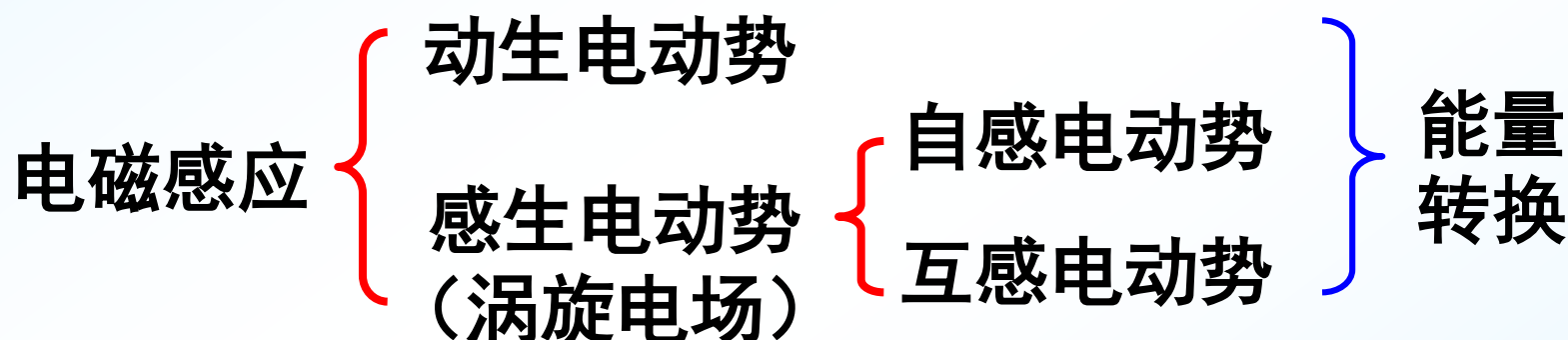


# 同学们好



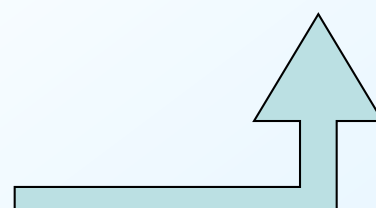
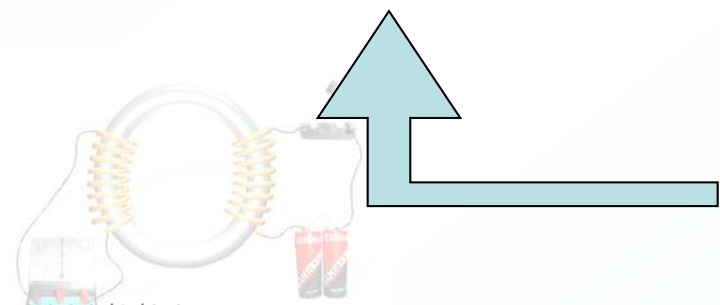
# 感应电动势的产生：穿过回路包围面积的 $\Phi_m$ 变化

$$\Phi_m = \vec{B} \cdot \vec{S} = BS \cos \theta \left\{ \begin{array}{l} B \text{ 变 感生电动势} \\ \theta \text{ 变 导体转动} \\ S \text{ 变 导体平动} \end{array} \right\} \text{动生电动势}$$



变化的电流  $\longrightarrow$  变化磁场  $\longrightarrow$  感生电动势

建立直接联系



$$L = \frac{\Psi}{I}$$

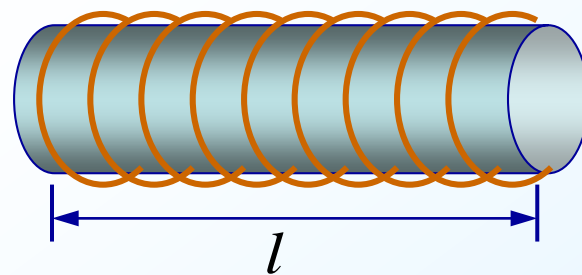
$$\mathcal{E}_L = -L \frac{dI}{dt}$$

$L$ 称为**自感系数**简称**自感**. 单位: **亨利**(H)

自感系数 $L$ 取决于回路线圈自身的性质(回路大小、形状、周围介质等)

**自感系数的物理意义: 描述线圈电磁惯性的大小**

$$L = \mu n^2 V$$



提高 $L$ 的途径

增大 $V$

提高 $n$

放入 $\mu$ 值高的介质

实用

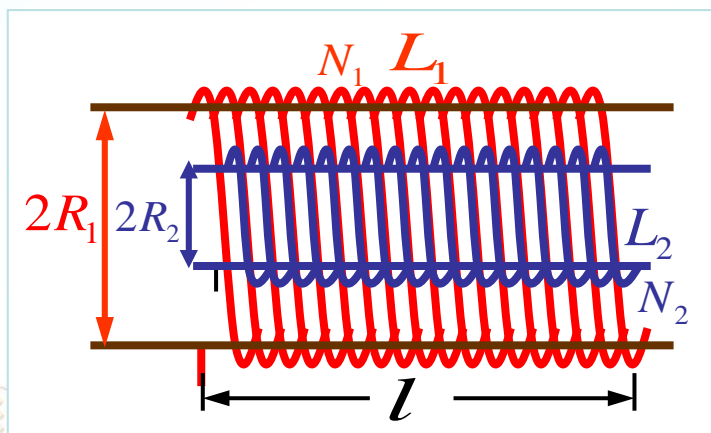


$$M = \frac{\psi_{21}}{I_1} = \frac{\psi_{12}}{I_2}$$

$$\varepsilon_{21} = -M \frac{dI_1}{dt} \quad \varepsilon_{12} = -M \frac{dI_2}{dt}$$

$M$ 称为**互感系数**简称**互感**. 单位: **亨利(H)**  
 当一个回路中电流变化率为一个单位时, 在相邻另一回路中引起的互感电动势.

本质: 表征两耦合回路相互提供磁通量的强弱.



$$M = \frac{R_2}{R_1} \sqrt{L_1 L_2}$$

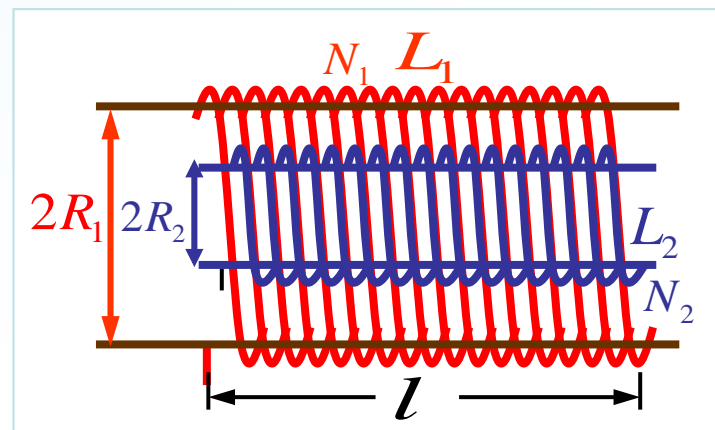


一般情况:

$$M = K \sqrt{L_1 L_2}$$

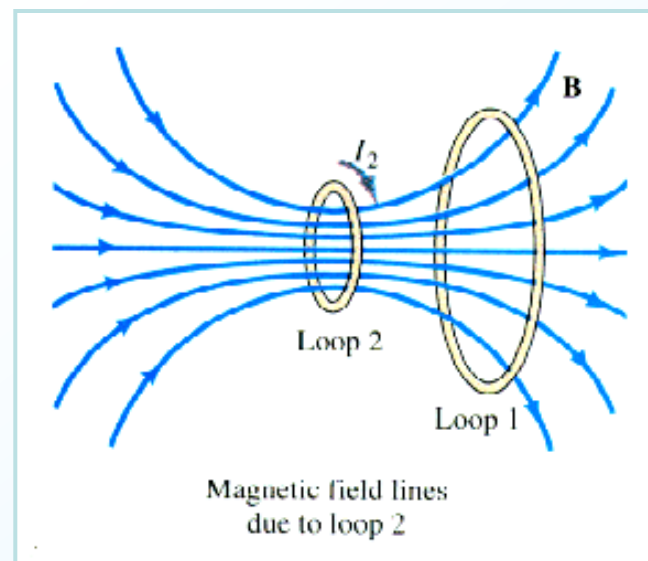
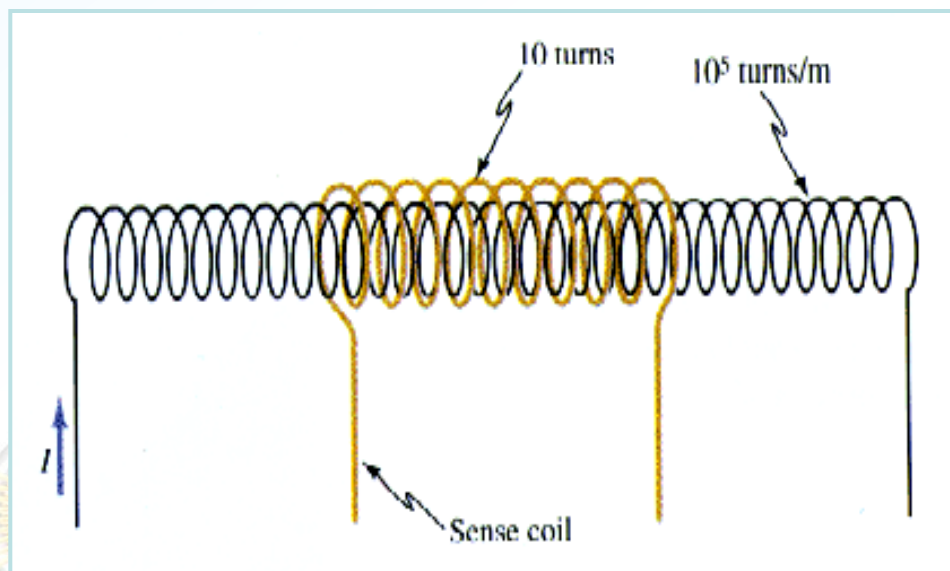
$K$ : 耦合系数  $0 \leq K \leq 1$

$K=1$  时, 称无漏磁

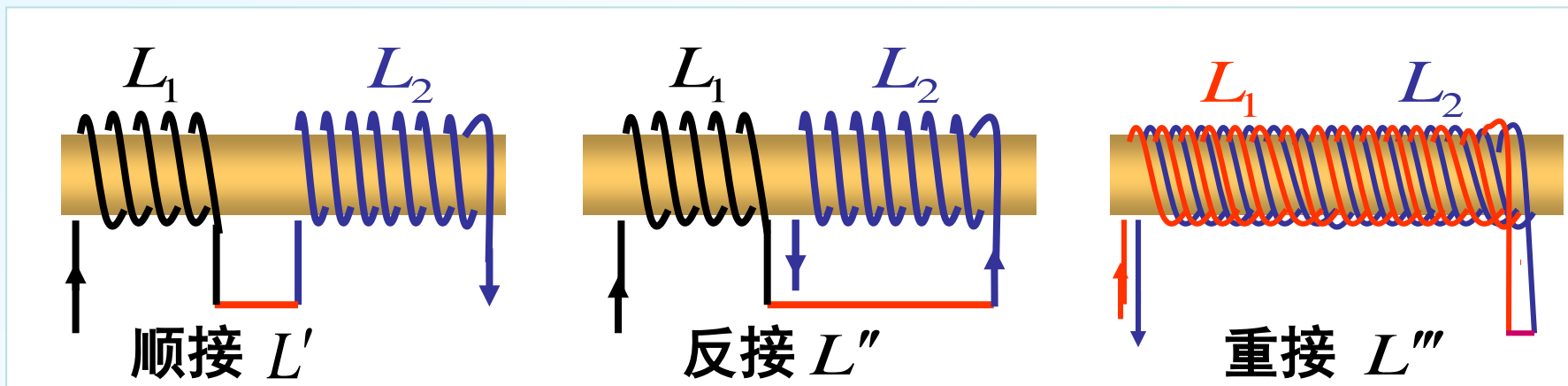


两螺线管共轴, 且  $R_1 = R_2$ ,  $K=1$  : 完全耦合

两螺线管轴相互垂直,  $K=0$  : 不耦合



## 例8-12. 求自感线圈的串、并联等效自感系数 $L$ .



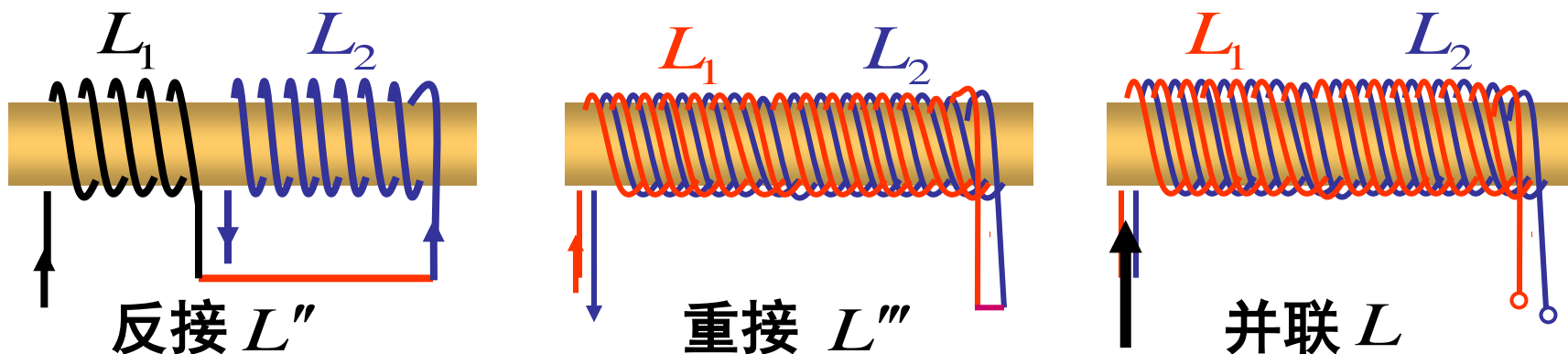
串联：对每个线圈  $\varepsilon_i = \varepsilon_{i1} + \varepsilon_{i2}$ ，总  $\varepsilon = \sum \varepsilon_i$

顺接  $\varepsilon_1 = -L_1 \frac{dI}{dt} - M \frac{dI}{dt} = -(L_1 + M) \frac{dI}{dt}$  磁通加强

$$\varepsilon_2 = -(L_2 + M) \frac{dI}{dt} \quad \varepsilon = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 = -(L_1 + L_2 + 2M) \frac{dI}{dt} = -L' \frac{dI}{dt}$$

$$L' = L_1 + L_2 + 2M$$





**反接磁通减弱**  $\varepsilon_1 = -L_1 \frac{dI}{dt} + M \frac{dI}{dt} = -(L_1 - M) \frac{dI}{dt}$

$$\varepsilon_2 = -(L_2 - M) \frac{dI}{dt}$$

$$L'' = L_1 + L_2 - 2M$$

**无耦合**  $M = 0$ ,  $L = L_1 + L_2$       **重接**  $L''' = 0$  ( $L_1 = L_2$ )

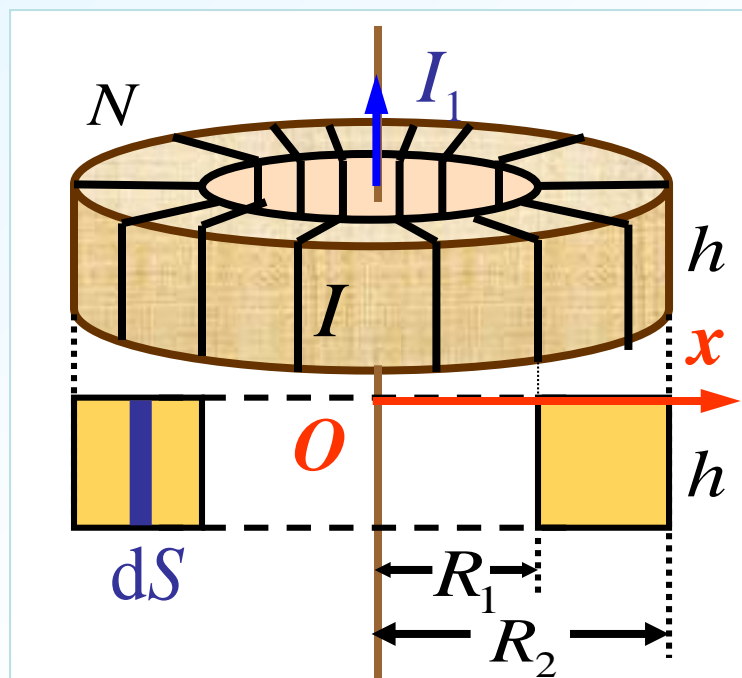
**并联**  $\varepsilon_1 = -(L_1 + M) \frac{d(I/2)}{dt} = -\frac{1}{2}(L_1 + M) \frac{dI}{dt}$        $\frac{M = \sqrt{L_1 L_2}}{L_1 = L_2} - L_1 \frac{dI}{dt}$

$$\varepsilon_2 = -L_2 \frac{dI}{dt}$$

$$\varepsilon = \varepsilon_1 = \varepsilon_2 = -L \frac{dI}{dt}$$



**例：**矩形截面螺绕环尺寸如图，密绕 $N$ 匝线圈，其轴线上置一无限长直导线. 当螺绕环中通有电流  $I = I_0 \cos \omega t$  时，直导线中的感生电动势为多少？



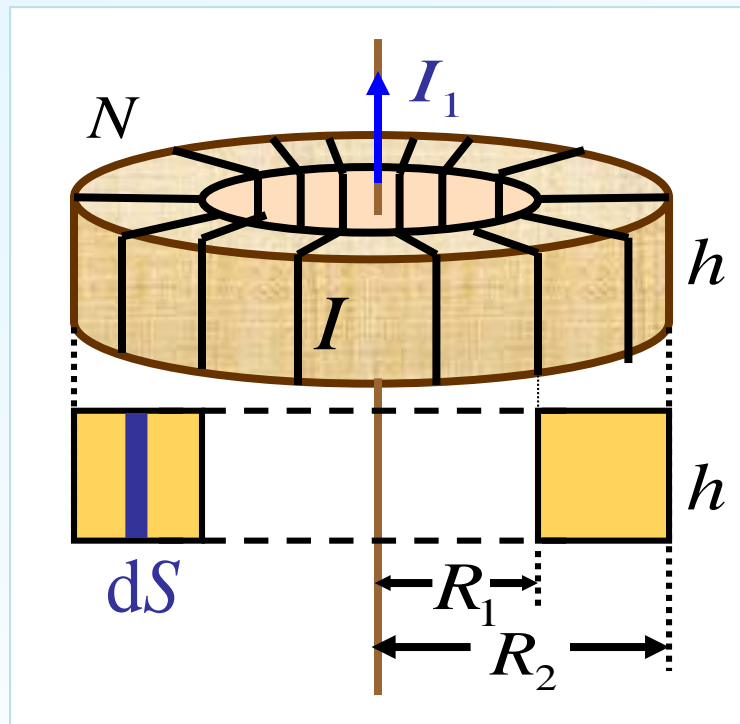
**解一：** 这是一个互感问题  
先求 $M$

建立坐标系 $Ox$   
设直导线中通有电流 $I_1$

$$B_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi x}$$

$$\psi_{21} = N\Phi_{21} = N \int_{S_2} \vec{B}_1 \cdot d\vec{S} = \frac{N\mu_0 I_1 h}{2\pi} \int_{R_1}^{R_2} \frac{dx}{x} = \frac{N\mu_0 I_1 h}{2\pi} \ln \frac{R_2}{R_1}$$





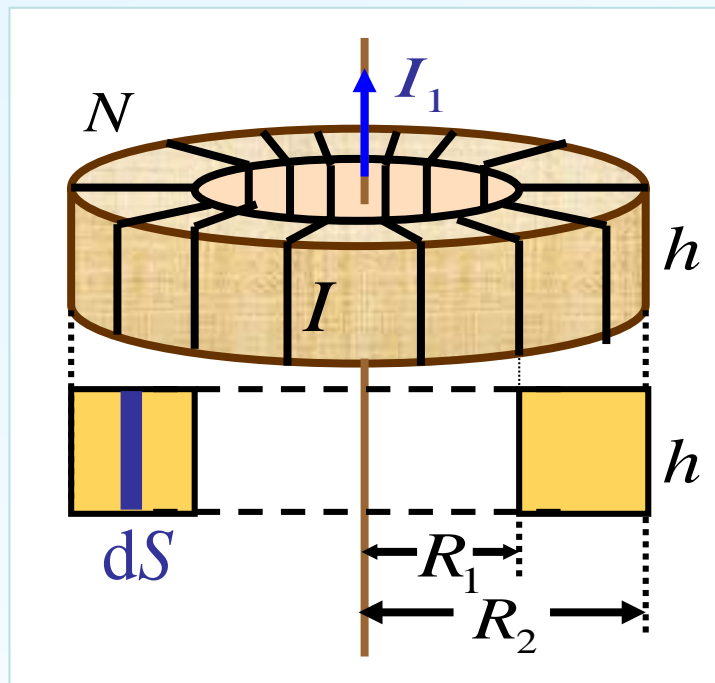
$$\psi_{21} = \frac{N\mu_0 I_1 h}{2\pi} \ln \frac{R_2}{R_1}$$

$$M = \frac{\psi_{21}}{I_1} = \frac{\mu_0 N h}{2\pi} \ln \frac{R_2}{R_1}$$

$$\varepsilon_1 = -M \frac{dI_2}{dt} = -\frac{\mu_0 N h}{2\pi} \ln \frac{R_2}{R_1} \frac{dI}{dt} \quad (I = I_0 \cos \omega t)$$

$$= \frac{\mu_0 N h I_0 \omega}{2\pi} \ln \frac{R_2}{R_1} \cdot \sin \omega t$$





解二：由法拉第定律求解

螺绕环  $B_{\text{内}} = \frac{\mu_0 NI}{2\pi x}$ ,  $B_{\text{外}} = 0$

如何构成闭合回路？

长直导线在无穷远处闭合  
穿过回路的磁通量：

$$\begin{aligned}\Phi_m &= \int \vec{B} \cdot d\vec{S} = \int_0^{R_1} \vec{B}_{\text{外}} \cdot d\vec{S} + \int_{R_1}^{R_2} \vec{B}_{\text{内}} \cdot d\vec{S} + \int_{R_2}^{\infty} \vec{B}_{\text{外}} \cdot d\vec{S} = \frac{N\mu_0 Ih}{2\pi} \int_{R_1}^{R_2} \frac{dx}{x} \\ &= \frac{\mu_0 Nh}{2\pi} \ln \frac{R_2}{R_1} \cdot I_0 \cos \omega t \\ \mathcal{E} &= -\frac{d\Phi_m}{dt} = \frac{\mu_0 Nh I_0 \omega}{2\pi} \ln \frac{R_2}{R_1} \cdot \sin \omega t\end{aligned}$$

## § 8-5 磁场的能量

### 一、自感磁能

合上K → 回路电流发生变化  $\frac{di}{dt}$

线圈L内磁场发生变化  $\varepsilon_L = -L \frac{di}{dt}$

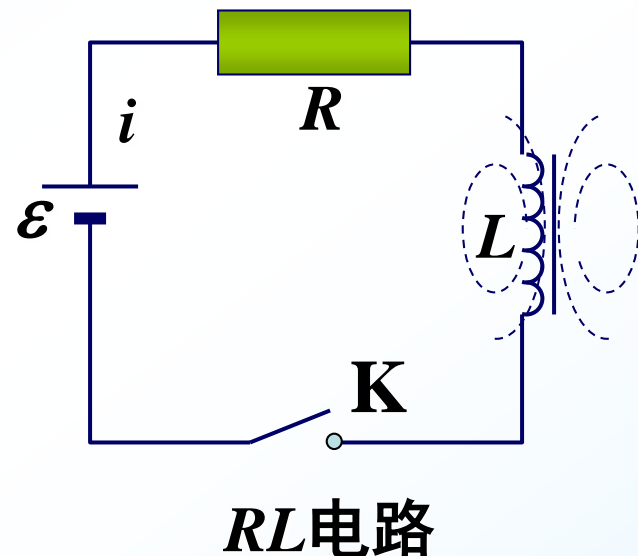
回路方程:  $\varepsilon - L \frac{di}{dt} = Ri$

两边乘以  $i dt$ :  $\varepsilon i dt - L i di = R i^2 dt$

$$\int_0^t \varepsilon i dt = \int_0^I L i di + \int_0^t R i^2 dt$$

在  $0 \rightarrow I$  过程中, 电源反抗自感电动势所做的功 → 线圈中储存的磁能

$$W_m = \int_0^I L i di = \frac{1}{2} LI^2$$



## 二、磁场能量(magnetic energy)

自感磁能:  $W_m = A = \frac{1}{2} LI^2$

对长直螺线管:  $L = \mu n^2 V$   $I = \frac{B}{\mu n}$

磁场占  
据的空  
间体积

$W_m = \frac{1}{2} (\mu n^2 V) \cdot \left(\frac{B}{\mu n}\right)^2 = \frac{B^2}{2\mu} \cdot V$  可以推广到一般情况

### 1. 磁能密度: 磁场单位体积内的能量

$$w_m = \frac{W_m}{V} = \frac{B^2}{2\mu} = \frac{1}{2} BH$$

### 2. 磁场能量:

$$W_m = \int_V w_m dV = \int_V \frac{B^2}{2\mu_0\mu_r} dV = \int_V \frac{1}{2} BH dV$$



# 电场能量与磁场能量比较

## 电场能量

电容器储能

$$\frac{1}{2}CV^2 = \frac{1}{2}QV = \frac{Q^2}{2C}$$

## 磁场能量

自感线圈储能

$$\frac{1}{2}LI^2$$

电场能量密度

$$w_e = \frac{1}{2}ED = \frac{1}{2}\varepsilon_0\varepsilon_r E^2$$

磁场能量密度

$$w_m = \frac{1}{2}BH = \frac{B^2}{2\mu_0\mu_r} = \frac{1}{2}\mu_0\mu_r H^2$$

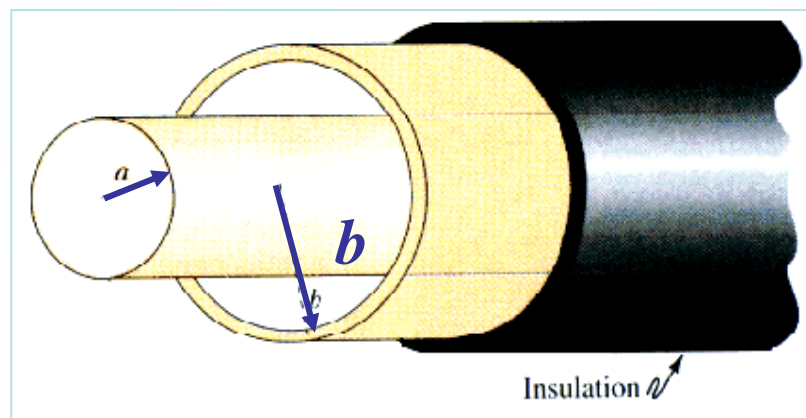
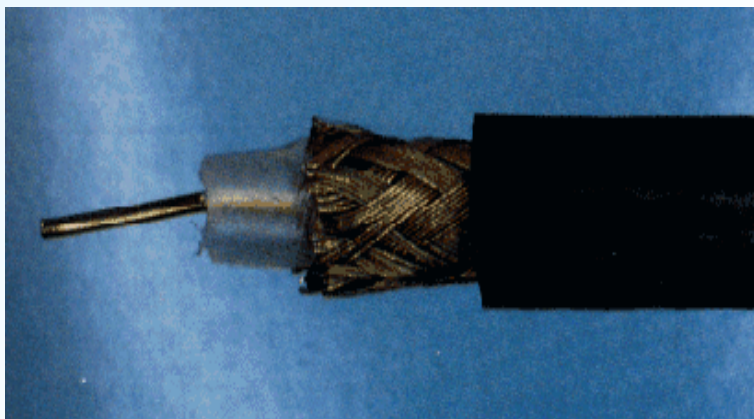
电场能量  $W_e = \int_V w_e dV$

磁场能量  $W_m = \int_V w_m dV$

能量法求  $C$

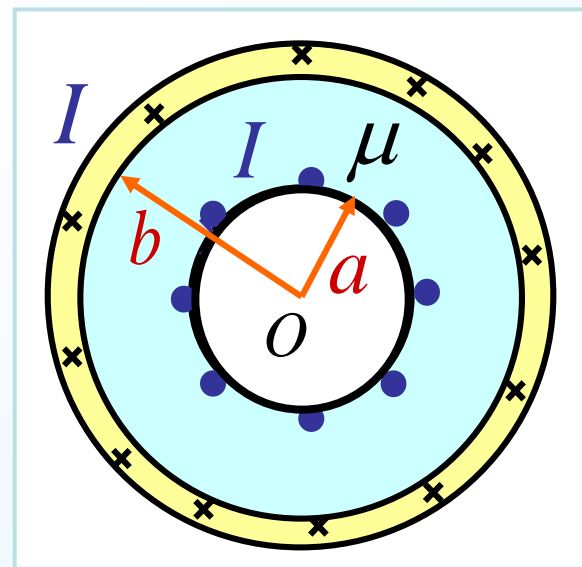
能量法求  $L$

**例8-13.** 长直同轴电缆, 由半径为 $R_1$ 和 $R_2$ 的两同心圆柱组成, 电缆中有稳恒电流 $I$ , 经内层流进, 外层流出形成回路. 试计算长为 $l$ 的一段电缆内的磁场能量.



**解:** 设电缆中通有如图流向电流 $I$   
由安培环路定理:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$



$$dV = 2\pi r l dr$$

$$W_m = \frac{B^2}{2\mu_0} = \frac{\mu_0 I^2}{8\pi^2 r^2}$$

$$W_m = \int_V w_m dV = \int_a^b \frac{\mu_0 I^2}{8\pi^2 r^2} \cdot 2\pi l r dr$$

$$= \frac{\mu_0 I^2 l}{4\pi} \int_a^b \frac{dr}{r} = \frac{\mu_0 I^2 l}{4\pi} \ln \frac{b}{a}$$

**方法二：** 先计算自感系数 (例8-10)  $L = \frac{\mu_0 l}{2\pi} \ln \frac{b}{a}$

$$W_m = \frac{1}{2} L I^2 = \frac{\mu_0 I^2 l}{4\pi} \ln \frac{b}{a}$$

考虑互感，两个线圈的磁能

$$W_m = \frac{1}{2} L_1 I_1^2 + \frac{1}{2} L_2 I_2^2 + M I_1 I_2$$





## § 8-7 位移电流和全电流定律

### 一、问题的提出

稳恒电流的磁场中安培环路定理：

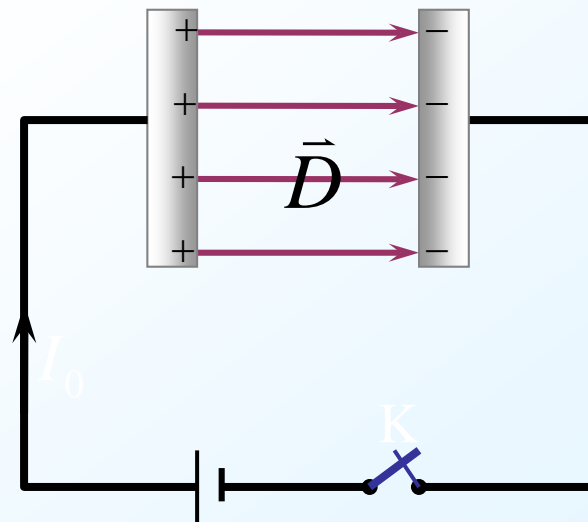
$$\oint_L \vec{H} \cdot d\vec{l} = \sum I_0$$

式中  $I_0$  是穿过以闭合曲线  $L$  为边界的任意曲面  $S$  的传导电流

对非稳恒电流情况下(以电容器充放电为例)又如何？

“通交隔直”

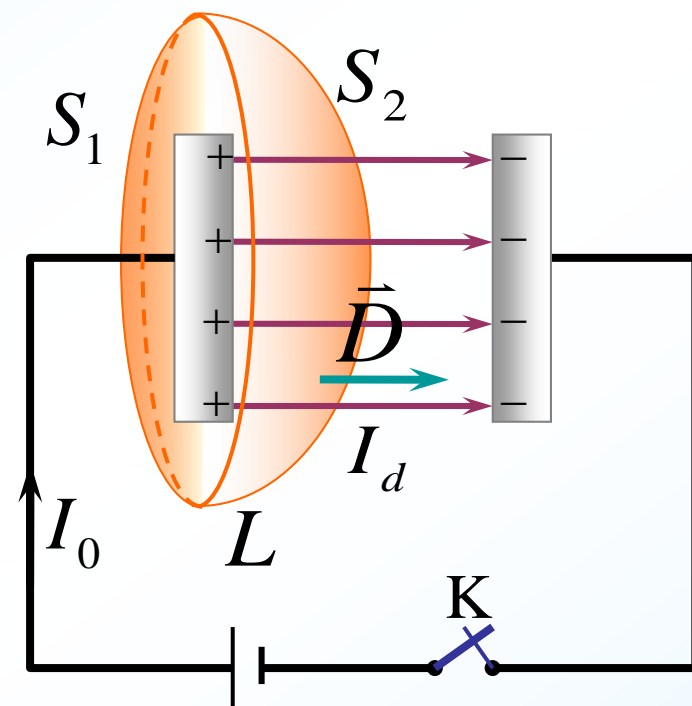
电路中传导电流是不连续的！





在电容器极板附近取一闭合回路  $L$ ，并以  $L$  为边界作两个曲面  $S_1$  和  $S_2$ ，则有

$$\left. \begin{array}{l} \text{对 } S_1 \text{ 面} \quad \oint_L \vec{H} \cdot d\vec{l} = \sum I_o \\ \text{对 } S_2 \text{ 面} \quad \oint_L \vec{H} \cdot d\vec{l} = 0 \end{array} \right\} \text{矛盾!}$$



**说明：**将安培环路定理推广到非稳恒电流情况时需要  
进行补充和修正～麦克斯韦提出“**位移电流**”假说。

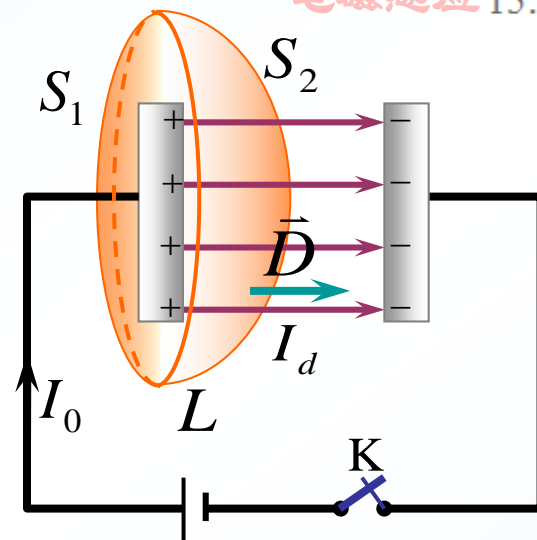
高斯定理:  $\Phi_D = \oint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = q$

$\therefore \int_{S_1} \vec{D} \cdot d\vec{S} = 0$

$\therefore \Phi_D = \oint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = \int_{S_1} \vec{D} \cdot d\vec{S} + \int_{S_2} \vec{D} \cdot d\vec{S} = \int_{S_2} \vec{D} \cdot d\vec{S} = q$

$I_0 = \frac{dq}{dt} = \frac{d\Phi_D}{dt} = \int_{S_2} \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \cdot d\vec{S} = I_d$  (位移电流)

穿过 $S_1$ 的电流( $I_0$ )等于穿过 $S_2$ 的电流( $I_d$ )



## 二、位移电流

### 1. 位移电流 (displacement current)

通过电场中某一截面的位移电流等于通过该截面的电位移通量的时间变化率.

$$I_d = \frac{d\Phi_D}{dt}$$

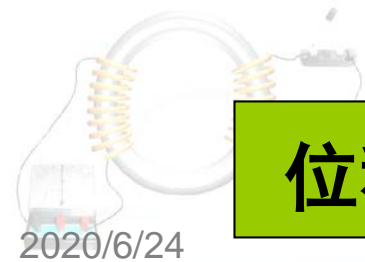


### 2. 位移电流密度 (density of displacement current)

$$I_d = \int_{S_2} \vec{\delta}_D \cdot d\vec{S} = \int_{S_2} \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \cdot d\vec{S}$$

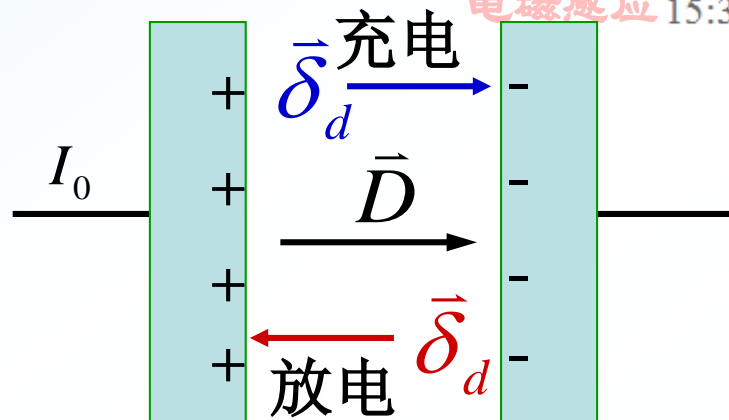
$$\vec{\delta}_D = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

位移电流也会在其周围空间激发磁场



## 例：平行板电容器

$$D = \sigma \quad \delta_d = \frac{d\sigma}{dt}$$



充电时,  $\sigma \uparrow \rightarrow D \uparrow \rightarrow \frac{d\vec{D}}{dt} > 0 \Rightarrow \vec{\delta}_d$  与  $\vec{D}$  同向

放电时,  $\sigma \downarrow \rightarrow D \downarrow \rightarrow \frac{d\vec{D}}{dt} < 0 \Rightarrow \vec{\delta}_d$  与  $\vec{D}$  反向

传导电流  $I_0$  在极板上中断, 可由  $\frac{d\Phi_D}{dt}$  接替.

传导电流密度  $\vec{\delta}$  在极板上中断, 可由  $\frac{d\vec{D}}{dt}$  接替.

解决了非稳恒情况电流的连续性问题



### 三、全电流定律

1. 全电流 = 传导电流( $I_0$ ) + 位移电流( $I_d$ )

对任何电路, 全电流总是连续的

$$\oint_S (\vec{\delta} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}) \cdot d\vec{S} = 0$$

2. 推广的安培环路定理

$$\oint_L \vec{H} \cdot d\vec{l} = I_0 + I_d = \int_S \vec{\delta} \cdot d\vec{S} + \int_S \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \cdot d\vec{S}$$

**说明:** ①  $I_0$  为电荷的定向运动, 存在于导体之中;

$I_d$  由变化电场所激发, 存在于变化电场的空间.

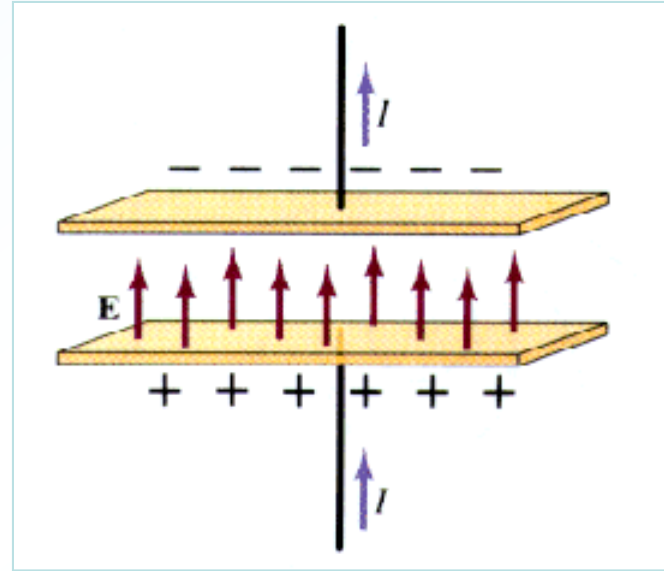
②  $I_0$  具有热效应(通过导体发热);  $I_d$  不具有热效应.

**传导电流和位移电流都能激发涡旋磁场**

**位移电流假设的实质:** 变化的电场可以激发磁场



**例8-14.** 给电容为 $C$ 的平板电容器充电，电流为  $i = 0.2e^{-t}$  (SI)，且有  $q_{t=0} = 0$ ，求(1) 极板间电压随时间变化的关系  $U(t)$ ，和(2)  $t$  时刻极板间的位移电流  $I_d$  (忽略边缘效应).



解： (1)  $dq = i dt$ ,  $q = \int_0^t i dt$

$$U = \frac{q}{C} = \frac{1}{C} \int_0^t i dt = \frac{1}{C} \int_0^t 0.2 e^{-t} dt$$

$$= \frac{0.2}{C} (1 - e^{-t})$$

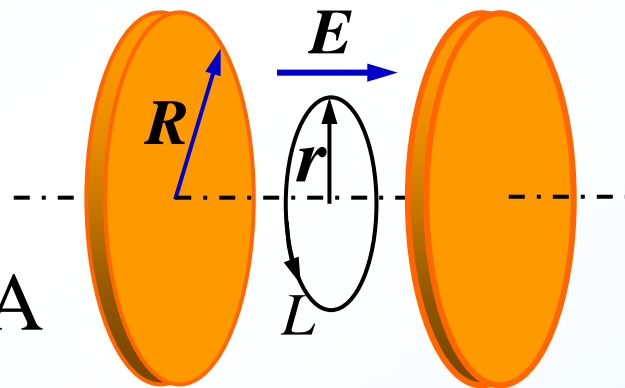
(2)  $I_d = i = 0.2 e^{-t}$



**练习：**半径为 $R=0.1\text{m}$ 的两块圆板，构成平板电容器。现均匀充电，使电容器两极板间的电场变化率为 $10^{13}\text{V}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{s}^{-1}$ 。求极板间的位移电流以及距轴线 $R$ 处的磁感应强度。

**解：**  $\Phi_D = SD = \pi R^2 \cdot \varepsilon_0 E$

$$I_d = \frac{d\Phi_D}{dt} = \pi \varepsilon_0 R^2 \frac{dE}{dt} = 2.8 \text{ A}$$



$$\oint_L \vec{H} \cdot d\vec{l} = \frac{d\Phi_D}{dt}$$

$$H \cdot 2\pi r = \int_S \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \cdot d\vec{S}$$

$$H = \frac{B}{\mu_0}, D = \varepsilon_0 E$$



$$B_r = \frac{\mu_0 \varepsilon_0}{2} r \frac{dE}{dt}$$

$$B_R = \frac{\mu_0 \varepsilon_0}{2} R \frac{dE}{dt} = 5.6 \times 10^{-6} \text{ T}$$



## § 8-8 麦克斯韦方程组

### 一、麦克斯韦方程组

		高斯定理	环路定理
磁场		$\oint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$	$\oint_L \vec{H} \cdot d\vec{l} = \oint_S (\vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}) \cdot d\vec{S}$
电场	静电场	$\oint_S \vec{D}^{(1)} \cdot d\vec{S} = \sum_{S \text{ 内}} q_0 = \int_V \rho dV$	$\oint_L \vec{E}^{(1)} \cdot d\vec{l} = 0$
	感生电场	$\oint_S \vec{D}^{(2)} \cdot d\vec{S} = 0$	$\oint_L \vec{E}^{(2)} \cdot d\vec{l} = - \int \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S}$
	一般电场	$\vec{D} = \vec{D}^{(1)} + \vec{D}^{(2)}$ $\oint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = \int_V \rho dV$	$\vec{E} = \vec{E}^{(1)} + \vec{E}^{(2)}$ $\oint_L \vec{E} \cdot d\vec{l} = - \int \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S}$



电磁场 { 电场：静电场、涡旋电场  
 磁场： $I_0$ 激发磁场、 $I_d$ 激发的磁场

## 麦克斯韦方程组积分形式

$$\left\{ \begin{aligned} \oint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} &= \int_V \rho dV \\ \oint_L \vec{E} \cdot d\vec{l} &= - \int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S} \\ \oint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} &= 0 \\ \oint_L \vec{H} \cdot d\vec{l} &= \oint_S \left( \vec{\delta} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right) \cdot d\vec{S} \end{aligned} \right.$$

方程中各量关系：

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \varepsilon_r \vec{E}$$

$$\vec{B} = \mu_0 \mu_r \vec{H}$$

$$\vec{\delta} = \gamma \vec{E}$$



## 麦克斯韦方程组微分形式：

$$\nabla \cdot \vec{D} = \rho$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0$$

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{\delta} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

## 麦克斯韦电磁理论的特点：

- ① 物理概念创新；
- ② 逻辑体系严密；
- ③ 数学形式简单优美；
- ④ 演绎方法出色；
- ⑤ 电场与磁场以及时间空间的明显对称性。



## 二、麦克斯韦方程组的意义

### 1. 是对宏观电磁场运动规律的全面总结

从法拉第“场”的概念建立电磁场的数学形式

高斯定理方程描述了电磁场性质

环路定律方程揭示了电场与磁场的关系

电场和磁场统一为电磁场理论

方 程	实 验 基 础	意 义
$\oint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = \int_V \rho dV$	库仑定律 感生电场假设	电场性质
$\oint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$	未发现磁单极	磁场性质
$\oint_L \vec{E} \cdot d\vec{l} = - \int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S}$	法拉第电磁 感应定律	变化磁场 产生电场
$\oint_L \vec{H} \cdot d\vec{l} = \oint_s (\vec{\delta} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}) \cdot d\vec{S}$	安培环路定理 位移电流假设	变化电场 产生磁场

- **电荷与观察者相对运动状态不同时, 电磁场可以表现为不同形态.**

空间带电体 { 对相对其静止的观察者 — 静电场  
对相对其运动的观察者 { 电场  
磁场

**(3) 预言了电磁波的存在(自由空间  $\rho = 0, \vec{\delta} = 0$ )**

$$\oint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = 0$$

$$\oint_L \vec{E} \cdot d\vec{l} = - \int \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S}$$

$$\oint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$$

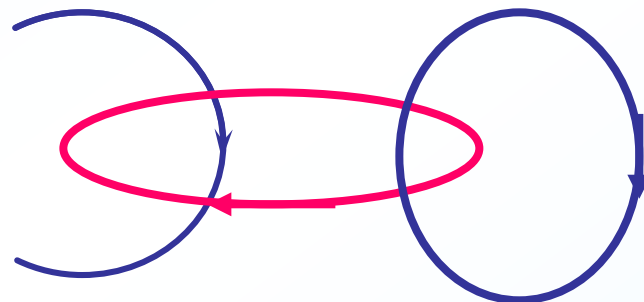
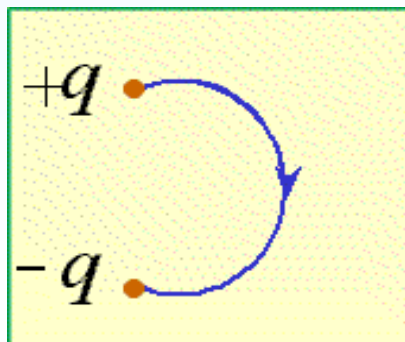
$$\oint_L \vec{H} \cdot d\vec{l} = \oint_S \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \cdot d\vec{S}$$



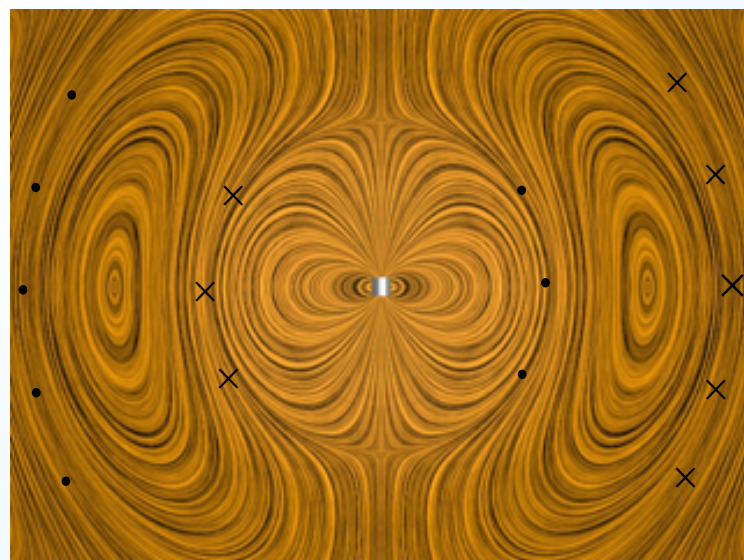
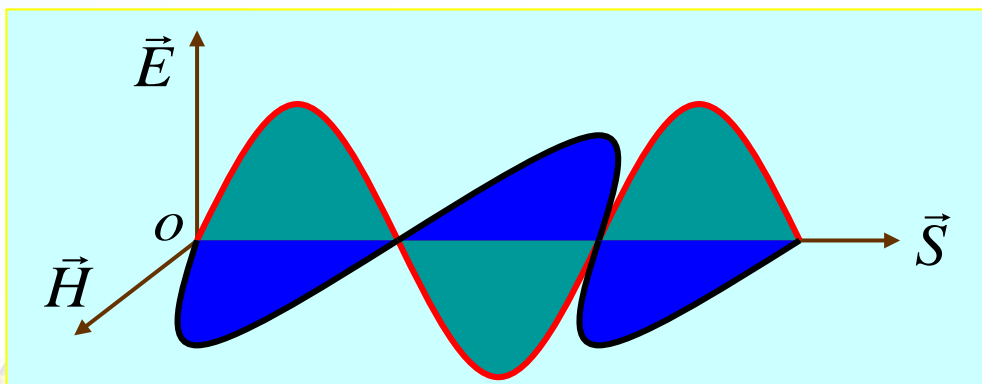
变化磁场  $\longrightarrow$  电场  
 变化电场  $\longrightarrow$  磁场

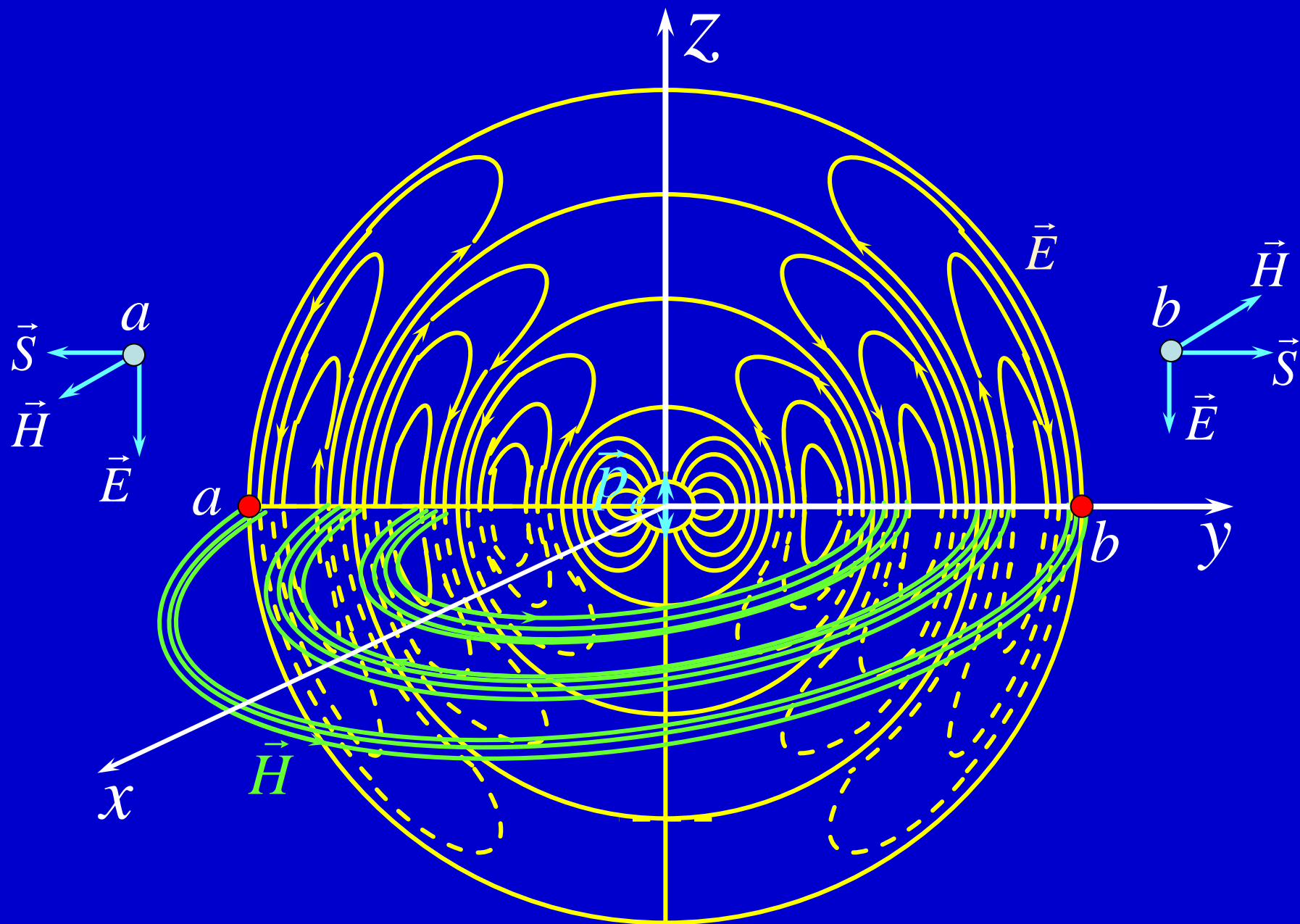
} 变化电场  $\longleftrightarrow$  变化磁场

如振荡偶极子



可脱离电荷、电流在空间传播  $\longrightarrow$  电磁波





## (4) 预言了光的电磁本性

电磁波的传播速率

$$v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} = c$$

麦克斯韦对两个  
预言坚信不疑

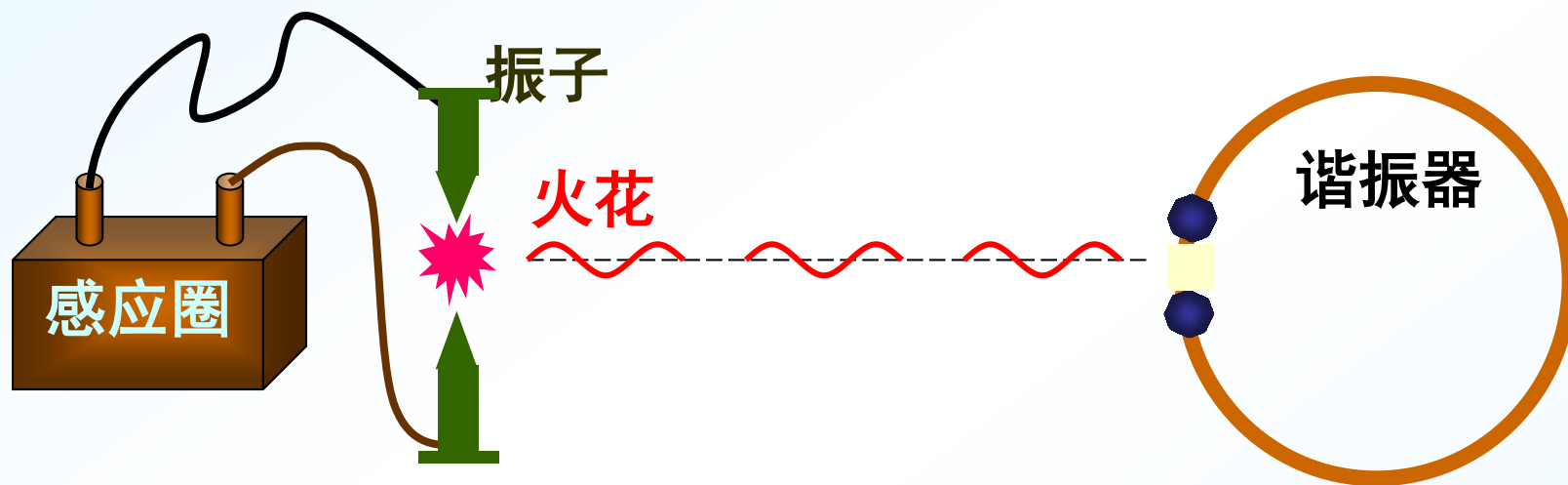
麦克斯韦：“电磁波的这一速度与光速如此接近，看来我们有充分的理由可以断定，光本身是以波动形式在电磁场中按电磁波规律传播的一种电磁振动”。

不仅科学地预言了电磁波的存在，而且揭示了光、电、磁现象本质的统一性，是继牛顿力学之后物理学的一次大综合。





## 实验证实：赫兹(1888年完成)



两杆间隙在高压下被击穿, 形成振荡偶极子, 发射电磁波.

环形谐振器空气隙, 通过适当选择其方位, 实现与发射振子的共振.

用电磁波重复了所有光学反射、折射、衍射、干涉、偏振实验.



实验 → 理论 → 实验

法拉第 — 麦克斯韦 — 赫兹



蓝图  
(基础)



建设大厦



使其中住满人  
(应用)

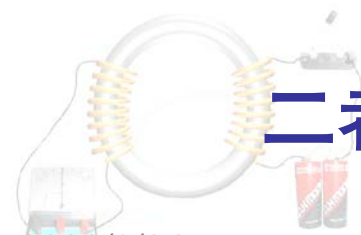
互补

法拉第：来自社会底层、实验巨匠. 善于通过直觉把握物理本质.

↓ 大40岁

麦克斯韦：出身名门望族、数学高手、善于建立模型、综合、提高.

二者结合：最理想的物理学家



## (5) 是经典物理 — 近代物理桥梁

麦氏方程不满足伽利略变换 → 相对论建立

“我曾确信, 在磁场中作用于一个运动电荷的力不过是一种电场力罢了, 正是这种确信或多或少直接地促使我去研究狭义相对论。”  
—— 爱因斯坦

## (6) 局限性

① 在承认电荷连续分布基础上建立的宏观经典理论, 未和物质微观结构联系起来.

② 不完全对称, 不存在磁单极.

**思考:** 如果存在磁单极, 麦克斯韦方程如何修正?

引入磁荷  $\rho_m$ 、磁流  $\vec{\delta}_m$



## 交流电路中电容极板间的位移电流

