4.3.7 主析取/合取范式用途

- 用途4, 范式互求. 由主析取范式求主合取范式: 设公式A含n 个命题变项. A 的主析取范式含s个极小项$(0 < s < 2^n)$, 即$A = m_{i1} \vee m_{i2} \vee \ldots \vee m_{is}$, 没出现的极小项为$m_{j1}, m_{j2}, \ldots m_{j2^n-s}$, 那么$A \Leftrightarrow M_{j1} \wedge M_{j2} \wedge \ldots M_{j2^n-s}$.

- 例: 已知公式$B \Leftrightarrow m_1 \vee m_2 \vee m_3$, 其中$B$含3个命题变项$p$, q, r, 求主合取范式.
- 解: 公式B的主析取范式中没出现的极小项为m_0, m_4, m_5, m_6, m_7, 因而$B \Leftrightarrow M_0 \wedge M_4 \wedge M_5 \wedge M_6 \wedge M_7$.

4.3.7 主析取/合取范式用途

- 用途5, 解决实际问题.

- 例: 某单位要从A,B,C三人中选派若干人出国考察, 需满足条件: 1)若A去, 则C必须去; 2)若B去, 则C不能去; 3)A和B必须去一人且只能去一人. 问有几种可能的选派方案?
- 解: p:派A去, q:派B去, r:派C去. 则$p\to r$, $q\to\neg r$, $(p\wedge\neg q)\vee(\neg p\wedge q)$. 那么问题变为求下式的成真赋值

$$A=(p\to r)\wedge(q\to\neg r)\wedge((p\wedge\neg q)\vee(\neg p\wedge q))$$

计算可得A的主析取范式≡ $(p\wedge\neg q\wedge r)\vee(\neg p\wedge q\wedge\neg r)$. 对应的成真赋值为101, 010. 所以要么派A和C出国, 要么派B出国.