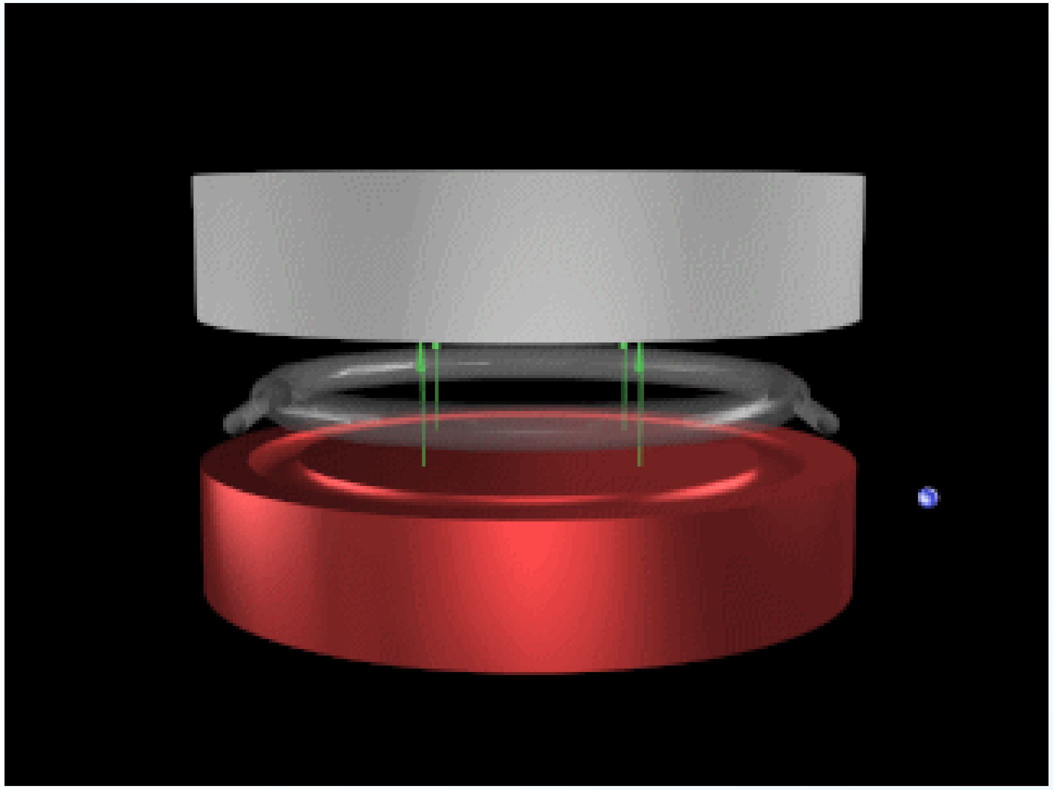
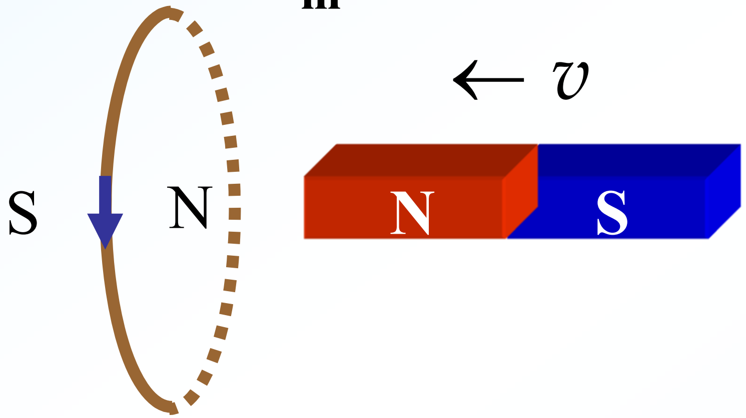
同学们好！



§ 8-2 动生电动势

$$\Phi_{\mathrm{m}}=\int_S\vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{S}=\int_S B\cos\theta \mathrm{d}S\left\{\begin{array}{ll} B\text{ 变} & \text{感生电动势}\\ \left.\begin{array}{l}\theta\text{ 变}\quad\text{导体转动}\\ S\text{ 变}\quad\text{导体平动}\end{array}\right\} & \text{动生电动势}\end{array}\right.$$

引起Φ_{m}变化的原因? 与参考系选择有关吗?



对磁铁参考系:

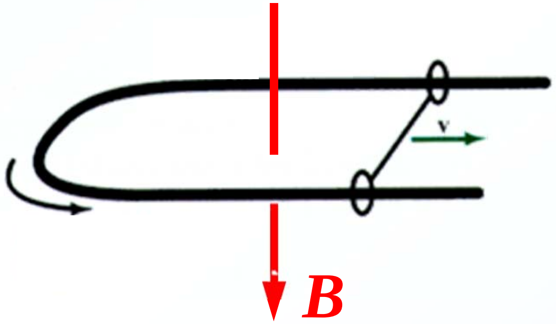
$\vec{B}$不变，线圈运动

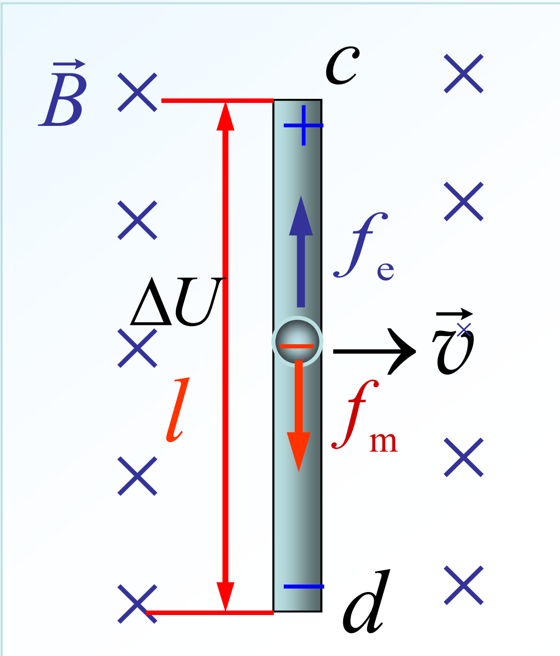
对线圈参考系: $\vec{B}$ 变化

不同惯性系中的变换很难概括为一个简单公式.通常我们分两种情况处理.

一、动生电动势(motional electromotive force)—磁场恒定，导体运动。

产生 $\varepsilon_{动}$ 的非静电力是什么？





平衡时 $f_m = f_e$

$$qvB = qE = q\frac{\Delta U}{l}$$

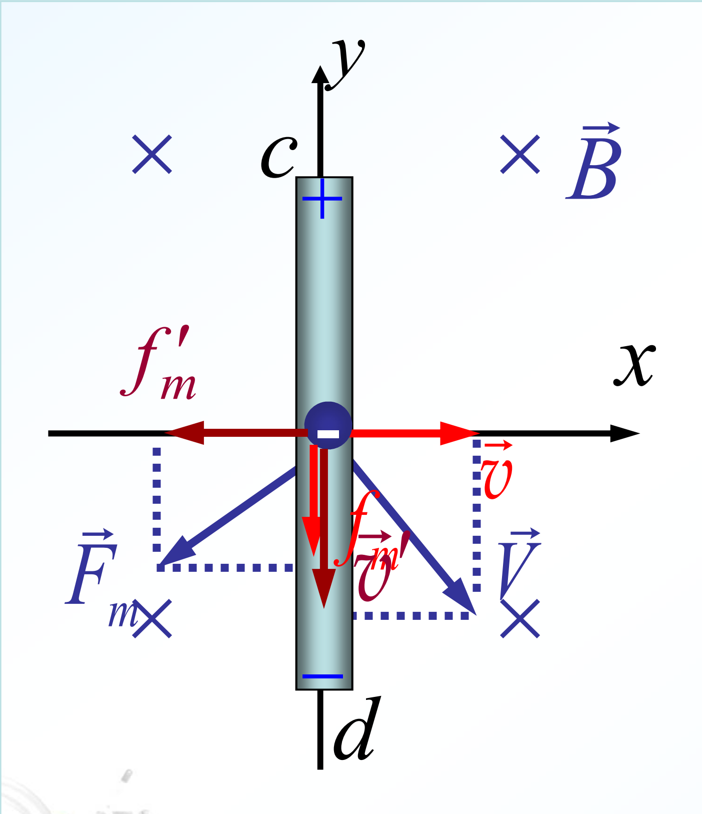
$$\Delta U = Blv$$

cd ~ 电源，反抗 $\vec{f}_e$ 做功，将+q由负极→正极，维持 ΔU的非静电力 — 洛仑兹力 $\vec{f}_m$

能量关系

思考: 洛仑兹力不对运动电荷做功
洛仑兹力充当非静电力

矛盾?



$$A_{fm} > 0$$

$$A_{fm'} < 0$$

$$A_{Fm} = 0$$

充当非静电力的只是载流子所受总磁场力的一个分力

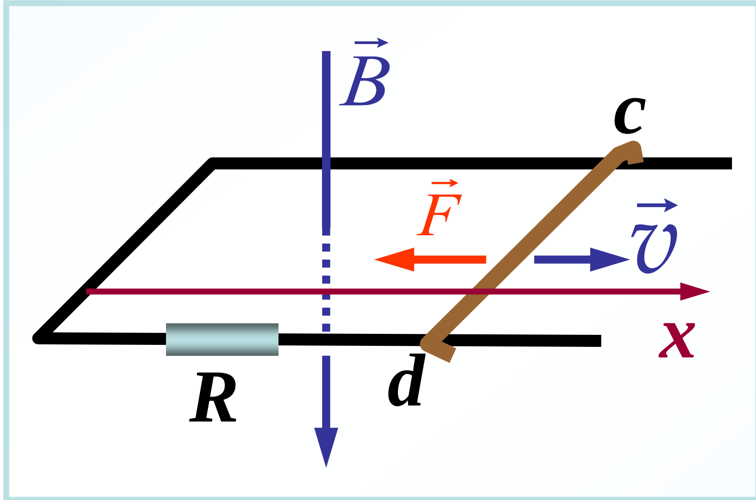
功能转换?

(1) 回路中无其它电源

I $\vec{F} = I\vec{l} \times \vec{B}$

维持$I\,(\vec{v})$，外力 $\vec{f} = -\vec{F}$ $\longrightarrow$

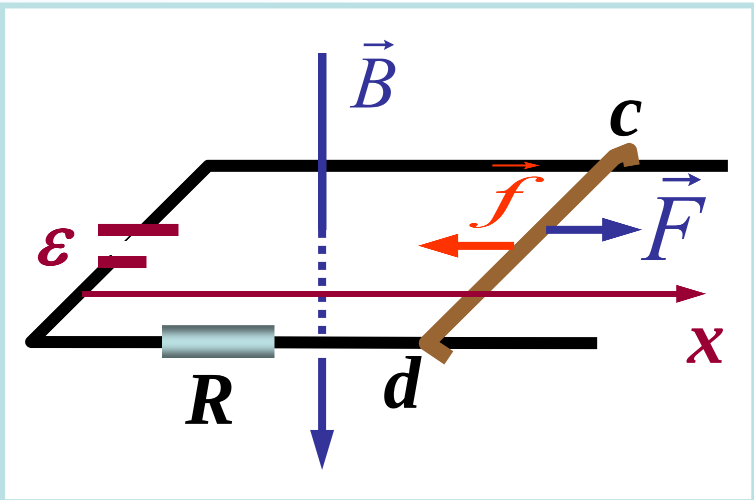
外力功 $A = \int f\,\mathrm{d}x = \int IBl\,\mathrm{d}x$



机械能 $\longrightarrow$ 电能，发电机原理

(2) 回路中有一电源

I $\vec{F} = I\vec{l} \times \vec{B}$



维持$\vec{v}$，外力 $\vec{f} = -\vec{F}$ $\longleftarrow$

磁力的功 $\mathrm{d}A = I\mathrm{d}\Phi = IBl\mathrm{d}x$

$$I' = \frac{\varepsilon - \varepsilon_i}{R}$$

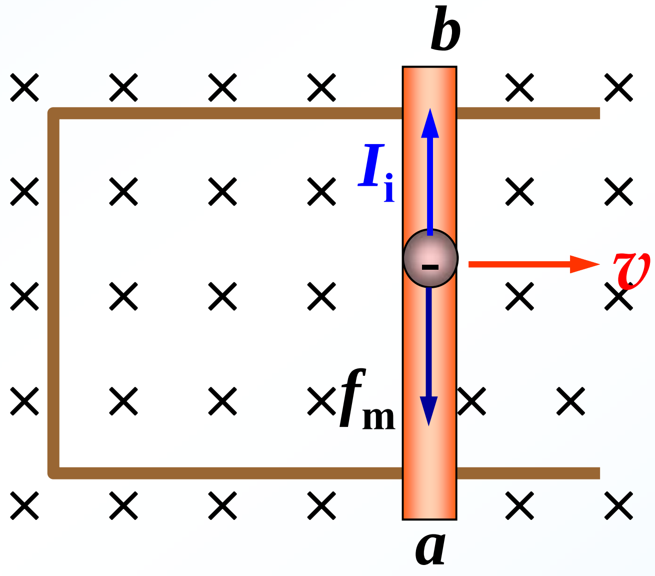
Δt 时间内

$$I'\varepsilon\Delta t = I'\varepsilon_i\Delta t + I'^2 R\Delta t$$

电能　　机械能　　热能

电动机原理

二、动生电动势的一般公式



产生 $\varepsilon_{动}$ 的非静电力

$$\vec{F}_{K} = \vec{f}_{m} = q\vec{v}\times\vec{B}$$

非静电场强 $\vec{E}_{K} = \dfrac{\vec{f}_{m}}{q} = \vec{v}\times\vec{B}$

由电动势定义： $$\varepsilon_{动} = \underset{(经内电路)}{\int_{-}^{+}} \vec{E}_{K}\cdot d\vec{l} = \underset{(经内电路)}{\int_{-}^{+}} (\vec{v}\times\vec{B})\cdot d\vec{l}$$

或： $$\varepsilon_{动} = \oint_{L} (\vec{v}\times\vec{B})\cdot d\vec{l} = \int_{a}^{b} (\vec{v}\times\vec{B})\cdot d\vec{l}$$

说明： ① 动生电动势存在于运动导体上；不动的导体不产生电动势，只提供电流运行的通路.

② 非回路的导体在磁场中运动，有动生电动势但没有感应(动生)电流.

③ 导线切割磁感线时才产生动生电动势.

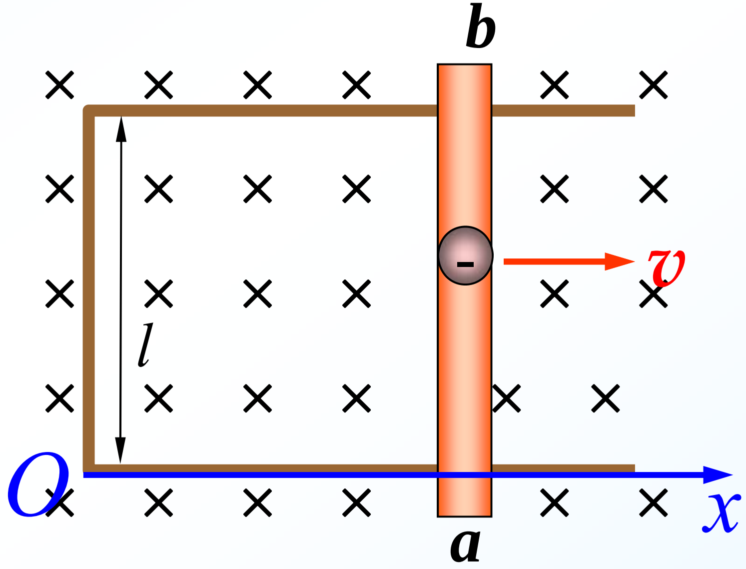
三、动生电动势的计算

1. 定义求解： $\varepsilon_i = \int_a^b (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot \mathrm{d}\vec{l}$

2. 法拉第电磁感应定律求解： $\varepsilon_i = -\dfrac{\mathrm{d}\Psi}{\mathrm{d}t} = -N\dfrac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}$

若回路不闭合，需增加辅助线使其闭合. 计算时只计大小，方向由楞次定律决定.

例8-3. 一矩形导体线框，宽为l，与运动导体棒构成闭合回路. 如果导体棒以速度v作匀速直线运动，求回路内的感应电动势.



解： 方法一

$$\varepsilon_i = \int_a^b (\vec{v}\times\vec{B})\cdot \mathrm{d}\vec{l} = \int_0^l vB\mathrm{d}l$$

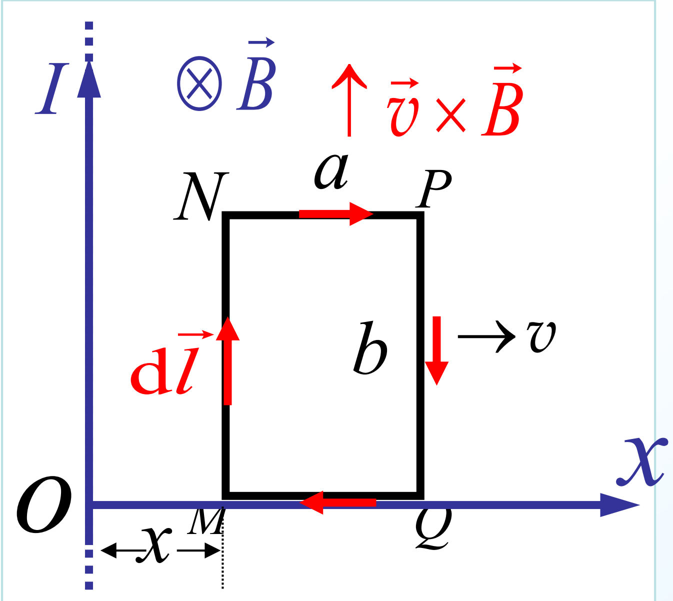
$$= vBl$$ 电动势指向 $a \rightarrow b$

方法二： $\varepsilon_i = -\dfrac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}$ $\Phi = Blx$

$$\varepsilon_i = \left|\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}\right| = Bl\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = Blv$$ 电动势指向 $a \rightarrow b$

条件： 直导线；均匀磁场；导线上的v相等；l、B、v三者互相垂直

练习. 如图所示, 一矩形导线框在无限长载流导线I 的场中向右运动, 求其动生电动势.



解一: $B=\dfrac{\mu_0 I}{2\pi x}$ 方向 ⊗

$$\left|\vec{v}\times\vec{B}\right|=\frac{\mu_0 I v}{2\pi x} \quad \text{方向}\ \uparrow$$

$$\varepsilon_{动}=\oint_L(\vec{v}\times\vec{B})\cdot\mathrm{d}\vec{l}$$

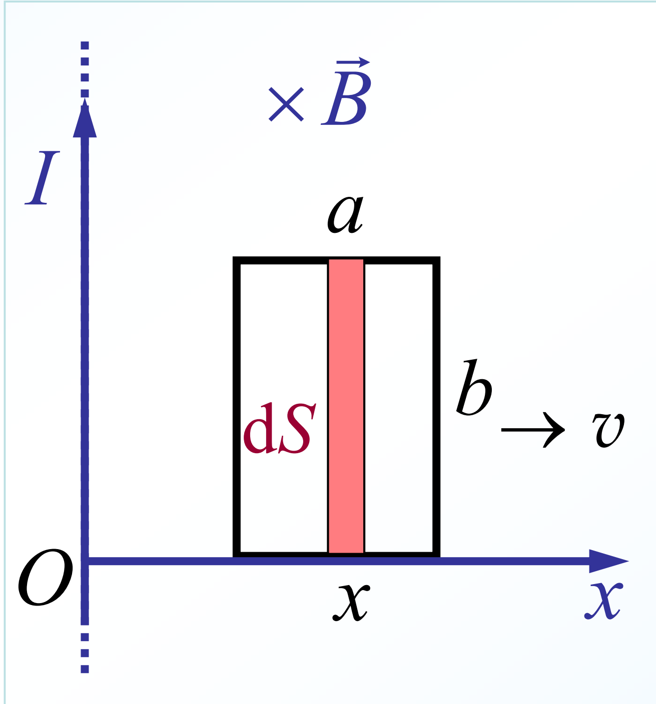
$$=\int_M^N(\vec{v}\times\vec{B})\cdot\mathrm{d}\vec{l}+\int_N^P(\vec{v}\times\vec{B})\cdot\mathrm{d}\vec{l}+\int_P^Q(\vec{v}\times\vec{B})\cdot\mathrm{d}\vec{l}+\int_Q^M(\vec{v}\times\vec{B})\cdot\mathrm{d}\vec{l}$$

$$=\int_0^b\frac{\mu_0 I v\mathrm{d}l}{2\pi x}+0+\int_0^b\left[-\frac{\mu_0 I v\mathrm{d}l}{2\pi(x+a)}\right]+0=\frac{\mu_0 I v a b}{2\pi x(x+a)}$$

解二： $$B=\frac{\mu_0 I}{2\pi x}$$

$$\mathrm{d}S=b\,\mathrm{d}x$$

$$\mathrm{d}\Phi_{\mathrm{m}}=\vec{B}\cdot\mathrm{d}\vec{S}=\frac{\mu_0 I b\,\mathrm{d}x}{2\pi x}$$



$$\Phi_{\mathrm{m}}=\int\mathrm{d}\Phi_{\mathrm{m}}=\frac{\mu_0 I b}{2\pi}\int_x^{x+a}\frac{\mathrm{d}x}{x}=\frac{\mu_0 I b}{2\pi}\ln\frac{x+a}{x}$$

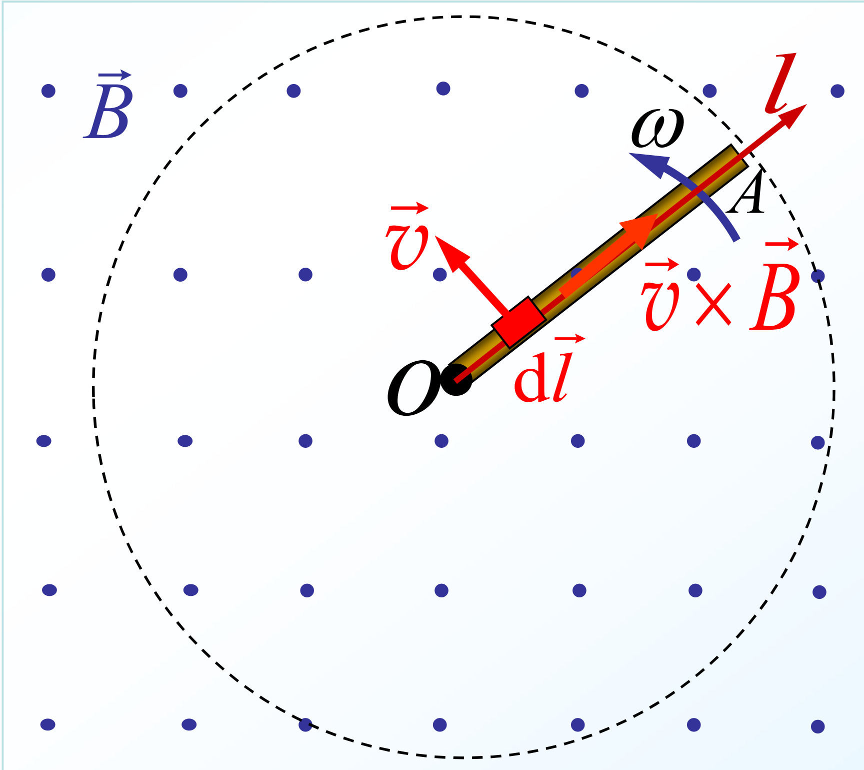
$$\varepsilon_{动}=-\frac{\mathrm{d}\Phi_{\mathrm{m}}}{\mathrm{d}t}=-\frac{\mathrm{d}\Phi_{\mathrm{m}}}{\mathrm{d}x}\underbrace{\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}}_{v}=\frac{\mu_0 I v a b}{2\pi x(x+a)}$$ 方向

例8-4： 长L的铜棒OA, 绕其固定端O在均匀磁场 $\vec{B}$ 中以 ω 逆时针转动, 铜棒与 $\vec{B}$ 垂直, 求$\varepsilon_{动}$.

解一： 取线元 $\mathrm{d}\vec{l}$

$$v = \omega l$$

$(\vec{v}\times\vec{B})$ 与$\mathrm{d}\vec{l}$同向



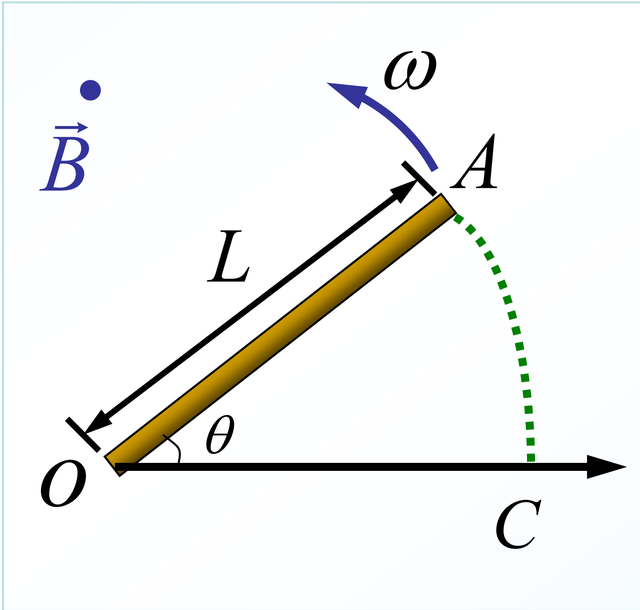
$$\mathrm{d}\varepsilon = (\vec{v}\times\vec{B})\cdot\mathrm{d}\vec{l} = vB\mathrm{d}l$$

$$= B\omega l\mathrm{d}l$$

$$\varepsilon = \int \mathrm{d}\varepsilon = \int_{o}^{L} B\omega l\mathrm{d}l = \frac{1}{2}B\omega L^2 \qquad A(+),\quad O(-)$$

解二:

构成扇形闭合回路 $AOCA$



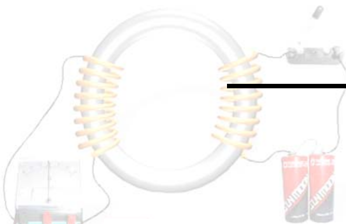
$$\Phi_{\mathrm{m}} = BS_{AOCA} = B\cdot\frac{1}{2}L^2\theta$$

$$\varepsilon = \frac{\mathrm{d}\Phi_{\mathrm{m}}}{\mathrm{d}t} = \frac{1}{2}BL^2\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t} = \frac{1}{2}BL^2\omega$$

由楞次定律 $A(+)$ $O(-)$

导体回路不动, 由于磁场变化产生的感应电动势

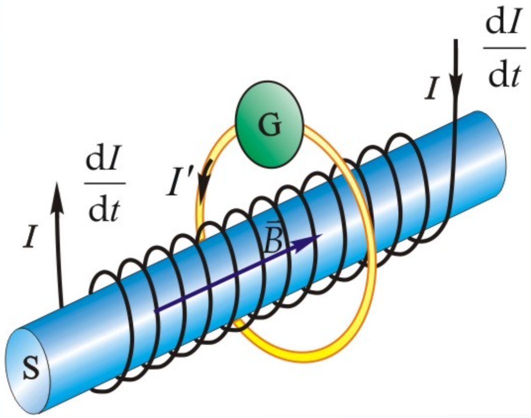
——— 感生电动势, 非静电力?



§ 8-3 感生电动势 感生电场

一、感生电动势

1. 导体回路不动, 由于磁场变化产生的感应电动势叫感生电动势 (induced electromotive force).



$$\varepsilon_i = -\frac{\mathrm{d}\psi}{\mathrm{d}t} = -\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\iint_S N\vec{B}\cdot\mathrm{d}\vec{S} = -N\iint_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\cdot\mathrm{d}\vec{S}$$

2. 产生感生电动势的非静电力

问题：是不是洛仑兹力?

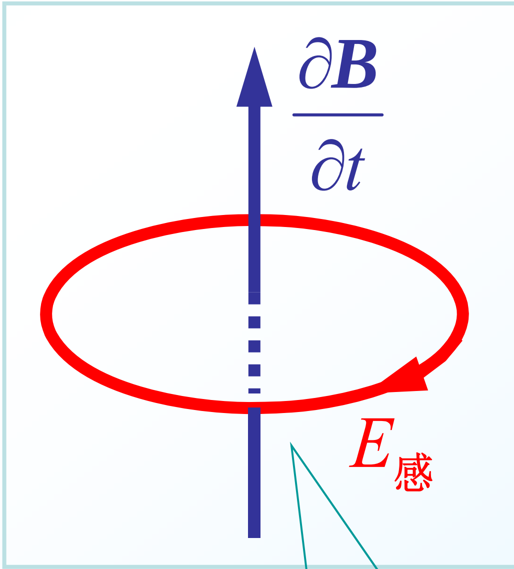
$v = 0,\quad \vec{f} = q\vec{v}\times\vec{B} = 0$ 不是洛仑兹力

只可能是一种新型的电场力

1861年麦克斯韦假设：变化的磁场在周围空间将激发电场——**感生电场**. 感生电流的产生就是这一电场作用于导体中的自由电荷的结果.

感生电动势：

$$\boxed{\varepsilon_i = \oint_L \vec{E}_{感} \cdot \mathrm{d}\vec{l}}$$



二、感生电场(induced electric field)

电磁场的基本方程之一：

$$\boxed{\varepsilon_i = \oint_L \vec{E}_{感} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = -\iint_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot \mathrm{d}\vec{S}}$$

"-"的含义

结论：(1) 变化的磁场能够激发电场.

(2) 感生电场为涡旋场, 又称"涡旋电场".

(eddy electric field)

两种电场比较

	静电场	感生电场
起源	静止电荷	变化磁场
性质	$\oint_S \vec{E}_{静} \cdot \mathrm{d}\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0}\sum q_{内}$ $\oint_L \vec{E}_{静} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = 0$ 有源、保守场	$\oint_S \vec{E}_{感} \cdot \mathrm{d}\vec{S} = 0$ $\oint_L \vec{E}_{感} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = -\int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot \mathrm{d}\vec{S}$ 无源、非保守(涡旋)场
特点	不能脱离源电荷存在	可以脱离“源”在空间传播
对场中电荷的作用	$\vec{F}_{静} = q\vec{E}_{静}$	$\vec{F}_{感} = q\vec{E}_{感}$
联系	$\vec{F}_{感}$作为产生$\varepsilon_{感}$的非静电力，可以引起不闭合导体中产生电荷堆积，从而建立起静电场。	

三、感生电动势的计算

1. 定义求解：

$$\varepsilon_i = \oint_L \vec{E}_{感} \cdot \mathrm{d}\vec{l}$$

若导体不闭合, 则

$$\varepsilon_i = \int_L \vec{E}_{感} \cdot \mathrm{d}\vec{l}$$

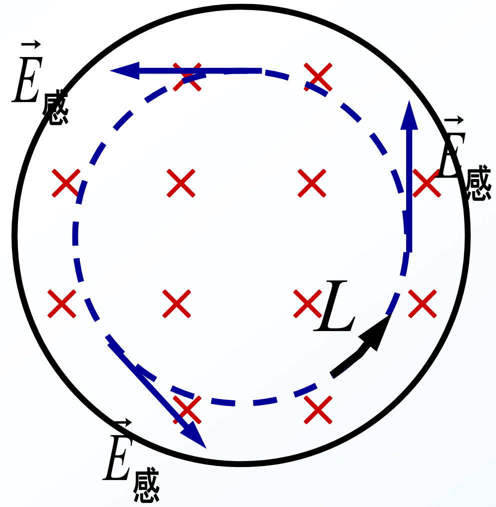
该方法只能用于$E_{感}$为已知或可求解的情况.

2. 法拉第电磁感应定律求解：

$$\varepsilon_i = -\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t} = -\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\iint_S \vec{B} \cdot \mathrm{d}\vec{S}$$

若导体不闭合, 需作辅助线.

例8-5. 已知半径为R的长直螺线管中的电流随时间变化，若管内磁感应强度随时间增大，即 $\dfrac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t}$ =恒量>0，求感生电场分布.



解： 选择一回路L, 逆时针绕行

$$\oint_L \vec{E}_{感}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = -\iint_S \frac{\mathrm{d}\vec{B}}{\mathrm{d}t}\cdot \mathrm{d}\vec{S}$$

$$E_{感}\, 2\pi r = \iint_S \frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t}\mathrm{d}S$$

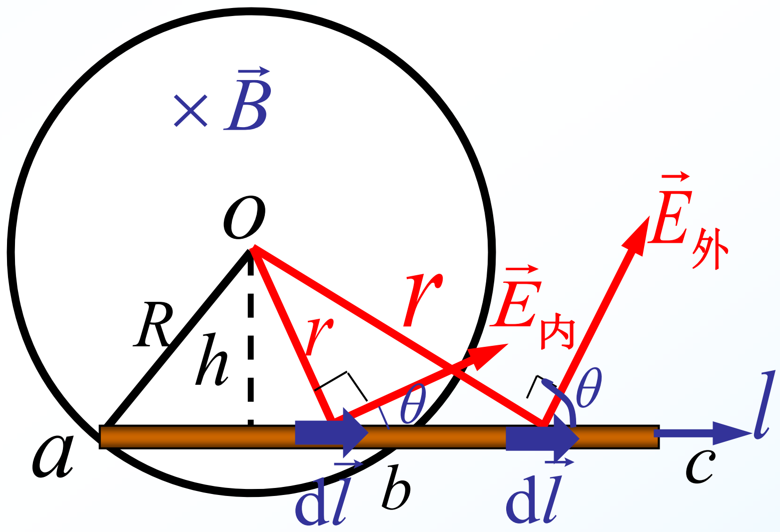
$$r < R,\quad E_{感}\, 2\pi r = \frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t}\pi r^2 \qquad E_{感} = \frac{r}{2}\frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t}$$

$$r > R,\quad E_{感}\, 2\pi r = \frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t}\pi R^2 \qquad E_{感} = \frac{R^2}{2r}\frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t}$$

例8-6. 在上题长直螺线管一截面内放置长为2*R*的金属棒(图示), *ab*=*bc*=*R*, 求棒中感生电动势.

解一：感生电场分布

$$\begin{cases} E_{内}=\dfrac{r}{2}\dfrac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t} \\[2ex] E_{外}=\dfrac{R^2}{2r}\dfrac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t} \end{cases}$$

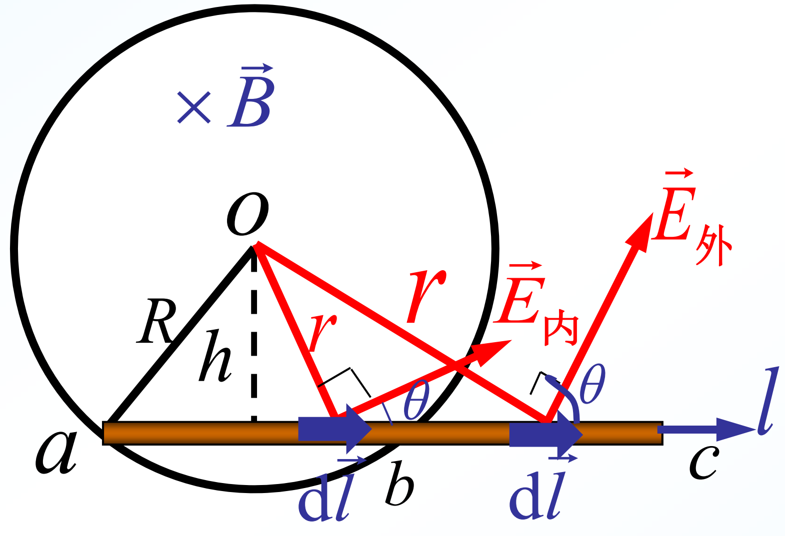


$$\varepsilon_{感}=\varepsilon_{ab}+\varepsilon_{bc}=\int_a^b \vec{E}_{内}\cdot\mathrm{d}\vec{l}+\int_b^c \vec{E}_{外}\cdot\mathrm{d}\vec{l}$$

$$=\int_a^b \frac{r}{2}\frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t}\mathrm{d}l\cos\theta+\int_b^c \frac{R^2}{2r}\frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t}\mathrm{d}l\cos\theta$$

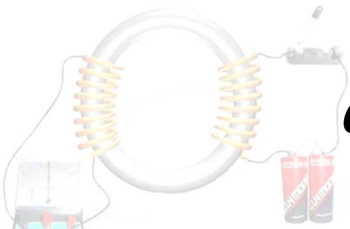
$$r^2 = h^2 + (l - \frac{R}{2})^2$$

$$h = \frac{\sqrt{3}}{2} R \qquad \cos\theta = \frac{h}{r}$$



$$\varepsilon_{感} = \int_0^R \frac{h}{2}\frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t}\mathrm{d}l + \int_R^{2R} \frac{R^2 h}{2}\frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t}\frac{\mathrm{d}l}{h^2 + (l - \frac{R}{2})^2}$$

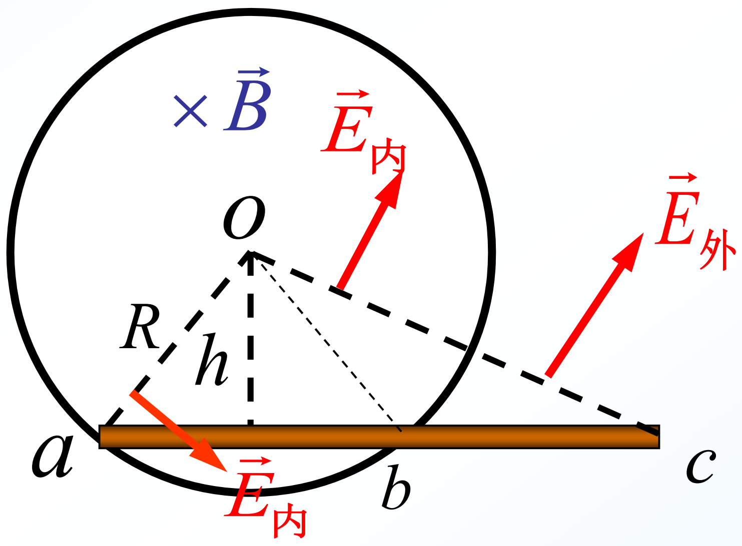
$$= \frac{\sqrt{3}}{4} R^2 \frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t} + \frac{\pi R^2}{12}\frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t} = \frac{3\sqrt{3} + \pi}{12} R^2 \frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t}$$



$a(-)$, $c(+)$

解二： 连接 Oa, Oc，形成闭合回路 ΔOac

$\because \vec{E}_{感} \perp$ 半径



$$\varepsilon_{Oa} = \varepsilon_{Oc} = 0$$

$$\varepsilon_{Oac} = \varepsilon_{Oa} + \varepsilon_{ac} + \varepsilon_{Oc} = \varepsilon_{ac}$$

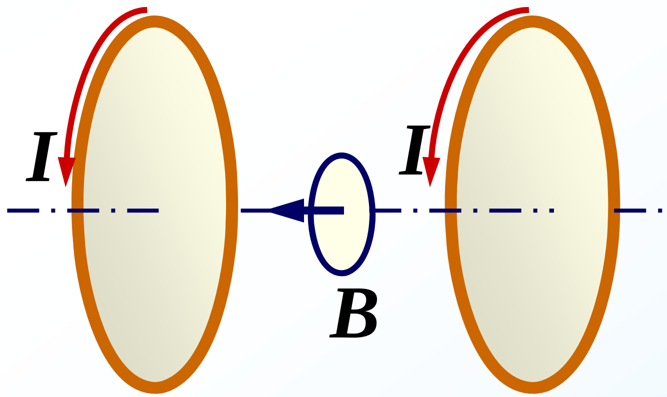
通过ΔOac的磁通量：

$$\Phi_m = \int_S \vec{B} \cdot \mathrm{d}\vec{S} = B(S_{\Delta Oab} + S_{扇}) = B(\frac{3\sqrt{3}+\pi}{12} R^2)$$

$$\varepsilon = -\frac{\mathrm{d}\Phi_\mathrm{m}}{\mathrm{d}t} = -\frac{3\sqrt{3}+\pi}{12} R^2 \frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t}$$

$$a(-), c(+)$$

例8-7. 在亥姆霍兹线圈中间轴上放一半径为0.1m的小线圈, 在小线圈所包围的面积内磁场近似均匀. 设在亥姆霍兹线圈中通以交变磁场$5.0\times10^{-3}(\sin 100\pi t)$. 求小线圈中的感生电动势和感生电场强度.



解: $$B = 5.0\times10^{-3}\sin 314t$$

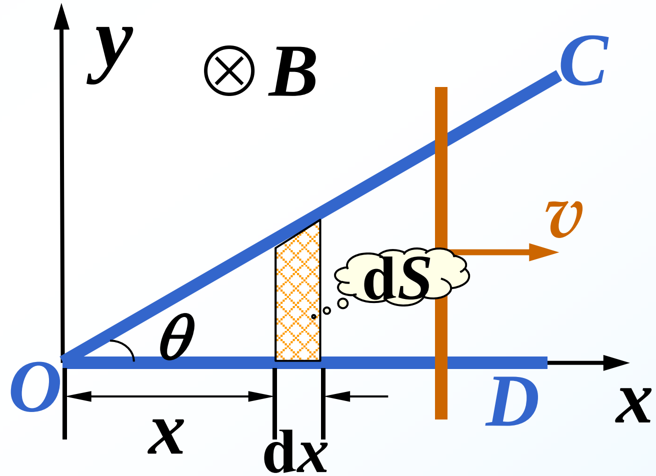
$$\Phi = \pi r^2 B$$

$$= 0.1^2\pi\times5\times10^{-3}\sin 314t$$

$$\varepsilon_i = -\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t} = -0.05\cos 314t$$

$$\varepsilon_i = \oint_L \vec{E}_\mathrm{k}\cdot\mathrm{d}\vec{l} = E_\mathrm{k}2\pi r \qquad E_\mathrm{k} = \frac{\varepsilon_i}{2\pi r} \approx 0.08\cos 314t$$

例8-8. 某空间区域存在垂直向里且随时间变化的非均匀磁场$B=kx\cos\omega t$. 其中有一弯成θ角的金属框COD, OD与x轴重合. 一导体棒沿x方向以速度v匀速运动. 设$t=0$时$x=0$, 求框内的感应电动势.



解: 设某时刻导体棒位于x处

$$\mathrm{d}S = y\mathrm{d}x = x\tan\theta\,\mathrm{d}x$$

$$\Phi = \int_S \vec{B}\cdot\mathrm{d}\vec{S} = \int_0^x kx\cos\omega t\cdot x\tan\theta\mathrm{d}x$$

$$= \frac{1}{3}kx^3\tan\theta\cos\omega t$$

$$\varepsilon_i = -\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t} = \frac{1}{3}kx^3\tan\theta\cdot\omega\sin\omega t - kx^2\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\tan\theta\cos\omega t$$

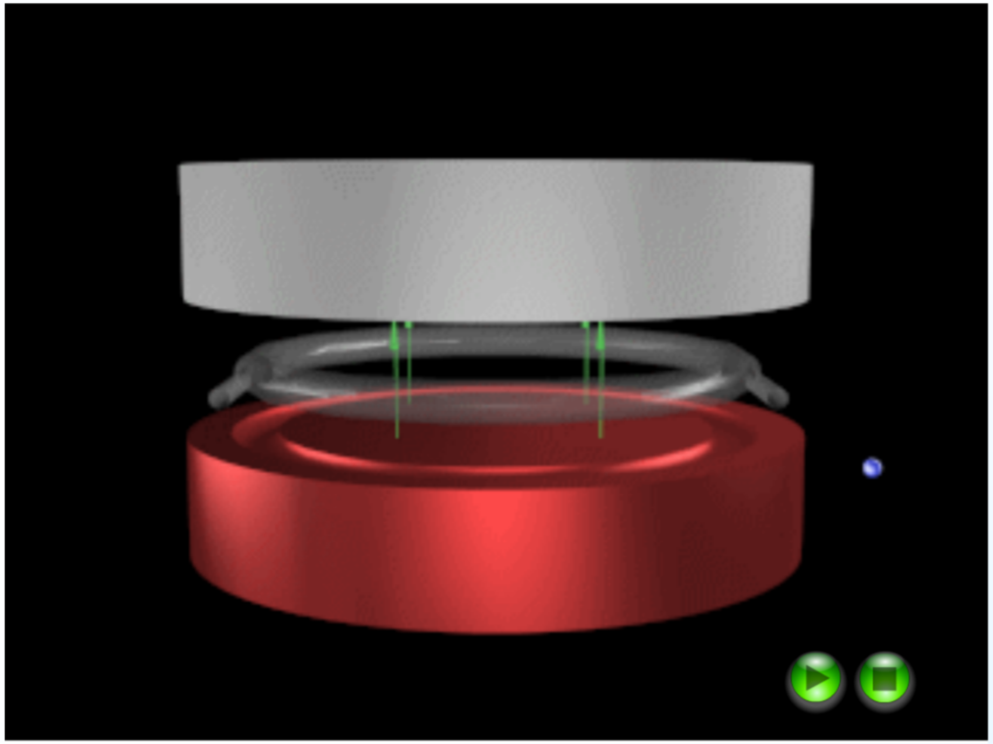
$$x = vt$$

$$\varepsilon_i = \frac{1}{3}kv^3t^2\tan\theta(\omega t\sin\omega t - 3\cos\omega t)$$

四、感生电场存在的实验验证

1.电子感应加速器(induction electron accelerator)——利用涡旋电场加速电子以获得高能粒子的一种装置.

原理： 在电磁铁的两极之间安置一个环形真空室，当用交变电流励磁电磁铁时，在环形室内除了有磁场外，还会感生出很强的、同心环状的涡旋电场. 用电子枪将电子注入环形室，电子在洛伦兹力的作用下，沿圆形轨道运动，在涡旋电场的作用下被加速.

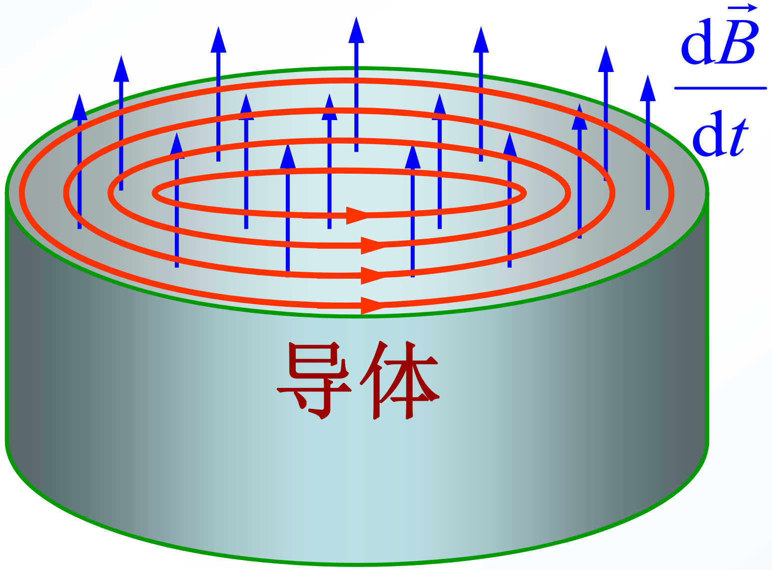


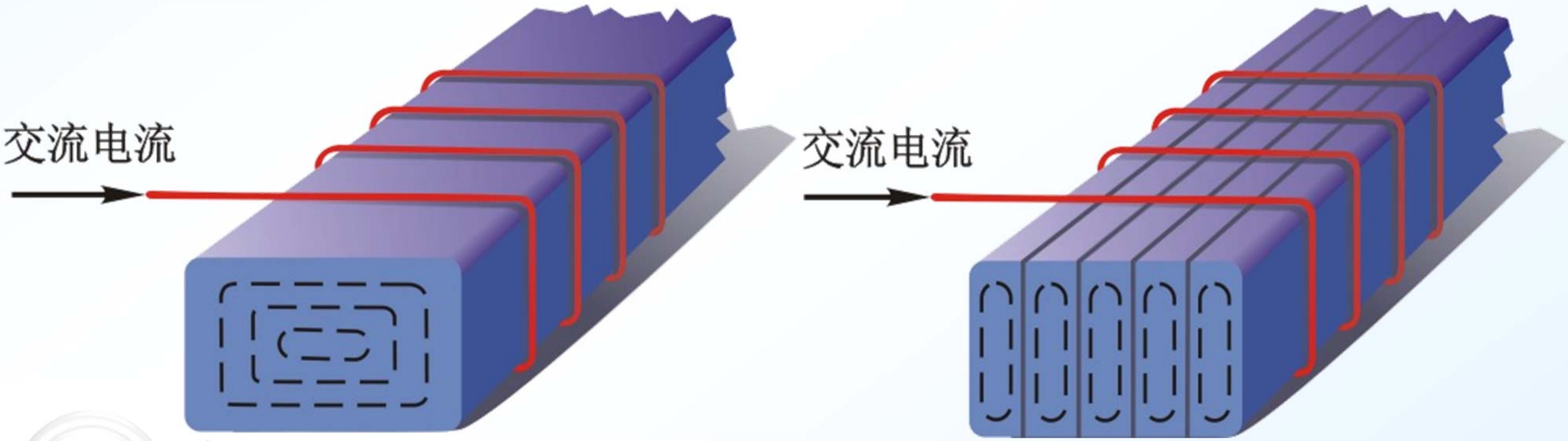
实验模拟

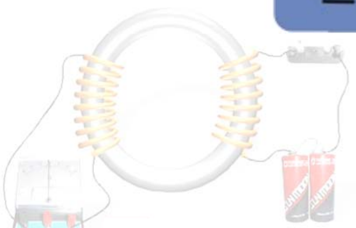
电子在涡旋电场作用下被加速，其速度可达到 **10~100MeV （0.9999c）**

2. 涡电流(eddy current)

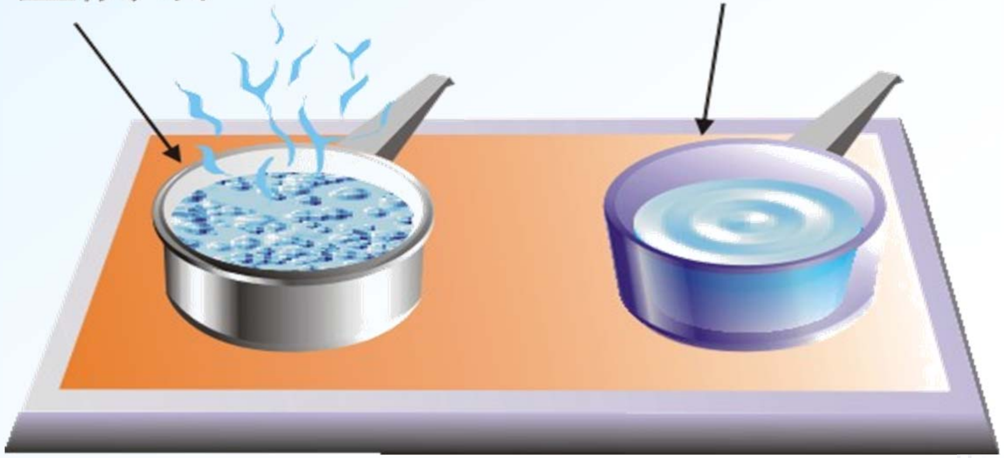
当大块导体放在变化的磁场中，在导体内部会产生感应电流，由于这种电流在导体内自成闭合回路，故称为**涡电流**.







1) 涡电流的热效应(heat effect)

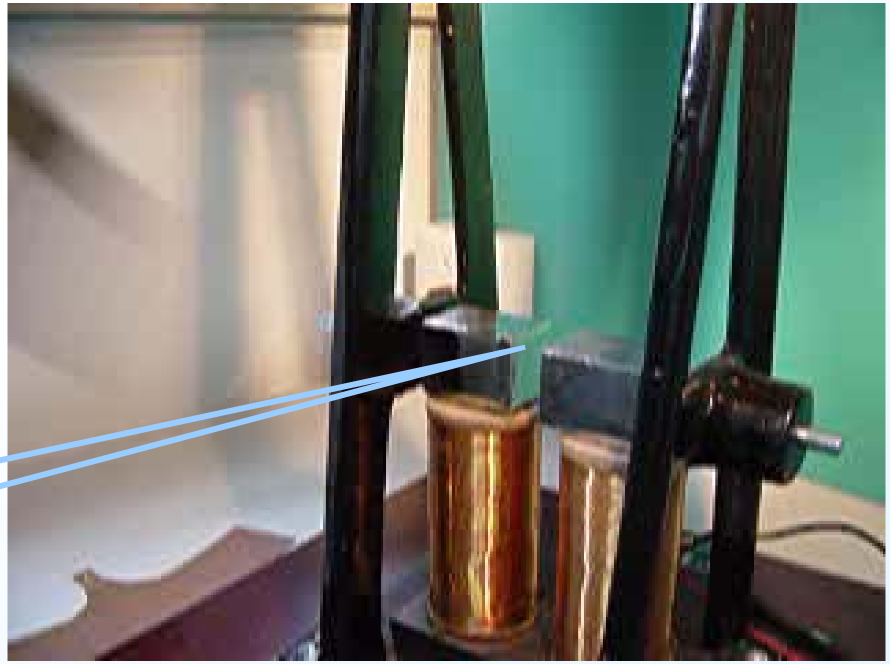


电磁灶

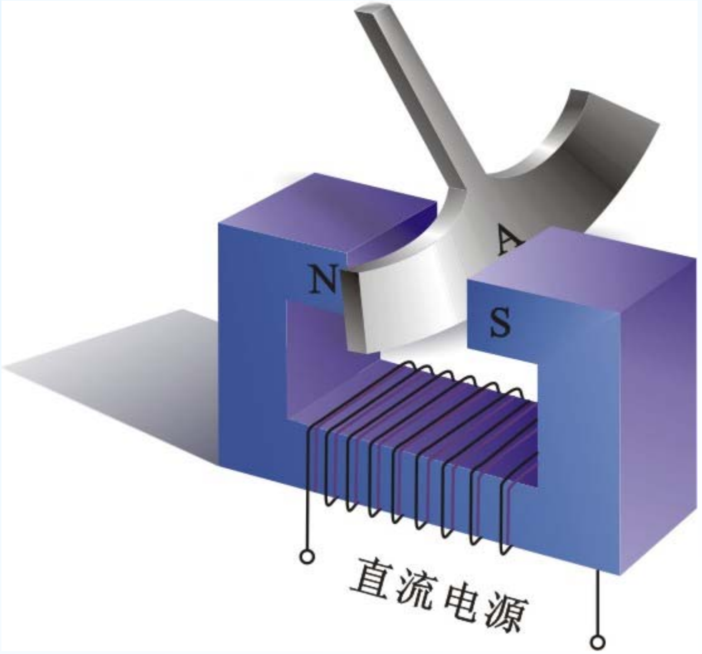
高频加热(冶金)

2) 涡电流的机械效应(machine effect)——磁阻尼摆

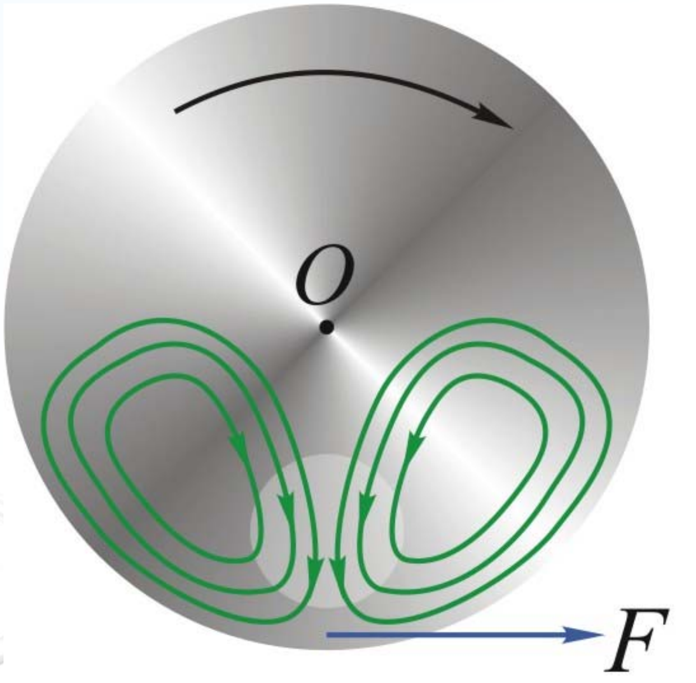
导体复摆



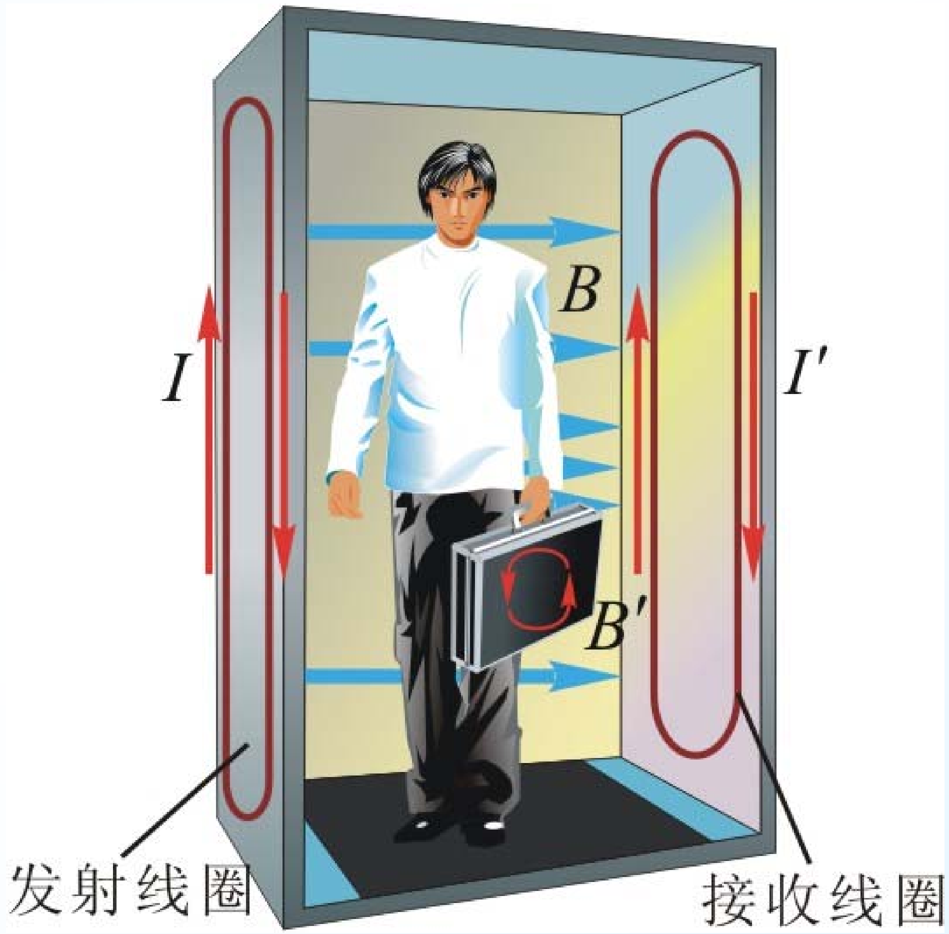
梳状导体复摆



N
S
A
直流电源



O
F

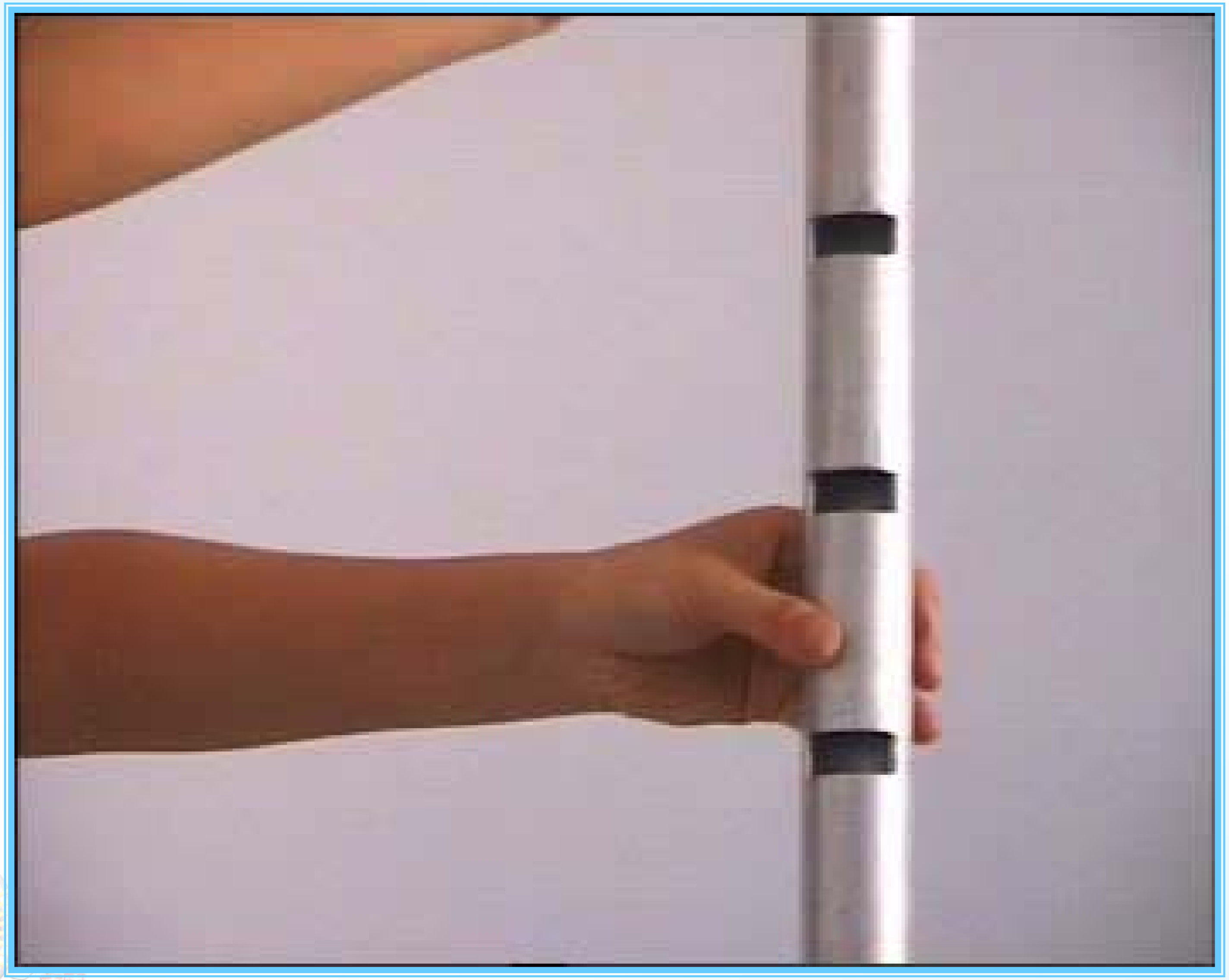


B
I
I'
B'
发射线圈
接收线圈

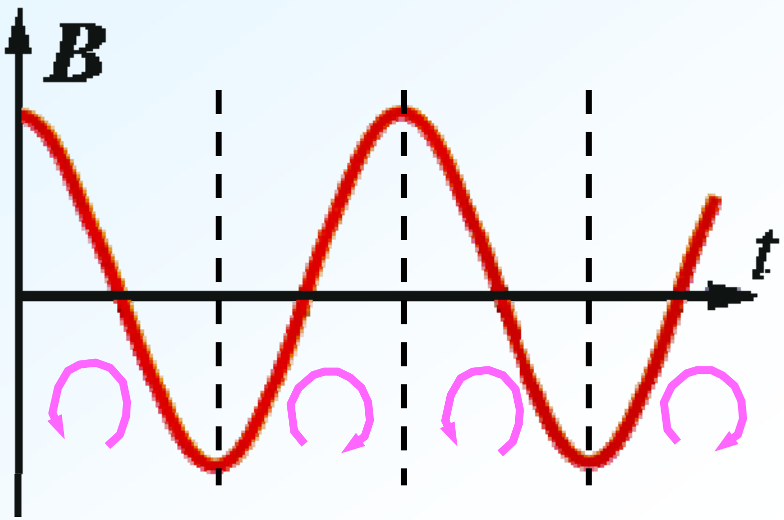
涡电流的机械效应——感应式异步电动机

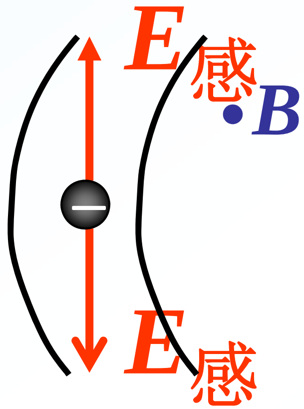
圆铝盘支在可自由转动的竖轴上, 铝盘虽紧靠磁铁的两极但并未接触, 当摇动手柄使磁铁旋转相对铝盘运动时, 铝盘中产生的涡流将阻碍其相对运动, 铝盘便跟随磁铁转动起来, 这就是电磁驱动。根据电磁感应定律的定量分析, 可知两者的转动并不是同步而是异步的. 感应式异步电动机就利用了这一基本原理.

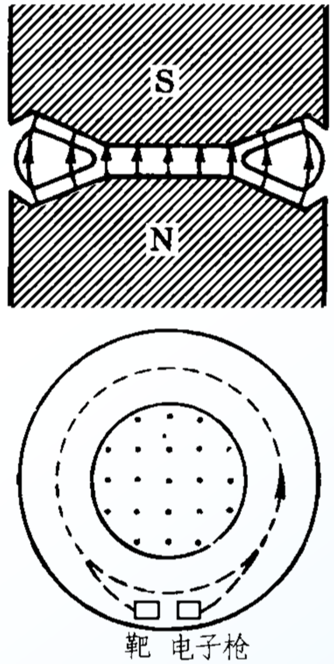
电磁阻尼



电磁驱动







能量关系： $\varepsilon = \oint_L \vec{E}_{感} \cdot \mathrm{d}\vec{l} \qquad e\varepsilon = e\oint_L \vec{E}_{感} \cdot \mathrm{d}\vec{l}$

电子运动一周 $\vec{E}_{感}$的功转换为电子的能量*eε*

电子在涡旋电场作用下被加速，其速度可达到10~100MeV