MODÉLISATION DES TAUX DE CHANGE

ANAS ELKADDOURI

ECOLE CENTRALE PARIS (P2007)

RATES STRATS, DEUTSCHE BANK

MODÉLISATION DES TAUX DE CHANGE

- Plan de la première séance:

1. I. Introduction et notations
2. Prix du Forward et dynamique des taux de change
3. Quelques particularités des taux de change
    1. Symétrie du taux de change
    2. Symétrie et parité Call/Put
    3. Trio de devises
    4. Modèle à corrélation locale

1. INTRODUCTION ET NOTATION

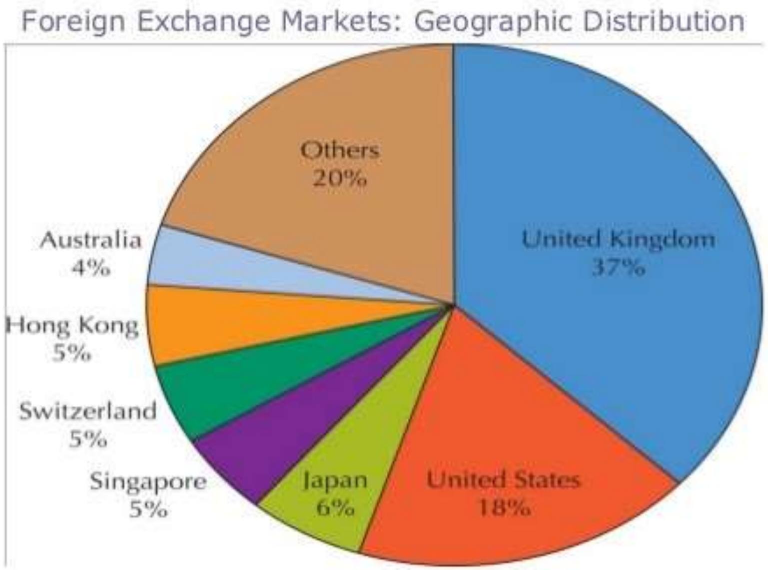
- Plan de la 1ere seance:

1. 1. Introduction et notations
   1. Introduction
   2. Notations
2. Prix du Forward et dynamique des taux de change
3. Quelques particularités des taux de change
   1. Symétrie du taux de change
   2. Symétrie et parité Call/Put
   3. Trio de devises
   4. Modèle à corrélation locale

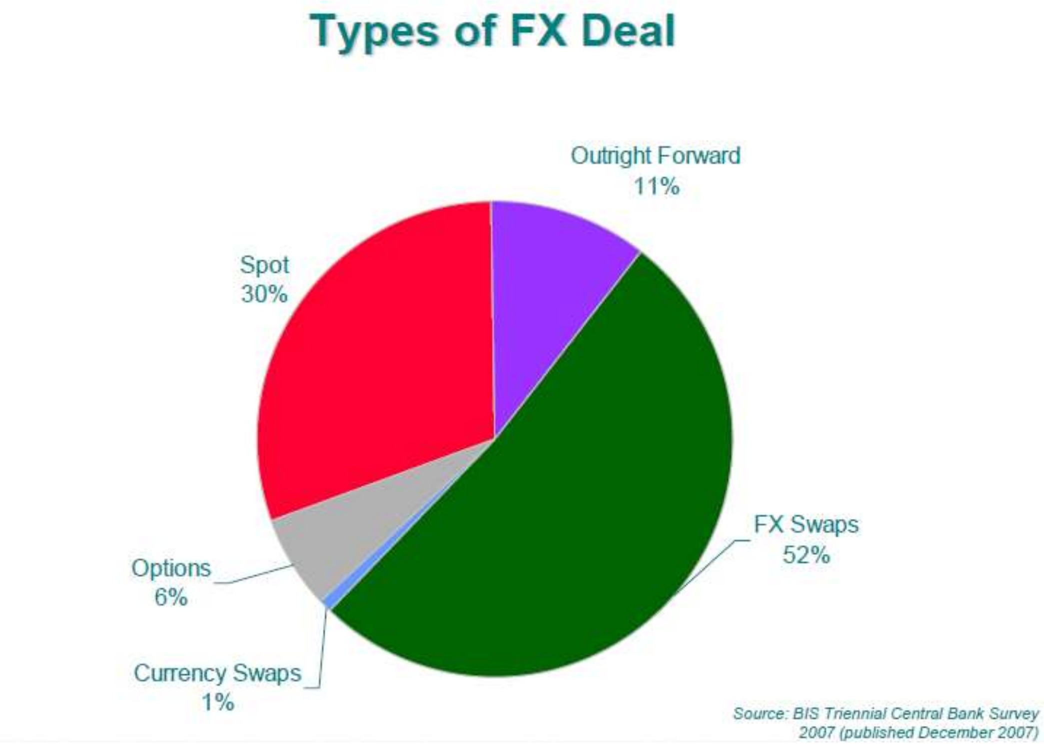
1.1 INTRODUCTION

- Le marché des taux de change (dit FOREX – Foreign Exchange) est un marché unique:
  - Volume de Trading
  - Extrême liquidité du marché → un des premiers marchés électroniques
  - Dispersion géographique
  - Longues heures de trading: 24h de trading sauf week-ends (actif du dimanche 22:00 UTC au vendredi a 22:00 UTC)
  - Les facteurs divers qui peuvent affecter les taux de change
  - Faibles marges de profit relativement aux autres marches de taux

1.1 INTRODUCTION



1.1 INTRODUCTION



1.1 INTRODUCTION - FX SPOT

- FX Spot FORDOM de valeur x, est le contrat d'échange d'une unité FOR contre x unités DOM
  - FOR/DOM = x équivaut à 1 (FOR) = x (DOM)
- Exemple: EURUSD de valeur 1.20 signifie 1 € = 1.20 $
  - EU dans cet exemple est la monnaie étrangère (Foreign) et le dollar est la monnaie domestique (Domectic)
- La « quotation » se fait toujours avec un spread dit "bid-offer" c.-à-d. qu'on « quote » deux prix: celui qu'on est prêt à payer pour acheter et celui auquel on accepte de céder la monnaie:
  - EUR/USD = 1.2010-20
  - On peut acheter 1 € contre 1.2020 $ ou le céder contre 1.2010 $
- La transaction FXSpot a un délai de "settlement", le plus souvent de deux jours ouvrés
  - La date effective d'échange des flux est dans deux jours ouvres

1.1 INTRODUCTION - FX FORWARD

- Les compagnies internationals utilisent les contrats Forward pour se couvrir contre les fluctuations du taux de change
- FX Forward est un contrat de gré à gré (OTC)
- Le Forward FOR/DOM de maturité T et de de valeur Ft,T est l'obligation de délivrer à la date T une unité FOR contre Ft,T DOM.
- Aucun flux ne survient à la date de conclusion

1.1 INTRODUCTION - FX SWAP

- Un FX Swap est l'achat d'une devise a une date donnée à un certain taux et sa revente à une date future et un taux négocié
- Cela revient a signer deux contrats Forward sur les mêmes devises à des dates différentes
- Un FX Swap est une pair de FX Forward

1.2 NOTATIONS

- Pour le reste du cours on suppose l'existence de deux économies, une domestique (la devise est DOM) et une étrangère ou « foreign » (la devise est FOR)
- On note Xt le taux de change FOR/DOM à la date t
  - 1 (FOR) = Xt (DOM)
- On note B_t^d et B_t^f respectivement les processus de capitalisation du cash domestique et étranger, et r_t^d et r_t^f les taux cours sans risque associés:
- $dB_t^d = r_t^d . B_t^d . dt$
- $dB_t^f = r_t^f . B_t^f . dt$
- $B^d(t,T) = E_t^d [\frac{B_t^d}{B_T^d}] = E_t^d [e^{\int_t^T -r_s^d . ds}]$
- $B^f(t,T) = E_t^f [\frac{B_t^f}{B_T^f}] = E_t^f [e^{\int_t^T -r_s^f . ds}]$

2. PRIX DU FORWARD ET DYNAMIQUE DES TAUX DE CHANGES

- Plan de la 1ere seance:

1. 1. Introduction et notations
2. Prix du Forward et dynamique des taux de change
    1. Prix du Forward par AOA
    2. Equation générale et dynamique des taux de change
3. Quelques particularités des taux de change
    1. Symétrie du taux de change
    2. Symétrie et parité Call/Put
    3. Trio de devises
    4. Modèle à corrélation locale

2.1 VALEUR DU CONTRAT FX FORWARD

- Définition:
  - Le Forward FOR/DOM de maturité T et de de valeur Ft,T est l'obligation de délivrer à la date T une unité FOR contre $F_{t,T}$ DOM.
- Considérons deux portefeuille autofinancés:
- A: à t, achat d'un ZC étranger d'échéance T➔ valeur $B^f(t,T)$.
  - à T, on reçoit 1 FOR
- B: à t, achat de $F_{t,T}$ ZC domestique d'échéance T et conclusion d'un contrat Forward de maturité T
  - A T, on reçoit $F_{t,T}$ DOM qu'on échange contre 1 FOR
- Par AOA:
- $B^f(t,T).\mathrm{X_t} = F_{t,T}.B^d(t,T)$
- Ainsi $F_{t,T} = \mathrm{X_t}.\frac{B^f(t,T)}{B^d(t,T)}$.

2.1 VALEUR DU CONTRAT FX FORWARD

- Parallèle cours sur les actions:
- Forward action de maturité T: $F_{t,T} = S_t / B\ (t,T)$
- $F_{t,T} = X_t . \frac{B^f(t,T)}{B^d(t,T)}$.
- Si les **taux sont déterministes:**
- $F_{t,T} = S_t . e^{\int_t^T rs.ds}$
- $F_{t,T} = X_t . e^{\int_t^T (r_s^d - r_s^f).ds}$
- La valeur du Forward n'est pas le prix anticipé de la devise étrangère dans le future
  - C'est simplement le coût d'aujourd'hui plus le « carry » qui est le coût de financement des deux devises afin de répliquer le payoff final
- Définition: Une transaction dite de « carry » est une transaction ou l'on profite de coût de réplication (argument AOA) contre le prix projeté qu'un investisseur anticipe

2.2 DYNAMIQUE DES TAUX DE CHANGE

- Investisseur domestique: évaluation en monnaie DOM
  - Deux actifs de base, le cash domestique B_t^d (DOM) et le cash étranger $X_t.B_t^f$ (DOM)
- Par AOA, il existe une probabilité risque neutre domestique Q^d sous laquelle tout portefeuille auto-financée admissible écrit en monnaie domestique a pour rendement r_t^d
  - Si A_t est la valeur d'un tel portefeuille alors A_t/B_t^d est martingale
- Supposons la dynamique suivante du taux de change:
  - $dX_t = X_t.(\alpha_t.dt + \sigma_t^x.dW_t^X)$
  - Ou W_t^X *est MBUS sous la probabilite* Q^d

2.2 DYNAMIQUE DES TAUX DE CHANGE

- In applique la formule d'Ito à $(X_t.B_t^f)$:
  - $d(X_t.B_t^f) = X_t.dB_t^f + B_t^f.dX_t + < X_t, B_t^f >$
  - $d(X_t.B_t^f) = X_t.B_t^f.\left((\alpha_t + r_t^f\right).dt + \sigma_t.dW_t^X)$
  - $X_t.B_t^f$ étant actif échangeable dans Q^d
  - ➔ $\alpha_t + r_t^f = r_t^d \Rightarrow \alpha_t = r_t^d - r_t^f$
- Ainsi,
  - $dX_t = X_t.\left((r_t^d - r_t^f).dt + \sigma_t^x.dW_t^X\right)$

2.2 DYNAMIQUE DES TAUX DE CHANGE

- Parallèle avec les actions:
- $dS_t = S_t.\left(r_t^d.dt + \sigma_t^S.dW_t^S\right)$
- $dX_t = X_t.\left((r_t^d - r_t^f).dt + \sigma_t^x.dW_t^X\right)$
- (X_t) n'est pas un actif échangeable dans l'économie domestique. Le cash étranger exprimé en DOM $(X_t.B_t^f)$ l'est

3. PARTICULARITES DES TAUX DE CHANGE

- Plan de la 1ere séance:

3.1 SYMÉTRIE DU TAUX DE CHANGE

- Si EUR/USD = 1.25 alors USD/EUR = 0.8
- Ainsi, si X_t est FOR/DOM alors $\tilde{X}_t = 1/X_t$ est le DOM/FOR
- Si X_t appartient à une certaine classe de modèles, alors $\tilde{X}_t$ devrait y appartenir également.
- Vérifions cette assertion.

3.1 SYMÉTRIE DU TAUX DE CHANGE

- Sous Q^d: $dX_t = X_t.\left((r_t^d - r_t^f).dt + \sigma_t^x.dW_t^X\right)$
- Appliquons le lemme d'Ito a $\tilde{X}_t = f(X_t)$ ou f(x)= 1/x:
- $d\tilde{X}_t = df(X_t)$
- $d\tilde{X}_t = \frac{\partial f}{\partial t}(t, X_t).dt + \frac{\partial f}{\partial x}(t, X_t).\mathrm{dX_t} + \frac{1}{2}.\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(t, X_t).d < X_t, X_t >$
- $d\tilde{X}_t = \tilde{X}_t.\left(\left(r_t^f - r_t^d + \sigma_t^2\right).dt - \sigma_t^x.dW_t^X\right)$ sous Q^d
- Pourquoi le « drift » du processus DOM/FOR $\left(\tilde{X}_t\right)$ n'est-il pas égal a $(\mathrm{r_t^f} - r_t^d)$?

3.1 SYMÉTRIE DU TAUX DE CHANGE

- Attention à la devise et la mesure dans laquelle les quantités et les équations sont exprimées!!
- $d\tilde{X}_t = \tilde{X}_t.\left(\left(r_t^f - r_t^d + \sigma_t^2\right).dt - \sigma_t^x.dW_t^X\right)$ sous Q^d
- Quel est l'équation sous Q^f?
- Soit V_T^f la valeur à la date T d'un actif échangeable dans l'économie étrangère et V_T^d sa valeur du point de vue domestique:
  - $V_t^f = E_t^f\left[\frac{B_t^f}{B_T^f}.V_T^f\right]$ $\left(esperance\ sous\ Q^f\right)$
  - $V_t^d = E_t^d\left[\frac{B_t^d}{B_T^d}.V_T^d\right]$ $\left(esperance\ sous\ Q^d\right)$
  - Par ailleurs $\forall t$: $V_t^d = X_t.V_t^f$
  - $E_t^f\left[\frac{B_t^f}{B_T^f}.V_T^f\right] = E_t^d\left[Z_{t,T}.\frac{B_t^f}{B_T^f}.V_T^f\right]$ ou $Z_{t,T} = \frac{X_T}{X_t}.\frac{B_T^f}{B_t^f}.\frac{B_t^d}{B_T^d} = e\hat{}\left(-\frac{1}{2}.\int_t^T \sigma_s^2.ds + \int_t^T \sigma_s.dW_s^X s\right)$

3.1 SYMÉTRIE DU TAUX DE CHANGE

- Ainsi $Z_{t,T}$ est la densité de Radon-Nykodym qui permet de “passer” de la mesure risqué neutre domestique a celle étrangère (Théorème de Girsanov)
- $\widetilde{W}_t^X = W_t^X - \sigma_t . t$ est un MBSU dans l’économie étrangère
- Ainsi: $d\tilde{X}_t = \tilde{X}_t . \left(\left(r_t^f - r_t^d + \sigma_t^{X^2} \right) . dt - \sigma_t^x . dW_t^X \right)$ sous Q^d
- Devient $d\tilde{X}_t = \tilde{X}_t . \left(\left(r_t^f - r_t^d + \sigma_t^{X^2} \right) . dt - \sigma_t^x . (d\widetilde{W}_t^X + \sigma_t^X . dt) \right)$ sous Q^f
- Finalement
- $d\tilde{X}_t = \tilde{X}_t . \left((r_t^f - r_t^d) . dt - \sigma_t^x . d\widetilde{W}_t^X \right)$ sous Q^f

3.2 SYMÉTRIE ET PARITÉ CALL/PUT

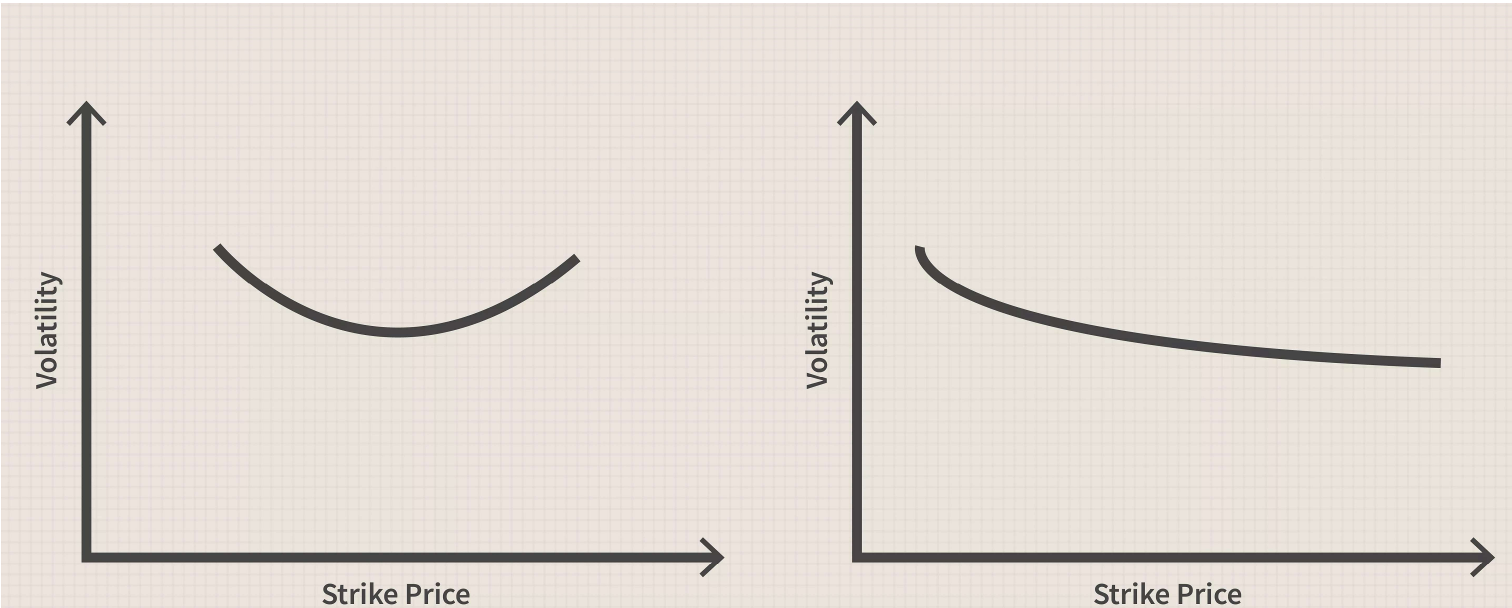
- Un Call sur la devise FOR contre la devise DOM (Call FOR/DOM) est le droit d'acheter à une date T (maturité de l'option) une certaine quantité de devise FOR contre de la devise DOM à un prix unitaire fixée K (dit strike).
- Le Put est le droit de vendre.

3.2 SYMÉTRIE ET PARITÉ CALL/PUT

- **Symétrie Call/Put:**
- Soit Call(FOR/Dom, K,T) le prix en monnaie DOM de du Call unitaire
- Par AOA, $Call(FORDOM, K, T) = E_t^d\left[B_t^d.\frac{[X_T - K]+}{B_T^d}\right]$
  - $Call(FORDOM, K, T) = E_t^d\left[K.B_t^f.X_t.\frac{X_T}{X_t}.\frac{B_T^f}{B_t^f}.\frac{B_t^d}{B_T^d}.\frac{[1/K - 1/X_T]+}{B_T^f}\right]$
  - $Call(FORDOM, K, T) = K.X_t.E_t^f\left[B_t^f.\frac{[\widetilde{K} - \widetilde{X\_T}]+}{B_T^f}\right]$
  - $Call(FORDOM, K, T) = K.X_t.Put(DOMFOR, 1/K, T)$

3.2 SYMÉTRIE ET PARITÉ CALL/PUT

- FX vs Equity smile



3.2 SYMÉTRIE ET PARITÉ CALL/PUT

- **Parité Call/Put:**
- Soit Call(FOR/Dom, K,T) le prix en monnaie DOM de du Call unitaire
- Par AOA, $Call(FORDOM,K,T) - Put(FORDOM,K,T) = E_t^d\left[B_t^d.\frac{[X_T - K]+}{B_T^d}\right]$- $E_t^d\left[B_t^d.\frac{[K - X_T]+}{B_T^d}\right]$
  - $Call(FORDOM,K,T) - Put(FORDOM,K,T) = E_t^d\left[B_t^d.\frac{X_T - K}{B_T^d}\right]$
  - $Call(FORDOM,K,T)\ -\ Put(FORDOM,K,T) = X_t.B^f(t,T) - K.B^d(t,T)$

3.2 MODÈLE BLACK SCHOLES, PRIX DU CALL/PUT

- On suppose dans ce chapitre un modèle de type Black-Scholes (taux et volatilité déterministes).
- Pour plus de généralité on considère ces quantités comme fonctions du temps (et non des constantes).
- Formule de Black:
  - Soit S_t un processus log-normal c.-à-d. Sous $dS_t = S_t.(\mu\_t.dt + \sigma_t.dW_t)$
  - Alors $Call(K,T) = B(t,T).\left[Fwd(t,T).N\big(d_1(t,T)\big) - K.N(d_2(t,T))\right]$
  - $Fwd(t,T) = E_t[S_T] = S_t.e^{\int_t^T \mu_s.ds}$
  - $d_1(t,T) = \frac{1}{\sqrt{\int_t^T \sigma_s^2.ds}}.\left[\ln\left(\frac{Fwd(t,T)}{K}\right) - \frac{1}{2}.\int_t^T \sigma_s^2.ds\right]$
  - $d_2(t,T) = \mathrm{d1(t,T)} + \sqrt{\int_t^T \sigma_s^2.ds}$

3.2 MODÈLE BLACK SCHOLES, PRIX DU CALL/PUT

- Sous Q^d: $dX_t = X_t.\left((r_t^d - r_t^f).dt + \sigma_t^x.dW_t^X\right)$ avec $(\mathrm{r}_t^d), (\mathrm{r}_t^f)$ et (σ_t) *deterministes*
- Application de la formule de Black:
- $Fwd(t,T) = X_t.\frac{B^f(t,T)}{B^d(t,T)}$
- $Call(t, FORDOM, K, T) = B^d(t,T).\left[X_t.\frac{B^f(t,T)}{B^d(t,T)}.N\left(d_1(t,T)\right) - K.N(d_2(t,T))\right]$
- $Call(t, FORDOM, K, T) = X_t.B^f(t,T).N\left(d_1(t,T)\right) - K.B^d(t,T).N(d_2(t,T))$
- Portefeuille de couverture:
  - $+B^f(t,T).N\left(d_1(t,T)\right)$ en cash étranger
  - $-K.B^d(t,T).N(d_2(t,T))$ en cash domestique
  - Le delta hedge se fait en disposant de deux en monnaies DOM et FOR

3.2 MODÈLE BLACK SCHOLES, PRIX DU CALL/PUT

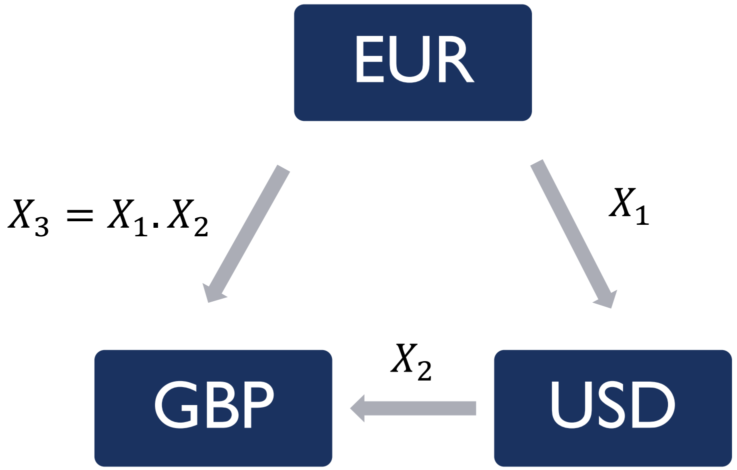
- Parallèle cours Action
- $Call(t,S,K,T) = S_t.N\big(d_1(t,T)\big) - K.B^d(t,T).N(d_2(t,T))$
- $Call(t,FORDOM,K,T) = X_t.B^f(t,T).N\big(d_1(t,T)\big) - K.B^d(t,T).N(d_2(t,T))$

- Portefeuilles de couverture:
  - $+N\big(d_1(t,T)\big)$ en action
  - $-K.B^d(t,T).N(d_2(t,T))$ en cash domestique

  - $+B^f(t,T).N\big(d_1(t,T)\big)$ en cash étranger
  - $-K.B^d(t,T).N(d_2(t,T))$ en cash domestique
  - Le delta hedge se fait en disposant de deux en monnaies DOM et FOR

3.3 TRIO DE DEVISES

- On considère trois devises:
- EUR, GBP, USD et on note $X_1 = EUR/USD, X_2 = USD/\text{GBP}$ et $X_3 = EUR/\text{GBP}$



3.3 TRIO DE DEVISES

- On suppose:
- $dX_{1,t} = X_{1,t}.\left(\left(r_t^{usd} - r_t^{eur}\right).dt + \sigma_{1,t}.dW_{1,t}\right)$
- $dX_{2,t} = X_{2,t}.\left(\left(r_t^{gbp} - r_t^{usd}\right).dt + \sigma_{2,t}.dW_{2,t}\right)$
- Avec $< dW_{1,t}, dW_{2,t} > = \rho_{1,2}.dt$
- Quelle est la dynamique de $\left(X_{3,t}\right)$?

3.3 TRIO DE DEVISES

- On applique Ito a $X_{3,t} = X_{1,t}.X_{2,t}$:
- $dX_{3,t} = d(X_{1,t}.X_{2,t})$
- $dX_{3,t} = X_{1,t}\,.\,d(X_{2,t}) + X_{2,t}.dX_{1,t} + d < X_{1,t}, X_{2,t} >$
- $dX_{3,t} = X_{1,t}.X_{2,t}.\left(\left(r_t^{gbp} - r_t^{usd}\right).dt + \sigma_{2,t}.dW_{2,t}\right) + X_{2,t}.X_{1,t}.\left(\left(r_t^{usd} - r_t^{eur}\right).dt + \sigma_{1,t}.dW_{1,t}\right) + \rho_{1,2}.\sigma_{1,t}.\sigma_{2,t}.X_{1,t}.X_{2,t}.dt$
- $dX_{3,t} = X_{3,t}.\left(\left(r_t^{gbp} - r_t^{eur} + \rho_{1,2}.\sigma_{1,t}.\sigma_{2,t}\right).dt + \sigma_{1,t}.dW_{1,t} + \sigma_{2,t}.dW_{2,t}\right)$
- Erreur?

3.3 TRIO DE DEVISES

- (Flashback)
- On suppose:
- $dX_{1,t} = X_{1,t}.\left((r_t^{usd} - r_t^{eur}).dt + \sigma_{1,t}.dW_{1,t}\right)$ quelle mesure? Q^{usd}
  - Il faut traduire cette équation dans la mesure Q^{gbp}
- $dX_{2,t} = X_{2,t}.\left((r_t^{gbp} - r_t^{usd}).dt + \sigma_{2,t}.dW_{2,t}\right)$ quelle mesure? Q^{gbp}
- Avec $< dW_{1,t}, dW_{2,t} > = \rho_{1,2}.dt$
- Quelle est la dynamique de $\left(X_{3,t}\right)$?

3.3 TRIO DE DEVISES

- (Flashback)
- Comme vu précédemment:
- $E_t^{gbp}\left[\frac{B_t^{gbp}}{B_T^{gbp}}.V_T^{gbp}\right] = E_t^{usd}\left[Z_{t,T}.\frac{B_t^{gbp}}{B_T^{gbp}}.V_T^{gbp}\right]$ ou $Z_{t,T} = \frac{\tilde{X}_{2,T}}{\tilde{X}_{2,t}}.\frac{B_T^{gbp}}{B_t^{gbp}}.\frac{B_t^{usd}}{B_T^{usd}} = e\wedge\left(-\frac{1}{2}.\int_t^T \sigma_{2,s}^2.ds - \int_t^T \sigma_{2,s}.dW_{2,s}\right)$
- Ainsi on appliquant Girsanov:
  - $\widetilde{W}_{1,t} = W_{1,t} + \rho_{1,2}\,.\sigma_{2,t}.t$ est un MBUS dans la mesure Q^{gbp}
- $dX_{1,t} = X_{1,t}.\left(\left(r_t^{usd} - r_t^{eur}\right).dt + \sigma_{1,t}.\left(dW_{1,t} - \rho_{1,2}.\sigma_{2,t}\right)\right)$ dans Q^{gbp}
- $dX_{2,t} = X_{2,t}.\left(\left(r_t^{gbp} - r_t^{usd}\right).dt + \sigma_{2,t}.dW_{2,t}\right)$ dans Q^{gbp}

3.3 TRIO DE DEVISES

- On applique Ito a $X_{3,t} = X_{1,t}.X_{2,t}$:
- $dX_{3,t} = d(X_{1,t}.X_{2,t})$
- $dX_{3,t} = X_{1,t}.\,d(X_{2,t}) + X_{2,t}.dX_{1,t} + d < X_{1,t}, X_{2,t} >$
- $dX_{3,t} = X_{1,t}.X_{2,t}.\left(\left(r_t^{gbp} - r_t^{usd} - \rho_{1,2}.\sigma_{1,t}.\sigma_{2,t}\right).dt + \sigma_{2,t}.dW_{2,t}\right) + X_{2,t}.X_{1,t}.\left(\left(r_t^{usd} - r_t^{eur}\right).dt + \sigma_{1,t}.dW_{1,t}\right) + \rho_{1,2}.\sigma_{1,t}.\sigma_{2,t}.X_{1,t}.X_{2,t}.dt$
- $dX_{3,t} = X_{3,t}.\left(\left(r_t^{gbp} - r_t^{eur} \cancel{+ \rho_{1,2}.\sigma_{1,t}.\sigma_{2,t}}\right).dt + \sigma_{1,t}.dW_{1,t} + \sigma_{2,t}.dW_{2,t}\right)$ dans Q^{gbp}
- ~~Erreur?~~

3.3 TRIO DE DEVISES

- $dX_{3,t} = X_{3,t}.\left(\left(r_t^{gbp} - r_t^{eur}\right).dt + \sigma_{1,t}.dW_{1,t} + \sigma_{2,t}.dW_{2,t}\right)$ dans Q^{gbp}
- Quelle est la volatilité de $X_{3,t}$?
- Soit $\sigma_{3,t}$ la volatilité de $X_{3,t}$ ainsi:
  - $\sigma_{3,t}^2.dt = < \sigma_{1,t}.dW_{1,t} + \sigma_{2,t}.dW_{2,t} , \sigma_{1,t}.dW_{1,t} + \sigma_{2,t}.dW_{2,t} >$
  - $\sigma_{3,t}^2.dt = \sigma_{1,t}^2.dt + \sigma_{2,t}^2.dt + 2.\rho_{1,2}.\sigma_{1,t}.\sigma_{2,t}.dt$
  - $\sigma_{3,t} = \sqrt{\sigma_{1,t}^2 + \sigma_{2,t}^2 + 2.\rho_{1,2}.\sigma_{1,t}.\sigma_{2,t}}$

3.3 TRIO DE DEVISES

- Modèle multi facteurs à volatilité et corrélation locale:
- $dX_{1,t} = X_{1,t}.\left(\left(r_t^{usd} - r_t^{eur}\right).dt + \sigma_1(X_1, t).dW_{1,t}\right)$ dans Q^{usd}
- $dX_{2,t} = X_{2,t}.\left(\left(r_t^{gbp} - r_t^{usd}\right).dt + \sigma_2(X_2, t).dW_{2,t}\right)$ dans Q^{gbp}
- $dX_{3,t} = X_{3,t}.\left(\left(r_t^{gbp} - r_t^{usd}\right).dt + \sigma_3(X_3, t).dW_{3,t}\right)$ dans Q^{gbp}
- *la fonction σ_i:(x,t)→ σ_i (x,t) etant deterministe calibree avec la formule de Dupire*
- $\rho_{1,2}(t, X_{1,t}, X_{2,t}) = \frac{\sigma_1^2(X_1,t)+\sigma_2^2(X_2,t)-\sigma_3^2(X_3,t)}{2.\sigma_1(X_1,t).\sigma_2(X_2,t)}$

3.3 TRIO DE DEVISES

- $\rho_{1,2}(t, X_{1,t}, X_{2,t}) = \frac{\sigma_1^2(X_1,t)+\sigma_2^2(X_2,t)-\sigma_3^2(X_3,t)}{2.\sigma_1(X_1,t).\sigma_2(X_2,t)}$
- ➔ contrainte $-1 \leq \frac{\sigma_1^2(X_1,t)+\sigma_2^2(X_2,t)-\sigma_3^2(X_3,t)}{2.\sigma_1(X_1,t).\sigma_2(X_2,t)} \leq 1$
- Evaluation de:
  - worst of / best of
  - Option multi devises
  - dispersion

3.3 FIN DE PREMIERE PARTIE

- Questions?