树上数据结构

宁波市镇海中学 梁晏成

常用思想

dfc /k

括号序3

树分块

worse Asset

常用算法与新据结构

长链剖分

树链剖分优化动态规:

ık-cut-tre

点分治与边分

线段树合并

例題

树上数据结构问题的一些技巧

宁波市镇海中学 梁晏成

2018年7月1日

市用心思

转化为序列间是

dfs序

括号序列

差分思想

提取关键,

树分块

常用算法与数据结

长链剖分

树链剖分优化动态规

k-cut-tre

总分石与处。

线段树合并

列題

1 常用思想

- 转化为序列问题
 - dfs序
 - 括号序列
 - 欧拉序列
- 差分思想
- ■提取关键点
- ■树分块
- ■启发式合并
- 直径的一个性质

2 常用算法与数据结构

- 长链剖分
- 树链剖分优化动态规划
- link-cut-tree
- ■点分治与边分治
- 线段树合并

例题

片用思想

经护务库制品

dfs序

括号序

欧拉序3

差分思想

10 % 1/ 1/4

.

77.77

直径的一个性

常用算法与数据结构

翻标测众保护 赤灰绸虫

link-cut-tree

点分治与边分

例題

常见转化方法

- dfs序:按照dfs时的入栈顺序形成一个序列
- 括号序列: dfs时,某个节点入栈时加入左括号,出栈时加入有括号
- 欧拉序列: dfs时,某个节点入栈时将其加入序列,出栈时将父亲加入序列

常用思想

转化为序列问题

dfs序

欧拉序列

2.77 (2.75)

納分块

启发式合并

直径的一个性

市川开丛一级地名

树链剖分优化动态规划

link-cut-tree 点分治与边分:

点分治与边分: 线段树含并

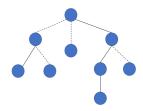
例題

树链剖分

一般的树链剖分, 指的都是重链剖分

定义一个节点的重儿子为该节点所有儿子中,子树内节点最多的节点。

某个点和重儿子之间的边为重边,和其余儿子的边为轻边。 重边首尾相连形成重链。



常用思想

经化为库利间息

dfs序

括方斤欠

欧拉序列

五分心想

納分块

启方式会主

直径的一个性

常用算法与数据约

树链剖分优化动态规划

link-cut-tre

点分治与边分 线段树合并

例題

dfs序与树链剖分

对于任意一个节点,它到根的路径上最多只有 $O(\log N)$ 条轻边,这也意味着只有 $O(\log N)$ 条重链。

在dfs时优先遍历重儿子,那么对于树上的一条链,可以将其对应到dfs序中O(log N)个区间,这样可以将许多树上的问题转化为序列上的问题。

结合dfs序中同一子树内节点连续的性质可以解决更多问题。

常用思想

.....

dfs序

括方斤外

欧拉序列

27-20

....

树分块

直径的一个性/

常用界法与数据结构

关键测分

树链剖分优化动态规划

ink-cut-tre

点分治与边分

(s) 28

NOI2015 软件包管理器

给定一棵 $N(N \leq 100000)$ 的树,要求支持以下操作:

- 统计某个点到根的路径上权值为0的点的个数,然后将路径 上所有点的权值变成1
- 统计某个点子树内权值为1的点的个数,然后将子树内所有 点的权值变成0

常用思想

转化为序列问

dfs序

40 3 71 2

欧拉序列

古安尔人员

直径的一个性

常用算法与数据结构

长键剖分

树链剖分优化动态规划

link-cut-tre

点分治与边分

例題

NOI2015 软件包管理器

给定一棵 $N(N \leq 100000)$ 的树,要求支持以下操作:

- 统计某个点到根的路径上权值为0的点的个数,然后将路径 上所有点的权值变成1
- 统计某个点子树内权值为1的点的个数,然后将子树内所有 点的权值变成0

直接利用树链剖分和dfs序将其转化为区间赋值和区间求和,复杂度 $O(N\log^2 N)$

特化为序列问

dfs序

ns 15 of mi

差分思想

建公共 (1)

启发式合并

直径的一个性

ZHMA

树链剖分优化动态规

点分治与边分; 线段树合并

例題

括号序列与树上莫队

如果我们认为一对匹配的括号(即同一个点对应的左括号和右括号)可以互相抵消,那么对于一对点x,y满足 $L_x \leq L_y$,考虑:

- 如果x是y的祖先,那么x到y的链与括号序列中区间 $[L_x, L_y]$ 对应
- 如果x不是y的祖先,那么x到y的链除lca的部分与括号序列中区间 $[R_x, L_y]$ 对应

可以用括号序列将树上莫队转化为普通莫队。

提取羊種

树分块

石及八分五

直径的一个性

常用算法与数据结

树链剥分优化动态规

link-cut-tre

M. 77 16 -9 24,7

例題

欧拉序列与lca

在欧拉序列中,观察点x与点y之间深度最小的点,即这两个点的lca

可以将lca问题转化为rmq问题

.

提取关键。

树分块

DEASON --- VI-VEV

ZHMA

树链剖分优化动态规

link-cut-tre

然力 相 与 视 力
然 份 辦 会 并

例題

差分思想

对于一对点x,y,设它们的lca为z,那么x到y的链可以由x,y,z,fa[z]到根的链表示

如果两条相同的边上的信息可以抵消(如链上所有边异或的值),那么可以直接由x,y到根的链表示

dfs序

差分思想

提取关

74 11 AC

常用算法与数据结构

长链剖分

树链剖分优化动态规

nk-cut-tre

点分治与边分;

我我柯合开

列題

链上第K大

树链剖分优化动态规:

link-cut-tre

点分治与边分

例題

链上第K大

对每个节点,维护一棵可持久化权值线段树,每次在父亲 的线段树的基础上加入这个节点的权值。

询问时利用x,y,lca,fa[lca]的可持久化权值线段树,在线段树上二分。

时间复杂度 $O((N+M)\log N)$

大伙林一人站

W 11 St S

树链剖分优化动态规

ink-cut-tre

点分治与现分

例題

单点、链、子树的转化

在某些情况下, 我们需要改变修改和查询的对象来减小维护的难度

- 单点修改链上查询⇔子树修改单点查询
- 单点修改子树查询⇔链上修改单点查询
- 链上修改子树查询⇒单点修改子树查询(利用dep数组)

m mass

转化为序列问题

dfs序

指专厅外

五分心想

....

参用質法占無担任

长链剖分

树链剖分优化动态规

ık-cut-tre

点分治与边外

美段树合并

列題

一些与"链的相交"有关的问题, 我们可以在点上赋正权, 边上赋负权的方式简化问题

一些与"链的相交"有关的问题, 我们可以在点上赋正权, 边上赋负权的方式简化问题

例如这样一个问题:

- 插入一条链
- 给定一条链,问有多少条链与这条链相交

我们只需要在插入时,给链上的点+1,链上的边-1,询问 时就是一个链上求和。 dfs/f

括号序.

at it or to

提取关键点

树分块

启发式合

直径的一个性

长链剖分

树缝剖分优化动态规

点分治与边分

例題

提取关键点

我们可以在一棵树中取不超过 \sqrt{N} 个关键点,保证每个点到最近的祖先的距离 $\leq \sqrt{N}$

具体地,我们自底向上标记关键点。如果当前点子树内到它最远的点的距离 $\geq \sqrt{N}$,那么就将当前的点标记为关键点。

常用思想

dfs序

括号序3

提取关键点

.

古然的一人科

常用算法与数

长链割分 树链割分优化动态规:

link-cut-tre

点分治与边分

例題

HDU 6271 Master of Connected Component

- 给定两棵有N个节点的树,每个节点上有一对数(x,y),表 示图G中的一条边
- 对于每一个x,求出两棵树中x到根路径上所有边在图G中构成的子图的连通块个数
- 多组数据, N ≤ 10000

树上数据结构

宁波市镇海中学 梁晏成

曾用思想

LIV SAME SOLICIONS

dfs序

括号序3

at a me to

提取关键点

树分块

直径的一个性

常用算法与数据结

长链剖分

树链剖分优化动态规

nk-cut-tr

.....

列題

HDU 6271 Master of Connected Component

可以利用dfs序+莫队转化为 $M=N\sqrt{N}$ 的动态最大生成树问题,常数和代码复杂度都较大。

常用思想

经化为库到间别

dfs序

括号序列

欧拉序列

差分思想

提取关键

树分状

10 74 71 1A 7 3X 30 40 1

树链剖分优化动态规划

link-cut-tree

点分石与现分; 各段树会并

例題

HDU 6271 Master of Connected Component

可以利用dfs序+莫队转化为 $M = N\sqrt{N}$ 的动态最大生成树问题,常数和代码复杂度都较大。

考虑在第一棵树中提取关键点,将关于x的询问挂到第一棵树中x的最近关键点祖先上。之后对于某一个关键点p统一处理询问。首先将p到根节点的路径上的边都加入并查集,然后维护一个可撤销并查集。

常用思想

经化为库利问题

dfs序

括号序列

BC427[7]

27/22

納分块

启发式合并

直径的一个性

常用算法与数据结构

长链剖分

....

点分治与边分:

例題

HDU 6271 Master of Connected Component

可以利用dfs序+莫队转化为 $M = N\sqrt{N}$ 的动态最大生成树问题,常数和代码复杂度都较大。

考虑在第一棵树中提取关键点,将关于x的询问挂到第一棵树中x的最近关键点祖先上。之后对于某一个关键点p统一处理询问。首先将p到根节点的路径上的边都加入并查集,然后维护一个可撤销并查集。

上述两个算法的时间复杂度都是 $O(N\sqrt{N}\log N)$

括号序列

2 八田 ki

提取关键点

树分块

ル及八で T

正径的一个压

第用界法与数据结

长链剖分

树链剖分优化动态规

ink-cut-tr

点分冶与现分

例題

bzoj1086 王室联邦

- 给定一棵N个点的树和常数B,将树分块,满足每一块的大 小在[B,3B]之间
- 集合S构成一个块当且仅当存在一个点x,满足S中的任意一个点到x的路径只经过 $S \cup \{x\}$ 中的点

常用思想 转化为序列问:

dfs序 括号序列

差分思想

树分块 启发式合并

直径的一个性

常用并法与致猪结果 长链到分 树链到分优化动态规划 link-cut-tree 占分泌与油分泌

线段树合并

bzoj1086 王室联邦

- 给定一棵N个点的树和常数B,将树分块,满足每一块的大 小在[B,3B]之间
- 集合S构成一个块当且仅当存在一个点x,满足S中的任意一个点到x的路径只经过 $S \cup \{x\}$ 中的点

直接dfs,将某个点的儿子依次合并,超过B就作为一个新的块

如果完成了对树的分块,常常可以类比序列的分块简化问题

常用思想

转化为序列问题

dfs序

括号序列

at A or to

提取关键

树分块

启发式合并

直径的一个性质

常用算法与数据结构

长链剖分

树链刮分优化动态规划

点分治与边分:

例題

启发式合并

启发式合并即合并两个集合时按照一定顺序(通常是将较小的集合的元素一个个插入较大的集合)合并的一种合并方式,常见的数据结构有并查集、平衡树、堆、字典树等

具体地,如果单次合并的复杂度为O(B),总共有M个信息,那么总的复杂度为 $O(BM\log M)$

树的特殊结构,决定了常常可以使用启发式合并优化信息 合并的速度 差分思想

提取关键。

树分块

常用算法与数据结

长链剖分

树链剖分优化动态规

nk-cut-tre

点分布与现分

例題

51nod 1743 雪之国度

- 给定一个N个点, M条带权边的图, Q次询问
- 每次询问给出两个点x,y, 求最小的权值v, 满足:
- 存在两条边不相交的路径,满足两条路径上的边权值都≤ v
- $N, Q \le 100000, M \le 500000$

常用思想

dfs序

括 方 F A B 拉 F A B

差分思想。接取关键。

树分块

直径的一个性质

长柱剖分 树柱剖分优化动态规划 link-cut-tree

点分治与边分治 线段树合并

例题

51nod 1743 雪之国度

- 给定一个N个点, M条带权边的图, Q次询问
- 每次询问给出两个点x,y, 求最小的权值v, 满足:
- 存在两条边不相交的路径,满足两条路径上的边权值都≤ v
- $N, Q \le 100000, M \le 500000$

首先求出最小生成树,然后从小到大枚举非树边,将对应路径上的点缩在一起。将询问挂到对应的两个点上,对每个点维护一个并查集,合并点时通过并查集判断是否有同一询问的两个点被缩到一起

时间复杂度不超过 $O(M \log M + (N + Q \log Q) \log N)$

dfs序

括号序列

差分思?

提取天包

組合排

加及八百万

常用并法与数据结

长链剖分

树缝剖分优化切态规

nk-cut-tr

mn 10 -1-20

线段树合并

例題

清华集训2016 汽水

- 给定一棵N点带权树,常数k
- ■求一条路径使得边权平均值与k的差距最小
- *N* ≤ 100000

智用思想 转化为序列问》

dfs序 括号序列

差分思想 提取关键;

直径的一个性

常用算法与数据结构

本經到力 树链剖分优化动态规划

点分治与边分治

例题

清华集训2016 汽水

- 给定一棵N点带权树,常数k
- ■求一条路径使得边权平均值与k的差距最小
- *N* ≤ 100000

二分答案W转化为判断问题。考虑一条边i的权值为v,构造 $A_i=v-k+W$, $B_i=v-k-W$,变为判断是否存在一条路径满足 $\sum A\geq 0$, $\sum B\leq 0$

启发式合并,对每个点以 $\sum A$ 为关键字维护所有以它为根的路径的 $\sum B$ 的最小值。合并时查询 $\sum A \ge$ 某个值的 $\sum B$ 的最小值

使用splay维护的时间复杂度为 $O(N \log N \log W)$,注意splay的启发式合并复杂度为 $O(N \log N)$

dfs序 括号序列 账标序列

差分思想 提取关键。

启发式合并

直径的一个性质

币 用 升 公 一 数 Ms Sen

树链剖分优化动态规

点分治与边分》

例題

JLOI2015 城池攻占

- 给定一棵N个点的树,每个节点有一个值 h_i ,两个参数 $a_i, v_i \geq 0$
- 有M个骑士,初始攻击力x;,从某个节点出发向根节点前进
- 每到达一个节点,如果当前攻击力小于该节点h;值,那么 这个骑士牺牲
- 否则,如果a; = 0攻击力加上v;,如果a; = 1攻击力乘上v;
- 求每个骑士牺牲的城市

管用思想 每化为序列问题

dfs序 括号序列

差分思想 提取关键。

启发式合并

常用算法与数据结构

树链剖分优化动态规

点分治与边分流

例題

JLOI2015 城池攻占

- 给定一棵N个点的树,每个节点有一个值 h_i ,两个参数 $a_i, v_i \geq 0$
- 有M个骑士,初始攻击力x;,从某个节点出发向根节点前进
- 每到达一个节点,如果当前攻击力小于该节点h;值,那么 这个骑士牺牲
- 否则,如果a; = 0攻击力加上v;,如果a; = 1攻击力乘上v;
- 求每个骑士牺牲的城市

注意到如果两个骑士经过了同一节点,那么攻击力相对大小不会改变;因此对每个点维护一个可并小根堆,打标记维护即可。

时间复杂度 $O(M \log^2 M)$

dfs序

括号序:

21/22

秋秋天晚,

树分块

JE 12-17

常用算法与数据结

长链剖分

树链剖分优化动态规

nk-cut-tre

线找树合并

例題

直径的一个性质

令F(S)表示集合S中最远的两个点构成的集合,那么对同一棵树中的集合 $S,T,\ F(S\cup T)\subseteq F(S)\cup F(T)$

Art Ab Ah

户电差人主

直径的一个性

常用算法与数据结

长链剖分

树链剖分优化动态规:

nk-cut-tre

点分治与现分

(6) 26

直径的一个性质

令F(S)表示集合S中最远的两个点构成的集合,那么对同一棵树中的集合 $S,T,\ F(S\cup T)\subseteq F(S)\cup F(T)$

例题: 51nod 树上的最远点对:

给定一棵树,多次询问a,b,c,d,求 $\max_{a\leq i\leq b,c\leq j\leq d} dist(i,j)$

int chi in

启发式合并

直径的一个性

第用并法与数据结

树链剖分优化动态数

点分治与边分

例題

直径的一个性质

令F(S)表示集合S中最远的两个点构成的集合,那么对同一棵树中的集合 $S,T,\ F(S\cup T)\subseteq F(S)\cup F(T)$

例题: 51nod 树上的最远点对:

给定一棵树,多次询问a,b,c,d,求 $\max_{a\leq i\leq b,c\leq j\leq d} dist(i,j)$

用线段树维护区间最远点对, 利用上面的性质进行合并即可。

常用思想

转化为序列问题

dfs序

括号序列

欧拉序:

差分思想

提取关键

Art Ab Ab

启发式合并

直径的一个位

常用算法与数据结

E链剖分

树链剖分优化动态规

nk-cut-tre

点分治与边分

线段树合并

例題

长链剖分

在重链剖分中,将重儿子的定义变为子树内叶子深度最大的儿子,得到"长链剖分"

常用思想

dfs序 括号序列

差分思想

树分块

直径的一个性人

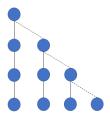
长键剖分 树链剖分优化动态规划 link-cut-tree

例題

长链剖分

在重链剖分中,将重儿子的定义变为子树内叶子深度最大的儿子,得到"长链剖分"

注意长链剖分后,一个点到根的轻边个数可以是 $O(\sqrt{N})$ 级别的,如图:



....

....

1437-50

参田贺注占新担任

长链剖分

树链剖分优化动态规

nk-cut-tre

点分治与边:

线段树合并

例題

k-th ancestor

利用长链剖分,我们可以在 $O(N \log N)$ 的预处理后,O(1)询问一个点x的第k个祖先。

常用思想 转化为序列问 dfs序

括号序列

差分思想 提取关键点 辦分非

启发式合并 直径的一个性质

常用算法与数据

树链割分优化动态规划 link-cut-tree

点分冶与现分26 线段树合并

例題

k-th ancestor

利用长链剖分,我们可以在 $O(N \log N)$ 的预处理后,O(1)询问一个点x的第k个祖先。

对于某一条长度为I的重链以及链头x,记录x的第1,...,I个 租先以及这条重链从上到下的I个点。这一部分是O(N)的,需要 一些技巧分配空间

接下来预处理 $f_{i,j}$ 表示i的第 2^{j} 个祖先,复杂度 $O(N \log N)$,同时要预处理1...N的二进制最高位

询问时,考虑r为 $\leq k$ 的最大的2的幂。令y为x的第r的祖先,z为y所在的重链的链头,链长为l,显然 $l \geq r$ 。因此x的第k个祖先在预处理时已经记录了,可以直接查询

dfs序

並公里和

10.00. 17.15

LLA IL

直径的一个性

常用算法与数据结构

经链刮分

树链剖分优化动态规

nk-cut-tre

点分治与边:

线接柄合并

例題

定长最长链

给定一棵树,求长度为L的边权和最大的链

欧拉序列

差分思想

提取关键;

树分块

TE 435 an --- (1-437)

1 SE 91 37

树链剖分优化动态规:

link-cut-tree

点分冶与现分

例題

定长最长链

给定一棵树, 求长度为L的边权和最大的链

对点x,设重链长为I,维护 $f_{x,1...I}$ 表示以x为根长度为1..I的边权和最大的链。每次从重儿子地方继承得到f,然后和轻儿子依次合并。

时间复杂度为O(N)

启发式合并

币用升法与级惦珀

长链剖分

树链剖分优化动态规

nk-cut-tre

线段树合并

例題

待修树直径

利用树链剖分每个点到根的路径上轻边个数为 $O(\log N)$ 的性质,可以维护一些动态规划,例如:

■ 多次操作,每次修改一条边的边权(可以为负),输出修改 后的直径长度

常用思想 转化为序列问 dfs序

股拉序列 差分思想 提取关键点 树分块

直径的一个性质

长柱剖分 树桩剖分优化动态规划 link-cut-tree

点分治与边分 线段树合并

例題

待修树直径

利用树链剖分每个点到根的路径上轻边个数为 $O(\log N)$ 的性质,可以维护一些动态规划,例如:

■ 多次操作,每次修改一条边的边权(可以为负),输出修改 后的直径长度

考虑dp, 令 f_x , g_x 表示以x为根的最长链和x子树内的直径长度,令y为当前转移的儿子,用 $(f_y+1,\max(f_x+f_y+1,g_y))$ 更新 (f_x,g_x)

考虑优先转移轻儿子,最后转移重儿子。令f',g'表示转移完轻儿子的结果,那么每次修改只会改变 $O(\log N)$ 个f',g',可以暴力处理; 重链上的转移可以维护类

 $(Wa_i = \max(a_{i+1} + A, B))$ 的标记A, B,使用线段树进行合并总复杂度为 $O(M \log^2 N)$,常数较大

dfs/i

括号序

2004-77

差分思想

提取关键;

树分块

后及八分升

直径的一个性

市用并公司致循結有

树链剖分优化动态规划

link-cut-tree

150 10 -7 -21

(8) 26

link-cut-tree

动态树问题,现在已经兴起成为了OI中的重要题型。而lct,则是解决动态树问题的首选

lct的核心思想是access的均摊O(N log N)复杂度

常用思想

转化为序列问题

括号序列

至公里相

提取关键,

启发式合并

直径的一个性

币用并法与级惦结

树链剖分优化动态规:

ink-cut-tre

点分治与现分

(s) 28

SDOI2017 树点染色

- 给定一棵N个点的树,接下来进行M次操作,每次从下面三 种中选一个:
 - 选择一个点x,将x到根的路径所有点涂上一种新的颜色
 - 询问x, y路径上有几种颜色
 - 在x的子树内选择一个点y,满足y到根的路径上颜色数量最多
- N, M < 100000

常用思想

转化为序列问题

dfs序

括方序列

差分思想

树分块

启发式合并

常用算法与数据结

树链割分优化动态规

点分治与边分

(A) 35

SDOI2017 树点染色

- 给定一棵N个点的树,接下来进行M次操作,每次从下面三种中选一个:
 - 选择一个点x,将x到根的路径所有点涂上一种新的颜色
 - 询问x,y路径上有几种颜色
 - 在x的子树内选择一个点y,满足y到根的路径上颜色数量最多
- $N, M \le 100000$

注意到我们只需要维护一个集合S, S包含所有和父亲的颜 色不一样的点, 就能完成询问

由于第一种操作类似lct的access,利用lct的access的均摊分析可以发现S中点的变化总次数是 $O(N \log N)$ 的,这样再维护一棵答案线段树即可

总复杂度 $O(N \log^2 N)$

dfs序

括号序3

欧拉序列

差分思想

提取关键点

树分块

10 10 10 11

直径的一个性

常用弄法与数据结

长链剖分

树链剖分优化动态规:

link-cut-tree

点分冶与现分

(s) 98

维护MST

利用lct可以维护只有插入的MST

为了方便,可以对每条边新建一个点,将x-y变成x-z-y,然后将边权保存在新建点上

常用思想

dfc /f-

括号序列

MAN AIR

树分块

DETERM (1922)

常用算法与数据结

长链剖分

树链剖分优化动态规

link-cut-tree

mm 17 10 -7 -2.

线段树合并

例題

NOI2014 魔法森林

给定一个N个点,M条边的图,每条边有两个值 a_i, b_i ,求一条从1到N的路径使得 $\max a_i + \max b_i$ 最小

dfs序

括号序列

差分思想

提取关键点

树分块

启发式合并

直径的一个性

常用算法与数据结构

树链剖分优化动态级:

link-cut-tree 点分治与边分

点分治与边分; 线段树合并

例題

NOI2014 魔法森林

给定一个N个点,M条边的图,每条边有两个值 a_i, b_i ,求一条从1到N的路径使得 $\max a_i + \max b_i$ 最小

假设每条边只有一个参数,那么就是一个经典的最小生成 树

于是我们考虑从小到大枚举 $\max a_i$,维护关于 b_i 的最小生成树

时间复杂度 $O(M \log N)$

片用思想

As no so all and an a

dfs序

经景库到

欧拉序列

差分思想

提取关键。

20 77 × 15

直径的一个性

常用算法与数据结

长缝割分

树链剖分优化动态规3

nk-cut-tre

点分治与边分

例題

维护图的连通性

如果允许离线,那么可以利用lct维护图的连通性的有关信息

根据贪心的思想,我们希望保留尽量晚被删除的边。于是可以考虑维护以删除时间为权值的最大生成森林,并利用lct加速插入和删除的过程

名用 心想 转化为序列问:

dfs序 括号序列

差分思想。

树分块 启发式合并

直径的一个性

第 用 升 法 与 致 惦 结

树链剖分优化动态规划

点分治与边分

例題

维护图的连通性

如果允许离线,那么可以利用lct维护图的连通性的有关信息

根据贪心的思想,我们希望保留尽量晚被删除的边。于是可以考虑维护以删除时间为权值的最大生成森林,并利用lct加速插入和删除的过程

如果一个图G存在补图G',可以考虑同时维护图G和G'的两个生成森林T和T',在G中的删边相当于在G'中加边,这样可以解决lct难以实现删边的问题

智用思想 转化为序列问》

dfs序 括号序列

放在介內 差分思想 提取关键点 納分班

启发式合并 直径的一个性

形用,并在一致物态规划 树挂到分优化动态规划 link-cut-tree 点分治与边分治

例題

点分治

树的重心:一般情况下,如果一个点满足它作为根时最大 子树的大小最小,我们就将这个点称为这棵树的重心

点分治是将当前子树的重心作为分治中心的一种分治方法, 作用与序列分治类似,常常用来优化dp或加快合并速度

可以发现在点分治结构中,一个点与一个以它为重心的子树对应。如果将当前重心与所有子树的重心相连,得到的树称为"点分树"或者"重心树"。点分树的高度为O(log N),修改一个点时,将会修改点分树上它到根路径上所有点对应的子树的信息。

常用思想

特化为序列问

dfs序

欧拉序列

差分思想

树分块

启发式合并

直径的一个性

市用开本与数据。

树链剖分优化动态规范

link-cut-tree

MT 10 - 1 - UT 1

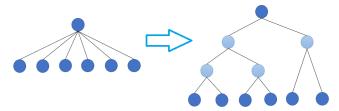
例題

边分治

在当前子树中选择一条边作为分治中心的分治方法, 称为边分治。一般而言我们希望分治后最大的子树尽量小

边分治的优点在于分治后只有两个子问题,但是往往需要 二叉化来避免退化

二叉化:



实际上, 二叉化之后的点分治往往也能达到边分治的效果

提取关键。

树分块

ね及れず用

直径的一个性

常用弄法与数据结构

长链剖分

树链到分化化初;

link-cut-tree

例題

树上k远点

与"距离"有关的问题,往往可以使用点分治加以解决

我们首先二分答案W,问题转化为求与x距离 $\leq W$ 的点的个数。我们在点分治时,对每个点,记录其对应的子树内所有点到它的距离并排序,这样询问时二分查找即可。注意要减去同一子树内的点

单词询问时间复杂度 $O(\log^2 N \log W)$

括号序列

欧42月。

树分块

.....

长线测分

树链剖分优化动态类

nk-cut-tre

点分治与边分

线段树合并

例題

带权距离和

树上所有点到点x的带权距离和定义为 $\sum_{i=1}^{N} w_i dist(x, i)$

树分块

启发式合

直径的一个性

常用算法与数据结

长链剖分

树链剖分优化动态规:

nk-cut-tr

列題

带权距离和

树上所有点到点x的带权距离和定义为 $\sum\limits_{i=1}^{N}w_{i}dist(x,i)$

方法一: 点分治

对每个点,维护它对应的子树内所有点到它的带权距离和。 修改时沿着点分树修改,修改和查询都是O(log N) M A or to

提取关键

树分块

启发式合并

直径的一个性

常用弄法与数据结

长链剖分

树缝剖分优化动态规划

点分治与边分:

线段树合并

例題

带权距离和

树上所有点到点x的带权距离和定义为 $\sum_{i=1}^{N} w_i dist(x, i)$

方法一: 点分治

对每个点,维护它对应的子树内所有点到它的带权距离和。 修改时沿着点分树修改,修改和查询都是O(log N)

方法二: 树链剖分

$$\sum_{i=1}^{N} w_{i} dist(x, i) = \sum_{i=1}^{N} w_{i} (d_{i} + d_{x}) - 2 \sum_{i=1}^{N} w_{i} d_{lca(i,x)}$$

因此,对每个点将其到根的路径链上 $-w_i$,然后询问x到根的路径的点权和、修改和询问都是 $O(\log^2 N)$

个任的点权和,修改和询问都定U(log N

这两种方法都可持久化

dfs序

括号序

树分块

长键剖分

树链剖分优化动态规

ık-cut-tri

点分治与现分

线段树合并

列題

带修带权重心

树的带权重心指的是满足 $\sum\limits_{i=1}^{N}w_{i}dist(x,i)$ 最小的x,修改为单点修改

dfs序

括号序列

差分思规

提取关键

树分块

常用算法与数据结构

长链剖分

树链剖分优化动态规划

link-cut-tre

从力心与现力

例題

带修带权重心

树的带权重心指的是满足 $\sum\limits_{i=1}^{N}w_{i}dist(x,i)$ 最小的x,修改为单点修改

重心有一个重要的性质:对于一条边x-y,如果x侧子树权值和>y侧权值和,那么重心一定在x侧

值得一提的是这个结论对于 $dist^k(x,i), k \geq 1$ 都是成立的,一般情况下需要求出 $\sum w_i dist^{k-1}(x,i)$

常用算法与数据结构

本链割分 树链割分优化动态规划

link-cut-tree

点分治与边分:

例題

带修带权重心

树的带权重心指的是满足 $\sum\limits_{i=1}^{N}w_{i}dist(x,i)$ 最小的x,修改为单点修改

重心有一个重要的性质:对于一条边x-y,如果x侧子树权值和>y侧权值和,那么重心一定在x侧

值得一提的是这个结论对于 $dist^k(x,i), k \geq 1$ 都是成立的,一般情况下需要求出 $\sum w_i dist^{k-1}(x,i)$

利用这个结论我们可以快速求出树的带权重心

智用 思想 转化为序列问》

括号序列欧拉序列

差分思想 提取关键点

启发式合并

且位的一个性

长链剖分

link-cut-tree 点分治与边分治

线技術合并

带修带权重心

第一种方法是点(边)分治,在二叉化之后,我们枚举重心(即不带权重心)的所有几子就能得到带权重心所处的子树,分治即可,单次询问 $O(\log N)$,但需要维护所有点对应的子树的权值和

修改时沿着点分树将所有点对应的子树的权值和进行修改如果修改不是单点修改,那么就需要用一个额外的结构来维护子树和,时间复杂度变为 $O(\log^2 N)$

第二种方法是利用树链剖分,我们可以利用重链上二分+维护所有轻儿子子树权值和最大值的方法,做到修改和查询都是O(log²N)的复杂度

树分块

启发式合并

直径的一个性

常用算法与数据结

长链剖分

树链剖分优化动态规

nk-cut-tre

总分布与现为

线段树合并

列題

动态点分治 WC2014紫荆花之恋

带插入,每次插入后询问有多少对i,j,满足: $dist(i,j) \le r_i + r_j$,强制在线

常用思想

tary sa de sol co m

dfs序

括号序:

欧拉序列

差分思想

提取关键

树分块

启发式合并

直径的一个性

常用算法与数据结构

长链剖分

树链剖分优化动态规划

link-cut-tree

例題

动态点分治 WC2014紫荆花之恋

带插入,每次插入后询问有多少对i,j,满足: $dist(i,j) \leq r_i + r_j$,强制在线

假设我们有了点分治的结构,只需要对每个点x用平衡树维护对应子树所有点的 $dist(i,x)-r_i$,插入点y时用 $r_v-dist(x,y)$ 去查询即可

由于树的形态会改变,需要维护点分治的结构,可以利用 替罪羊的思想暴力重构

时间复杂度O(N log³N)

常用思想

dfs序

括号序3

of A or Jo

LL A IL

直径的一个性

常用算法与数据结束

树链剖分优化动态规:

点分治与边分;

5又找啊

线段树合并

对两棵线段树(一般为动态开点线段树), 合并方法为:

- 令根节点为x,y
- 如果其中一颗线段树为空 (x = 0或y = 0),返回另外一棵
- 否则递归合并x,y的左子树,递归合并x,y的右子树,最后合并信息

容易证明线段树合并的时间复杂度不超过总的空间复杂度

Afc II.

括号序

飲担所ク

差分思想

提取关键。

組合排

石及八分五

市用开本与数据结

长链剖分

树链剖分优化切态规:

nk-cut-tr

然为他与现象

线段树合并

列題

子树内众数

对每个节点用一棵线段树维护子树内每个数的出现次数

时间复杂度O(N log N)

常用思想

dfs序 括号序列

欧拉序列 差分思想

树分块

直径的一个性儿

常用算法与数据结构

树链剖分优化动态规:

link-cut-tre

点分治与边分

例題

hihoCoder挑战赛13 树堆

一棵带权树被称作树堆当且仅当每个点点的权值都>它所有儿子的权值

给定一棵N个点的带权树,可以不断进行操作:选择一个非根节点x,将x所有儿子连到x的父亲上

对每个节点x求出若干次操作后,满足以x为根的子树形成一个树堆的前提下,以x为根的子树的最大可能大小,

N < 100000

dfs序 括号序列

政和序列 差分思想 提取关键点

树分块 启发式合并

》用質法
上級組
提
4
4
5
6
7
8
7
8
8
8
8
8
8
8
8
8
8
8
8
8
8
8
8
8
8
8
8
8
8
8
8
8
8
8
8
8
8
8
8
8
8
8
8
8
8
8
8
8
8
8
8
8
8
8
8
8
8
8
8
8
8
8
8
8
8
8
8
8
8
8
8
8
8
8
8
8
8
8
8
8
8
8
8
8
8
8
8
8
8
8
8
8
8
8
8
8
8
8
8
8
8
8
8
8
8
8
8
8
8
8
8
8
8
8
8
8
8
8
8
8
8
8
8
8
8
8
8
8
8
8
8
8
8
8
8
8
8
8
8
8
8
8
8
8
8
8
8
8
8
8
8
8
8
8
8
8
8
8
8
8
8
8
8
8
8
8
8
8
8
8
8
8
8
8
8
8
8
8
8
8
8
8
8
8
8
8
8
8
8
8
8
8
8
8
8
8
8
8
8
8
8
8
8
8
8
8
8
8
8
8
8
8
8
8
8
8
8
8
8
8
8
8
8
8</

长链剖分

树链剖分优化动态规划

点分治与边分治

例題

hihoCoder挑战赛13 树堆

一棵带权树被称作树堆当且仅当每个点点的权值都≥它所 有儿子的权值

给定一棵N个点的带权树,可以不断进行操作:选择一个非根节点x,将x所有儿子连到x的父亲上

对每个节点x求出若干次操作后,满足以x为根的子树形成一个树堆的前提下,以x为根的子树的最大可能大小,

 $N \le 100000$

对每个节点x维护一棵线段树,线段树下标k保存如果x及x的某个祖先的权值为k,树堆的大小的最大值

这样每次将x的儿子线段树全部合并后,只需给区间 $[w_x,+\infty)$ 区间+1

吊用 心想 转化为序列问

dfs序 括号序列

歐拉序列 差分思想

提取关键点

启发式合并

长键剖分

树链剖分优化动态规划 link-cut-tree

点分治与边分? 线段树合并

例題

ZJOI2018 历史

有N个城市构成一棵有根数,每个城市有一个国家和一个值a;表示这个国家崛起的次数。一个国家x崛起时将会夺取x到根的路径上所有城市的控制权,并和原先控制这个城市的国家战斗。一次崛起的灾难度定义为这个国家崛起一共和多少不同的国家战斗

一共有M次单点修改, 你需要给出修改后所有的崛起顺序 中灾难度之和的最大值

 $N, M \le 400000$

dfs序 括号序列

欧拉序列

差分思想 提取关键点

启发式合并

直径的一个性

市用并公司或1650年 茶链割分

树链剖分优化动态 link-cut-tree

点分治与边分? 线段树含并

例題

ZJOI2018 历史

考虑求出所有点的贡献之和,假设一个点的儿子的子树 $\sum a_i$ 分别是 $b_1,b_2,...,b_k$,令 $S=a_i+\sum b_j$,那么这个点的贡献为 $\min(2(S-\max\{b_j\},a_i)),S-1)$

考虑如果一个点x的儿子y满足 $b_y \ge a_x$ 且 $2b_y \ge S$ 那么就将y作为x的重儿子,x和y之间为重边。那么显然一个点到根的路径上轻边的数量为 $O(\log \sum a_i)$,利用lct维护这个轻重链剖分即可

时间复杂度为 $O(N \log \sum a_i)$

括号序3

差分思规

提取关键。

树分块

卢密芒瓜

直径的一个位

常用算法与数据结

长链剖分

树链剖分优化动态类

nk-cut-tr

然为治司观

线段树合并

例題

2018多省省队联测 秘密袭击

给定一棵N个点的树和两个数k,W,求所有连通块的第k大的值的和对64123取模的值

 $N, W \leq 1333$

省用思想

转化为序列问题

dfs序

括号序列

差分思想

提取关键点

树分块

直径的一个性

also metros to

长级创办

树链剖分优化动态

link-cut-tree

, m / 10 - 1 - 2 /

例題

2018多省省队联测 秘密袭击

给定一棵N个点的树和两个数k, W, 求所有连通块的第k大的值的和对64123取模的值

 $N, W \leq 1333$

考虑枚举x,统计有多少个连通块含有≥ k个权值≥ x的点。 利用线段树合并,线段树的每个节点保存一个背包,合并 两个点即合并两个背包,注意标记永久化。同时为了最后统计 方便,需要额外围护一个背包表示子树的背包的和

这样可以做到 $O(N^3 \log W)$ 的复杂度

注意到背包的总容量为N,也就是对应的多项式次数为N,因此只需要保留多项式的N个点值,单次合并的复杂度降低为O(N),因此总复杂度为 $(N^2\log W)$