
第二篇 电磁学

电磁学(electromagnetism)研究内容

电磁相互作用及其运动规律

主要特点：研究对象不再是分离的实物，而是连续分布的场，用空间函数(如 $\vec{E}$，U，$\vec{B}$ 等)描述其性质。

场具有可入性，所以叠加原理地位重要。

电磁学 →

- 静电场
- 恒定磁场
- 变化中的电磁场

第6章　电荷与电场

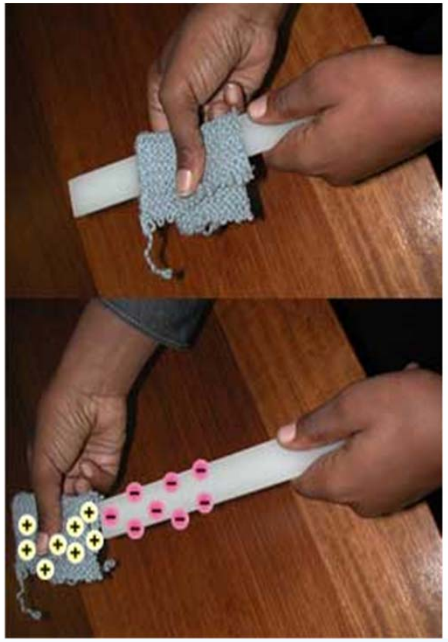
主要任务：研究相对于观察者静止的电荷在空间激发的电场——静电场(electrostatic field)的规律。

要点

1. **两条基本实验定律：**库仑定律，静电力叠加原理。
2. **两个基本物理量：**电场强度 $\vec{E}$，电势 U。
3. **两条基本定理：**静电场高斯定理，环路定理。
   ------ 揭示静电场基本性质
4. **静电场与物质(导体和电介质)的相互作用。**

§6-1 库仑定律与电场强度

一、电荷及其性质



电荷(electric charge)：物质所带的电，它是物质的固有属性。自然界中存在着两种不同性质的电荷，一种称为正电荷，另一种称为负电荷。

电荷的基本性质：电荷与电荷之间存在相互作用力，同性相斥；异性相吸。

电量(electric quantity)：带电体所带电荷的量值，一般用q表示，在SI制中，其单位为库仑(C)。

电荷守恒定律：在一个孤立的带电系统中，无论发生什么变化，系统所具有的正负电荷电量的代数和保持不变.

本杰明·富兰克林

18世纪美国科学家，发明家，
政治家，外交家，航海家，
美国奠基人

电荷量子化：$q = ne \quad n=1,2,3,\ldots$

基本电荷量：$e = 1.602\times 10^{-19}\ \mathrm{C}$

电荷的运动不变性（非相对论性）：**一个电荷的电荷量与它的运动状态无关，即系统所带电荷量与参考系的选取无关。**

二、库仑定律

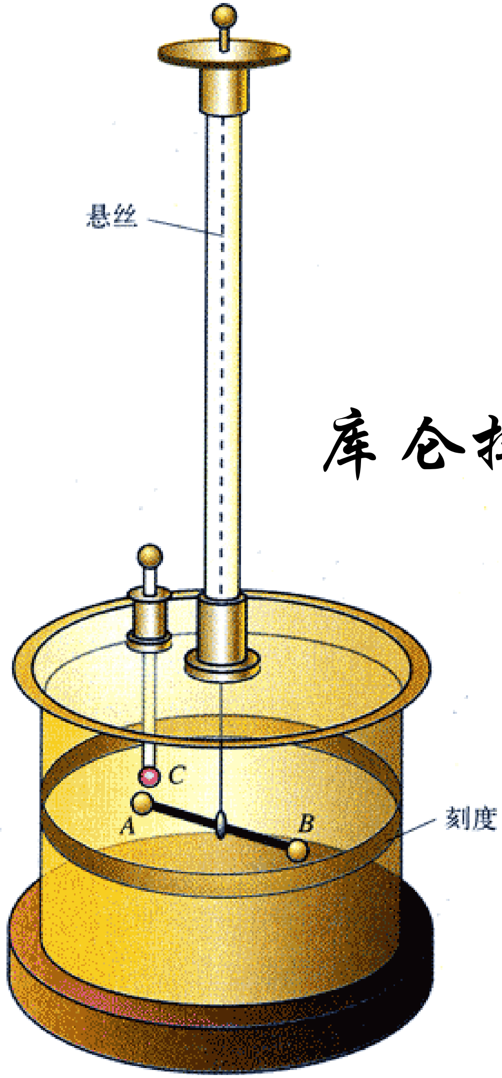
1. 点电荷(理想模型)： 带电体的大小和带电体之间的距离相比很小时，就可看作点电荷。(忽略其形状和大小)

2. 库仑定律(Coulomb's law):

查尔斯·库仑

18世纪法国物理学家

滑动摩擦力公式

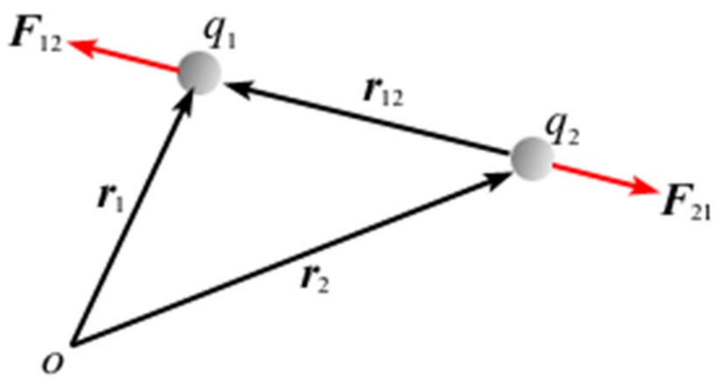


库仑扭秤

2. 库仑定律(Coulomb's law): 真空中两静止点电荷之间的作用力与它们的电量的乘积成正比, 与它们之间距离的平方成反比.

库仑力沿着连线方向，同性相斥，异性相吸。

$$\boxed{\vec{F}_{12} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r_{12}^3}\vec{r}_{12}}$$



ε_0: 真空中介电常数(真空中电容率)

$$\vec{r}_{12} = -\vec{r}_{21}$$

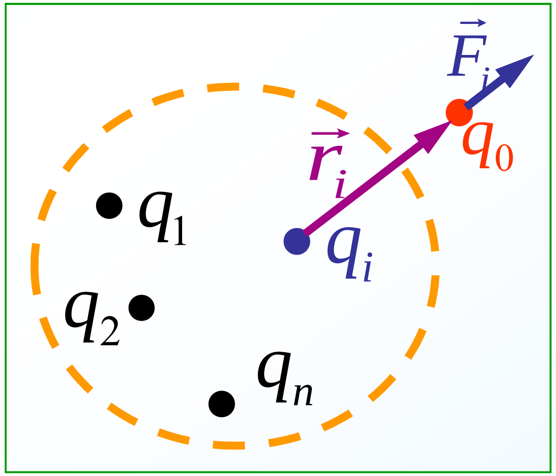
$$\varepsilon_0 = 8.85\times10^{-12}\ (\mathrm{N}^{-1}\cdot\mathrm{m}^{-2}\cdot\mathrm{C}^{2})$$

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$$

3. 静电力叠加原理

两点电荷间相互作用力不因其它电荷的存在而改变。

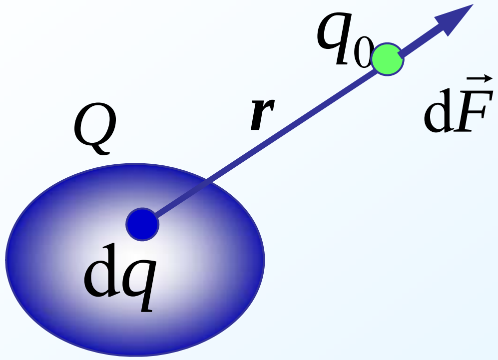
点电荷系对某点电荷的作用等于系内各点电荷单独存在时对该电荷作用的**矢量和**。



$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \cdots + \vec{F}_n$$

$$= \sum_i \frac{q_0 q_i}{4\pi\varepsilon_0 r_i^3}\vec{r}_i$$

对连续分布带电体，选取**电荷元 (element charge) dq**，应用库仑定律



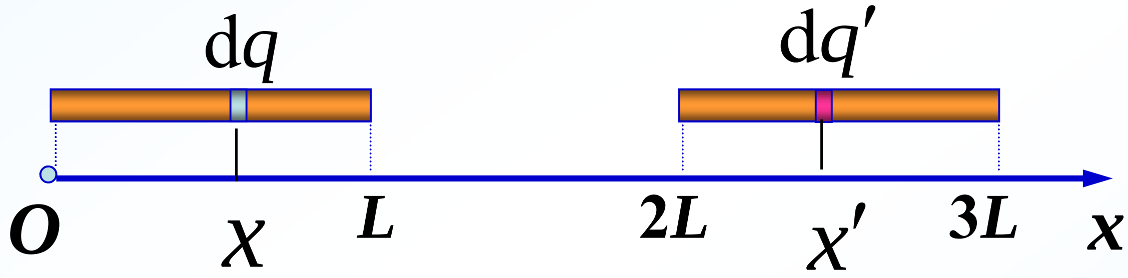
$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int_Q \frac{q_0 \mathrm{d}q}{r^2}\vec{e}_r$$

$\vec{e}_r$ ----场源电荷指向q_0的单位矢量

适用范围： 目前认为在10^{-15}m ~ 10^{7}m范围均成立。

例6-1. 已知两带电细杆电荷线密度均为λ、长度为均L, 端点相距L. **求**两带电直杆间的静电力.

解: 建立如图所示坐标系

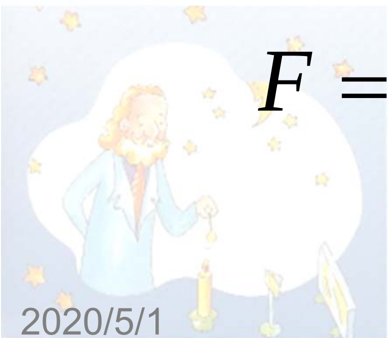


在左、右两杆上分别选电荷元

$$\mathrm{d}q = \lambda \mathrm{d}x \qquad \mathrm{d}q' = \lambda \mathrm{d}x'$$

$$\mathrm{d}F = \frac{\mathrm{d}q \cdot \mathrm{d}q'}{4\pi\varepsilon_0 r^2} = \frac{\lambda \mathrm{d}x \lambda \mathrm{d}x'}{4\pi\varepsilon_0 (x'-x)^2}$$

$$F = \int_{2L}^{3L} \mathrm{d}x' \int_0^L \frac{\lambda^2 \mathrm{d}x}{4\pi\varepsilon_0 (x'-x)^2} = \frac{\lambda^2}{4\pi\varepsilon_0} \ln\frac{4}{3}$$



三、电场与电场强度

1.“场”的提出

17世纪，英国牛顿：力可以通过一无所有的空间以无穷大速率传递，关键是归纳力的数学形式而不必探求力传递机制。

法国笛卡尔：力靠充满空间的“以太”的涡旋运动和弹性形变传递。

18世纪：力的超距作用思想风行欧洲大陆。

19 世纪：英国法拉第：探索电磁力传递机制, 由电极化现象和磁化现象提出“场”的概念。

英国麦克斯韦建立电磁场方程，定量描述场的性质和场运动规律。

电荷 ⇄ 电场 ⇄ 电荷

电场(electric field)：电荷周围存在着的一种特殊**物质**。

电场的重要外在表现：

- 能给电场中的带电体施以力的作用 ；
- 当带电体在电场中移动时，电场力作功。

电场与实物的比较：

共同点：

(1) 都是客观存在的, 是可知的；

(2) 与实物的多样性一样，场的存在形式也是多样的；

(3) 在场内进行的物理过程也遵循质量守恒、能量守恒、动量守恒和角动量守恒等规律；

(4) 场也不能创生、不能消灭，只能由一种形式转变为另一种形式。

电场与实物的区别：

(1) 实物质量密度大(~ 1000kg/m^3),
场质量密度很小(~ 10^{-23}kg/m^3)，无静止质量；

(2) 实物不能达到光速，场则以光速传播；

(3) 实物受力产生加速度，场则不能被加速；

(4) 实物具有不可入性，以空间间断形式存在，可以作参考系；场具有可入性，以连续形式存在，具有可叠加性，不能作为参考系。

联系 -- 实物周围存在相关的场，场传递实物间的相互作用，场和实物可以相互转化。

现代物理认为场是更基本的物质形态，实物粒子只是场处于激发态的表现。

2. 电场强度(electric field strength)

场源电荷: 产生电场的点电荷、点电荷系、或带电体。

试验电荷: 电量足够小的点电荷

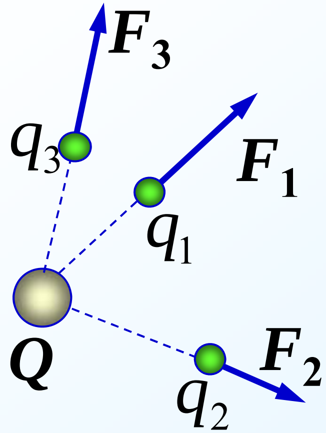
与场点对应

略去对场源电荷分布的影响

基本事实:

1) 在电场的不同点上放同样的正试验电荷q_0
在各处受到的力不同。

2) 在电场的同一点上放不同的试验电荷



$$\frac{\vec{F}_1}{q_1}=\frac{\vec{F}_2}{q_2}=\frac{\vec{F}_3}{q_3}=\cdots=\frac{\vec{F}_0}{q_0}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r^3}\vec{r}$$

结论: $\boxed{\frac{\vec{F}}{q_0}=\text{恒矢量}}$

定义为电场强度

定义 $\vec{E}=\dfrac{\vec{F}}{q_0}$

- **大小：** 等于单位试验电荷在该点所受电场力
- **方向：** 与 $+q_0$ 受力方向相同
- **单位：** $\mathrm{N\cdot C^{-1}}$ 或 $\mathrm{V\cdot m^{-1}}$

$$\boxed{\text{点电荷的场强公式}\ \vec{E}=\frac{\vec{F}}{q_0}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r^2}\vec{e}_r}$$

$\vec{e}_r$ ----场源电荷指向 q_0 的单位矢量

讨论：

① 反映电场本身的性质,与试验电荷无关。

② 电场强度是点函数 $\vec{E}=\vec{E}(\vec{r},t)$ 静电场 $\vec{E}=\vec{E}(\vec{r})$

③ 均匀电场：电场强度在某一区域内，大小、方向都相同。

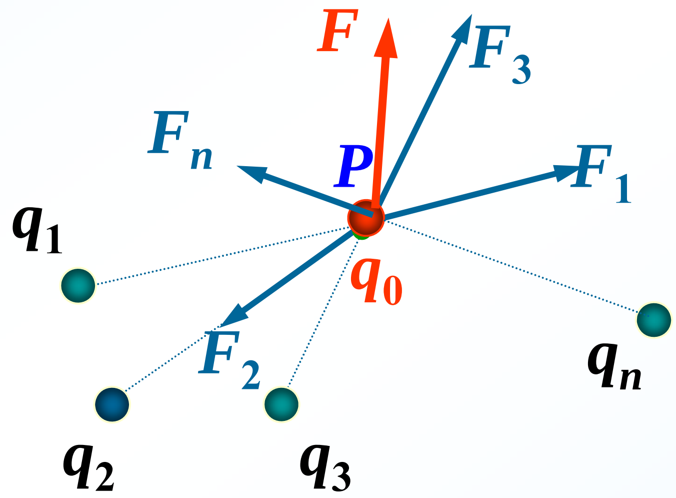
④ 电场中电荷受力： $\vec{F}=q\vec{E}$ $\quad \vec{F}=\int_Q \vec{E}\,\mathrm{d}q$

四、场强叠加原理

由静电场力叠加原理

$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \cdots + \vec{F}_n$$

$$\frac{\vec{F}}{q_0} = \frac{\vec{F}_1}{q_0} + \frac{\vec{F}_2}{q_0} + \cdots + \frac{\vec{F}_n}{q_0}$$



$$\boxed{\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \cdots + \vec{E}_n = \sum_i \vec{E}_i}$$

场强叠加原理：点电荷系电场中某点总场强，等于各点电荷单独存在时，在该点产生的场强的**矢量和。**

静电场为空间矢量函数

研究静电场，即对各种场源电荷求其 $\vec{E}$ 分布

五、电场强度的计算

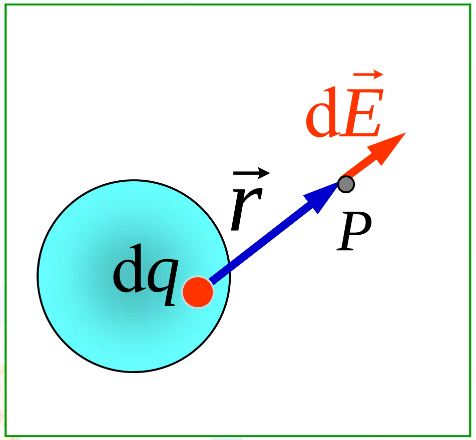
1. 点电荷的电场

$$\vec{F}=\frac{qq_0}{4\pi\varepsilon_0 r^3}\vec{r}\quad\Rightarrow\quad\vec{E}=\frac{\vec{F}}{q_0}=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^3}\vec{r}$$

2. 点电荷系电场 $\vec{E}=\sum_i\frac{q_i}{4\pi\varepsilon_0 r_i^3}\vec{r}_i$

3. 连续带电体电场

$$\mathrm{d}\vec{E}=\frac{\vec{r}\,\mathrm{d}q}{4\pi\varepsilon_0 r^3}\qquad \vec{E}=\int\mathrm{d}\vec{E}$$

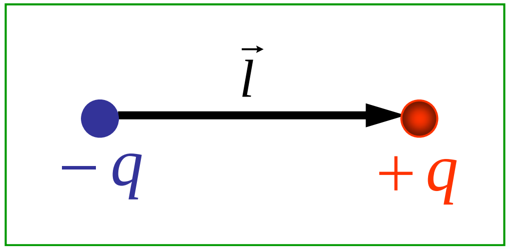


$$\mathrm{d}q=\begin{cases}\lambda\,\mathrm{d}l\\ \sigma\,\mathrm{d}S\\ \rho\,\mathrm{d}V\end{cases}\qquad\begin{cases}E_x=\int\mathrm{d}E_x\\ E_y=\int\mathrm{d}E_y\\ E_z=\int\mathrm{d}E_z\end{cases}$$

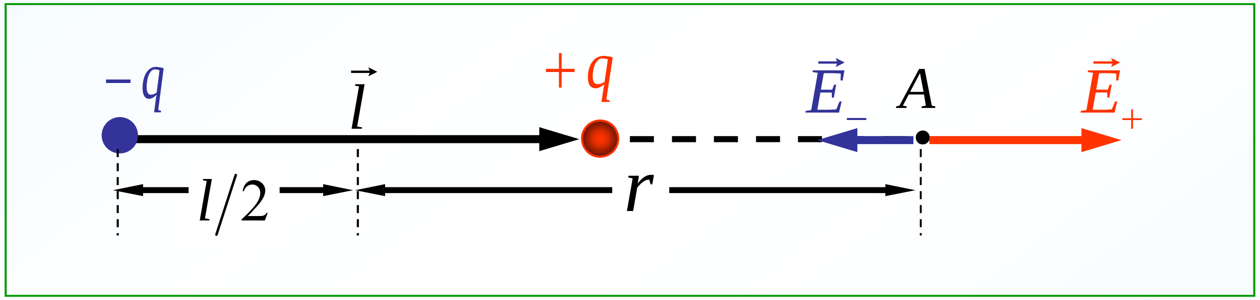
例6-2. 求电偶极子(electric dipole)的电场。

电偶极子： 相距很近的等量异号电荷

电偶极矩(electric moment)： $\vec{p}_e = q\vec{l}$

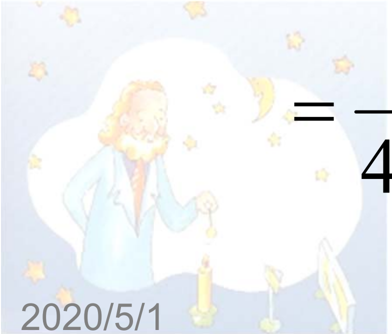


1) 轴线延长线上A的场强

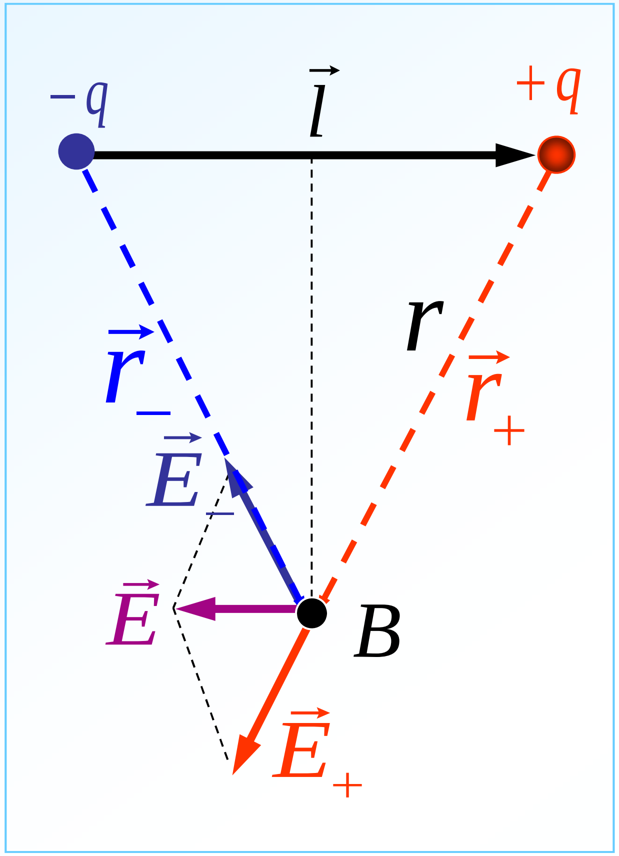


$$E = E_+ + E_- = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{1}{(r-\frac{l}{2})^2} - \frac{1}{(r+\frac{l}{2})^2}\right]$$

$$= \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2rl}{(r^2 - l^2/4)^2} \xrightarrow{r>>l} \vec{E} = \frac{\vec{p}_e}{2\pi\varepsilon_0 r^3}$$



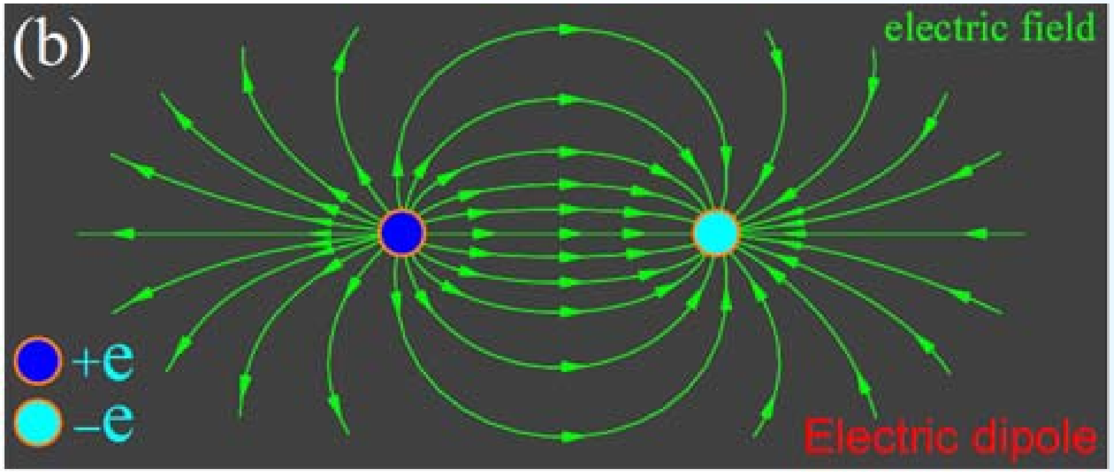
2) 中垂面上B的场强



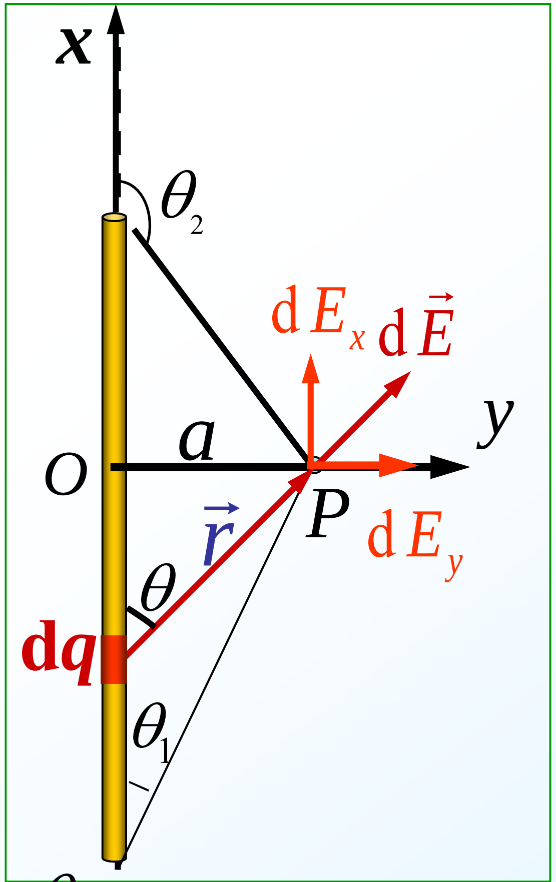
$$\vec{E}=\vec{E}_+ + \vec{E}_- = \frac{q\,\vec{r}_+}{4\pi\varepsilon_0 r_+^3} + \left(-\frac{q\,\vec{r}_-}{4\pi\varepsilon_0\, r_-^3}\right)$$

$$=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0\, r^3}(\vec{r}_+ - \vec{r}_-) = -\frac{q\,\vec{l}}{4\pi\varepsilon_0\, r^3}$$

$$=-\frac{\vec{p}_e}{4\pi\varepsilon_0 r^3}$$



例6-3.求长度为l、电荷线密度为λ的均匀带电直细棒周围空间的电场。



解：建立坐标系O-xy

取电荷元 $\mathrm{d}q = \lambda \mathrm{d}x$

$$\mathrm{d}\vec{E} = \frac{\mathrm{d}q}{4\pi\varepsilon_0 r^3}\vec{r} \begin{cases} \text{大小: } \mathrm{d}E = \dfrac{\lambda \mathrm{d}x}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \\ \text{方向:与}x\text{轴夹}\theta\text{角} \end{cases}$$

各电荷元在P点场强方向不同，用分量积分：

$$\mathrm{d}E_x = \mathrm{d}E\cos\theta \qquad E_x = \int \mathrm{d}E_x = \int \frac{\lambda \mathrm{d}x}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\cos\theta$$

$$\mathrm{d}E_y = \mathrm{d}E\sin\theta \qquad E_y = \int \mathrm{d}E_y = \int \frac{\lambda \mathrm{d}x}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\sin\theta$$

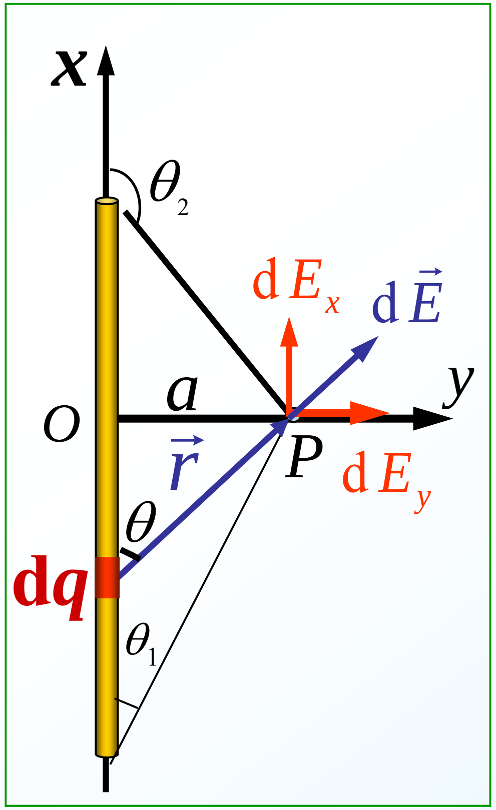
统一变量：

$$x = -a\,\mathrm{ctg}\theta \qquad \mathrm{d}x = a\csc^2\theta\,\mathrm{d}\theta$$

$$r^2 = a^2 + x^2 = a^2\csc^2\theta$$

$$E_x = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 a}\int_{\theta_1}^{\theta_2}\cos\theta\mathrm{d}\theta = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 a}(\sin\theta_2 - \sin\theta_1)$$

$$E_y = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 a}\int_{\theta_1}^{\theta_2}\sin\theta\mathrm{d}\theta = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 a}(\cos\theta_1 - \cos\theta_2)$$



$$E_P = \sqrt{E_x^2 + E_y^2}$$

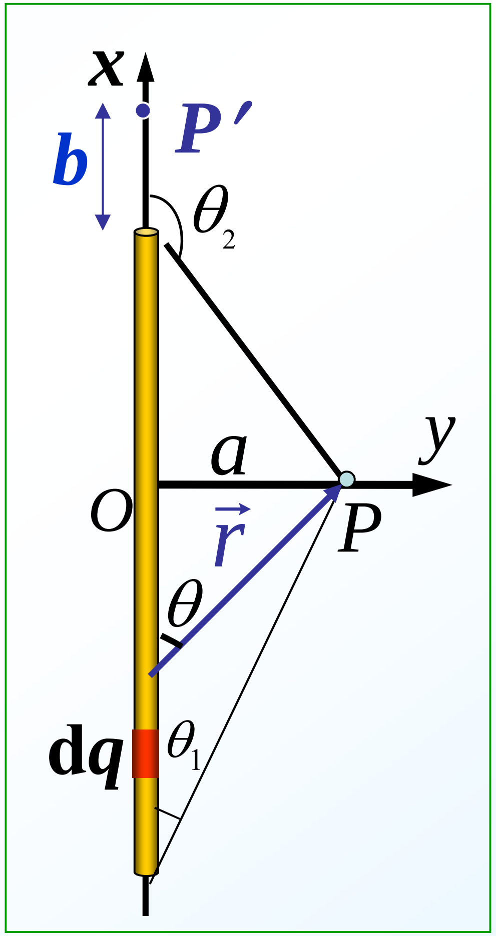
与 $+x$ 夹角 $\alpha = \arctan\dfrac{E_y}{E_x}$

讨论：

1) 棒延长线上一点 $\mathrm{d}\vec{E}_x=\dfrac{\mathrm{d}q}{4\pi\varepsilon_0 x^2}\vec{i}$

$$\vec{E}=\int_b^{b+l}\frac{\lambda\,\mathrm{d}x}{4\pi\varepsilon_0 x^2}\vec{i}=\frac{\lambda l}{4\pi\varepsilon_0 b(b+l)}\vec{i}$$

$$b>>l\qquad E\approx\frac{\lambda l}{4\pi\varepsilon_0 b^2}$$

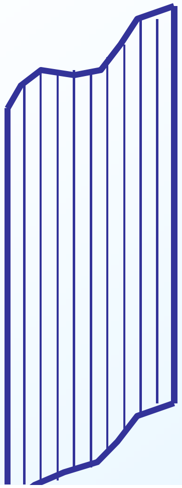


2) 对靠近直线场点（或直线细棒无穷长时）

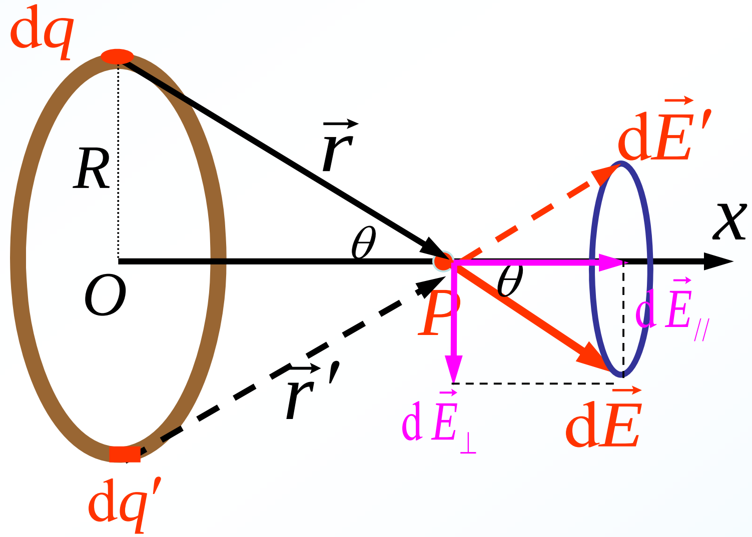
$$a<<\text{棒长}\quad \theta_1\approx 0,\ \theta_2\approx\pi$$

$$E_x=0\qquad E=E_y=\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 a}$$

理想模型:无限长带电直线场强公式



例6-4.求半径为R、带电量为q的均匀带电细圆环轴线上的电场。



解：在圆环上取电荷元dq

$$\mathrm{d}q=\lambda\mathrm{d}l=\frac{q}{2\pi R}\mathrm{d}l$$

$$\mathrm{d}\vec{E}=\frac{\mathrm{d}q}{4\pi\varepsilon_0 r^3}\vec{r}$$

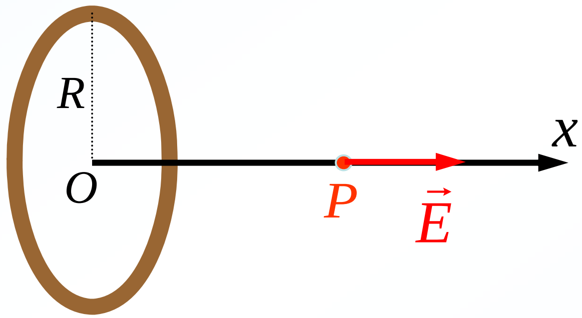
各电荷元在P点$\mathrm{d}\vec{E}$方向不同，分布于一个圆锥面上

$$\mathrm{d}\vec{E}=\mathrm{d}\vec{E}_{\perp}+\mathrm{d}\vec{E}_{//}$$ 由对称性可知 $$E_{\perp}=\int\mathrm{d}E_{\perp}=0$$

$$E=E_{//}=\int\frac{\mathrm{d}q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\cos\theta=\int\frac{1}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\cdot\frac{q\mathrm{d}l}{2\pi R}\cdot\frac{x}{r}$$

$$=\frac{qx}{4\pi\varepsilon_0 r^3}\cdot\frac{1}{2\pi R}\int_0^{2\pi R}\mathrm{d}l$$

$$E=\frac{qx}{4\pi\varepsilon_0 r^3}\cdot\frac{1}{2\pi R}\int_0^{2\pi R}\mathrm{d}l=\frac{qx}{4\pi\varepsilon_0(x^2+R^2)^{3/2}}$$



$$\vec{E}=\frac{qx\vec{i}}{4\pi\varepsilon_0(x^2+R^2)^{3/2}}$$

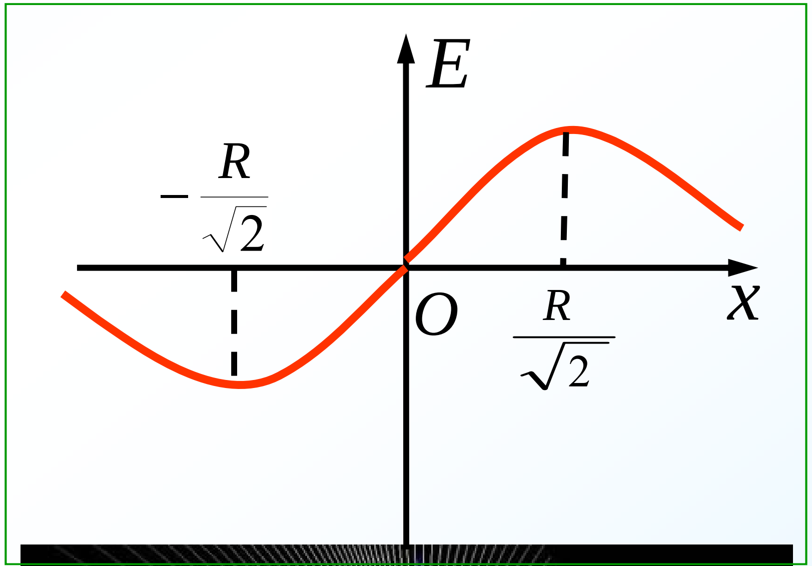
讨论： 环心处 $E=0$

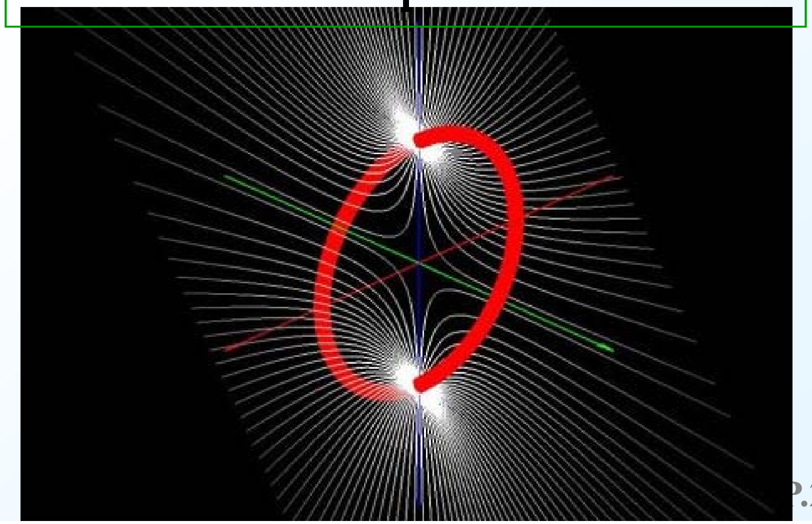
$x>>R \qquad E\approx\dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$

$x\to\infty \qquad E\to 0$

由 $\dfrac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}x}=0$ 得 $x=\pm\dfrac{R}{\sqrt{2}}$

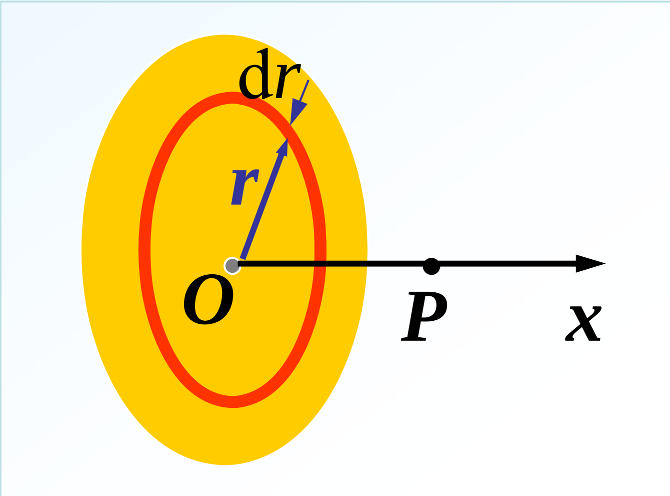
处 E 取极大值





练习: 无限大均匀带电平面的电场(电荷面密度σ).

为利用例4结果简化计算, 将无限大平面视为半径$R \to \infty$的圆盘 —— 由许多均匀带电圆环组成.



思路

$$\mathrm{d}q = ?$$

$$\mathrm{d}E = ?$$

$$E = \int \mathrm{d}E = ?$$

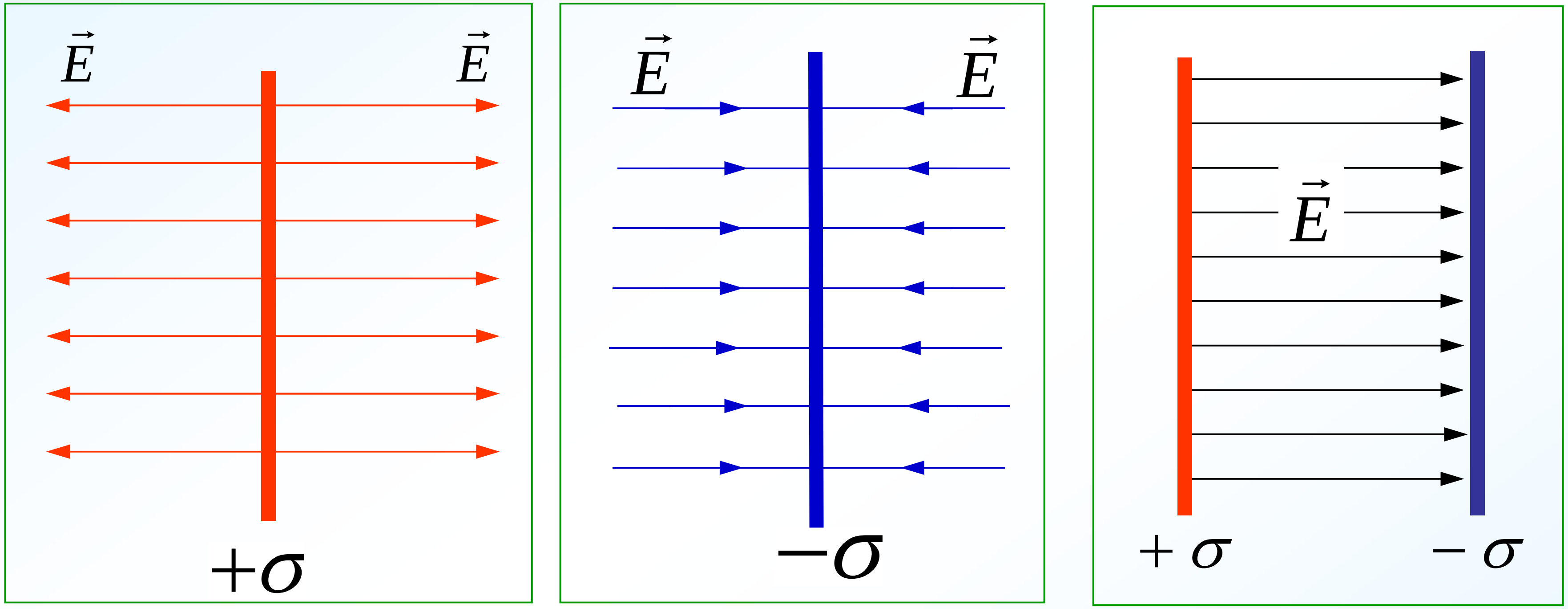
$$\mathrm{d}q = 2\pi r \sigma \,\mathrm{d}r$$

$$\mathrm{d}E = \frac{x \cdot \mathrm{d}q}{4\pi\varepsilon_0 (x^2 + r^2)^{3/2}}$$

$$E = \int_0^\infty \frac{\sigma \cdot x \cdot 2\pi r \mathrm{d}r}{4\pi\varepsilon_0 (x^2 + r^2)^{3/2}} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

结论:

1. 无限大带电平面产生与平面垂直的均匀电场 $E=\dfrac{\sigma}{2\varepsilon_0}$



2. 两平行无限大带电平面（$+\sigma,-\sigma$）的电场

$$E=E_{+}+E_{-}=\begin{cases}\dfrac{\sigma}{\varepsilon_0} & \text{两平面间}\\ 0 & \text{两平面外侧}\end{cases}$$

电场强度小结

- **电场强度的定义：** $\vec{E} = \dfrac{\vec{F}}{q_0}$
- **定量研究电场：** 对给定场源电荷求其 $\vec{E}$ 分布函数。
- **基本方法：** 用点电荷电场公式和场强叠加原理

$$\vec{E} = \frac{q\vec{r}}{4\pi\varepsilon_0 r^3}; \qquad \vec{E} = \sum_i \vec{E}_i$$

$$\mathrm{d}q \;\Rightarrow\; \mathrm{d}\vec{E}\ (\mathrm{d}E_x, \mathrm{d}E_y) \;\Rightarrow\; \vec{E} = \int \mathrm{d}\vec{E} \quad \begin{cases} E_x = \int \mathrm{d}E_x \\ E_y = \int \mathrm{d}E_y \end{cases}$$