



第1.5节 密码学

Section 1.5: Cryptography

知识要点

- 1 欧拉函数及欧拉定理
- 2 古典密码学
- 3 密码学
- 4 公钥密码学
- 5 RSA密码系统
- 6 密码协议
- 7 同态加密(自学)

1.5.1 欧拉函数

- 【定义】：**欧拉函数** $\Phi(n)$ 表示在1到n之间的能满足 $gcd(k, n) = 1$ 的那些数的总个数.
- 备注：包括1和n
- 例：求解 $\Phi(12), \Phi(1)$
- 解：
 - 因为在1, 2, 3, ..., 12这些数中有1, 5, 7, 11这4个数都和12是互素的，所以 $\Phi(12)=4$;
 - 因为 $gcd(1, 1) = 1$, 所以 $\Phi(1) = 1$.

1.5.1 欧拉函数

- 当 n 比较大时, 欧拉函数值很难计算, 但如果 n 是素数呢?
- 欧拉函数的性质: 对于任意素数 n , $\Phi(n) = n - 1$; 当 n 是合数时, $\Phi(n) < n - 1$.
- 备注: 因为当 $k=1, 2, \dots, n - 1$ 时都存在 $\gcd(k, n) = 1$, 所以一共有 $n - 1$ 个, $\Phi(n) = n - 1$. 例如 $\Phi(5) = 4$, 因为5是素数.