《离散数学二》第八次作业

1.给定下列谓词公式，试问哪些公式是有效公式（也称重言式），哪些是矛盾公式，哪些是可满足公式。(10 分)

(1) $(\forall x)(\neg P(x)\rightarrow\neg P(x))$;

(2) $(\forall x)P(x)\rightarrow(\exists x)P(x)$;

(3) $(\exists x)P(x)\rightarrow(\forall x)P(x)$;

(4) $\neg(P(x)\rightarrow(\forall y)(G(x,y)\rightarrow P(x)))$;

(5) $(\forall x)(\exists y)P(x,y)\rightarrow(\exists x)(\forall y)P(x,y)$;

(6) $(\forall x)(\forall y)P(x,y)\leftrightarrow(\forall x)(\forall y)P(x,y)$;

(7) $\neg(\forall x)(P(x)\rightarrow(\forall y)Q(y))\wedge(\forall y)Q(y)$;

(8) $\neg(\forall x)Q(x)\leftrightarrow(\exists x)(\neg Q(x))$;

(9) $(\forall x)(P(x)\wedge Q(x))\rightarrow((\forall x)P(x)\wedge(\forall y)Q(y))$;

(10) $(\forall x)(P(x)\vee Q(x))\rightarrow((\forall x)P(x)\vee(\forall y)Q(y))$.

2.用基本的等价关系验证下述论断是否有效。(18 分)

(1) $P\rightarrow Q, R\wedge S, \neg Q\Rightarrow P\wedge S$;

(2) $P\vee\neg R, Q\vee S, R\rightarrow(S\wedge P)\Rightarrow S\rightarrow P$;

(3) $\neg(P\wedge\neg Q), \neg Q\vee R, \neg Q\Rightarrow\neg P$;

(4) $\neg P\rightarrow Q, Q\rightarrow R, R\rightarrow P\Rightarrow P\vee Q\vee R$;

(5) $P, Q\rightarrow R, R\vee S\Rightarrow Q\rightarrow S$;

(6) $\neg Q\wedge R, R\wedge P, Q\Rightarrow P\vee\neg Q$.

3.指出下面演绎推理中的错误，并给出正确推理。(3 分)

(1) $(\forall x)(P(x)\rightarrow Q(x))$	P
(2) $P(y)\rightarrow Q(y)$	US,(1)
(3) $(\exists x)P(x)$	P
(4) $P(y)$	ES,(3)
(5) $Q(y)$	T,(2),(4),I
(6) $(\exists x)Q(x)$	EG,(5)

备注:

规则 P，前提引入；

US，全称实例规则；UG，全称引入规则；

EG，存在引入规则；ES，存在实例规则。

规则 T (逻辑结果引用规则)：在推导的过程中，可以随时引入公式 S，该公式 S 是由其前的一个或多个公式推导出来的逻辑结果；

4. 构造下列推理的证明。(20 分)

(1) $(\forall x)(\neg P(x)\to Q(x)),(\forall x)\neg Q(x)\Rightarrow(\exists x)P(x)$；

(2) $\neg((\exists x)P(x)\wedge Q(c))\Rightarrow(\exists x)P(x)\to\neg Q(c)$；

(3) $(\exists x)P(x)\to(\forall y)((P(y)\vee Q(y))\to R(y)),(\exists x)P(x)\Rightarrow(\exists x)R(x)$；

(4) $(\forall x)(P(x)\to Q(x)\wedge R(x)),(\exists x)P(x)\Rightarrow(\exists x)(P(x)\wedge R(x))$.

5. 请证明 I_{19} 和 I_{21}，并论证这两个推理反过来是否成立。(10 分)

I_{19}：$(\forall x)(G(x)\to H(x))$

$\Rightarrow(\forall x)G(x)\to(\forall x)H(x)$；

I_{21}：$(\exists x)(\forall y)G(x,y)\Rightarrow(\forall y)(\exists x)G(x,y)$；

6. 指出下列各小题中推导的错误，并加以改正。(14 分)

(1) ① $(\forall x)P(x)\to Q(x)$ P

② $P(y)\to Q(y)$ US,①

(2) ① $P(a)\to Q(b)$ P

② $(\exists x)(P(x)\to Q(x))$ EG,①

(3) ① $P(x)\to Q(c)$ P

② $(\exists x)(P(x)\to Q(x))$ EG,①

(4) ① $(\forall x)(P(x)\to Q(x))$ P

② $P(a)\to Q(b)$ US,①

(5) ① $(\exists x)P(x)$ P

② $P(c)$ ES,①

③ $(\exists x)Q(x)$ P

④ $Q(c)$ ES,③

(6) ① $(\forall x)(\exists y)(x>y)$ P

② $(\exists y)(z>y)$ US,①

③ $z>c$ ES,②

④ $(\forall x)(x>c)$ UG,③

⑤ $c>c$ US,④

(7) ① $(\forall x)(\exists y)(x>y)$ P

② $(\exists y)(z>y)$ US,①

③ $z>c$ ES,②

④ $(\forall x)(x>x)$ UG,③

备注：规则 P，前提引入；

US，全称实例规则；UG，全称引入规则；

EG，存在引入规则；ES，存在实例规则。

7. 将下列命题符号化，并证明论证是否正确。(25 分)

(1) 每一个大学生，不是文科学生，就是理工科学生；有的大学生是优等生；小张不是文科生，但他是优等生．因而，如果小张是大学生，他就是理工科学生．

(2) 伟大的物理学家都具有渊博的知识；新闻记者具有渊博的知识．所以新闻记者是伟大的物理学家．

(3) 三角函数都是周期函数；一些三角函数是连续函数．所以一些周期函数是连续函数．

(4) 不守信用的人是不可信赖的；有些可以信赖的人是受过教育的．因此，有些受过教育的人是守信用的．

(5) 所有的玫瑰和蔷薇都是芳香而带刺的．因此，所有的玫瑰都是带刺的．