NOI 模拟赛 (fake) 题解

demerzel

2018 年 6 月 10 日

1 你天天努力

一眼动态 dp 的睿智题 = =，给大家送分的。

这题应该还可以支持加边删边操作，太麻烦了就没出。

$O(nlog^2n)$

2 牛羊给他抢了

这道题不是我自己出的。

$f[p][a][b][c]$ 表示以 p 为根的子树，p 所在的联通块有 a 只牛，b 只羊，c 只小 G 的方案，这样复杂度是 $O(n \cdot (ABC)^2)$ 的，因为 $A+B+C \leq \frac{n}{2}$，所以 $ABC \leq (\frac{n}{6})^3$，可以通过 $n \leq 50$ 的数据。

考虑树形依赖背包，那么可以做到 $O(nABC)$，但是只能算出过根节点的答案，于是套个点分就好了。

$O(nABC \cdot logn)$

3 老头子的话

首先通过 Min-Max 容斥转化问题，现问题表述为：在 n 个盒子里随机放球，若前 m 个盒子中有一个盒子的球数达到 k 则结束，问期望多少次结束。

假设一个方案在这 m 个盒子中总共放了 x_i 个球，那么它对答案的贡献为

$$(\frac{1}{m})^{x_i} \cdot E_m(x_i)$$

其中 $E_m(x_i)$ 表示在这 m 个盒子中放入 x_i 个球的期望步数，其值为 $\frac{x_i}{\frac{m}{n}}$。

因此只需统计在 m 个盒子中放入 x_i 个球的方案数即可。由于最后一步肯定是在一个盒子里放一个球使得该盒子中球数达到 k，因此我们把这个球拿出来特殊考虑。

假设放完之后第 i 个盒子里有 a_i 个球，那么其对应的方案数有

$$\frac{(\sum_{i=1}^{m} a_i)!}{\prod_{i=1}^{m} a_i!}$$

自然地想到对 $\prod_{i=1}^{m} \frac{1}{a_i!}$ 进行 dp。

设 $f[m][c]$ 表示 m 个盒子，没有盒子的球数达到 k，$(\sum_{i=1}^{m} a_i) = c$，所有可能的 $\prod_{i=1}^{m} \frac{1}{a_i!}$ 之和。

设 $g[m][c]$ 表示 m 个盒子，有个盒子的球数达到 k，$(\sum_{i=1}^{m} a_i) = c$，所有可能的 $\prod_{i=1}^{m} \frac{1}{a_i!}$ 之和。

转移时枚举下一个盒子里放几个球，$O(n^2k^2)$，用 ntt 优化一下，就能做到 $O(n^2klog(nk))$。

那么 m 个盒子的答案就是

$$\sum_{i=0}^{n*(k-1)} g[m][i] \cdot i! \cdot (\frac{1}{m})^{i+1} \cdot E_m(i+1)$$

最后用 Min-Max 容斥合并答案就可以了。

这道题是在化学课上想到的 O_O。欢迎大家用更好的算法吊打我。