# 4.5.5 自然语言到逻辑表达式的翻译



- 例: 翻译以下语句为逻辑表达式“有一位女士搭乘过世界上每条航线上的一个航班”.
- 解:
  - $P(w,f)$表示“$w$乘坐过航班$f$”, 变量$w$的论域$U$是所有女性, 变量$f$的论域$U$是所有的空中航班
  - $Q(f,a)$表示“ $f$是航线$a$上的一个航班”, 变量$a$的论域$U$是所有的航线
  - 因此, 语句可以翻译成: $\exists w \forall a \exists f(P(w,f) \land Q(f,a))$

- 解2:
  - $R(w,f,a)$表示“$w$乘坐航线$a$上的航班$f$”
  - 因此, 语句可以翻译成: $\exists w \forall a \exists f P(w,f,a)$

# 4.5.5 自然语言到逻辑表达式的翻译

华中科技大学 计算机科学与技术学院 School of Computer Science &Technology, HUST

- 在自然语言翻译时选择明显的谓词表达.
- 例1: “兄弟是兄弟姐妹”
- 解: $\forall x \forall y(B(x,y) \rightarrow S(x,y))$
- 例2: “兄弟会是对称的”
- 解: $\forall x \forall y(B(x,y) \rightarrow B(y,x))$
- 例3: “每个人都爱一个人”
- 解: $\forall x \exists y L(x,y)$
- 例4: “有人被大家所爱”
- 解: $\exists y \forall x L(x,y)$
- 例5: “有人爱一个人”
- 解: $\exists x \exists y L(x,y)$
- 例6: “每个人都爱自己”
- 解: $\forall x L(x,x)$

备注:这儿是简写,省略了域以及命题函数表达的含义

# 4.5.6 嵌套量词的否定

- 带嵌套量词语句的否定, 可以通过连续地应用单个量词语句的否定规则得到.

- 例: 量词表达语句“没有一个女士已搭乘过世界上每一条航线上的航班”
- 解:
  - 回忆$\exists w \forall a \exists f(P(w,f) \wedge Q(f,a))$表达的是“有一位女士搭乘过世界上每个航线上的一个航班”, 因此:$\neg\exists w \forall a \exists f(P(w,f) \wedge Q(f,a))$
  - 连续应用德摩根律将否定移入连续的量词内:

备注: 前面例题已提及$P(w,f)$表示“$w$乘坐过航班$f$”, $Q(f,a)$表示“ $f$是航线$a$上的一个航班”
$\exists w \forall a \exists f(P(w,f) \wedge Q(f,a))$表达的是“有一位女士搭乘过世界上每个航线上的一个航班”

# 4.5.6 嵌套量词的否定



- $\neg\exists w\forall a\exists f(P(w,f)\wedge Q(f,a))$
- $\forall w\neg\forall a\exists f(P(w,f)\wedge Q(f,a))$ 德摩根律作用于∃
- $\forall w\exists a\neg\exists f(P(w,f)\wedge Q(f,a))$ 德摩根律作用于∀
- $\forall w\exists a\forall f\neg(P(w,f)\wedge Q(f,a))$ 德摩根律作用于∃
- $\forall w\exists a\forall f(\neg P(w,f)\vee\neg Q(f,a))$ 德摩根律作用于∧
- 因此最后这个语句表示“对于每个女士, 存在一条航线, 使得对所有的航班, 这位女士要么没有搭乘过, 要么该航班不在这条航线上”

备注: 前面例题已提及$P(w,f)$表示“$w$乘坐过航班$f$”, $Q(f,a)$表示“ $f$是航线$a$上的一个航班”
$\exists w\forall a\exists f(P(w,f)\wedge Q(f,a))$表达的是“有一位女士搭乘过世界上每个航线上的一个航班”

# 4.5.7 关于量词的一些问题



- 思考一下我们能改变量词的顺序吗？

- 例:这是否是等价的? $\forall x \forall y P(x, y) \equiv \forall y \forall x P(x, y)$
- 解: 是的. 左右具有相同的真值, $x$和$y$的顺序无关紧要.

- 例:这是否是等价的? $\forall x \exists y P(x, y) \equiv \exists y \forall x P(x, y)$
- 解: 不是. 对于$P$的一些命题函数, 左侧和右侧可以具有不同的真值. 对于$P(x, y)$, 尝试“$x + y = 0$”, 其中$U$是实数. 选择$x$和$y$值的顺序很重要. 前者表示对每个实数$x$都存在一个实数$y$使得$x + y = 0$, 真值为真. 后者表示存在一个实数$y$使得对每个实数$x$都存在$x + y = 0$, 真值为假.

# 4.5.7 关于量词的一些问题



- 可以在逻辑连词上分发量词吗?

- 例:这是一个有效的等价吗? $\forall x(P(x) \land Q(x)) \equiv \forall xP(x) \land \forall xQ(x)$
- 解:是的! 无论$P(x)$和$Q(x)$表示什么命题函数, 左侧和右侧将始终具有相同的真值.

- 例:这是一个有效的等价吗? $\forall x\big(P(x) \to Q(x)\big) \equiv \forall xP(x) \to \forall xQ(x)$
- 解:不是! 左侧和右侧可以具有不同的真值. 对于$P(x)$选择“$x$是鱼”, 对于$Q(x)$选择“$x$具有鳞片”, 论域是所有动物. 然后左边是假的, 因为有些鱼没有鳞片(比如鳗鱼). 但是右边是正确的, 因为不是所有的动物都是鱼.