勾股定理杂谈

长者

2020 年 1 月 15 日

摘要

本文是一篇关于勾股定理的短文。

目录

1 勾股定理在古代

西方称勾股定理为毕达哥拉斯定理，将勾股定理的发现归功于公元前6世纪的毕达哥拉斯学派[1]。该学派得到了一个法则，可以求出可排成直角三角形三边的三元数组。毕达哥拉斯学派没有书面著作，该定理的严格表述和证明则见于欧几里得[1]《几何原本》的命题47："直角三角形斜边上的正方形面积等于两直角边上的正方形面积之和。"其证明是用面积法做的。

我国《周髀算经》载商高（约公元前12世纪）答周公问：

> 勾广三，股修四，径隅五。

又载陈子（公元前7–6世纪）答荣方问：

> 若求邪至日者，以日下为勾，日高为股，勾股各自乘，并而开方除之，得邪至日。

都较古希腊更早。后者已经明确道出勾股定理的一般形式。图1为我国古代对勾股定理的一种证明[2]。

[1]欧几里得，约公元前330–275年。

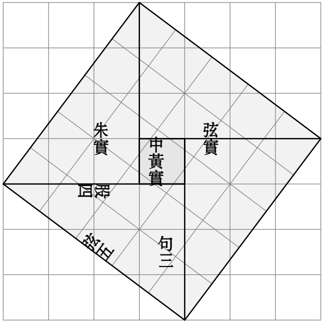

图 1: 赵宋爽在《周髀算经》注中作的弦图（仿制），该图给出了勾股定理的一个极具对称美的证明。

2 勾股定理的近代形式

勾股定理可以用现代语言表述如下：

定理 1 (勾股定理) 直角三角形斜边的平方等于两直角边的平方和。

可以用符号语言表述为：设直角三角形ABC，其中$\angle ABC = 90°$，则有

$$AB^2 + BC^2 = AC^2. \tag{1}$$

满足式(1)的整数称为勾股数。第1节所说毕达哥拉斯学派得到的三元数组就是勾股数。下表列出一些较小的勾股数：

直角边a	直角边b	斜边c
3	4	5
5	12	13

$(a^2 + b^2 = c^2)$

参考文献

[1] 克莱因. 古今数学思想. 上海科学技术出版社, 2002.

[2] 曲安京. 商高、赵爽与刘徽关于勾股定理的证明. 数学传播, 20(3), 1998.

[3] 矢野健太郎. 几何的有名定理. 上海科学技术出版社, 1986.