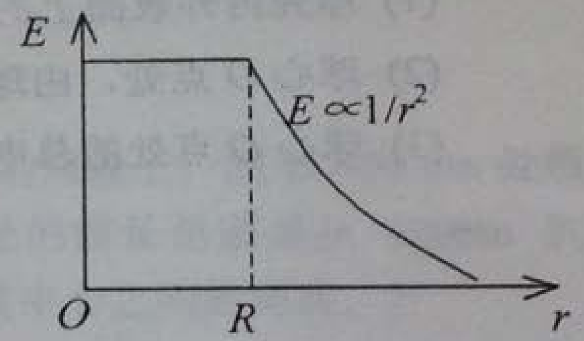
一.选择题（共 30 分）

1（本题 3 分）图示为一具有球对称性分布的静电场的 $E\sim r$ 关系曲线．请指出该静电场是由下列哪种带电体产生的．



(A) 半径为 R 的均匀带电球面．

(B) 半径为 R 的均匀带电球体．

(C) 半径为 R 、电荷体密度 $\rho=Ar$ (A 为常量）的非均匀带电球体．

(D) 半径为 R 、电荷体密度 $\rho=A/r$ (A 为常量)的非均匀带电球体．

当 $r\le R$ 时，$\phi_e=\oint\vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{S}=\int\frac{1}{\varepsilon_0}\mathrm{d}q,\ 4\pi r^2E=\int_0^r\frac{1}{\varepsilon_0}\rho(r)4\pi r^2\mathrm{d}r$

[D]

2（本题 3 分）充了电的平行板电容器两极板(看作很大的平板)间的静电作用力 F 与两极板间的电压 U 的关系是：

(A) $F\propto U$.　　(B) $F\propto 1/U$.

(C) $F\propto 1/U^2$.　　(D) $F\propto U^2$.

$$\vec{F}=\vec{E}q=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}q=\frac{q^2}{2\varepsilon_0 S}=\frac{C^2U^2}{2\varepsilon_0 S}$$

$$\vec{F}=\vec{E}q,\ \ \vec{E}\propto U,q\propto U;\vec{F}\propto U^2$$

[D]

3（本题 3 分）均匀磁场的磁感强度 $\vec{B}$ 垂直于半径为 r 的圆面．今以该圆周为边线，作一半球面 S，则通过 S 面的磁通量的大小为

$$\phi_m=\int\vec{B}\cdot\mathrm{d}\vec{S}$$

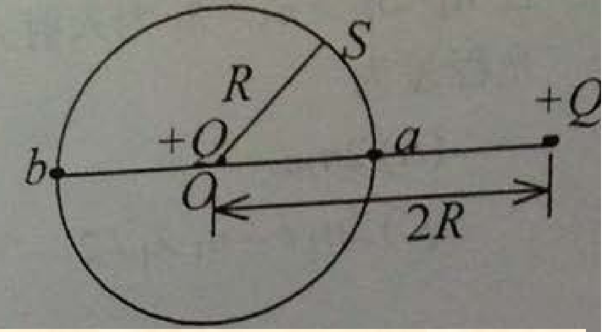
(A) $2\pi r^2B$.　　(B) πr^2B.

(C) 0.　　(D) 无法确定的量.

[B]

二、填空题（共 30 分）

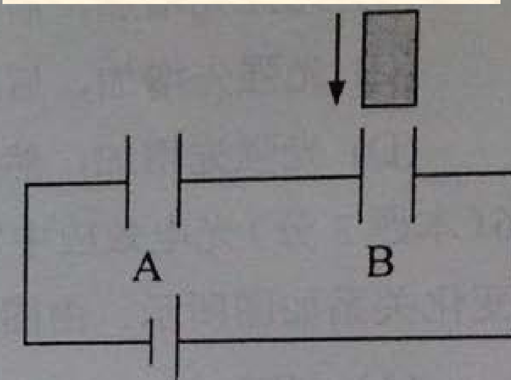
11（本题 5 分）如图所示，真空中两个正点电荷 Q，相距 $2R$. 若以其中一点电荷所在处 O 点为中心，以 R 为半径作高斯球面 S，则通过该球面的电场强度通量＝ Q/ε_0 ；若以 $\vec{r}_0$ 表示高斯面外法线方向的单位矢量，则高斯面上 b 点的电场强度为 $\dfrac{5Q\vec{r}_0}{18\pi\varepsilon_0 R^2}$.



$$\phi_e = \oiint \vec{E}\cdot d\vec{S} = \int \frac{1}{\varepsilon_0} dq = \frac{1}{\varepsilon_0}\sum_{内} q_i$$

$$\vec{E}_b = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{Q}{R^2}+\frac{Q}{9R^2}\right)\vec{r}_0$$

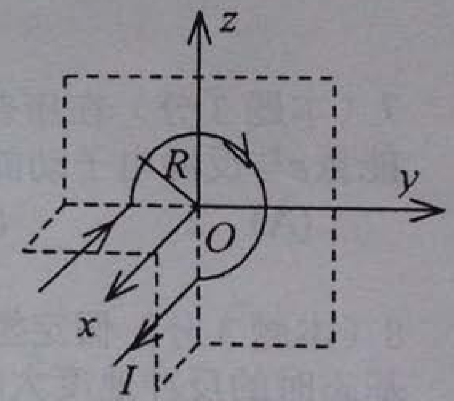
12（本题 5 分）如图所示，两个同样的平行板电容器 A 和 B，串联后接在电源上，然后把一块相对介电常数为 ε_r 的均匀电介质插入电容器 B 中，则电容器 A 中的电场强度 E_A 增大（增大，不变，减小），电容器 B 中的电场强度 E_B 减小（增大，不变，减小）。



C_B增大，总电容增大，$q_A=q_B$增大；
U_A增大，E_A增大；U_B减小，E_B减小；

13（本题 3 分）载有电流 I 的导线由两根半无限长直导线和半径为 R 的、以 xyz 坐标系原点 O 为中心的 3/4 圆弧组成，圆弧在 yOz 平面内，两根半无限长直导线与 x 轴平行，电流流向如图所示．O 点的磁感强度 $\vec{B}=$ $-\frac{3}{4}\frac{\mu_0 I}{2R}\vec{i}-\frac{\mu_0 I}{4\pi R}\vec{j}-\frac{\mu_0 I}{4\pi R}\vec{k}$．

(用坐标轴正方向单位矢量 $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ 表示)



$$\vec{B}_x=-\frac{3}{4}\frac{\mu_0 I}{2R};\vec{B}_y=-\frac{1}{2}\frac{\mu_0 I}{2\pi R};\vec{B}_z=-\frac{1}{2}\frac{\mu_0 I}{2\pi R}$$

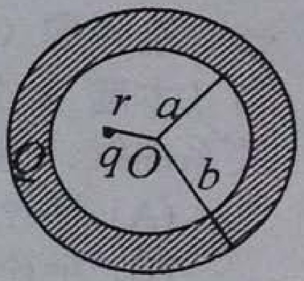
三、计算题（共 40 分）

19（本题 10 分）如图所示，一内半径为 a、外半径为 b 的金属球壳，带有电荷 Q，在球壳空腔内距离球心 r 处有一点电荷 q．设无限远处为电势零点，试求：

(1) 球壳内外表面上的电荷．

(2) 球心 O 点处，由球壳内表面上电荷产生的电势．

(3) 球心 O 点处的总电势．



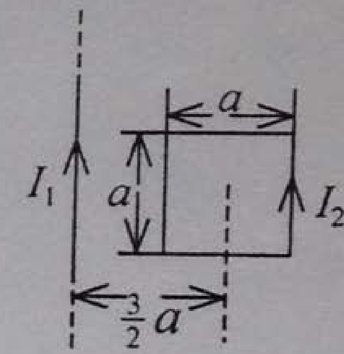
（1）内表面电荷为-q，外表面电荷为Q+q

（2）内表面电荷在O点产生的电势为 $\dfrac{-q}{4\pi\varepsilon_0 a}$

（2）O点总电势为

$$\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q}{r}-\frac{q}{a}+\frac{Q+q}{b}\right)$$

20（本题 10 分）一通有电流 I_1 (方向如图)的长直导线，旁边有一个与它共面通有电流 I_2 (方向如图)每边长为 a 的正方形线圈，线圈的一对边和长直导线平行，线圈的中心与长直导线间的距离为 $\frac{3}{2}a$ (如图)，在维持它们的电流不变和保证共面的条件下，将它们的距离从 $\frac{3}{2}a$ 变为 $\frac{5}{2}a$，求磁场对正方形线圈所做的功.



$$A = I_2\Delta\Phi = I_2\left(\Phi_2 - \Phi_1\right)$$

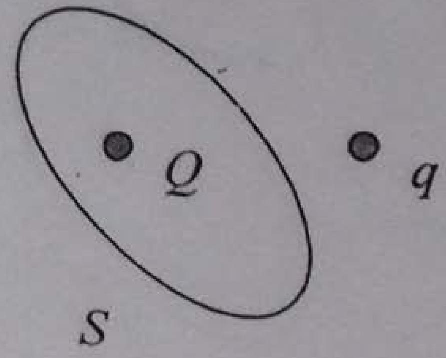
$$\Phi = \int B\mathrm{d}s = -\int \frac{\mu_0 I_1}{2\pi x} a\mathrm{d}x$$

$$\Phi_1 = -\int_a^{2a} \frac{\mu_0 I_1}{2\pi x} a\mathrm{d}x = -\frac{\mu_0 I_1 a}{2\pi}\ln 2$$

$$\Phi_1 = -\int_{2a}^{3a} \frac{\mu_0 I_1}{2\pi x} a\mathrm{d}x = -\frac{\mu_0 I_1 a}{2\pi}\ln\frac{3}{2}$$

$$A = I_2\Delta\Phi = I_2\frac{\mu_0 I_1 a}{2\pi}\left(\ln 2 - \ln\frac{3}{2}\right) = \frac{\mu_0 I_1 I_2 a}{2\pi}\ln\frac{4}{3}$$

3. 点电荷 Q 被曲面 S 所包围，从无穷远处引入另一点电荷 q 至曲面外一点，如图所示，则引入前后



（A）通过曲面 S 的 Φ_e 不变，各点场强也不变；

（B）通过曲面 S 的 Φ_e 变化，而各点场强不变；

（C）通过曲面 S 的 Φ_e 不变，而各点场强变化；

（D）通过曲面 S 的 Φ_e 变化，各点场强也变化。

[C]

4. 有两个大小不相同的金属球，大球直径是小球的两倍，大球带电，小球不带电，两者相距很远．今用细长导线将两者相连，在忽略导线的影响下，大球与小球的带电之比为：

(A) 0.　　(B) 1/2.

(C) 1.　　(D) 2.

[D]

$$U_{球}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{R}$$

$$U_1=U_2$$

$$Q\propto R$$

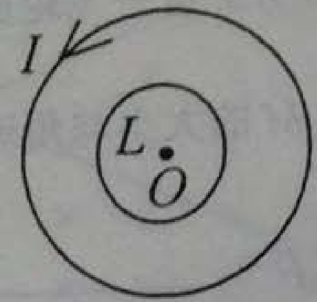
5. 在一圆形电流 I 所在的平面内，选取一个同心圆形闭合回路 L，则由安培环路定理可知

(A) $\oint_L \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = 0$，且环路上任意一点 $B\neq 0$.

(B) $\oint_L \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = 0$，且环路上任意一点 $B = 0$.

(C) $\oint_L \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{l} \neq 0$，且环路上任意一点 $B\neq 0$.

(D) $\oint_L \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{l} \neq 0$，且环路上任意一点 $B =$ 常量.



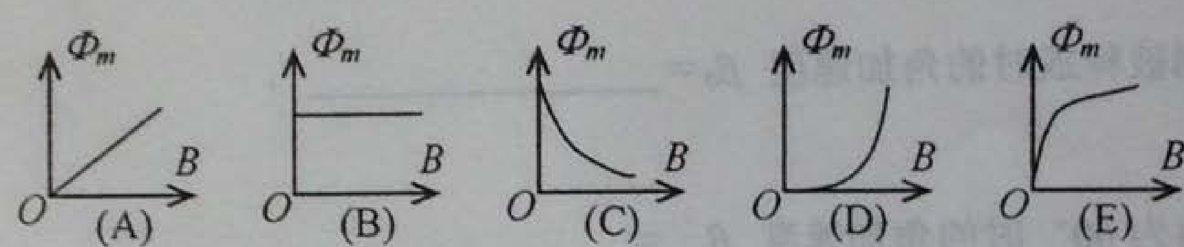
[A]

; $R=\frac{mv}{qB}$

6. 一质量为 m、电荷为 q 的粒子，以与均匀磁场 $\vec{B}$ 垂直的速度 v 射入磁场内，则粒子运动轨道所包围范围内的磁通量 Φ_m 与磁场磁感强度 $\vec{B}$ 大小的关系曲线是(A)～(E)中的哪一条？

$$qvB = mv^2/R$$

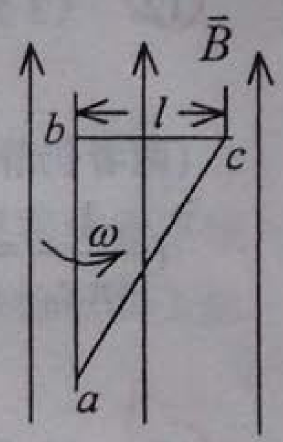
$$R=\frac{mv}{qB}$$



$$\Phi_m = B\pi R^2 = B\pi\left(\frac{mv}{qB}\right)^2 \propto \frac{1}{B}$$

[C]

7. 如图所示，直角三角形金属框架 abc 放在均匀磁场中，磁场 $\vec{B}$ 平行于 ab 边，bc 的长度为 l. 当金属框架绕 ab 边以匀角速度 ω 转动时，abc 回路中的感应电动势 ε 和 a、c 两点间的电势差 U_a-U_c 为



(A) $\varepsilon=0$，$U_a-U_c=\frac{1}{2}B\omega l^2$.

(B) $\varepsilon=B\omega l^2$，$U_a-U_c=-\frac{1}{2}B\omega l^2$

(C) $\varepsilon=B\omega l^2$，$U_a-U_c=\frac{1}{2}B\omega l^2$.

(D) $\varepsilon=0$，$U_a-U_c=-\frac{1}{2}B\omega l^2$

[D]

$$\varepsilon_i=-\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}$$

$$\varepsilon_{i动}=\int_a^b(\vec{v}\times\vec{B})\cdot\mathrm{d}\vec{l}$$

C为正极

a与b均为负极

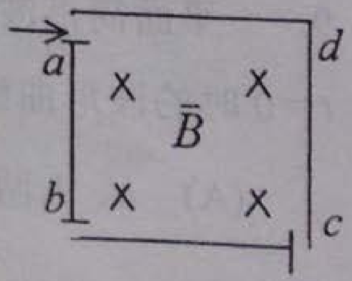
12. （3 分）一电子和一质子相距 2×10^{-10} m (两者静止)，将此两粒子分开到无穷远距离(两者仍静止)所需要的最小能量是 7.2 eV.

($\dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}=9\times10^{9}\ \mathrm{N\cdot m^2/C^2}$，质子电荷 $e=1.60\times10^{-19}$ C， $1\ \mathrm{eV}=1.60\times10^{-19}$ J)

$$E=q\Delta U=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{e^2}{r}$$

13. （5 分）在一个不带电的导体球壳内，先放进一电荷为$+q$ 的点电荷，点电荷不与球壳内壁接触．然后使该球壳与地接触一下后断开，再将点电荷$+q$ 取走．此时，球壳的电荷为 $-q$ ，电场分布的范围是 球壳之外至无穷远处 .

14. （3 分）如图所示的空间区域内，分布着方向垂直于纸面的匀强磁场，在纸面内有一正方形边框 $abcd$(磁场以边框为界)．而 a、b、c 三个角顶处开有很小的缺口．今有一束具有不同速度的电子由 a 缺口沿 ad 方向射入磁场区域，若 b、c 两缺口处分别有电子射出，则此两处出射电子的速率之比 v_b/v_c=1/2．



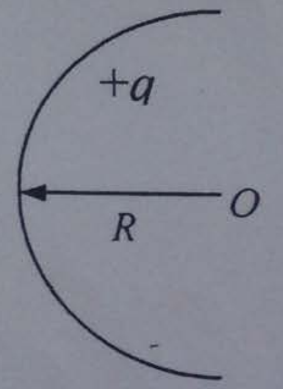
$$R=\frac{mv}{qB}$$

$$\frac{R_b}{R_c}=\frac{1}{2}=\frac{v_b}{v_c}$$

15. （3 分）在磁场中某点放一个很小的试验线圈．若线圈的面积增大一倍，且其中电流也增大一倍，该线圈所受的最大磁力矩将是原来的 4 倍。

$$M = \vec{P}_m \times \vec{B}; \vec{P}_m = I\vec{S}$$

20. （10 分）一绝缘细棒弯成半径为 R 的半圆形，其上均匀带电量 $+q$，如图所示。求圆心处的电场强度。

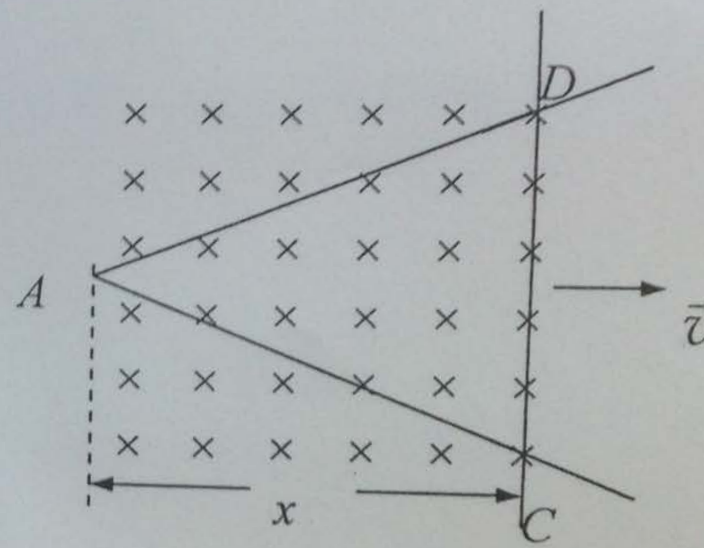


$$d\vec{E}_r = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\frac{q}{\pi R}R\mathrm{d}\theta}{R^2} = \frac{q\mathrm{d}\theta}{4\pi^2\varepsilon_0 R^2}$$

$$\vec{E} = E_x = \int_0^{\pi}\mathrm{d}\vec{E}_x = \int_0^{\pi}\mathrm{d}\vec{E}_r\sin\theta = \int_0^{\pi}\frac{q\sin\theta\mathrm{d}\theta}{4\pi^2\varepsilon_0 R^2} = \frac{q}{2\pi^2\varepsilon_0 R^2}$$

作业题

21 （10 分）将等边三角形平面回路 $ACDA$ 放在磁感应强度为 $\vec{B}=\vec{B}_0 t$（其中 $\vec{B}_0$ 为常矢量）的均匀磁场中，回路平面垂直于磁场方向，如图所示。回路的 CD 段为滑动导线，以匀速 $\vec{v}$ 远离 A 端运动，且始终保持回路为等边三角形。设滑动导线 CD 到 A 端的垂直距离为 x，且初始 $x=0$。试求回路 $ACDA$ 中的感应电动势 ε 和时间 t 的关系。



解：

$$\Phi_{\mathrm{m}}=\int_S \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{S}=\int_S B_0 t \mathrm{d}S$$

$$=B_0 t\int_S \mathrm{d}S=B_0 tS$$

$$=B_0 t x^2\tan 30^\circ=\frac{\sqrt{3}}{3}B_0 v^2 t^3$$

$$\varepsilon=-\frac{\mathrm{d}\Phi_{\mathrm{m}}}{\mathrm{d}t}=-\sqrt{3}B_0 v^2 t^2$$