

《离散数学二》第七次作业

1. 某岛上共有三种人：骑士总是说真话，骗子总是说谎，间谍可以说谎也可以说真话。你遇到了三个人，A、B 和 C。你知道这三个人中有一个是骑士，一个是骗子，一个是间谍。这三人中的每一个都知道其他两个人的身份。分别对以下三个小题分别判断谁是骑士、骗子和间谍。如不能判断，给出原因；如答案不唯一，给出所有答案(20分)

- (1) A 说：“C 是那个骗子”， B 说：“A 是那个骑士”， C 说：“我是那个间谍”。
- (2) A 说：“我是那个骗子”， B 说：“我是那个骗子”， C 说：“我是那个骗子”。
- (3) A 说：“我是骑士”， B 说：“A 不是骗子”， C 说：“B 不是骗子”。
- (4) A 说：“我不是间谍”， B 说：“我不是间谍”， C 说：“A 是间谍”。

2. 求下列公式的主合取范式，求其成假赋值，再利用主合取范式求主析取范式(18 分)。

- (1) $(p \wedge q) \rightarrow q$
- (2) $(p \leftrightarrow q) \rightarrow r$
- (3) $\neg(r \rightarrow p) \wedge p \wedge q$

3. 用真值表求下列公式的主析取范式和主合取范式(12 分)。

- (1) $(p \vee q) \wedge r$
- (2) $p \rightarrow (p \vee q \vee r)$
- (3) $\neg(q \rightarrow \neg p) \wedge \neg p$

4. 用谓词逻辑将下列命题符号化(20分)。

- (1) 火车都比轮船快.
- (2) 有的火车比有的汽车快.
- (3) 不存在比所有火车都快的汽车.
- (4) 说凡是汽车就比火车慢是不对的.

5. 判断下列各式的真值(12分)。

- (1) $(\forall x)(P(x) \vee Q(x))$, 其中, $P(x):x=1; Q(x):x=2$; 而且个体域是 $\{1, 2\}$.
- (2) $(\forall x)(P \rightarrow Q(x)) \vee R(a)$, 其中, $P:2>1; Q(x):x \leq 3; R(x):x \geq 6; a=5$; 而且个体域是 $\{-2, 3, 6\}$.
- (3) $(\exists x)(P(x) \rightarrow Q(x)) \wedge 1$, 其中, $P(x):x>2; Q(x):x=0$; 而且个体域是 $\{1, 2\}$.

6. 设解释 I 如下：个体域 $D=\{a, b\}$; $P(a,a)=1; P(b,b)=1; P(a,b)=0,$

$P(b,a)=0$ 。试确定下列公式在解释 I 下的真值(18分)。

- (1) $(\forall x)(\exists y)P(x,y);$
- (2) $(\forall x)(\forall y)P(x,y);$
- (3) $(\exists x)(\forall y)P(x,y);$
- (4) $(\forall x)(\forall y)(P(x,y) \rightarrow P(y,x));$
- (5) $(\forall x)P(x,x);$
- (6) $(\exists y)\neg P(a,y).$

【解释相关基础知识：

公式解释定义：设 p_1, p_2, \dots, p_n 是出现在公式 A 中的全部命题变项，
给 p_1, p_2, \dots, p_n 各指定一个真值，称为对 A 的一个赋值或解释。

解释 I 由 4 部分组成（备注：这是包含谓词逻辑后的解释）：

- (a) 非空个体域 D.
- (b) 对公式中的每一个个体常项符号 a, 有一个 $\bar{a} \in D$, 称 \bar{a} 为 a 在 I 中的解释。

(c) 对每一个n元函数符号 f , 有一个D上的n元函数 \bar{f} , 称 \bar{f} 为 f 在I中的解释.

(d) 对每一个n元谓词符号 F , 有一个D上的n元谓词常项 \bar{F} , 称 \bar{F} 为 F 在I中的解释.

设公式A, 取个体域D, 把A中的相关谓词符号F等分别替换成它们在I中的解释, 称所得到的公式 A' 为A在I下的解释, 或A在I下被解释成 A' 】