行列式——行列式的定义

知识点巩固练习

1. $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}$

2. $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} - a_{11}a_{23}a_{32} - a_{12}a_{21}a_{33} - a_{13}a_{22}a_{31}$

3. n 阶行列式 $\det(a_{ij}) = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}$

4. $\begin{vmatrix} a_{11} & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22}a_{33}\cdots a_{nn}$

5. $\begin{vmatrix} 0 & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \iddots & \vdots \\ a_{n1} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix} = a_{1n}a_{2(n-1)}a_{3(n-2)}\cdots a_{n1}$

练习题

1. 利用对角线法则计算下列 3 阶行列式：

(1) $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & -1 \\ 1 & 5 & 9 \end{vmatrix}$；

$= 1\times9\times2 + 0\times(-1)\times1 + 1\times3\times5 - 1\times(-1)\times5 - 0\times3\times9 - 1\times2\times1$

$= 36$

(2) $\begin{vmatrix} x & y & x+y \\ y & x+y & x \\ x+y & x & y \end{vmatrix}$（写出最简式）.

$= x(x+y)\cdot y + y\cdot x\cdot(x+y) + (x+y)\cdot y\cdot x - x\cdot x\cdot x - y\cdot y\cdot y - (x+y)^3$

$= 3xy(x+y) - (x+y)^3 - x^3 - y^3$

$= (x+y)(xy - x^2 - y^2) - x^3 - y^3$

$= -2x^3 - 2y^3$

2. 按自然数从小到大为标准次序

(1) 3 4 2 1 的逆序数为 <u>5</u>；

(2) 2 4 1 3 的逆序数为 <u>3</u>；

(3) 1 3 ⋯ $(2n-1)$ 2 4 ⋯ $(2n)$ 的逆序数为 $\underline{\dfrac{n(n-1)}{2}}$.

3. 写出 4 阶行列式中含有因子 $a_{11}a_{23}$ 的项.

$a_{11}a_{23}a_{34}a_{42}$,

$-a_{11}a_{23}a_{32}a_{44}$

思考题

4 阶及 4 阶以上行列式可否用对角线法则？为什么？

不行

以4阶行列式为例

假设若4阶行列式可用对角线法则.则该行列式应有8项

∵ 易知用1,2,3,4作排列.排列总数 $P_4=4!=24$

则4阶行列式应存在24项.与假设存在矛盾

可得出结论：4阶及4阶以上行列式不可用对角线法则