

交错DID的陷阱

张全飞

山东大学经济学院

2023年11月13日

目录

- 简介
- 交错DID问题
- TWFE估计偏误原因
- 交错DID偏误推导
- 交错DID分解
- 交错DID异质性检验
- 三类异质性-稳健估计量

简介

经典DID

- 特点：政策在同一时点实施。
- 在回归中我们可以通过交互项实现时间和地区维度的两次差分，标准DID模型的形式如下所示：

$$Y_{it} = \beta_0 + \beta_1 treat_i + \beta_2 period_t + \beta_3 treat_i \times period_t + \varepsilon_{it}$$

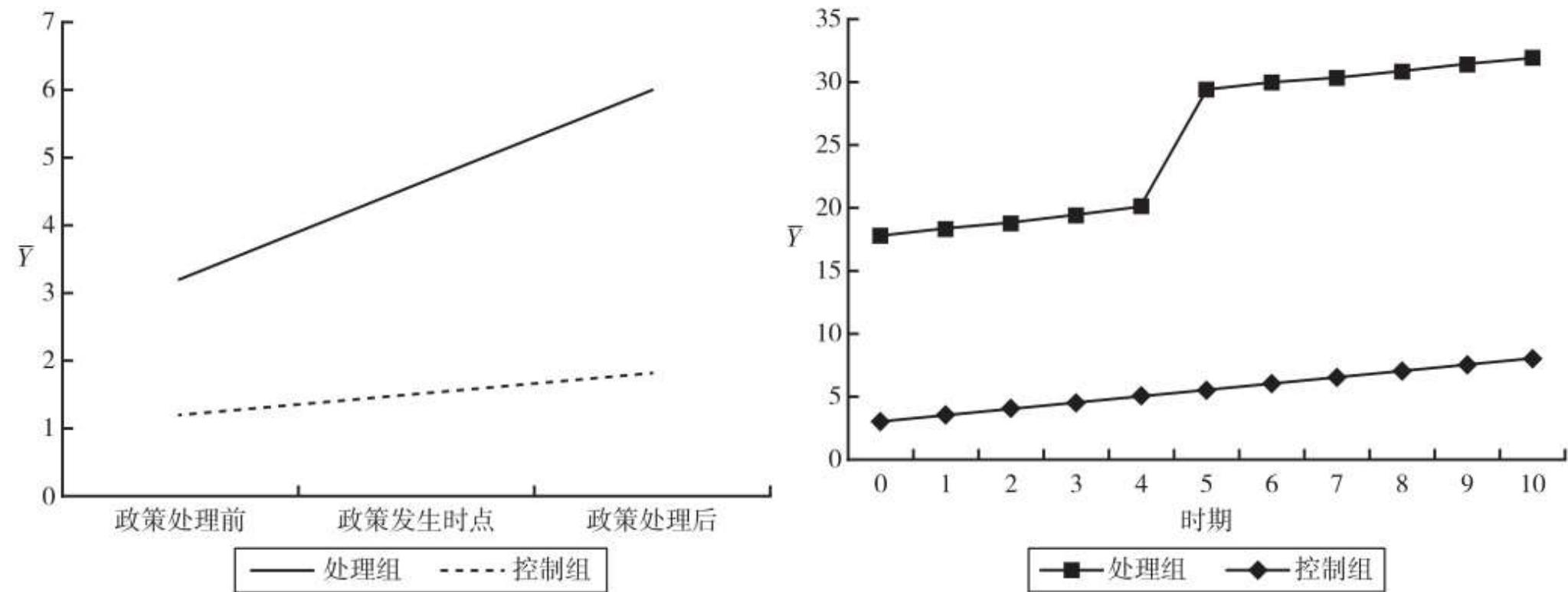


图 2 2 × 2 - DID 和多期 DID 示意图

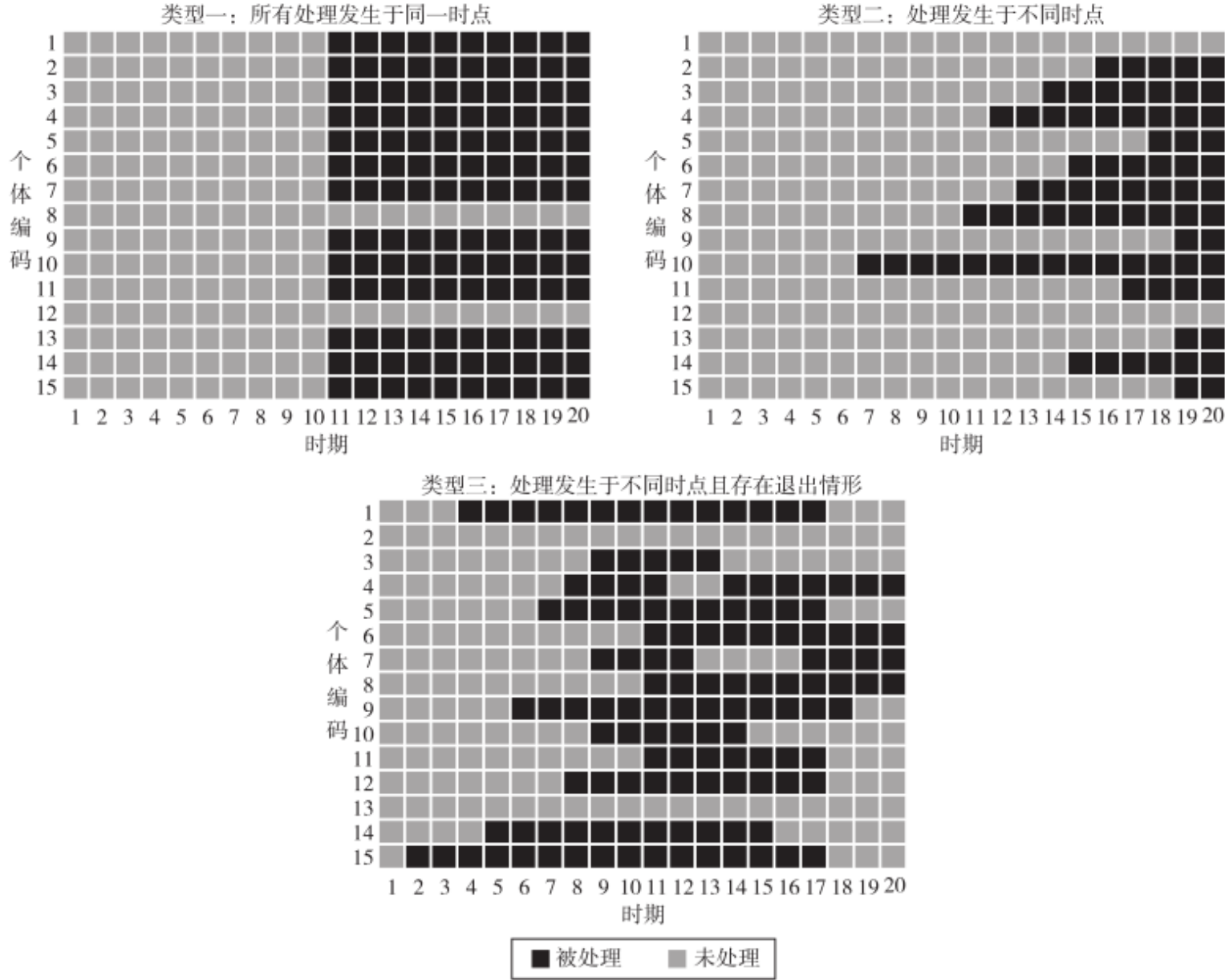
系数解释	政策实施前 (period=0)	政策实施后 (period=1)	差分
控制组 (treat=0)	β_0	$\beta_0 + \beta_2$	β_2
处理组 (treat=1)	$\beta_0 + \beta_1$	$\beta_0 + \beta_1 + \beta_2 + \beta_3$	$\beta_2 + \beta_3$
差分	β_1	$\beta_1 + \beta_3$	β_3

➤ 交互项的系数 β_3 反映的就是经过两次差分后得到的“纯净”的政策效应

交错DID

- 特点：政策在不同时点实施。
- 在回归中我们不需要生成政策分组变量和政策时间变量的交互项，而仅仅使用一个虚拟变量 $policy$ 予以替代就可以了，交错DID模型的形式如下所示：

$$Y_{it} = \beta_0 + \beta_1 policy_{it} + \lambda_i + v_t + \varepsilon_{it}$$



双重差分方法的三种常见类型

交错DID问题

- 很多研究者都关注到，交错DID有一个重要的潜在问题是存在异质性处理效应（Heterogeneous Treatment Effects）即同一处理对于不同个体产生的效果存在差异，这种差异可能表现在接受处理后的时长或者不同时点接受处理的组别两个维度。
- 在此背景下，如果利用传统双向固定效应模型估计量（Two-Way Fixed Effects Estimator, TWFE）进行估计，会存在潜在偏误。

TWFE估计偏误原因

- 无论是经典的多期DID还是交错DID，使用双向固定效应模型进行因果推断时，需要满足以下四个重要假设：
- 第一，严格外生假设(Strict Exogeneity Assumption)
- 该假设是使用面板数据进行因果推断的关键假设，它要求：不能存在随时间变化的混杂因素；过去的结果变量不能对当期的结果变量产生影响；过去的结果变量或协变量不能对当期和未来的处理状态产生影响；当期的处理状态不能对未来的结果变量产生影响。

- 第二，无预期效应假设(No Anticipation Assumption) 该假设指的是个体在当期的结果变量不会受到个体在未来的接受政策处理状态的影响。也即个体并不能预知其在未来是否会接受政策处理，从而根据这种预期改变其行为。
- 第三，单位处理变量值稳定假设(Stable Unit Treatment Values Assumption) 其是指不同个体是否受到政策冲击是相互独立的，某一个体受政策冲击的情况(Treatment Status)不影响任何其他个体的结果(黄炜等，2022)。

➤ 第四，处理效应同质性假设 (Homogeneous Treatment Effect Assumption)。它要求处理效应满足两个维度的同质性：第一，**处理效应在不同的组别间是同质的**，即同一政策对于不同处理组的影响是相同的。第二，**处理效应在时间维度上是同质的**，即对于同一时间受到政策处理的所有个体，随着时间推移，处理效应的大小不变。需要特别指出的是，在过往的研究中，使用 TWFE 进行交错 DID 估计时，往往忽视了这一重要的隐含假设。以 Goodman-Bacon (2021) 等为代表的一众学者指出，忽视这一假设将可能产生较为严重的估计偏误。

交错DID偏误推导

为了清晰地展示交错 DID 情境下处理效应同质性假设的重要意义，我们首先通过一个简单的例子进行说明。如表 1 所示，我们假设研究者观察到 3 个个体（A，B 和 C），每个个体有三期数据（0，1 和 2）。 α_i 是指示个体的虚拟变量（ $i = A, B, C$ ）， λ_t 是指示时期的虚拟变量（ $t = 0, 1, 2$ ）。D 是表示处理状态的虚拟变量，假设个体 A 在第 2 期接受处理，而个体 B 和个体 C 在第 1 期就接受处理。

为了阐释方便，我们首先对所有接受处理的个体给定一个反事实结果 $Y(0)$ ，即如果该个体未受处理的潜在结果，而个体观测到的真实结果记为 Y ； Y 和 $Y(0)$ 的差值就是每个个体的处理效应 Δ 。我们假定有两种情形： Δ^1 假设处理效应是同质的，即处理效应在各个个体之间以及在不同时期是一个相同的常数； Δ^2 则假设处理效应是异质的，即个体 A、B 和 C 的处理效应大小不同并且个体 B 和 C 各自的处理效应在不同时期也是不同的。在实证研究中，研究者由于无法观测到接受处理个体的反事实结果，因而需要经过一定假设来构造出反事实。而与实际研究的逻辑不同，在此案例中我们首先给出了反事实结果，以便直接计算出个体处理效应，进而比较双向固定效应估计量距离真实处理效应的偏差。

表 1 处理效应异质性问题示例

ID	T	α_B	α_C	λ_1	λ_2	D	Y^1	Y^2	Y (0)	Δ^1	Δ^2
A	0	0	0	0	0	0	0	0	—	—	—
A	1	0	0	1	0	0	1	1	—	—	—
A	2	0	0	0	1	1	2	2	1	1	1
B	0	1	0	0	0	0	1	1	—	—	—
B	1	1	0	1	0	1	3	2	2	1	0
B	2	1	0	0	1	1	3	7	2	1	5
C	0	0	1	0	0	0	2	2	—	—	—
C	1	0	1	1	0	1	4	3	3	1	0
C	2	0	1	0	1	1	4	11	3	1	8

为了说明问题所在，我们将双向固定效应模型的估计过程打开，即分别看个体 A、B 和 C 的平均处理效应。对于个体 A，由于此例中个体 B 和 C 均在第 1 期接受处理且两者在数据中出现的次数相同（均有三期观测），因此个体 B 和 C 分别以 $\frac{1}{2}$ 的权重加总构成个体 A 的控制组，从而 A 的平均处理效应是 $DID_A = [E(Y_{A,2}) - E(Y_{A,1})] - \left\{ \frac{1}{2} [E(Y_{B,2}) - E(Y_{B,1})] + \frac{1}{2} [E(Y_{C,2}) - E(Y_{C,1})] \right\}$ ，结合表 1 中已给出的处理效应 $\Delta_{i,t}$ 可以计算出 $DID_A = \Delta_{A,2} - \frac{1}{2} (\Delta_{B,2} - \Delta_{B,1}) - \frac{1}{2} (\Delta_{C,2} - \Delta_{C,1})$ 。以此类推，个体 B 的平均处理效应可以表示为 $DID_B = [E(Y_{B,1}) - E(Y_{B,0})] - [E(Y_{A,1}) - E(Y_{A,0})] = \Delta_{B,1}$ ；个体 C 的平均处理效应可以表示为 $DID_C = [E(Y_{C,1}) - E(Y_{C,0})] - [E(Y_{A,1}) - E(Y_{A,0})] = \Delta_{C,1}$ 。

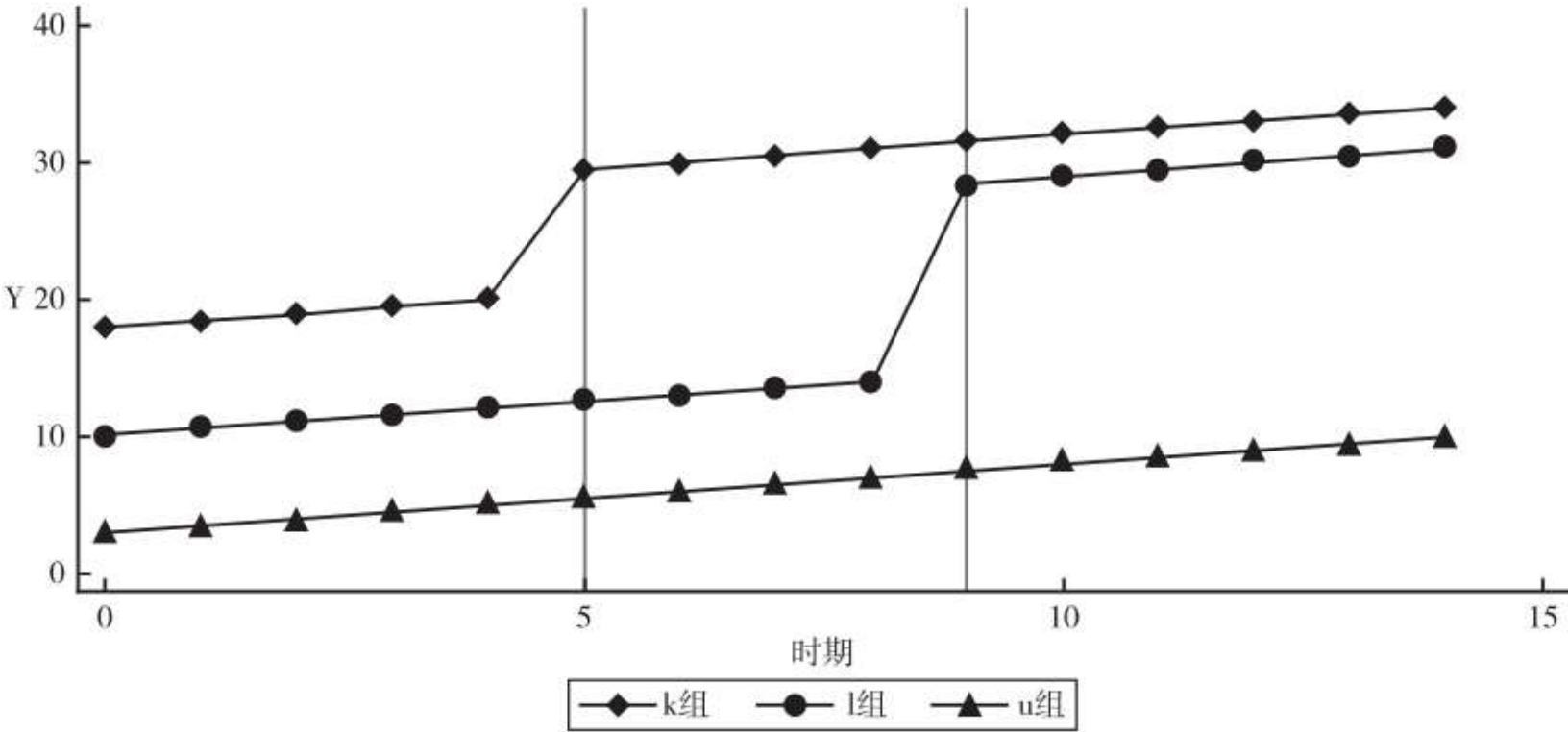
若处理效应是同质的（即表 1 中第一种情形， $\Delta_{B,2}^1 = \Delta_{B,1}^1$ ， $\Delta_{C,2}^1 = \Delta_{C,1}^1$ ），那么 $DID_A = \Delta_{A,2}$ ；若处理效应是异质性的（即表 1 中第二种情形， $\Delta_{B,2}^2 \neq \Delta_{B,1}^2$ ， $\Delta_{C,2}^2 \neq \Delta_{C,1}^2$ ），则 $DID_A \neq \Delta_{A,2}$ 。进一步地， β_{fe} 是三个平均处理效应的加权平均，因此我们可以将其表示为：

$$\beta_{fe} = \frac{1}{3}(DID_A + DID_B + DID_C) = \frac{1}{3}\Delta_{A,2} + \frac{1}{2}\Delta_{B,1} + \frac{1}{2}\Delta_{C,1} + \left(\frac{-1}{6}\right)\Delta_{B,2} + \left(\frac{-1}{6}\right)\Delta_{C,2}$$

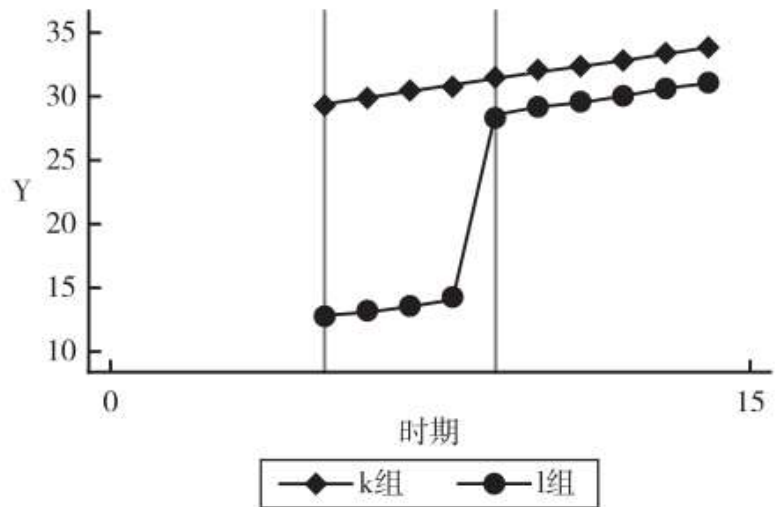
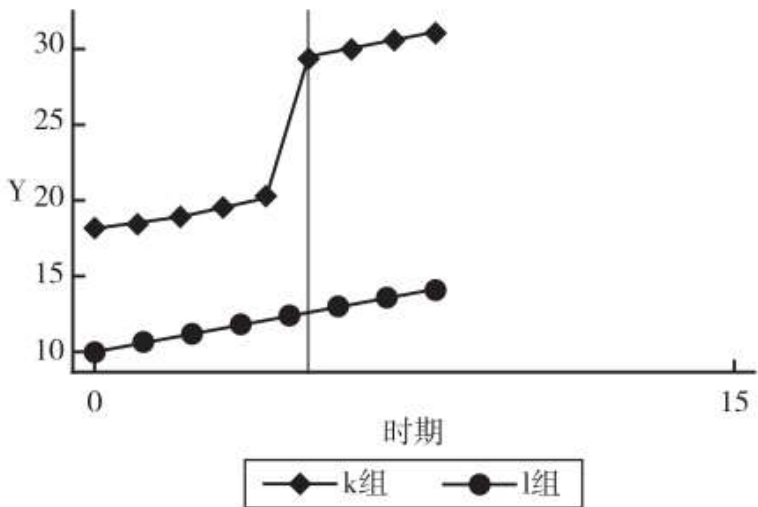
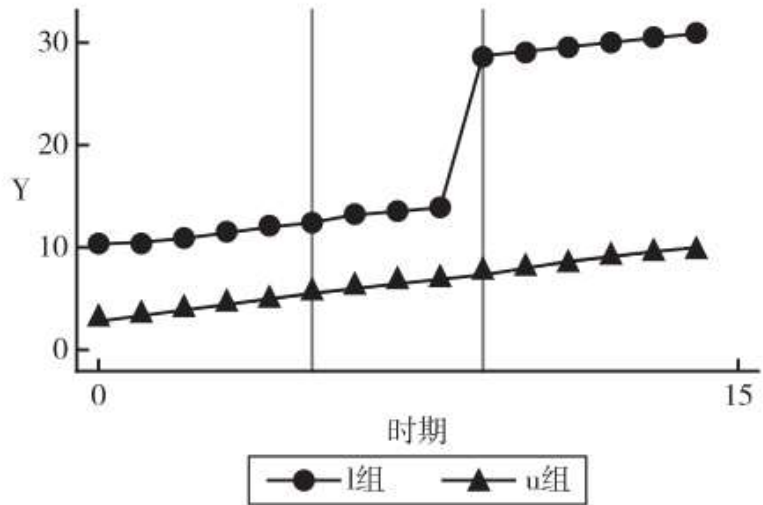
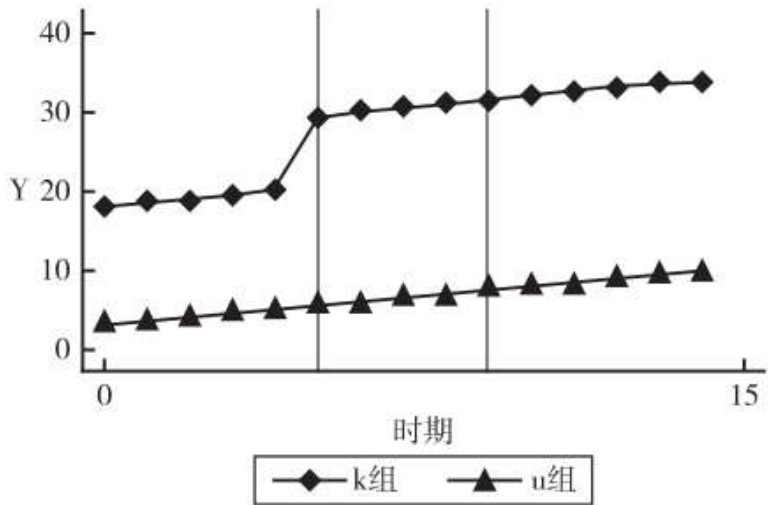
我们可以结合具体数值来计算处理效应同质性和异质性两种情况下的结果。在处理效应同质性假定（第一种情形）之下， $\beta_{fe} = 1$ ；而在处理效应异质性情况（第二种情形）下， $\beta_{fe} = \frac{-11}{6}$ 。在第一种情形下由于不存在处理效应异质性，因此 β_{fe} 与平均处理效应在数值上是相等的，即不存在偏误。而在第二种情形下，由于存在处理效应异质性， β_{fe} 与平均处理效应在数值上是不相等的。更为明显的是，当异质性问题较为严重时（例如不同时点接受处理的个体之间处理效应差异较大），尽管所有 $\Delta_{i,t}$ 都是正的，但由于负权重的存在， β_{fe} 为负值，与平均处理效应的符号完全相反。

交错DID分解

接下来，我们对同质性处理效应假设违背时产生的问题进行阐释。在图 3 交错 DID 示意图中，假设存在 k, l, u 三组个体，它们在接受处理时点上存在差异。其中 k 组个体最早接受政策处理（第 5 期）， l 组个体相对较晚（第 9 期）， u 组个体是从未接受处理组（Never-Treated Group）。传统的单时点 DID 中仅存在 k 组或 l 组中的一个，此时使用双向固定效应模型估计量（TWFE）不存在偏误。对于交错 DID 的情形而言，Goodman-Bacon（2021）指出，个体接受处理的多时点特征使得样本中产生了多个组别，TWFE 是不同的 2×2 - DID 组合估计系数的加权平均。如图 4 所示， $\hat{\beta}_{fe}$ 可分解为四种类似 2×2 - DID 估计系数 $\hat{\beta}_{ku}, \hat{\beta}_{lu}, \hat{\beta}_{kl}, \hat{\beta}_{lk}$ 。我们发现，交错 DID 相较于传统 2×2 - DID 的关键不同在于，较早受处理的个体会作为较晚受处理个体的控制组进入估计中，如 $\hat{\beta}_{lk}$ 。Goodman-Bacon（2021）指出，较早接受处理组并不是很好的控制组（也称作“坏的控制组”），因为相较于较晚接受处理组或从未接受处理组（也称作“好的控制组”），它们的事前趋势已经发生了变化。而正是由于这种“坏的控制组”的存在，才导致了 TWFE 在进行交错 DID 估计时，会产生潜在偏误。



交错 DID 示意图



交错 DID 的分解示意图

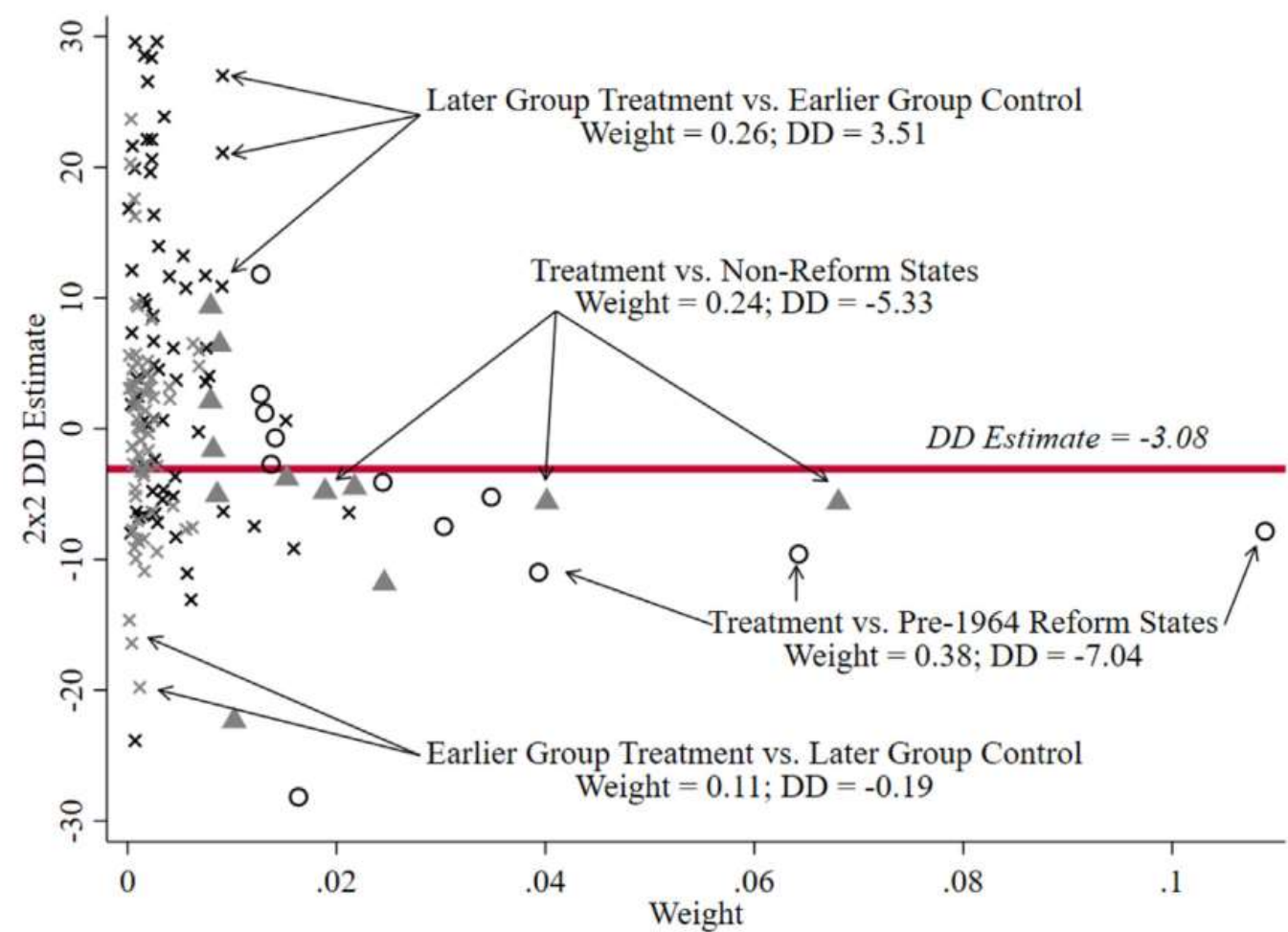
在大样本情形下，Goodman-Bacon（2021）证明了（4）式的分解结果可以写为：

$$plim_{N \rightarrow \infty} \hat{\beta}_{fe} = VWATT + VWCT - \Delta ATT \tag{5}$$

（5）式表明估计系数包含三个部分：第一部分 $VWATT$ ，即“方差加权平均处理效应”（Variance-Weighted ATT），是正权重加权的 ATT。第二部分 $VWCT$ ，即“方差加权共同趋势”（Variance-Weighted Common Trend），是由所有可能的 $2 \times 2 - DID$ 的处理组和控制组之间的平行趋势加权平均得到的。第三部分 ΔATT 代表“加权的处理效应变化”，这一项在使用较早接受处理组作为控制组时会出现。Goodman-Bacon（2021）认为，即使平行趋势假设得到满足（即 $VWCT$ 为 0），TWFE 仍可能是有偏且不一致的。其原因在于：第一，若处理效应在个体间是异质性的，那么 ΔATT 为 0，但此时 $VWATT$ （方差加权 ATT）与平均处理效应（样本加权 ATT）存在差异；第二，若处理效应在时间维度上是异质的，那么 ΔATT 不等于 0。此时尽管 $VWATT$ 与平均处理效应相同，但由于 ΔATT 的存在，TWFE 仍然是有偏且不一致的；第三，若处理效应在个体和时间两个维度上均存在异质性，那么 $VWATT$ 不等于平均处理效应和 ΔATT 不等于 0 这两个问题均存在，都可能导致 TWFE 有偏且不一致。

$VWATT$ 含有个体异质性，存在个体异质性 $VWATT$ 不等于 ATT ； ΔATT 含有时间异质性，存在时间异质性，则其不等于 0

交错DID异质性检验



三类异质性-稳健估计量

- 加权：计算组别一时期平均处理效应（Cohort-Specific Average Treatment Effects on the Treated, CATT），再加权加总。
- 插补：使用插补估计量（Imputation Estimator）构造反事实结果进行估计（利用从未接受处理的样本或尚未接受处理的样本估计出每个处理组个体每个时期的反事实结果）。
- 堆叠：堆叠回归估计

不同估计量的对比						
估计量	核心假设	统计量性质	估计动态处理效应	是否解决退出情形	优势	局限
计算组别 - 时期平均处理效应 (CATT) 加权平均						
de Chaisemartin 和 D'Haultfœuille (2020a, 2020b, 2022a)	(1) 平行趋势假设 (2) 严格外生假设 (3) 处理组和控制组组间独立 (4) 存在稳定组	无偏, 但不满足有效性	是	是	估计不依赖于线性模型设定; 可适用于处理变量非二元虚拟变量的情形; 可适用于同时存在多个政策处理变量的情形 (de Chaisemartin 和 D'Haultfœuille, 2020b)	估计过程中会丢失较多样本, 可能会造成估计无效
Sun 和 Abraham (2021)	(1) 平行趋势假设 (2) 无预期效应假设	满足无偏性、一致性和有效性	是	否	使用线性回归估计, 估计速度较快	估计过程中会丢失较多样本, 可能会造成估计无效; 依赖从未接受处理组的存在, 若不存在则需对样本删减

估计量	核心假设	统计量性质	估计动态处理效应	是否解决退出情形	优势	局限
计算组别 – 时期平均处理效应 (CATT) 加权平均						
Callaway 和 Sant'Anna (2021)	(1) 政策处理不可逆 (2) 随机抽样 (3) 政策效应有限预期 (4) 平行趋势假设 (5) 重叠性假设	满足无偏性、一致性	是	否	估计不依赖于线性模型设定；除计算平均处理效应、动态处理效应外，还提供了多种加权方式来测算政策的累积效应	估计过程中会丢失较多样本，可能会造成估计无效
插补估计量						
Borusyak 等 (2021)	(1) 平行趋势假设（隐含了函数形式的设定） (2) 无预期效应假设 (3) 残差同方差且无自相关或至少要知道异方差的形式	满足一致性和有效性	是	是	使用更充足的样本进行估计，估计更有效率	依赖于正确的模型设定；应用于高频面板数据时应保持谨慎；存在不可观测的随时间变化的混杂因素时，谨慎使用该方法
Liu 等 (2022)	(1) 函数形式； (2) 严格外生性假设（同时隐含了“平行趋势假设”与“无预期效应假设”）	满足无偏性、一致性	是	是	使用更充足的样本进行估计，估计更有效率；能够较好处理时间序列横截面 (TSCS) 数据或长面板 (Long-Panel) 形式的的数据，并且能够处理数据中包含随时间变化的协变量的情形	依赖于正确的模型设定；IFEct 和 MC 方法的调参过程较为主观，缺乏一般性标准

堆叠回归估计量						
Cengiz (2019)	等	(1) 平行趋势 假设 (2) 无预期效 应假设	-	是	-	-
						统计量性质 不明确；存 在数据重复 使用的问题

Andrew Goodman-Bacon (2021). Difference-in-differences with variation in treatment timing. *Journal of Econometrics*

Brantly Callaway, Pedro H.C. Sant'Anna (2020). Difference-in-Differences with multiple time periods, *Journal of Econometrics* .

John Gardner (2021). Two-stage differences in differences.

De Chaisemartin C, d'Haultfoeuille X. Two-way fixed effects estimators with heterogeneous treatment effects[J]. *American Economic Review*, 2020, 110(9): 2964-96.

Clément de Chaisemartin, Xavier D'Haultfoeuille (2021). Two-way fixed effects regressions with several treatments.

Kirill Borusyak , Xavier Jaravel , Jann Spiess (2021). Revisiting Event Study Designs: Robust and Efficient Estimation.

Damian Clarke, Kathya Tapia Schythe (2020). Implementing the Panel Event Study.

Liyang Sun, Sarah Abraham (2021). Estimating dynamic treatment effects in event studies with heterogeneous treatment effects. *Journal of Econometrics*.

Doruk Cengiz , Arindrajit Dube , Attila Lindner, Ben Zipperer (2019). The effect of minimum wages on low-wage jobs. *The Quarterly Journal of Economics*.

Simon Freyaldenhoven, Christian Hansen, Jesse M. Shapiro (2019). Pre-event Trends in the Panel Event-Study Design. *American Economic Review* .

Baker A, Larcker D F, Wang C C Y. How Much Should We Trust Staggered Difference-In-Differences Estimates?[J]. Available at SSRN 3794018, 2021.

刘冲, 沙学康, 张妍. 交错双重差分:处理效应异质性与估计方法选择[J]. *数量经济技术经济研究*, 2022, 39(9):28.

接受任何批评与指正！

张全飞

山东大学经济学院

2023年11月13日