# 清华大学学生程序设计竞赛 暨高校邀请赛

# 初赛

**时间:** 2020 年 12 月 12 日 12:00 ~ 17:00

## 目 录

A. 方格游戏 / A	2
B. 切切糕 / B	4
C. 非欧几何 / C	6
D. 区间众数 / D	9
E. 区间矩阵乘法 / E	11
F. 棋盘 / F	13
G. 密集子图 / G	15
H. 线段树 / H	17
I. 狗蛋和二五仔 / I	19
J. 合法序列 / J	22
K. 独立 / K	23
L. 麻将模拟器 / L	25
M. 自白书 / M	29

## A. 方格游戏 / A

#### 【题目描述】

小 F 和小 H 在玩游戏。今天,他们在一个  $N \times M$  的棋盘上玩游戏。小 H 想考考小 F 的数学能力,但小 F 天生数学就不好,所以想请你帮忙。为了加大难度,小 H 会在棋盘里面加入 P 个矩形障碍物。每个矩形障碍物用 U、D、L、R 来表示,即在第 U 行到第 D 行以及在第 L 列到第 R 列之间的所有格子都变成了障碍物。小 H 保证所有矩形障碍物互不相交,并且所有非障碍物格子之间都能够直接或者间接互达,若两个非障碍物格子有公共边,那么它们直接互达并且它们的距离为 1。

现在每一局游戏中,小 F 在棋盘中挑选一个非障碍物格子 X,小 H 也挑另外一个非障碍物格子 Y,这一局游戏 XY 的得分就是 X 到 Y 的最短路径。小 F 需要计算出所有可能的游戏中的得分和,答案模 1,000,000,007。注意两局游戏中只要挑选的两个格子相同则视为同一局游戏,即 XY 等同于 YX。

#### 【输入格式】

从标准输入读入数据。

第一行三个整数 N  $1 \le N \le 1,000,000,000$  ,M  $1 \le M \le 1,000,000,000$  ,P  $0 \le P \le 100,000$  。

接下来有 P 行,每行四个正整数, $U_i$  D  $1 < U_i \le D_i < N$  、 $L_i$   $R_i$   $(1 < L_i \le R_i < M)$ ,表示第 i 个矩形障碍物。对于任意两个不同的矩形障碍物 i 和 j,都满足  $D_i + 1 < U_j$  或者  $D_i + 1 < U_i$ ,以及  $R_i + 1 < L_i$  或者  $R_i + 1 < L_i$ 。

#### 【输出格式】

输出到标准输出。

只有一行一个正整数,即所有游戏的得分和模1,000,000,007。

#### 【样例 1 输入】

1 3 3 1

2 2 2 2 2

#### 【样例 1 输出】

1 64

### 【样例1解释】

距离为1的有8种。

距离为2的有8种。

距离为3的有8种。

距离为4的有4种。

总共得分为64。

## B. 切切糕 / B

#### 【题目描述】

Kiana 喜欢吃甜点,某天她从商店中买回来 N 块切糕与 Tinytree 共同分享,其中 第 i 块切糕的大小用一个数  $A_i$  来表示。

因为每块切糕的风味都不同,所以 Kiana 和 Tinytree 决定将每块切糕都切成两份, 两人各选一份品尝。但切切糕是一个自古以来的大难题,经过商议,Kiana 打算执刀来 切切糕,而 Tinytree 有 M 次 "优先选糕权",可以获得一些切糕切开后的优先选择权, 具体来说,两人按照如下流程进行操作:

步骤一: Kiana 从还没切的切糕中按自己的想法选一块出来,并将其切成两份,其 中每份切糕的大小可以是任意正实数,也可以是 0,且两份切糕的大小之和与切之前的 大小相同。

步骤二: Tinytree 观察完 Kiana 切出的两份切糕大小后,如果还有"优先选糕权" 次数剩余,则可以决定是否消耗1次"优先选糕权"来进行优先选择。

步骤三:如果 Tinytree 选择使用"优先选糕权",则她可以从两份切糕中任选一份, 另一份则归 Kiana, 如果 Tinytree 选择不使用或者已经用完了 M 次"优先选糕权",则 Kiana 从两份切糕中任选一份,另一份则归 Tinytree, 然后两人回到步骤一, 直到所有 的切糕都切完。

假设 Kiana 和 Tinytree 都足够聪明,在自己可以操作时总是想办法让自己最终获 **得的切糕总大小尽可能大**,且开始切第一块切糕之前 N 块切糕的大小是两人都已知 的,"优先选糕权"不要求全部用完。现在 Kiana 想知道,自己能获得的切糕总大小是 多少,由于 Kiana 自己不会算,所以希望你能够帮助她。

#### 【输入格式】

从标准输入读入数据。

第一行包含两个正整数 N 和  $M(1 \le M \le N \le 2500)$ , 分别表示切糕的总数和 Tinytree 初始时"优先选糕权"的次数。

第二行包含 N 个正整数,其中第 i 个数  $A_i(1 \le A_i \le 50000)$  表示第 i 块切糕的大小。

#### 【输出格式】

输出到标准输出。

输出共一行,包含一个实数,表示 Kiana 最终能获得的切糕总大小,所有输出精 确到小数点后六位。

#### 【样例 1 输入】

1 4 3

2 4 3 2 1

#### 【样例 1 输出】

5.250000 1

#### 【样例 1 解释】

在这个样例中总共有 4 块切糕,大小分别为 4,3,2,1, Tinytree 的"优先选糕权" 一共有三次,两人可以按照如下顺序和方式来分配切糕:

第一块: Kiana 选择大小为 3 的切糕,将其切成大小为 1.25 和 1.75 的两部分, Tinytree 使用一次"优先选糕权"选走 1.75 的部分, Kiana 目前总共获得大小 1.25 的 切糕。

第二块: Kiana 选择大小为 1 的切糕,将其切成大小为 0 和 1 的两部分,Tinytree 不使用"优先选糕权", Kiana 独得此糕, 目前总共获得大小 2.25 的切糕。

第三块: Kiana 选择大小为 2 的切糕,将其切成大小为 1 和 1 的两部分,Tinytree 使用一次"优先选糕权"选走 1 的部分, Kiana 目前总共获得大小 3.25 的切糕。

第四块: Kiana 选择大小为 4 的切糕,将其切成大小为 2 和 2 的两部分,Tinytree 使用一次"优先选糕权"选走 2 的部分, Kiana 目前总共获得大小 5.25 的切糕。

综上所述,该样例输出 5.250000, 且可以证明在这个方案中如果任意一人改变自己 的策略,其获得的切糕总大小不可能变得更大。

## C. 非欧几何 / C

#### 【题目描述】

ustze 喜欢几何,他认为几何是数学竞赛中最简单的一环,在征服了数学以后, ustze 决定将自己的天赋带到计算几何中,并与传统的欧氏几何展开较量。

作为欧氏几何的捍卫者,Tinytree 在三维空间中建立了一个球心在原点、半径为 R 的球面,其中坐标为 (0,0,R) 的点称为北极点,显然北极点处于球面上。Tinytree 回忆 在欧氏几何中,三点可以唯一确定空间中的一个圆,因此 Tinytree 在球面上确定了 N个点对,其中每个点对和北极点一起就确定了一个球面上的圆,我们保证这些圆的半径 严格小于 R,因此每个圆会将球面分成面积不相等的两部分,我们称球面上面积较小的 部分是该圆的内部,面积较大的部分是该圆的外部,而这 N 个圆的内部受到 Tinytree 的保护,它们的并构成安全区域。

作为非欧几何的狂热者,ustze 认为球面上的圆其实是"直线",他在球面上确定了 M 个点对,其中每个点对和北极点一起也确定了一个球面上的圆,这些圆的**半径也是** 严格小于 R 的,这 M 个圆的内部受到 ustze 的威慑,它们的并构成危险区域。

正当 Tinytree 和 ustze 对峙时,球面上一般路过一个 Kiana,她见到这幅景象十分 害怕,开始在球面上东躲西藏。现在 Kiana 初步确定了 T 个球面上的点,她想知道这 些点是否在安全区域或危险区域中,以便自己跑路,由于 Kiana 自己不会算,所以希 望你能够帮助她。

#### 【输入格式】

从标准输入读入数据。

第一行包含三个正整数 N, M 和  $T(1 \le N, M \le 5000, 1 \le T \le 1.5 \times 10^5)$ ,分别表示 Tinytree 确定的点对数、ustze 确定的点对数和 Kiana 确定的跑路点数。

第二行包含一个正整数  $R(1 \le R \le 10^3)$ ,表示球面的半径大小。

接下来 N 行, 第 i 行依次输入  $A_i, B_i, X_i, C_i, D_i, Y_i$   $(1 \le |A_i|, |B_i|, |C_i|, |D_i| \le R, 1 \le R,$  $A_i^2 + B_i^2, C_i^2 + D_i^2 \le R^2$ ), 其中  $A_i, B_i$  表示 Tinytree 确定的第 i 个点对中第一个点的横坐 标和纵坐标,而  $X_i$  为'+' 表示第一个点的竖坐标大于 0,为'-' 表示第一个点的竖坐标 小于 0, 如果竖坐标等于 0 则  $X_i$  是在'+' 和'-' 中随机选择的,  $C_i$ ,  $D_i$  表示 Tinytree 确 定的第i个点对中第二个点的横坐标和纵坐标, $Y_i$ 表示竖坐标的正负,含义与 $X_i$ 相同。

接下来 M 行,第 j 行依次输入  $A_j, B_j, X_j, C_j, D_j, Y_j (1 \leq |A_j|, |B_j|, |C_j|, |D_j| \leq R, 1 \leq$  $A_j^2 + B_j^2, C_j^2 + D_j^2 \le R^2$ ),表示 ustze 确定的第 j 个点对坐标,点的表示方式与之前相同。 接下来 T 行, 第 k 行包含两个实数  $A_k, B_k (1 \le |A_k|, |B_k| \le R, 1 \le A_k^2 + B_k^2 \le R^2)$  和一

个字符  $X_k$ ,表示 Kiana 确定的第 k 个跑路点,点的表示方式与之前相同。

数据保证合法,且输入中没有两个点是相同的,所有实数保留到小数点后三位, Kiana 的跑路点和任意一个给定圆周的最小直线距离不小于  $10^{-6}$ 。

#### 【输出格式】

输出到标准输出。

输出共T行,每行包含一个字符串,若Kiana的第k个跑路点在安全区域中则在 第 k 行输出"Safe",如果不在安全区域中但也不在危险区域中则在第 k 行输出"Passer", 如果不在安全区域中且在危险区域中则在第 k 行输出"Goodbye" (所有输出不含引号)。

#### 【样例1输入】

```
2 2 4
 1
 2
    3
 3 2.571 0.514 + 2.571 -0.514 +
 4 - 2.571 \cdot 0.514 + -2.571 - 0.514 +
 5 \mid 0.514 \mid 2.571 \mid + \mid -0.514 \mid 2.571 \mid + \mid
 6 \mid 0.514 \mid -2.571 \mid + \mid -0.514 \mid -2.571 \mid +
    2.118 - 2.118 -
 8 1.051 1.051 +
 9 | -0.468 \ 1.870 +
10 | -1.870 -0.468 +
```

#### 【样例 1 输出】

```
1 Passer
 Safe
3 Goodbye
 Safe
```

#### 【提示】

在三维空间中,我们可以用一个有序的实数三元组(x, y, z)来描述一个点的位置, 其中x, y, z分别称作这个点的横坐标、纵坐标和竖坐标。

三维空间中一个球心在  $(x_0, y_0, z_0)$ 、半径为 R 的球面是指空间中所有满足  $(x-x_0)^2+$  $(y-y_0)^2 + (z-z_0)^2 = R^2$  的点 (x,y,z) 构成的点集,对于该球面上给定的两个不同点  $(x_1, y_1, z_1), (x_2, y_2, z_2)$ , 如果它们不是一对对踵点(两个点是对踵点当且仅当它们之间的 距离为 2R),则它们和球心不在同一直线上,这三个点唯一确定了一个平面,这个平面 与球面的交线被这两个点分成了两个部分,其中较短部分的长度称为这两点在该球面

上的距离,如果这两个点是对踵点,则定义它们之间的距离为 $\pi R$ ,球面上的一个圆指到球面上某点的球面距离等于一个常数的球面上的点的集合,可以证明球面上的任意三个不同点唯一确定了一个球面上的圆。

## D. **区间众数** / D

时间限制: 5.0 秒 空间限制: 64 MiB

#### 【题目背景】

给定一个长为 n 的序列 a,定义 x 为区间 [l,r] 的众数当且仅当不存在 y 使得 y 在区间 [l,r] 中的出现次数**大于** x 在区间 [l,r] 中的出现次数。

有 m 次询问,每次询问给出 l, r, 求有多少二元组 (l',r') 满足  $l \le l' \le r' \le r$ ,且 [l',r'] 的区间长度为奇数,且 (l'+r')/2 (注意这里是下标而不是下标对应的值)是区间 [l',r'] 中的众数。

#### 【输入格式】

从标准输入读入数据。

输入的第一行包含两个数 n, m。

之后一行 n 个数表示这个序列。

之后 m 行, 每行两个数 l, r 表示一次询问。

其中  $1 \le n \le 5 \times 10^5$   $1 \le m \le 10^6$ ,  $1 \le l \le r \le n$ ,  $1 \le a_i \le n$ , 所有数值为整数。

#### 【输出格式】

输出到标准输出。

输出共 m 行,表示每个询问对应的答案。

#### 【样例 1 输入】

```
1
   10 10
 \mathbf{2}
   2 2 2 1 2 7 7 9 6 10
 3
   1 4
 4
   4 4
 5 1 3
 6
   2 6
 7
   6 6
 8 7 10
   2 6
10 4 10
11 3 5
12 3 7
```

### 【样例1输出】

```
1
    2
 \mathbf{2}
    0
 3 2
   1
 4
 5
   0
 6
   3
 7
   1
 8
    6
 9
    0
10 1
```

### 【样例1解释】

- [1,4] 中满足条件的子区间为 [1,3], [2,2]。
- [1,3] 中满足条件的子区间为 [1,3], [2,2]。
- [2,6] 中满足条件的子区间为 [2,2]。
- [7,10] 中满足条件的子区间为 [7,7], [8,10], [10,10]。
- [4,10] 中满足条件的子区间为 [7,7], [6,8], [5,9], [4,10], [8,10], [10,10]。
- [3,7] 中满足条件的子区间为 [7,7]。

## E. **区间矩阵乘法** / E

时间限制: 2.0 秒 空间限制: 512 MiB

#### 【题目背景】

给定长度为 n 的序列  $a_1, a_2, \ldots, a_n$ ; 共 m 组询问, 每次询问给出  $d, p_1, p_2$ , 求

$$\sum_{i=0}^{d-1} \sum_{j=0}^{d-1} \sum_{k=0}^{d-1} a_{p_1+d\cdot i+j} a_{p_2+d\cdot j+k}$$

【输入格式】

从标准输入读入数据。

输入的第一行包含一个数n。

之后一行 n 个数,表示 a 这个序列。

之后一行一个数m。

之后 m 行,每行三个数 d, $p_1$ , $p_2$  表示一次询问。

 $1 \le n, m, a_i \le 2 \times 10^5$ , 所有数值为  $[1, 10^9]$  以内的整数, 询问保证 a 的下标在 [1, n]内。

#### 【输出格式】

输出到标准输出。

输出共m行,表示每个询问对应的答案,答案对 $2^{32}$ 取模。

#### 【样例 1 输入】

```
1
  5
2 2 2 1 2 1
3
  4
4 1 5 4
 2 2 1
5
  2 1 1
6
 1 5 5
```

## 【样例1输出】

## F. 棋盘 / F

时间限制: 1.0 秒 空间限制: 512 MiB

#### 【题目描述】

有一个 n 行 m 列的棋盘,共有 nm 个格子。请你在格子内放入棋子(每个格子可以放入至多一个棋子),使得对于所有  $1 \le i \le m$ ,第 i 列里恰好包含  $a_i$  个棋子。另外,棋盘上的任意两颗棋子都不能边相邻。

请判断是否存在一种合法方案。如果存在,请输出任意一个合法方案。

#### 【输入格式】

从标准输入读入数据。

输入的第一行包含两个正整数 n, m,保证  $n \le 300, m \le 300$ 。

输入的第二行包含 m 个非负整数  $a_1, a_2, \ldots, a_m$ ,保证  $0 \le a_i \le n$ 。

#### 【输出格式】

输出到标准输出。

如果无解,输出一个字符串 No。

如果有解,第一行输出一个字符串 Yes,接下来 n 行每行输出一个长度为 m 的字符串,表示你构造的棋盘方案。其中 0 表示空格,1 表示放入棋子的格子。

#### 【样例 1 输入】

```
1 3 4
2 2 1 2 1
```

#### 【样例1输出】

```
1 Yes
2 1010
3 0101
4 1010
```

## 【样例 2 输入】

1 3 4 2 2 3 3 3

## 【样例 2 输出】

1 No

## G. 密集子图 / G

时间限制: 1.0 秒 空间限制: 512 MiB

#### 【题目描述】

有一天, 魔法师小 L 看到了一个有向完全图。

图中所有边的长度都是 1, 且所有边都是白色的。

现在小 L 要对这个图施展魔法, 图中每条有向边分别都有一定概率变成黑色。

小 L 认为一个图是"密集的",当且仅当只经过黑色边时,点 1 到其余所有点的最短路径长度都不超过 k (特别地,若两个点不连通则它们之间最短路径的长度视为 $+\infty$ )。

小 *L* 想要知道,此时这个有向完全图有多大的概率是"密集的"呢?请你输出此概率对 998,244,353 取模的结果。

#### 【输入格式】

从标准输入读入数据。

第一行两个正整数  $n(2 \le n \le 12), k(1 \le k \le n-1)$ 。

接下来  $n \times (n-1)$  行,每行 4 个正整数 x,y,p,q,表示点 x 到点 y 的有向边变成黑色的概率为  $\frac{p}{q}$ 。保证  $1 \le x \le n, 1 \le y \le n, x \ne y, 0 \le p \le q < 998, 244, 353, q > 0$ ,每组合法的 (x,y) 恰好出现一次。

#### 【输出格式】

输出到标准输出。

一行一个整数表示答案。

#### 【样例输入】

```
1 3 1

2 1 2 1 2

3 2 1 1 2

4 1 3 1 3

5 3 1 2 3

6 2 3 3 4

7 3 2 2 5
```

#### 【样例输出】

166374059 1

### 【样例解释】

这个有向完全图是"密集的",当且仅当点1到点2的有向边和点1到点3 的有向边同时变成黑色,这种情况出现的概率 =  $\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$ ,  $\frac{1}{6}$  mod 998, 244, 353 =  $6^{998,244,351} \mod 998,244,353 = 166,374,059$ .

## H. 线段树 / H

时间限制: 1.0 秒 空间限制: 512 MiB

#### 【题目描述】

线段树是小 L 最喜欢的数据结构,它能高效地解决许多实际问题。

给定一个正整数 n, 小 L 构建出一棵下标属于整数区间 [1,n] 的线段树:

- 初始线段树只有一个结点 [1, n]。
- 对于结点 [L,R],若 L < R,则令  $mid = \left[\frac{L+R}{2}\right]$  ([x] 表示不超过 x 的最大整数),小 L 对这个结点建出两个子结点 [L,mid]、[mid+1,R]。

小 L 定义了一个函数  $cover(a,b)(1 \le a \le b \le n)$ ,表示用若干个线段树结点不重不漏地覆盖区间 [a,b],则使用的线段树结点个数的最小值。

小L尝试使用这棵线段树解决某个复杂问题,并想要粗略地评估这棵线段树的性能。

具体来说,区间 [1,n] 有  $\frac{n(n+1)}{2}$  个不同的子区间,如果小 L 从这  $\frac{n(n+1)}{2}$  个子区间中等概率随机地选取一个,将其记为 [A,B],则小 L 认为 cover(A,B) 的期望值可用于评估此线段树的性能。

小 L 想请你帮他计算出 cover(A, B) 的期望值与  $\frac{n(n+1)}{2}$  的乘积对 1,000,000,007 取模的结果,可以发现此结果一定是一个整数。

#### 【输入格式】

从标准输入读入数据。

第一行一个正整数  $T(1 \le T \le 1000)$  表示数据组数。

接下来 T 行,其中第  $i(1 \le i \le T)$  行一个正整数  $n(1 \le n \le 10^{18})$  表示第 i 组数据。

#### 【输出格式】

输出到标准输出。

T 行, 第  $i(1 \le i \le T)$  行一个整数表示第 i 组数据的答案。

#### 【样例输入】

L 1

**2** 3

1 7

### 【样例解释】

cover(1,1)=1, cover(2,2)=1, cover(3,3)=1, cover(1,2)=1, cover(2,3)=2, cover(1,3)=1, 故 cover(A,B) 的期望  $=\frac{1+1+1+1+2+1}{6}=\frac{7}{6}$   $\circ$ 

## I. 狗蛋和二五仔 / I

时间限制: 20.0 秒 空间限制: 2048 MiB

#### 【题目背景】

那女孩对我说 代价为十辆铲车

#### 【题目描述】

小 E 喜欢和老师变换着花样玩牌。最近,他们又发明了一种叫做"狗蛋和二五仔"的玩法。

规则是这样的:

游戏开始时小 E 和老师各有 30 点体力值,手上各有 2 张牌。所有的牌是完全相同的。每个玩家的面前都可以放置牌,开始时双方面前没有任何牌。

双方轮流进行操作。玩家在每个自己的回合开始时先抽一张牌。"抽一张牌"的操作指的是,如果手上的牌的数量小于 3 张,则再抓一张牌放在手上;如果手上恰好有 3 张牌,则不能再抓牌。操作分为 4 种类型。

- 技能。让自己的体力值 -2, 然后抽一张牌。
- 攻击。具体地,玩家可以选择一张放在自己面前的本回合还未攻击过的牌,选择对方面前的一张牌同归于尽,或者选择一张放在自己面前的本回合还未攻击过的牌,让对方的体力值 –3。如果是后者,则将这张选择的牌标记为已攻击。
- 打牌。如果你面前的牌的数量小于 4 张,且手上有牌才能进行此操作。先进行下面的过程 3 次:
- 随机选择一个角色,让它的体力值 -1。这个角色可以是自己、对方或者某一方面前的一张牌。如果双方场上的牌一共有 k 张,那么选择到任何一个角色的概率为  $\frac{1}{k+2}$ 。如果该角色是一张牌且体力值变为了 0,那么将它摧毁;如果该角色是一个玩家且体力值变为了 0,那么该玩家直接输掉游戏。

在进行完 3 次后将手上的一张牌放在自己面前。牌的体力值为 2。这张牌在本回合中被认为已攻击过。

- 结束回合,接下来轮到对方的回合。
- 一回合中,玩家可以进行多次操作,但是技能和打牌的操作次数之和不能超过 o。除了结束回合,这些操作没有顺序限制,比如你可以先打一张牌,然后使用技能,然后再打一张牌。在结束回合之前,玩家需要进行至少一次任意的操作才能结束回合。

在任何时刻如果有玩家的体力值小于或等于 0 , 那么该玩家输掉游戏。

游戏进行了几个回合后,现在轮到了小 E 的回合开始前。小 E 想让你帮他分析,如果双方都采用最优策略,那么现在自己赢的概率是多少。

#### 【输入格式】

第一行一个正整数 T,O,分别表示数据组数和每回合中技能和打牌的操作次数上限。

对于每组数据,第一行两个正整数 E,S,分别表示小 E 和老师现在的体力值。保证  $1 \le E,S \le 20$ 。

第二行一个非负整数 c,然后跟着 c 个正整数  $a_1, \dots, a_c$ ,表示老师面前有 c 张牌,它们的体力值分别为  $a_1, \dots, a_c$ 。保证  $0 \le c \le 4$ , $1 \le a_i \le 2$ 。

第三行一个非负整数 p,然后跟着 p 个正整数  $e_1, \dots, e_p$ ,表示小 E 面前有 p 张牌,它们的体力值分别为  $e_1, \dots, e_p$ 。保证  $0 \le p \le 4$ , $1 \le e_i \le 2$ 。

第四行两个 [0,3] 之间的非负整数,分别表示老师和小 E 的手牌数。

在你到来之前老师可能作了弊,你不需要判断输入的情况是否真的是游戏进行了 几个回合后的情况。

#### 【输出格式】

对于每组数据输出一行一个实数,表示小 E 在双方采用最优决策时获胜的概率。 你的输出的和标准答案的绝对误差不超过 10<sup>-6</sup> 时算作正确。

#### 【样例1输入】

```
1 1 5 2 1 1 3 0 4 0 5 0 1
```

#### 【样例1输出】

1 0.500000000

#### 【样例 1 解释】

回合开始,小 E 抽一张牌。此时小 E 手上有 2 张牌,老师手上没有牌,双方的面前都没有牌。双方的体力值均为 1 。这时,最优策略下,小 E 不能使用技能,因为使用后会因为自己的体力值小于等于 0 而输掉游戏;小 E 不能攻击,因为自己面前没有

牌; 小 E 也不能结束回合, 因为本回合他还没有进行任何操作。所以小 E 的最优策略 是打一张牌,这时会随机选到小 E 或者老师中的一个角色,让他体力值 -1 然后输掉 游戏。所以小 E 的获胜概率为 0.5。

#### 【子任务】

保证  $1 \le T \le 351493, 3 \le O \le 5$ 。

#### 【后记】

最后小 E 还是战胜了老师。

"老师你术士玩多了就知道怎么玩了,你打得还不够多。"

"吹牛现在都流行这么吹的吗?兄弟你知道我术士多少胜场嘛,啊?我跟你说全世 界没有一个人术士比我胜场多的。"

## J. 合法序列 / J

时间限制: 1.0 秒 空间限制: 512 MiB

#### 【题目描述】

对于一个长度为 n 的 0-1 序列 s,我们将它的位从左到右、从零开始编号,记为  $s_0, s_1, \ldots, s_{n-1}$ 。

给定一个正整数 k,从 s 中取出某个长度为 k 的子段。将这个子段解释为一个左侧为高位、右侧为低位的 k 位二进制数,记为 t,则有  $0 \le t < 2^k$ 。

s 有 n-k+1 个长度为 k 的子段,如果对于其中的每一个子段,如上解释为二进制数 t 后,s 的编号为 t 的位(即  $s_t$ )都是 1,则说 s 是合法的。保证  $2^k \le n$ ,即 t 作为 s 的下标不会越界。

给定 n,k, 求合法的 s 的数量。由于方案数可能较大,只需给出方案数模 998, 244, 353 的结果作为答案。

#### 【输入格式】

从标准输入读入数据。

输入有一行,包含两个用空格隔开的正整数 n,k。

保证  $1 \le k \le 4, 2^k \le n \le 500$ 。

#### 【输出格式】

输出到标准输出。

输出一行,包含一个非负整数,即合法方案数模998,244,353的结果。

#### 【样例输入】

1 4 2

#### 【样例输出】

1 2

#### 【样例解释】

有两个满足要求的序列: 0,1,1,1 和 1,1,1,1。

## K. 独立 / K

时间限制: 1.0 秒 空间限制: 512 MiB

#### 【题目描述】

给定一张 n 个点 m 条边的无向图。

对于  $\{1, 2, ..., n\}$  的某个子集 A, A 的分数为:

- 1. 初始分数为 0;
- 2. 对于所有  $i \in A$ ,分数加  $a_i$ ;
- 3. 对于所有边 (u,v,k) (代表从 u 到 v 值为 k 的边)满足  $u \in A$  并且  $v \in A$ ,分数减 k:

现在请你计算出所有的 A 中, 分数最高是多少。

#### 【输入格式】

从标准输入读入数据。

 $\Rightarrow q = 101, b = 137, p = 1,000,000,007$ 

第一行包含六个整数  $n, m, x_0, y_0, a_0, z_0$   $(1 \le n \le 100000, 0 \le m \le \frac{n}{2}, 0 \le x_0, y_0, a_0, z_0 < P)$ 。

对于  $1 \le i \le n$ , 有  $a_i = (q \times a_{i-1} + b) \mod p$ 。

对于  $1 \le i \le m$ , 有  $x_i = (q \times x_{i-1} + b) \mod p$ ,  $y_i = (q \times y_{i-1} + b) \mod p$ ,  $z_i = (q \times z_{i-1} + b) \mod p$ . 对于每一组  $(x_i, y_i, z_i)$  描述了一条连接  $(x_i \mod n) + 1$ ,  $(y_i \mod n) + 1$  的值为  $z_i$  的边,如果  $x_i = y_i$  或者之前出现过连接  $x_i$  和  $y_i$  的边,则忽视这条边(即这条边不存在)。

#### 【输出格式】

输出到标准输出。

输出一行一个整数表示最高分数。

#### 【样例 1 输入】

1 10 5 1 2 3 4

#### 【样例 1 输出】

1 3909327860

## L. 麻将模拟器 / L

时间限制: 1.0 秒 空间限制: 512 MiB

#### 【题目描述】

麻将是一种休闲的四人博弈游戏。你的任务是写一个模拟器来模拟一局游戏的 讲程。

接下来将详细介绍游戏规则和每个玩家的决策。注意:为了实现方便和使游戏更加 有趣味,这里介绍的规则和主流的几种麻将规则均略有不同。

基础规则: 一副麻将由 148 张牌组成,其中包含 37 种不同的牌,每种各 4 张。

这 37 种牌分别是: 一万到九万(1M~9M)、一筒到九筒 (1P~9P)、一索到九索 (15~9S)、东 (E)、南 (S)、西 (W)、北 (N)、白(B)、发(F)、中(Z),以 及3种特殊牌:跳过 (PASS),反向(REVERSE),双重回合(DOUBLE)。

游戏共有 4 名玩家,不妨称其为 A, B, C, D。

游戏开始前,将 148 张牌随机洗乱后摆成一排,称为牌堆。此后玩家摸牌一定是从 牌堆中摸取最靠前的一张牌。

从 A 开始按照 ABCDABCD... 的顺序,每人依次从牌堆中摸一张牌,直到每人都有 13 张牌,这些牌组成每个玩家的手牌。

再从 A 开始按照 ABCDABCD... 的顺序, 依次进入每人的回合:

在一个回合中,玩家先摸一张牌进入自己的手牌,再从自己的手牌中打出一张牌。 依次进行直到有人和牌或者无牌可摸时游戏结束。

特殊牌: 跳过(PASS): 在出牌时打出这张牌,可以指定一名玩家,跳过他的下一个 回合。

反向(REVERSE): 在出牌时打出这张牌,反转进行回合的顺序,即由 ABCDABCD... 变为 ADCBADCB... 或由 ADCBADCB... 变为 ABCDABCD...。出牌后即按照反转后的顺序, 从出牌者原先的上家开始进行回合。

双重回合(DOUBLE):在出牌时打出这张牌,该名玩家立即进入一个额外的回合。

牌型: 有如下 3 种牌型:

顺子: 3 张数字连续的万, 或 3 张数字连续的筒, 或 3 张数字连续的索, 如 4P 5P 6P。

刻子: 3 张完全一样的非特殊牌,如 B B B B。

对子: 2 张完全一样的非特殊牌,如 9M 9M。

吃、碰: 当一名玩家打出一张非特殊牌时,其他玩家可以进行吃或碰:

吃(CHOW): 当打出的这张牌跟自己的手牌中的某两张牌能组成一个顺子时,可 以将手牌中能与之组成顺子的其余两张牌取出,与这张牌一起摆在旁边。

注意只有上一名出牌玩家的下家(按当前顺序原本应在下一个进行回合的玩家)才 能吃。

碰 (PONG): 当打出的这张牌跟自己的手牌中的某两张牌能组成一个刻子时,可以 将手牌中能与之组成刻子的其余两张牌取出,与这张牌一起摆在旁边。

碰没有吃的上述限制,任意其他玩家都能碰。

如果既有玩家能吃又有玩家能碰,则碰优先于吃。

吃(或碰)不是强制性的,也就是说玩家满足吃(或碰)的条件时,可以选择不吃 (或碰)。

吃和碰统称为副露。为方便起见,不将副露视为手牌的一部分。

在任意一名玩家吃(或碰)后,跳过从上一名出牌的玩家到这名玩家之间的所有玩 家的回合,直接从当前玩家开始进行新的回合。但该玩家在这一回合中跳过摸牌直接出 **牌**,在下一回合(如果没有吃碰的话)恢复正常。

注意在本规则中不能杠。

和牌规则: 称一名玩家的牌能和,当且仅当满足如下条件:

- ▶ 牌数为 14 3n,其中 n 为该玩家副露(即吃碰)的个数;
- 这些牌中无特殊牌;
- 这些牌能够被分成 (5-n) 组,其中 (4-n) 组均为 3 张且均为顺子或刻子,其余 一组为2张且为对子。

注意本规则中不支持七对子、十三幺、全不靠等特殊的和牌规则。

另外,定义一组包含 13-3n 张牌的手牌的和牌距离为最小的 x,使得向这些牌中 加入特定的 x 张牌,再去掉 x-1 张手牌后,每种牌仍不超过 4 张且能和。

定义一组包含 14-3n 张牌的手牌的和牌距离为最小的 x,使得向这些牌中加入特 定的 x 张牌, 再去掉 x 张手牌后, 每种牌仍不超过 4 张且能和。

特别地,一手能和的牌的和牌距离为 0;和牌距离为 1的牌称为听牌。

注意这里的"每种牌仍不超过 4 张"的限制:如果一手牌是 1M 1M 1M 1M 且副露 数为 3, 再向其中加入一张 1M 就能和, 但是由于有 5 张 1M 所以是不被允许的, 故不 认为其和牌距离为1。

但如果一手牌是 1M 且副露数为 4, 但是曾进行过一次 1M 1M 1M 的碰, 仍然认为其 和牌距离为 1 (虽然缺的这张 1M 永远也等不到)。

#### 终局:

● 荣和 (RON): 当一名玩家出牌后,某名其他玩家的手牌加上这张牌能和,则称 这名玩家荣和。荣和优先于吃碰。

- 如果有多名玩家同时达到荣和的标准,规定只有从上一名出牌玩家开始,沿回合 进行顺序的第一名能荣和的玩家才能荣和,其余玩家荣和不了,称这种情况为截 和。
- 自摸(SELFDRAWN): 一名玩家摸牌后其手牌能和, 称这名玩家自摸。
- 一旦有一名玩家荣和或自摸,游戏立即结束,该名玩家胜利。
- 如果某名玩家摸牌时发现牌堆中已经无牌可摸,游戏立即结束,称此种情况为 流局。

#### 出牌策略: 每名玩家的出牌策略相同且固定:

- 出牌时,若手里有特殊牌一定会优先出,且如果有多种特殊牌,按照 PASS、 REVERSE、DOUBLE 的优先顺序:出的 PASS 一定指定下家。
- 出牌时若手里没有特殊牌,则会对于每一种可能的出牌方法计算出完牌后的和 牌距离,选择和牌距离最小的一种方案。如果有并列最小,按照 Z, F, B, N, W , S, E, 9S, 8S, ....., 1S, 9P, ....., 1P, 9M, ....., 1M 的优先顺序出 牌。
- 同一个人能吃且能碰时,优先考虑碰:因为每种牌只有4张所以不会有两名玩 家同时可以碰的情况; 当且仅当吃(或碰)后能使得和牌距离严格减小才会去吃 (或碰); 如果有多种吃的方案使得和牌距离严格减小, 优先选择数字较大的方 案。
- 能荣和一定荣和(除非被截和),能自摸一定自摸,不会拒和(能和时故意选择 不和)。

#### 【输入格式】

从标准输入读入数据。

输入共 148 行,按照牌堆从前到后的顺序输入每一张牌。

每行输入一个字符串表示这一张牌。

用 1M, 2M, ···, 9M 代表万, 1P, 2P, ···, 9P 代表筒, 1S, 2S, ···, 9S 代表索, E , S, W, N, B, F, Z 分别代表东、南、西、北、白、发、中, PASS 代表跳过, REVERSE 表示反向,DOUBLE 表示双重回合。

#### 【输出格式】

输出到标准输出。

按照如下几条规则进行输出:

● 当任意一名玩家摸牌时(**包括游戏最开始的摸牌**),输出一行:

x IN y

其中 x 为玩家名称, y 为摸到的牌。

• 当任意一名玩家出牌时,如果出的牌不是 PASS,输出一行:

#### x OUT y

其中 x 为玩家名称, y 为出的牌。

如果出的牌是 PASS, 应当输出一行:

#### x OUT PASS z

其中 z 为 PASS 指定的对象。

• 当任意一名玩家吃时,输出一行:

#### x CHOW y1 y2 y3

其中 x 为玩家名称, y1, y2, y3 为吃涉及到的 3 张牌, 按数字递增的顺序输出。

• 当任意一名玩家碰时,输出一行:

#### x PONG y1 y2 y3

其中 x 为玩家名称, y1, y2, y3 为碰涉及到的 3 张牌, 根据碰的规则, y1, y2, y3 应相同。

• 当任意一名玩家荣和时,输出一行:

#### x RON

其中 x 为玩家名称。

• 当任意一名玩家自摸时,输出一行:

#### x SELFDRAWN

其中×为玩家名称。

• 游戏的最后,如果某名玩家获得胜利,输出一行:

#### x WIN

其中 x 为玩家名称。

如果出现流局,输出一行:

#### DRAW

需要特别注意的是,输入输出中出现的英文字母均为大写。

#### 【样例 1】

见题目目录下的 1.in 与 1.ans。

## M. **自白书** / M

时间限制: 1.0 秒 空间限制: 512 MiB

#### 【题目背景】

长颈鹿发现了一封自白书,谁也不知道它来自哪里。它确实如一般的纸张一样洁白,略微的褶皱透露出生命的气息,但这正与背后那无状态的悲叹形成了反差。就像是一个魔女的悲叹之种,一边呼唤着不安与愤怒的言语,一边吐纳着麻木与无奈的情绪。它是谁写的?

#### 【题目描述】

生存和自由意味着什么?

基督教徒会说,生命的被造是至善的。存在主义者会说,人天生就被判为自由。

但我不认为是那样的——我的生命自诞生起就是背叛。两种可能性同时栖居于我的身体,常人叫它"两性畸形"。

如果生存就是自由的去选择我的可能性,为什么在最天生的可能性中,我就无法做出选择?我无往不在枷锁之中,这枷锁比常人能想象的更加沉重。父母和社会的目光一直给我沉重的注视,那是一种如同监狱监控一样的规训,而我是监控下被局限于数尺牢房的囚犯。每当我站在十字路口,天使与恶魔便各站一边,警示我这只是天秤上的衡量。

我并非是自由的。最近一次剥夺自由的感觉还触目惊心,那是我进入监狱的那天。

虽然早已有预感,那三个人的出现,还是让我本能地害怕。我做过太多反抗,也犯过太多罪行,在和爸爸妈妈的争执中消耗过太多精力。审判到来的那天,我用手表发出最后的讯号,然后沉没于沉默中。

我沉没于沉默,不再能够说话,因为说话的自由也不属于我。是属于看守我的老师?监护我的父母?还是调查我的人?我不清楚,但是我清楚我只是一个哑剧演员而已。到达流量上限的热点是连不上的,外面热心的人想要与我建立连接,而我却难以给出任何回应。网络之外谁能知道我是否还在生存着呢?

我大概还是生存着,而且生存的好好地。既作为提线木偶在这个矫正教育下生存着,也作为哑剧演员在吃饭照片里生存着。既作为事件的主角在网络中生存着,也作为幼稚的孩子在父母想法中生存着。既作为有尊严的女孩在现在生存着,也作为被定义的男孩在未来生存着。

生存和自由意味着什么?

NOIP 和 THUPC 又要到了,我也曾是个 OIER,也许在比赛中的你没有时间看完这封自白书,这题就当送给看到最后这句话并努力在比赛中获得分数的你的奖励吧——我叫可橙,如果你能记住我的名字,如果你们都能记住我的名字,也许我或者"我们",终有一天能自由地生存着。

#### 【输入格式】

输入只有一行,是对通过本题无关的字符串,你不必读入。

### 【输出格式】

输出一个字符串表示写下自白书的人的名字拼音缩写,全部采用小写。如长颈鹿应该输出 changjinglu。