

《离散数学二》第五次作业

1. a) 找到包含两个连续 0 或两个连续 1 的长度为 n 的三元字符串的数量的递推关系。三元字符串指仅包含 0、1、2 的字符串。
b) 初始条件是什么?
c) 计算有多少长度为 3 的三元字符串包含两个连续的 0 或两个连续的 1, 并写出这些字符串; 另计算有多少长度为 6 的这样的字符串?。(30 分)
2. 请给出如下递推关系的通解: $a_n = 7a_{n-1} - 16a_{n-2} + 12a_{n-3} + n4^n$, 初始条件为: $a_0 = -2, a_1 = 0, a_2 = 5$; 再通过该递推式和通解, 验证 a_3 的值。(20 分)
3. 找到当 $n = 2^k$ 时, $f(n)$ 的通解, 其中 f 满足递推关系 $f(n) = 8f(n/2) + n^2$, 且 $f(1) = 1$ 。(10 分)
4. 使用生成函数方法给出递推式 $a_k = 3a_{k-1} + 4^{k-1}$ 的通解, 其中初始条件 $a_0 = 1$ 。(20 分)
5. 利用容斥原理求解下述问题 (20 分):
 $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 17$ 有多少个整数解, 其中 $x_1 \leq 3, x_2 \leq 4, x_3 \leq 5, x_4 \leq 8$ 的非负整数。