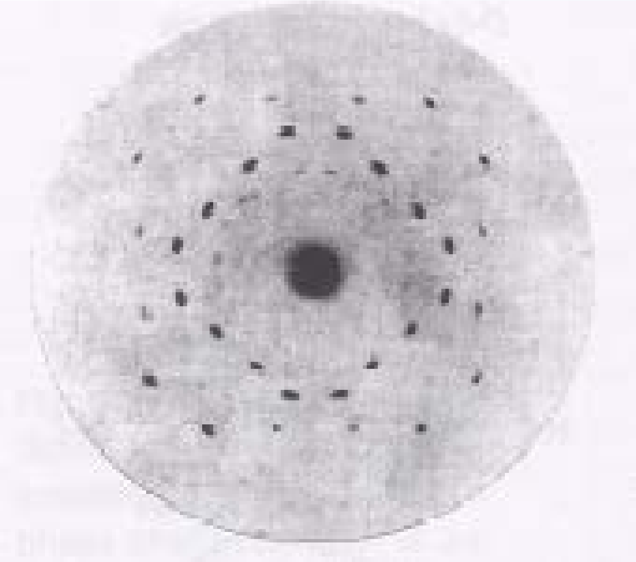
X射线特点：不带电, 穿透本领强. 为研究其波动性, 寻找相应的光栅.

X射线(X-rays)

X射线由高速电子撞击物体时产生, 它在本质上和可见光一样, 是一种电磁波, 它的波长约为0.04~5(nm).



1912年, 德国物理学家劳厄(Max von Laue 1879 – 1960)进行了X 射线的晶体衍射实验, 看到了X射线的衍射图样.

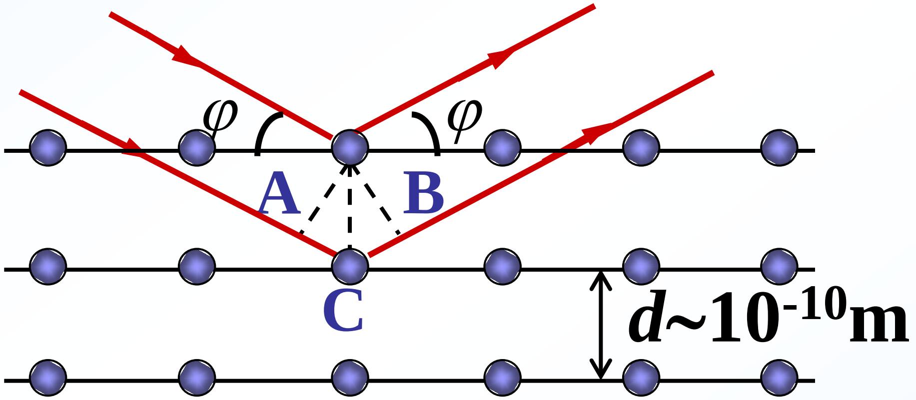


X射线在晶体上的衍射

布喇格条件
(Bragg condition)：

$$\boxed{2d\sin\varphi = k\lambda}$$

$$k = 1,2,3,\cdots$$



φ： 掠射角, 对不同晶面同一束 X 射线有不同的掠射角, d 亦不同；

意义： 通过衍射光谱的分析, 确定晶体的结构；
也可根据已知的晶体结构, 分析X射线谱.

复习： § 13.8 § 13.10

练习： 思考题 13-21~13-24, 习题 13-24~13-27

预习： § 13.11 ~ § 13.14