波动光学小结

一、复习要点

光程、光的干涉(杨氏双缝, 薄膜等厚干涉)

光的衍射(单缝夫琅和费衍射、光栅、瑞利准则)

光的偏振(起偏、检偏、马吕斯定律、布儒斯特定律)

二、难点辨析

(1) 干涉及衍射条纹的动态变化.

(2) 对光栅衍射中的缺纹及复色光入射的有关问题.

(3) 区分单缝衍射、双缝干涉及光栅衍射的公式.

(4) 双缝干涉与双缝衍射(两缝光栅)的区别与联系.

三、主要概念

1. 光的相干叠加

① 相干条件

② 光强分布：$I = I_1 + I_2 + \underline{2\sqrt{I_1 I_2}\cos\Delta\varphi}$

干涉项

$$\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 - 2\pi\frac{r_2 - r_1}{\lambda}$$

③ $$\Delta\varphi = \begin{cases} 2\pi k & \text{相长} \\ (2k+1)\pi & \text{相消} \end{cases} \qquad k = 0, \pm 1, \pm 2, \cdots$$

若 $\varphi_1 = \varphi_2$

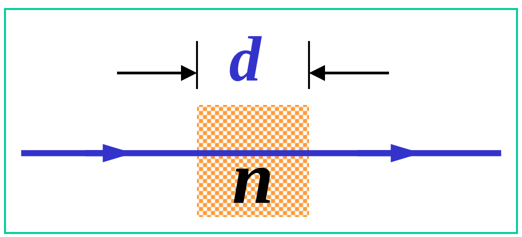
$$\delta = r_1 - r_2 = \begin{cases} k\lambda & \text{相长} \\ (2k+1)\dfrac{\lambda}{2} & \text{相消} \end{cases} \qquad k = 0, \pm 1, \pm 2, \cdots$$

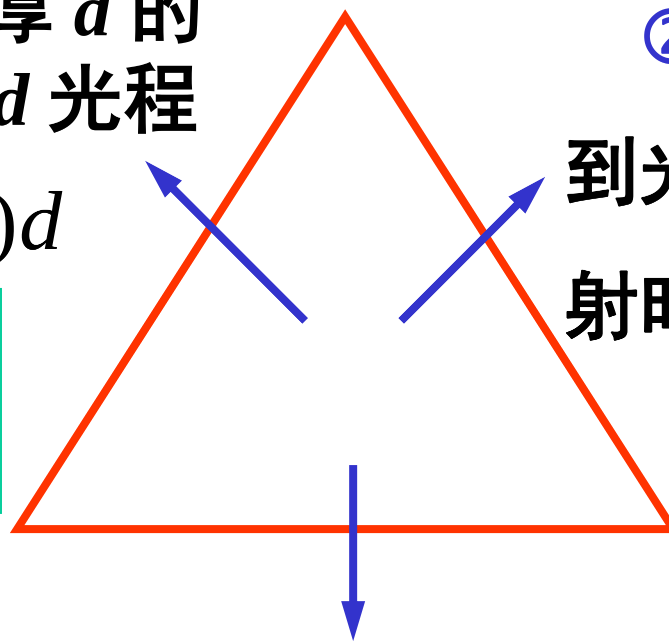
2. 光程差　光程＝几何路径×介质折射率

$$\boxed{\Delta\varphi = 2\pi\frac{\Delta}{\lambda}}$$

① 真空中加入厚 *d* 的介质、增加 $(n-1)d$ 光程

$$nd - d = (n-1)d$$





②光由光疏介质射到光密介质界面上反射时附加 $\dfrac{\lambda}{2}$ 光程

③ 薄透镜不引起附加光程 (物点与象点间各光线等光程)

反射光等倾干涉

$$\varDelta = 2e\sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 i} + \boxed{\frac{\lambda}{2}}$$

单缝衍射

$$\varDelta = a\sin\varphi$$

双缝干涉

$$\Delta = d\sin\varphi = d\,\frac{x}{D}$$

$$x = \begin{cases} \pm\dfrac{kD}{d}\lambda \\ \pm(2k-1)\dfrac{D}{d}\cdot\dfrac{\lambda}{2} \end{cases}$$

$$\varDelta = \begin{cases} 0 \\ \pm(2k+1)\dfrac{\lambda}{2} \\ \pm k\lambda \end{cases}$$

光栅衍射 $\varDelta = (a+b)\sin\varphi$

主明纹位置： $\varDelta = k\lambda$

3. 条纹特点

① 杨氏双缝干涉

条纹亮度：$I_{max}=4I_1 \quad I_{min}=0$ 条纹宽度：$\Delta x=\dfrac{D}{d}\lambda$

形态：平行于缝的等亮度、等间距、明暗相间条纹

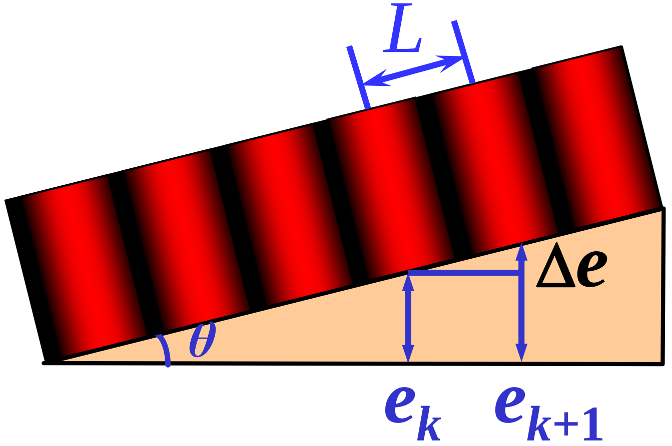
λ一定：$\Delta x \propto D \quad \Delta x \propto \dfrac{1}{d}$

d、D一定：$\Delta x \propto \lambda \quad \Delta x_{红} > \Delta x_{紫}$

λ、d、D一定, Δ变：条纹间隔不变，条纹平移。

② 劈尖

条纹特征： 平行于棱边，明、暗相间条纹，棱边处为暗纹



相邻明(暗)纹对应薄膜厚度差：

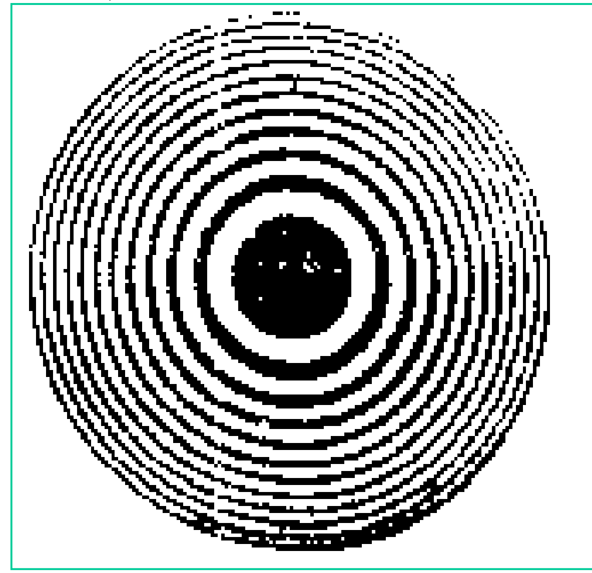
$$\Delta e = \frac{\lambda}{2n}$$

条纹宽度(两相邻暗纹间距) $L = \dfrac{\Delta e}{\sin\theta} = \dfrac{\lambda}{2n\sin\theta} \approx \dfrac{\lambda}{2n\theta}$

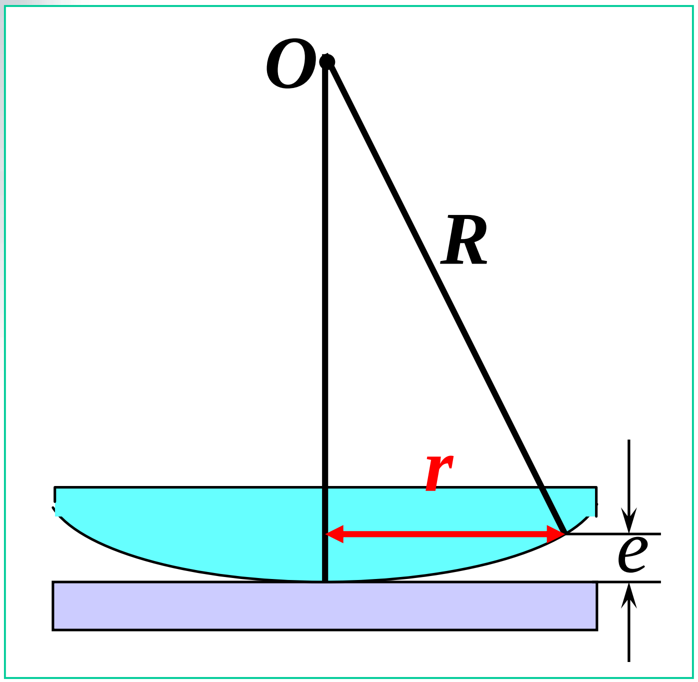
λ、n、θ 一定, e变化， **条纹宽度不变, 条纹平移**

③ 牛顿环

条纹特征：以接触点为中心的内疏外密同心圆环



中心 $e=0$ $\Delta=\dfrac{\lambda}{2}$ 暗斑



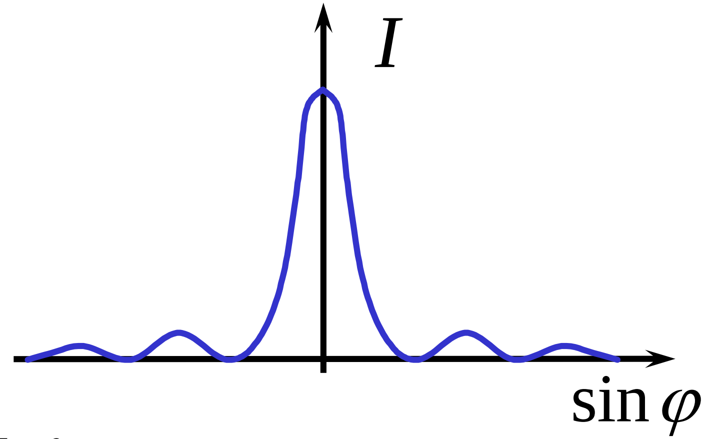
明暗纹条件：单色平行光垂直入射 $i=0$

$$\Delta=2ne+\frac{\lambda}{2}=\begin{cases}k\lambda & \text{明}\\ (2k+1)\dfrac{\lambda}{2} & \text{暗}\end{cases}$$

$$\boxed{e=\frac{r^2}{2R}}$$

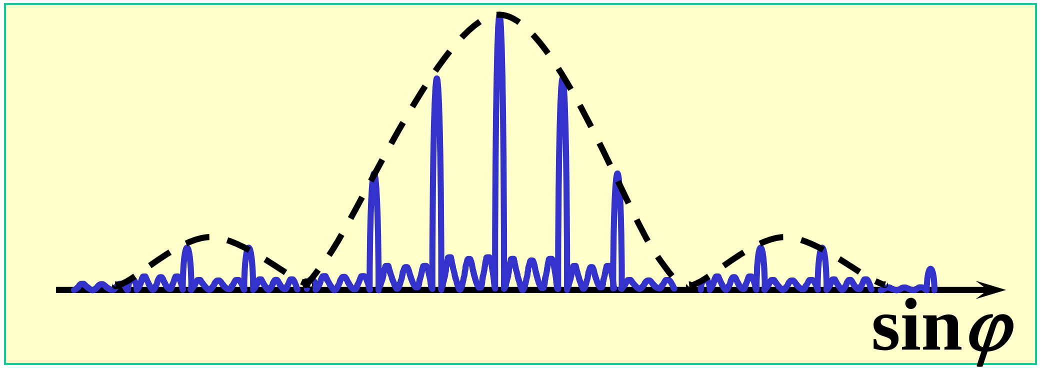
④ 单缝夫琅和费衍射

中央明纹亮而宽



⑤ 光栅衍射条纹

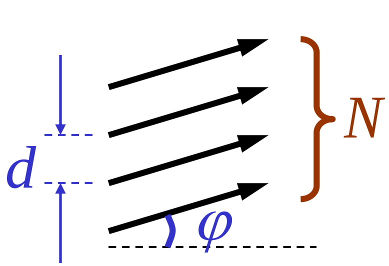
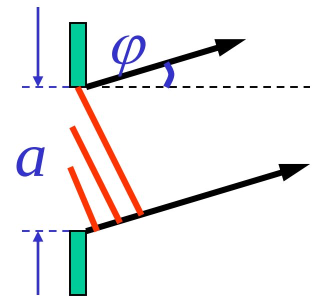
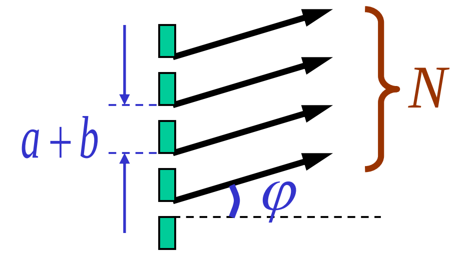
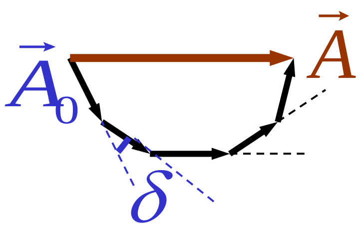
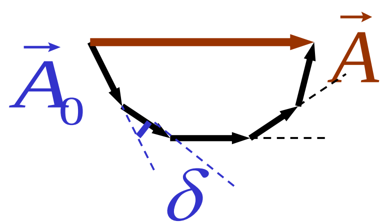
- 主明纹位置： $d\sin\varphi = k\lambda \; (k = 0, \pm 1, \cdots)$ ——光栅公式
- 单缝暗纹： $a\sin\varphi = k'\lambda \quad (k' = \pm 1, \pm 2, \cdots)$
- 缺级： $k = \dfrac{d}{a}k'$

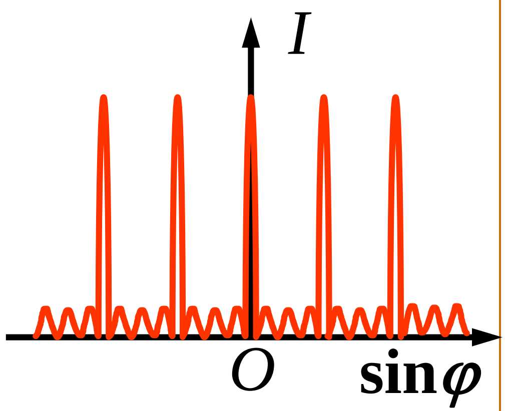
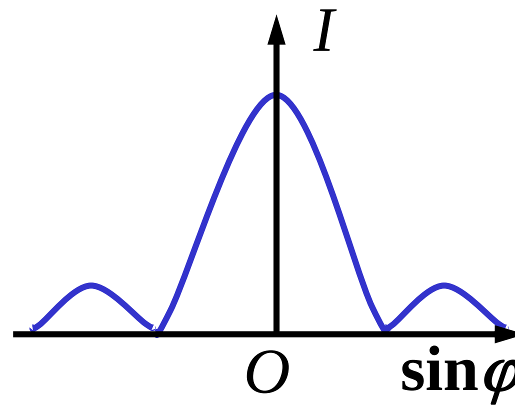
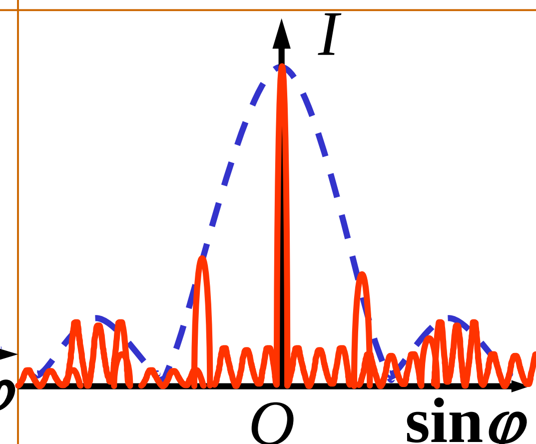


- 最高级次： $k_m < \dfrac{d}{\lambda}$
- 单缝中央明纹区主明纹条数： $2\left(\dfrac{d}{a}\right)_{进整} - 1$
- 相邻主明纹间较宽暗区：N-1条暗纹，N-2条次极大

光的干涉性

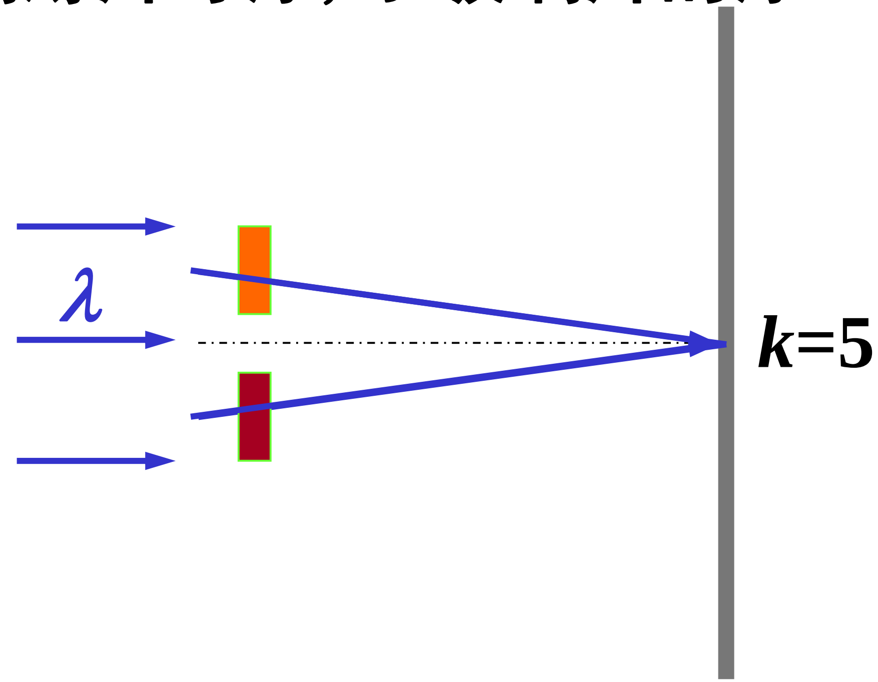
多光束干涉、单缝衍射、光栅衍射对比

基本思想	多光束干涉	单缝衍射	光栅衍射
多光束叠加			
相邻光束相位差δ	$\dfrac{2\pi}{\lambda}d\sin\varphi$	$\dfrac{2\pi}{\lambda}\cdot\dfrac{a}{N}\sin\varphi$	$\dfrac{2\pi}{\lambda}(a+b)\sin\varphi$
振幅矢量合成	 $\vec{A}=\sum\limits_{i=1}^{N}\vec{A}_i$	 $\Delta\vec{A}=\int \mathrm{d}\vec{A}$	$\vec{A}=\sum\limits_{i=1}^{N}\Delta\vec{A}_i$ $\Delta\vec{A}_i=\int_i \mathrm{d}\vec{A}$

基本思想	多光束干涉	单缝衍射	光栅衍射
合振幅 A	$A_0 \dfrac{\sin \frac{N\delta}{2}}{\sin \frac{\delta}{2}}$	$A_0 \dfrac{\sin \alpha}{\alpha}$ $\alpha = \dfrac{\pi a}{\lambda} \sin \varphi$	$A_0 \dfrac{\sin \alpha}{\alpha} \dfrac{\sin \frac{N\delta}{2}}{\sin \frac{\delta}{2}}$ $\alpha = \dfrac{\pi a}{\lambda} \sin \varphi$
光强 I $I_0 \propto A_0^2$	$I_0 \left(\dfrac{\sin \frac{N\delta}{2}}{\sin \frac{\delta}{2}} \right)^2$	$I_0 \left(\dfrac{\sin \alpha}{\alpha} \right)^2$	$I_0 \left(\dfrac{\sin \alpha}{\alpha} \right)^2 \left(\dfrac{\sin \frac{N\delta}{2}}{\sin \frac{\delta}{2}} \right)^2$
光强分布曲线			

例1. 一双缝装置的一条缝被折射率为1.40的薄玻璃片遮盖，另一条缝被折射率为1.70的薄玻璃片遮盖. 在插入玻璃片后，屏上原来的中央极大点被第五级明条纹所占据. 设波长为480nm，且两玻璃薄片等厚，求玻璃片的厚度t.

解： 玻璃片插入后，原来的中央极大点光程差改变



$$\Delta\Delta = (n_2 - 1)t - (n_1 - 1)t$$

$$= (n_2 - n_1)t = 5\lambda$$

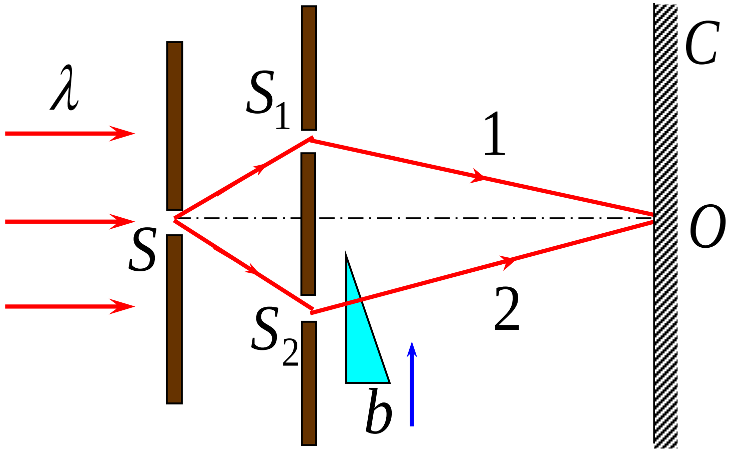
$$t = \frac{5\lambda}{n_2 - n_1} = \frac{5\times 4800\times 10^{-10}}{1.70 - 1.40} = 8\times 10^{-6}\ \mathrm{m}$$

例2. 关于双缝干涉, 下列说法正确的是

× (A) 为使屏上的干涉条纹间距离增大, 可以把两个缝的宽度稍微调窄.

√ (B) 若将双缝中的一条缝宽度略变窄, 干涉条纹的间距不变, 但原极小处的光强将不再为零.

× (C) 若将一劈尖状透明物 b 遮住一条缝后, 缓慢向上移, 如图所示. 则条纹间隔变小, 且向下移.



例3. 平行薄膜厚度h = 0.34μm, 折射率n =1.33, 放在空气中. 用白光(λ =390~720nm)照射. 问: 视线与膜面法线成60°角时看到膜面呈什么颜色？30°时呢？

解：可见光范围,干涉相长的波长所对应的颜色近似认为是膜面呈现的颜色(尽管邻近波长并不干涉相消). 由等倾干涉明条纹公式

$$\Delta = 2h\sqrt{n^2 - \sin^2 i_1} + \frac{\lambda}{2} = k\lambda \quad (k = 1,2,3\cdots)$$

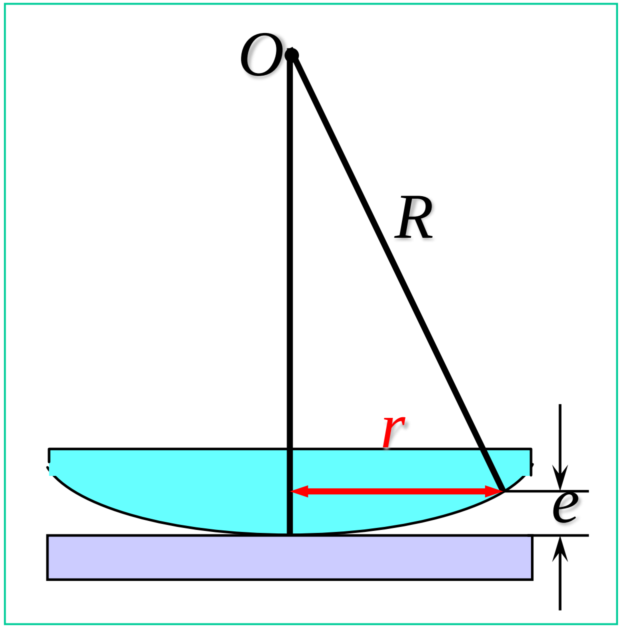
$$2 \times 340 \times \sqrt{1.33^2 - \sin^2 60°} = (k - \frac{1}{2})\lambda$$

$$\lambda = \frac{686.4 \times 2}{2k - 1}$$

在可见光范围内只有k = 2, 解得λ=457.6nm(蓝紫色)/

用同样方法, 解得i_1=30°时, λ=558.7nm(绿色).

例4. 当牛顿环干涉仪中透镜与玻璃之间充以某种介质时，其第十条明纹的直径由0.0140m变为0.0127m. 求液体的折射率n.



解： $\boxed{r^2 = 2Re}$ $\boxed{\Delta = 2ne + \frac{\lambda}{2} = k\lambda}$

充液体前：$r_k^2 = R\left(k - \frac{1}{2}\right)\lambda$

充液体后：$r_{kn}^2 = R\left(k - \frac{1}{2}\right)\lambda / n$

$$n = \frac{r_k^2}{r_{kn}^2} = \left(\frac{1.40}{1.27}\right)^2 = 1.22$$

同一级次的牛顿环,其半径的平方(面积),与折射率成反比。

例5. 对单缝夫琅和费衍射，若缝宽$a=5\lambda$，透镜焦距$f=60\text{cm}$，问：

(1) 对应θ=23.5°的衍射方向，缝面可分多少个半波带？对应的明暗情况如何？

(2) 求屏幕上中央明纹的宽度。

解： (1) 对应衍射角θ贴狭缝下缘的光线与上缘的光线的光程差为$a\sin\theta$. 因此，可分的半波带数

$$N=\frac{a\sin\theta}{\lambda/2}=10\sin 23.5^\circ=4$$ 对应第2级暗条纹

(2) 中央明纹边界 $a\sin\varphi=\pm\lambda$

$$\Delta x=2f\sin\varphi=2f\frac{\lambda}{a}=24\,\text{cm}$$

例6. 在垂直入射于光栅的平行光中有λ_1和λ_2两种波长. 已知λ_1的第三级光谱线与λ_2的第四级谱线恰好重合在离中央明纹5mm处, 而λ_2 =486.1nm, 并发现λ_1的第五级光谱缺级, 透镜焦距为0.5m, 求(1) λ_1, 光栅常数(a+b)；(2)光栅的最小缝宽a；(3)能观察到λ_1的多少条条纹？

解： (1) $(a+b)\sin\varphi = 3\lambda_1 = 4\lambda_2$

$$\lambda_1 = \frac{4}{3}\lambda_2 = \frac{4}{3}\times 486.1 = 648.1\,\text{nm}$$

$$\sin\varphi \approx \text{tg}\,\varphi = \frac{x}{f} = \frac{5\times 10^{-3}}{0.5} = 10^{-2}$$

$$(a+b) = \frac{4\lambda_2}{\sin\varphi} = \frac{4\times 486.1\times 10^{-9}}{10^{-2}} = 1.94\times 10^{-4}\,\text{m}$$

(2) $a=\frac{(a+b)}{5}=\frac{1\times1.94\times10^{-4}}{5}=3.88\times10^{-5}\ \mathrm{m}$

(3) $\sin\varphi=\frac{k\lambda_1}{a+b}<1$

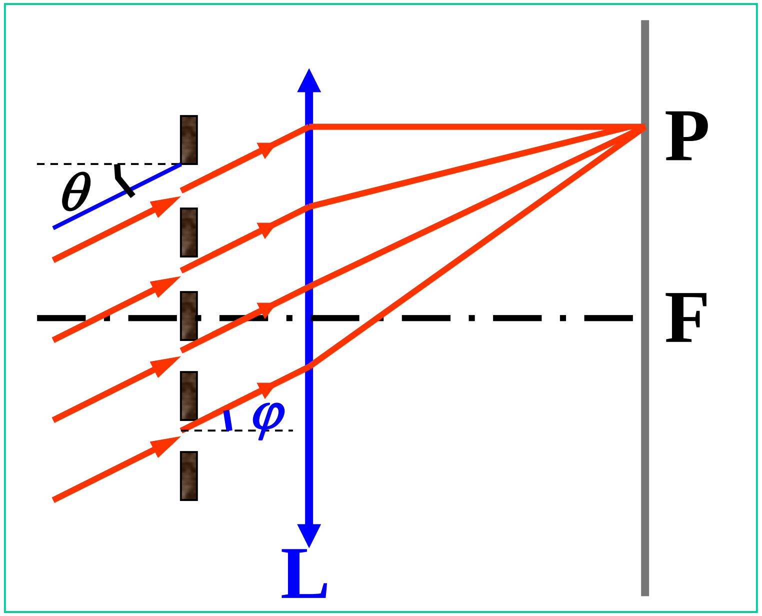
$$k<\frac{a+b}{\lambda_1}=\frac{1.94\times10^{-4}}{6481\times10^{-10}}\approx299$$

可能看到的条纹数： $2\times299+1=599$

缺级数： $\frac{299}{5}\approx59 \qquad 59\times2=118$

$$N=599-118=481$$

例7.已知波长$\lambda = 5000\text{Å}$以$\theta = 30°$角照射到一个光栅常数$d = 2.5a = 2\mu m$的光栅上,



求: ① 中央主极大位置

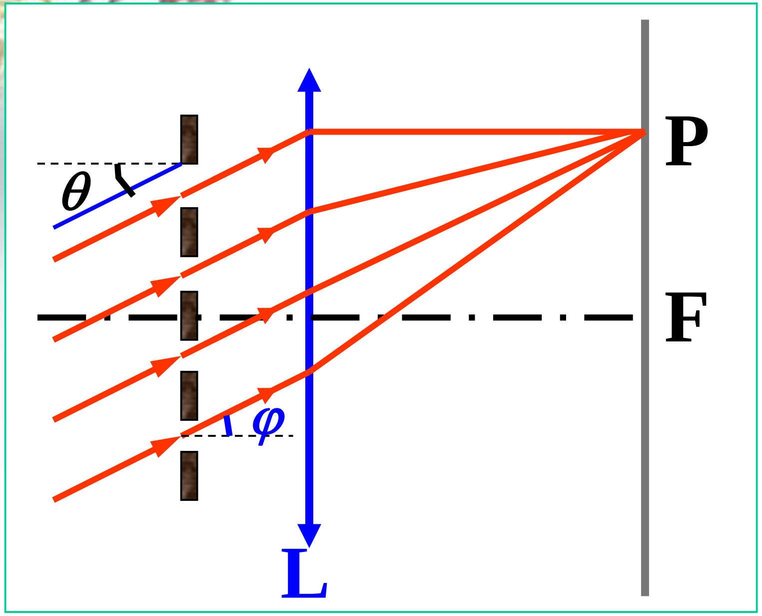
② 屏中心F处条纹级次

③ 屏上可见到哪几级主明纹?

解: 由 $\Delta = d\sin\varphi - d\sin\theta = k\lambda$

① 中央主极大 $\Delta = 0$ $\sin\varphi = \sin\theta$ $\varphi = \theta = 30^\circ$

② 屏中心 F 处 $\varphi = 0$ $\Delta = -d\sin\theta = -10^{-6}(\text{m})$



② 屏中心 F 处 $\varphi = 0$

$$-d\sin\theta = k\lambda$$

$$k = \frac{-d\sin\theta}{\lambda} = \frac{-2\times10^{-6}\times0.5}{5000\times10^{-10}} = -2$$

*Δ*是波长的整数倍，F点是明纹

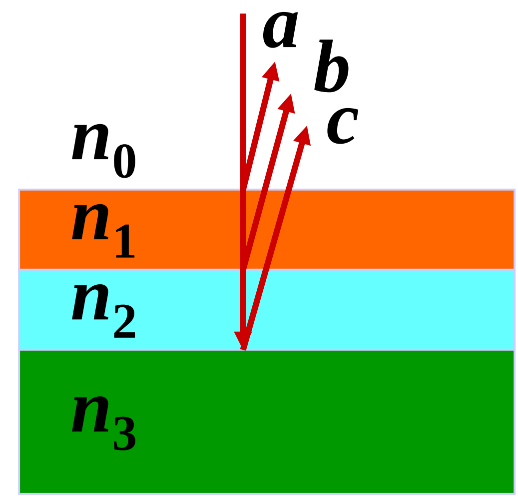
③ F上方取$\varphi = \dfrac{\pi}{2}$得 $k < \dfrac{d(1-\sin\theta)}{\lambda} = 2$ $k_{max} = 1$

F下方取$\varphi = -\dfrac{\pi}{2}$得 $k' > \dfrac{d(-1-\sin\theta)}{\lambda} = -6$ $k'_{max} = -5$

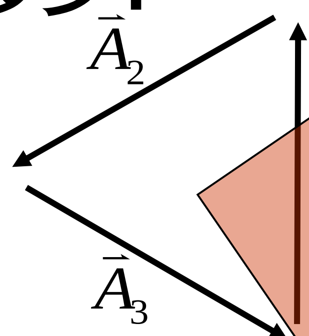
考虑缺级: $k = \dfrac{d}{a}k' = \dfrac{5}{2}k'$ $(k' = \pm2, \pm4\cdots)$

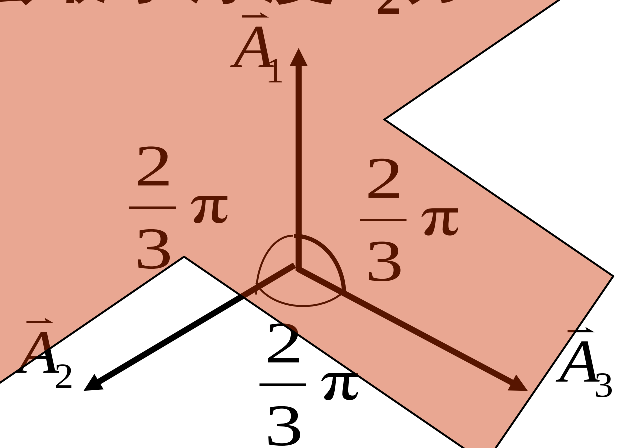
屏上级次: $+1, 0, -1, -2, -3, -4$ 共6条主明纹(k = -5级缺级)

例8. 玻璃上镀有双层增透膜，折射率分别为n_1和n_2，设空气折射率为n_0，玻璃折射率为n_3，且$n_0 < n_1 < n_2 > n_3$。今有波长为λ的光垂直照射。设三束反射光(只考虑一次反射)a,b,c在空气中振幅相等。要使三束光相干后总强度为零，第一层最小厚度t_1和第二层最小厚度t_2分别为多少？



解：



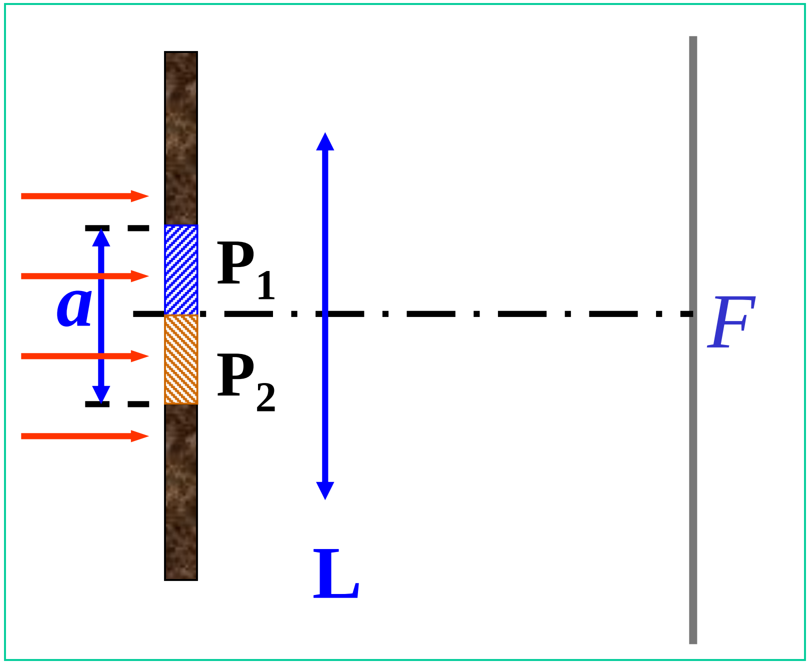


ab位相差 $\dfrac{2\pi}{\lambda}(2n_1t_1)=\dfrac{2}{3}\pi$

bc位相差 $\dfrac{2\pi}{\lambda}(2n_2t_2-\dfrac{\lambda}{2})=\dfrac{2}{3}\pi$

$$t_1=\frac{\lambda}{6n_1} \qquad t_2=\frac{5\lambda}{12n_2}$$

例9. 图中用两块 $a/2$ 宽, 偏振化方向互相垂直的偏振片, 分别遮住单缝的上、下部分, 屏上衍射条纹如何变化?



自然光通过 P_1, P_2 后:

波长 λ,

振动方向互相垂直,

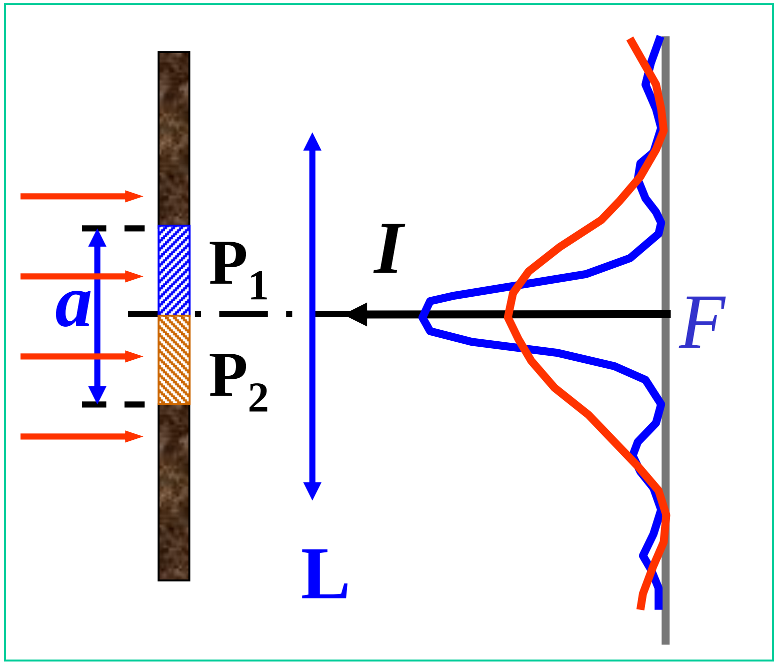
光强为原来一半,

两束单色平行光, 分别通过宽 $a/2$ 单缝, 各自形成单缝衍射的图案, 非相干叠加.

- 中央明纹位置重合且仍在F处
- 缝宽减半，条纹宽度加倍

- 入射光减弱
- 非相干叠加
- 条纹加宽

条纹光强下降



练习： 在单缝衍射中，分别计算一级明纹和二级明纹的极大值光强与中央极大值光强的比值.

解：

$$a\sin\varphi=(2k+1)\frac{\lambda}{2}$$

$$a\sin\varphi=3\lambda/2\quad(k=1)$$

$$a\sin\varphi=5\lambda/2\quad(k=2)$$

$$\alpha=\frac{\pi a\sin\phi}{\lambda}$$

$$\frac{I_1}{I_0}=\frac{\sin^2\alpha}{\alpha^2}=\frac{\sin^2(3\pi/2)}{(3\pi/2)^2}=0.045$$

$$\frac{I_2}{I_0}=\frac{\sin^2\alpha}{\alpha^2}=\frac{\sin^2(5\pi/2)}{(5\pi/2)^2}=0.016$$